

STP – Projekt 1, zadanie 19

Dane:

Proces opisany jest poniższą transmitancją:

$$G(s) = \frac{(s + 1,5)(s + 8,5)}{(s + 11)(s + 10)(s + 12)} = \frac{s^2 + 10s + 12,75}{s^3 + 33s^2 + 362s + 1320}$$

Punkt 1:

Aby wyznaczyć transmitancję dyskretną tego procesu, posłużymy się komendą **c2dm** Matlaba zwracającą licznik oraz mianownik transmitancji.

Uzyskano transmitancję dyskretną za pomocą programu, zastosowano ekstrapolator zerowego rzędu (zoh):

```
T = 0.5;  
[licznik_d, mianownik_d] = c2dm([1 10 12.75],[1 33 362 1320], T, 'zoh');
```

Otrzymano następujący wynik:

$$G(z) = \frac{1,04 \cdot 10^{-2}z^2 - 8,7322 \cdot 10^{-4}z + 1,2562 \cdot 10^{-5}}{z^3 - 1,33 \cdot 10^{-2}z^2 + 5,4368 \cdot 10^{-5}z - 6,8256 \cdot 10^{-8}}$$

Zera i bieguny dla transmitancji ciągłej można odczytać ze wzoru:

Zera: $s_{o1} = -1,5$; $s_{o2} = -8,5$;

Bieguny: $s_1 = -11$; $s_2 = -10$; $s_3 = -12$.

Do wyliczenia biegunów i zer transmitancji dyskretniej wykorzystamy funkcję **roots**:

```
ZeraZ = roots(licznik_d);  
BiegunyZ = roots(mianownik_d);
```

W rezultacie otrzymujemy:

Zera: $z_{o1} = 6,56 \cdot 10^{-2}$; $z_{o2} = 1,84 \cdot 10^{-2}$;

Bieguny: $z_1 = 6,7 \cdot 10^{-3}$; $z_2 = 4,1 \cdot 10^{-3}$; $z_3 = 2,5 \cdot 10^{-3}$.

Punkt 2:

Aby wyznaczyć dwie wersje modeli dyskretnych w przestrzeni stanu odpowiadające transmitancji dyskretniej, stosujemy oba warianty metody bezpośredniej.

Transmitancja:

$$G(z) = \frac{1,04 \cdot 10^{-2}z^2 - 8,7322 \cdot 10^{-4}z + 1,2562 \cdot 10^{-5}}{z^3 - 1,33 \cdot 10^{-2}z^2 + 5,4368 \cdot 10^{-5}z - 6,8256 \cdot 10^{-8}}$$

Aby obliczenia były przejrzyste, zastosujemy następujące oznaczenia (tymi oznaczeniami będziemy posługiwać się także w dalszej części projektu):

$$\begin{aligned}b_2 &= 1,04 \cdot 10^{-2} \\b_1 &= -8,7322 \cdot 10^{-4} \\b_0 &= 1,2562 \cdot 10^{-5} \\a_3 &= 1 \\a_2 &= -1,33 \cdot 10^{-2} \\a_1 &= 5,4368 \cdot 10^{-5} \\a_0 &= -6,8256 \cdot 10^{-8}\end{aligned}$$

Wtedy transmitancja będzie wyglądać następująco:

$$G(z) = \frac{b_2 z^2 + b_1 z + b_0}{a_3 z^3 + a_2 z^2 + a_1 z + a_0}$$

Teraz zastosujemy pierwszy wariant metody bezpośredniej, najpierw pomnożmy licznik i mianownik transmitancji przez z^{-3} . Otrzymamy:

$$\begin{aligned}\frac{Y(z)}{U(z)} &= \frac{b_2 z^{-1} + b_1 z^{-2} + b_0 z^{-3}}{1 + a_2 z^{-1} + a_1 z^{-2} + a_0 z^{-3}} \\Y(z) &= \frac{(b_2 z^{-1} + b_1 z^{-2} + b_0 z^{-3})U(z)}{1 + a_2 z^{-1} + a_1 z^{-2} + a_0 z^{-3}}\end{aligned}$$

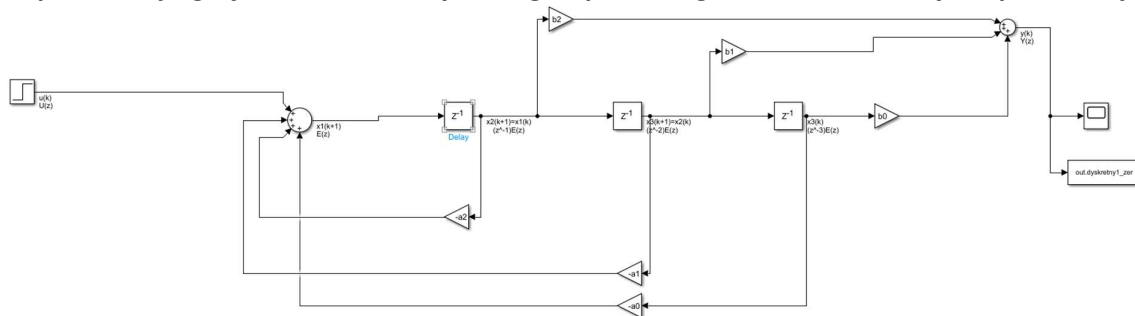
$$E(z) = \frac{U(z)}{1 + a_2 z^{-1} + a_1 z^{-2} + a_0 z^{-3}}$$

$$E(z) + E(z) \cdot a_2 z^{-1} + E(z) \cdot a_1 z^{-2} + E(z) \cdot a_0 z^{-3} = U(z)$$

$$E(z) = -a_2 z^{-1} E(z) - a_1 z^{-2} E(z) - a_0 z^{-3} E(z) + U(z)$$

$$Y(z) = b_2 z^{-1} E(z) + b_1 z^{-2} E(z) + b_0 z^{-3} E(z)$$

Reprezentacja graficzna modelu uzyskanego z pierwszego wariantu metody bezpośredniej:



Równania stanu modelu są następujące:

$$\begin{aligned}x_1(k+1) &= -a_2 x_1(k) - a_1 x_2(k) - a_0 x_3(k) + u(k) \\x_2(k+1) &= x_1(k) \\x_3(k+1) &= x_2(k) \\y(k+1) &= b x_1(k) + b_1 x_2(k) + b_0 x_3(k)\end{aligned}$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} -a_2 & -a_1 & -a_0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} B_1 &= \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ C_1 &= [b_2 \quad b_1 \quad b_0] \\ D_1 &= 0 \end{aligned}$$

Znając macierze w pierwszym wariacie metody bezpośredniej, możemy wyliczyć macierze dla drugiego wariantu metody bezpośredniej:

$$\begin{aligned} A_2 &= A_1^T \\ B_2 &= C_1^T \\ C_2 &= B_1^T \\ D_2 &= D_1^T \end{aligned}$$

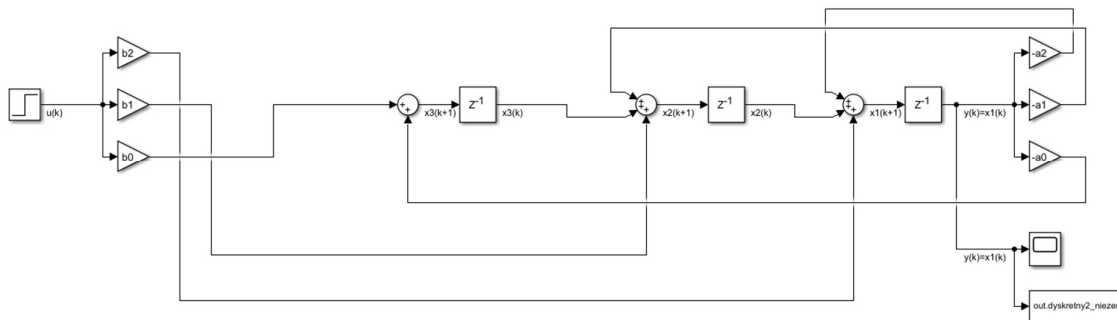
W rezultacie otrzymujemy następujące macierze:

$$\begin{aligned} A_2 &= \begin{bmatrix} -a_2 & 1 & 0 \\ -a_1 & 0 & 1 \\ -a_0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ B_2 &= \begin{bmatrix} b_2 \\ b_1 \\ b_0 \end{bmatrix} \\ C_2 &= [1 \quad 0 \quad 0] \\ D_2 &= 0 \end{aligned}$$

Daje nam to następujące równania:

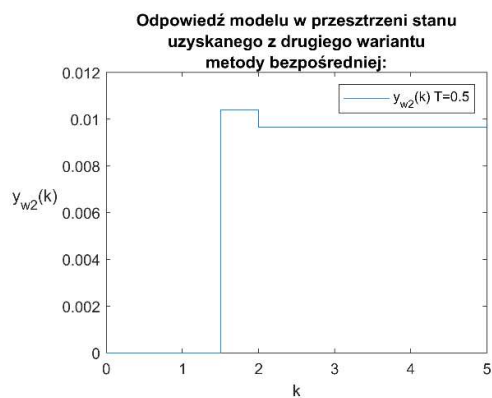
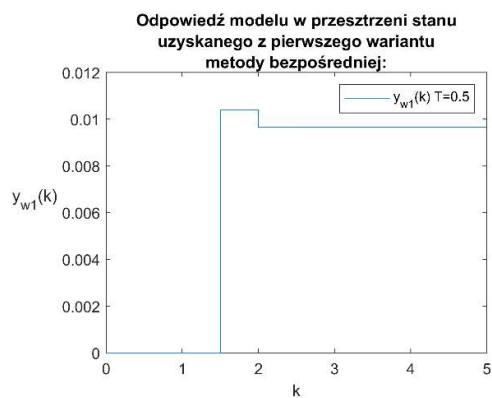
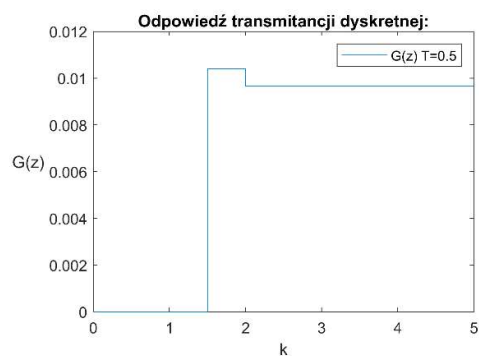
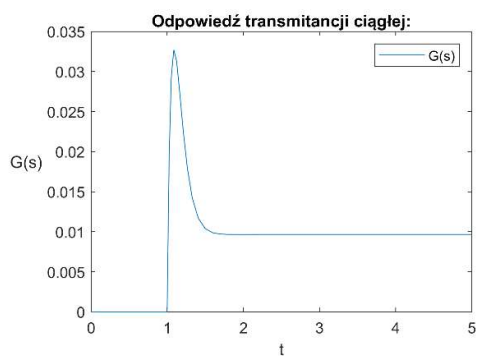
$$\begin{aligned}x_1(k+1) &= -a_2x_1(k) + x_2(k) + b_2u(k) \\x_2(k+1) &= -a_1x_1(k) + x_3(k) + b_1u(k) \\x_3(k+1) &= -a_0x_1(k) + b_0u(k) \\y(k+1) &= x_1(k)\end{aligned}$$

Reprezentacja graficzna modelu uzyskanego z drugiego wariantu metody bezpośredniej:

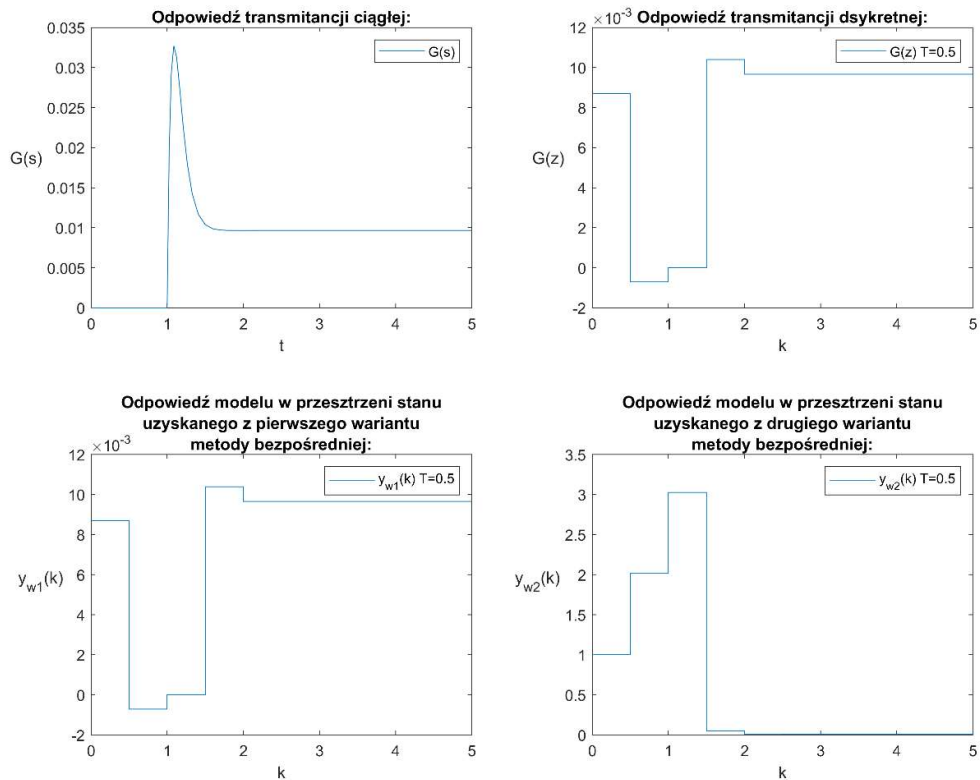


Punkt 3:

Porównanie odpowiedzi transmitancji ciągłej i dyskretniej oraz obu modeli w przestrzeni stanu dla zerowych warunków początkowych $x = (0,0,0)$:



Porównanie odpowiedzi transmitancji ciągłej i dyskretnej oraz obu modeli w przestrzeni stanu dla zerowych warunków początkowych $x = (1,2,3)$:



Patrząc na powyższe wykresy można stwierdzić kilka rzeczy:

- przy zerowych warunkach początkowych transmitancja dyskretna oraz oba modele w przestrzeni stanu dają taką samą odpowiedź,
- przy niezerowych warunkach początkowych po uprzednim zasymulowaniu transmitancja dyskretna daje taką samą odpowiedź jak model w przestrzeni stanu z pierwszego wariantu metody bezpośredniej, jeżeli warunek początkowy transmitancji jest taki sam jak warunek początkowy $x(k)$ dla modelu. Natomiast model w przestrzeni stanu z drugiego wariantu metody bezpośredniej daje inny przebieg niż transmitancja i wariant pierwszy. Dzieje się tak dlatego, że drugi wariant ma inne równania stanu niż wariant pierwszy.
- pomimo tych samych warunków początkowych oba modele dają różne odpowiedzi, ale ustalają się na tej samej wartości jak przy zerowych warunkach początkowych.

Punkt 4:

Wyznaczenie symboliczne zależności elementów wektora K od wartości potrójnego bieguna z_b :

$$u(k) = -Kx(k)$$

$$|zI - (A - BK)| = 0$$

$$(z - z_b)^3 = 0$$

$$\det \left(\begin{bmatrix} z & 0 & 0 \\ 0 & z & 0 \\ 0 & 0 & z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -a_2 & -a_1 & -a_0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & k_3 \end{bmatrix} \right) = 0$$

$$\det \left(\begin{bmatrix} z + a_2 & a_1 & a_0 \\ -1 & z & 0 \\ 0 & -1 & z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & k_3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right) = z^3 - 3z^2z_b + 3z_b^2z - z_b^3$$

$$\det \left(\begin{bmatrix} z + a_2 + k_1 & a_1 + k_2 & a_0 + k_3 \\ -1 & z & 0 \\ 0 & -1 & z \end{bmatrix} \right) = z^3 - 3z^2z_b + 3z_b^2z - z_b^3$$

$$z^2(z + a_2 + k_1) + 0 + a_0 + k_3 - [0 + 0 - z(a_1 + k_2)] = z^3 - 3z^2z_b + 3z_b^2z - z_b^3$$

$$z^3 + (a_2 + k_1)z^2 + (a_1 + k_2)z + (a_0 + k_3) = z^3 - 3z_b^2z^2 + 3z_b^2z - z_b^3$$

$$a_2 + k_1 = -3z_b^2 \quad k_1 = -3z_b^2 - a_2$$

$$a_1 + k_2 = 3z_b^2 \quad k_2 = 3z_b^2 - a_1$$

$$a_0 + k_3 = -z_b^3 \quad k_3 = -z_b^3 - a_0$$

$$K = [(-3z_b^2 - a_2) \quad (3z_b^2 - a_1) \quad (-z_b^3 - a_0)]$$

Dla $z_b = 9 \cdot 10^{-1}$:

$$K = [-2,6867 \quad 2,4299 \quad -7,29 \cdot 10^{-1}]$$

Dla $z_b = 2,4 \cdot 10^{-1}$:

$$K = [-7,067 \cdot 10^{-1} \quad 1,727 \cdot 10^{-1} \quad -1,38 \cdot 10^{-2}]$$

Dla $z_b = 9,5 \cdot 10^{-2}$:

$$K = [-2,717 \cdot 10^{-1} \quad 2,7 \cdot 10^{-2} \quad -8,57 \cdot 10^{-4}]$$

Dla $z_b = 2 \cdot 10^{-2}$:

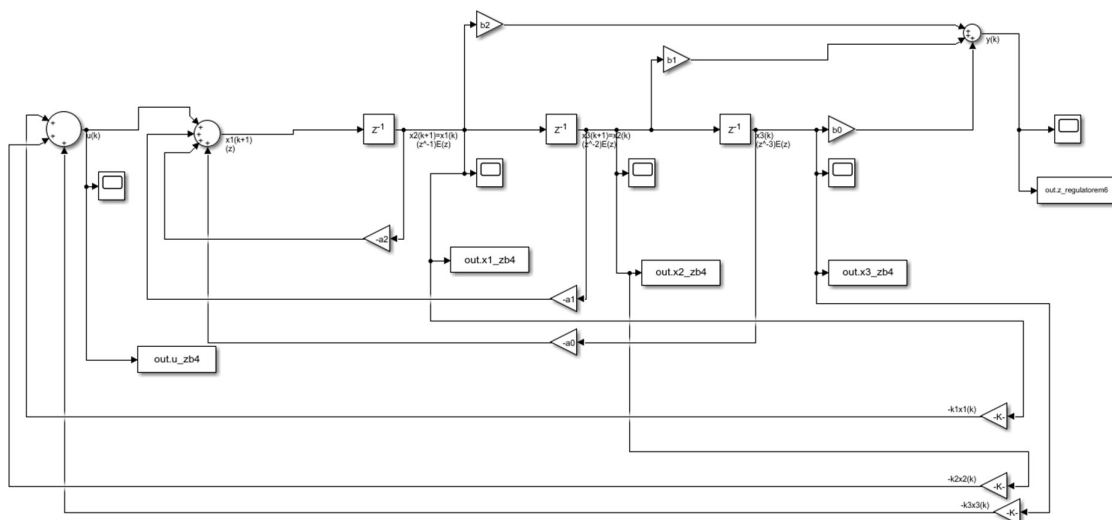
$$K = [-4,67 \cdot 10^{-2} \quad 1,1 \cdot 10^{-3} \quad -7,93 \cdot 10^{-6}]$$

Punkt 5:

Prawo regulacji:

$$u(k) = -Kx(k) = -[(-3z_b^2 - a_2) \quad (3z_b^2 - a_1) \quad (-z_b^3 - a_0)] \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \end{bmatrix}$$

Rysunek symulowanego systemu:

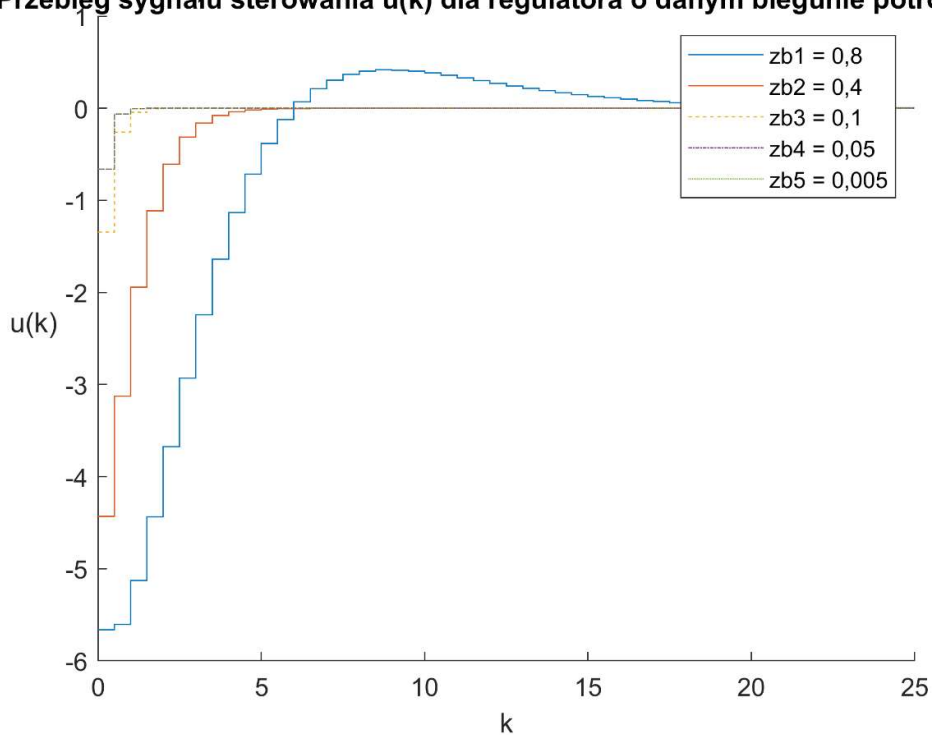


$$k_{konc} = 25$$

$$T = 0.5$$

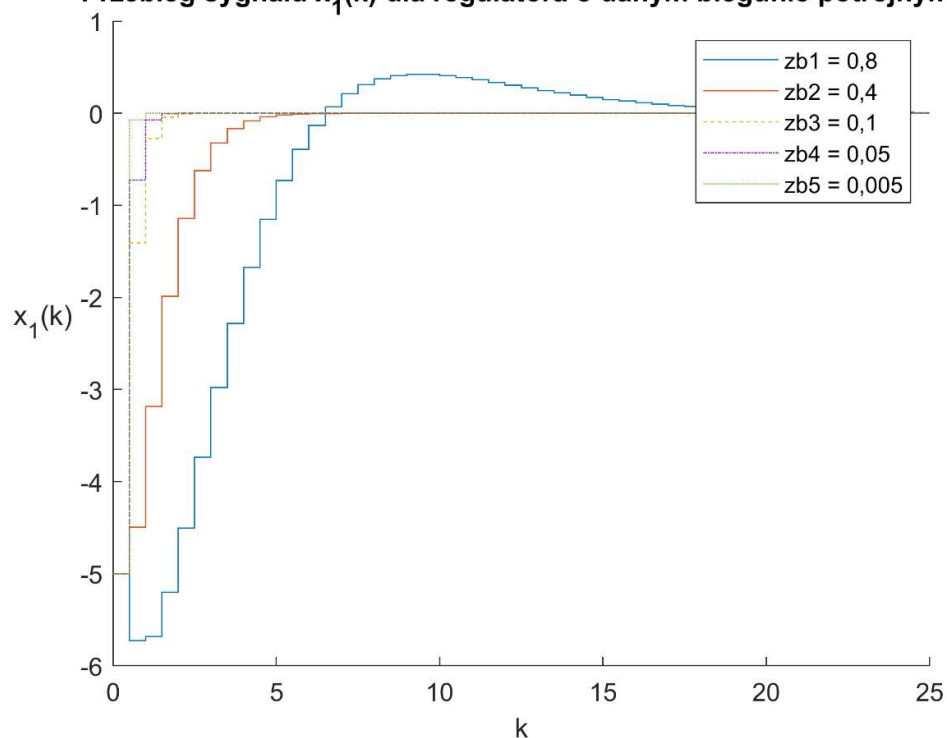
Przebiegi sygnału sterowania dla potrójnego bieguna regulatora z_b wynoszącego kolejno $(8 \cdot 10^{-1}; 4 \cdot 10^{-1}; 10^{-1}; 5 \cdot 10^{-2}; 5 \cdot 10^{-3})$:

Przebieg sygnału sterowania $u(k)$ dla regulatora o danym biegunie potrójnym:



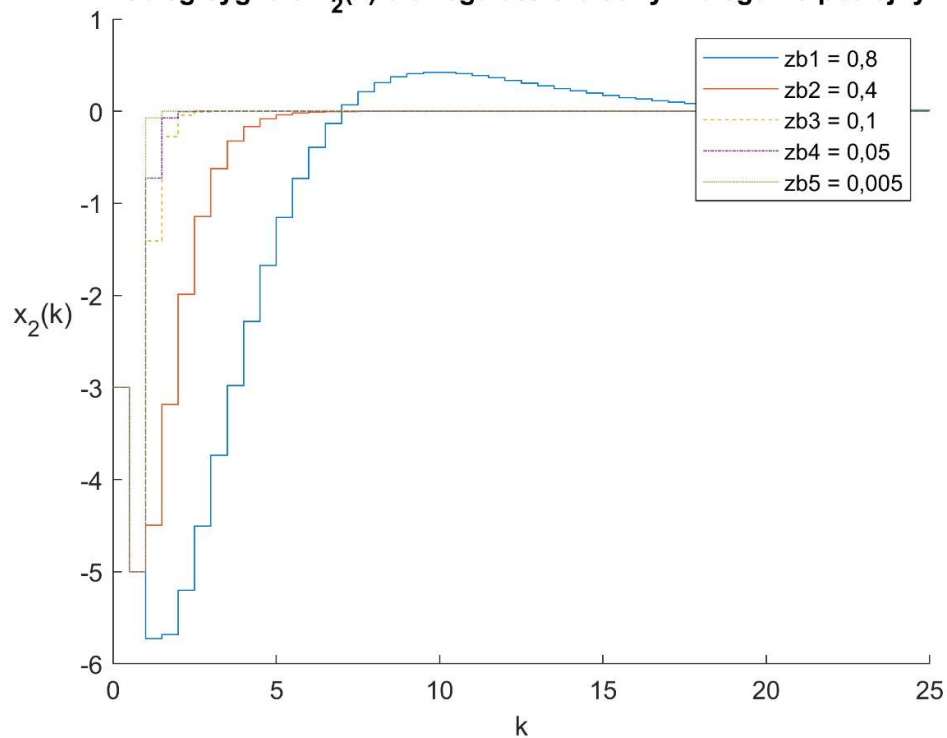
Przebiegi sygnału $x_1(k)$ dla potrójnego bieguna regulatora z_b wynoszącego kolejno $(8 \cdot 10^{-1}; 4 \cdot 10^{-1}; 10^{-1}; 5 \cdot 10^{-2}; 5 \cdot 10^{-3})$:

Przebieg sygnału $x_1(k)$ dla regulatora o danym biegunie potrójnym:



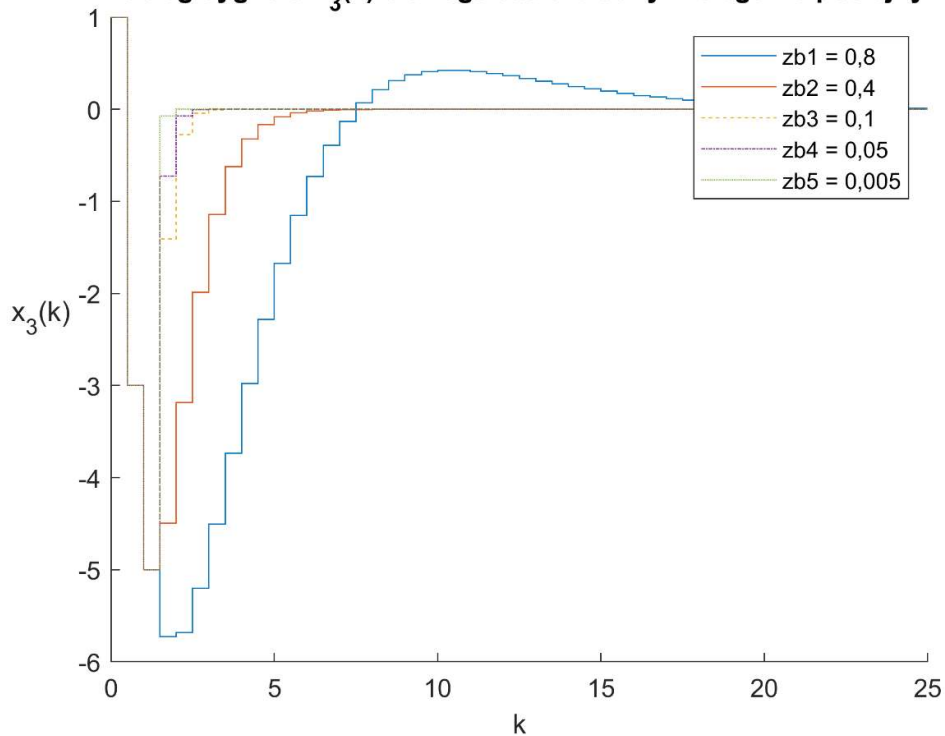
Przebiegi sygnału $x_2(k)$ dla potrójnego bieguna regulatora z_b wynoszącego kolejno $(8 \cdot 10^{-1}; 4 \cdot 10^{-1}; 10^{-1}; 5 \cdot 10^{-2}; 5 \cdot 10^{-3})$:

Przebieg sygnału $x_2(k)$ dla regulatora o danym biegunie potrójnym:



Przebiegi sygnału $x_3(k)$ dla potrójnego bieguna regulatora z_b wynoszącego kolejno $(8 \cdot 10^{-1}; 4 \cdot 10^{-1}; 10^{-1}; 5 \cdot 10^{-2}; 5 \cdot 10^{-3})$:

Przebieg sygnału $x_3(k)$ dla regulatora o danym biegunie potrójnym:



Biegun wynoszący $5 \cdot 10^{-3}$ daje najkrótszy czas ustalenia oraz najmniejszą wartość sygnału sterującego. Z tego powodu wybieramy regulator, którego biegun wynosi $5 \cdot 10^{-3}$. Dla pierwszego wariantu z metody bezpośredniej wszystkie zmienne mają taki sam kształt odpowiedzi (z wyjątkiem warunków początkowych podczas pierwszej sekundy), ale są opóźnione względem siebie o 0,5s.

Punkt 6:

Ogólne równania dla obserwatora:

$$\hat{x}(k+1) = A\hat{x}(k) + Bu(k) + L(y(k) - \hat{y}(k))$$

$$\hat{y}(k) = C\hat{x}(k)$$

$$|zI - (A - LC)| = 0$$

$$(z - z_o)^3 = 0$$

Wektor L wyznaczamy komendą **acker** dostępną w Matlabie w następujący sposób:

`L = acker(A',C', [zo zo zo]);`

Równania obserwatora pełnego rzędu:

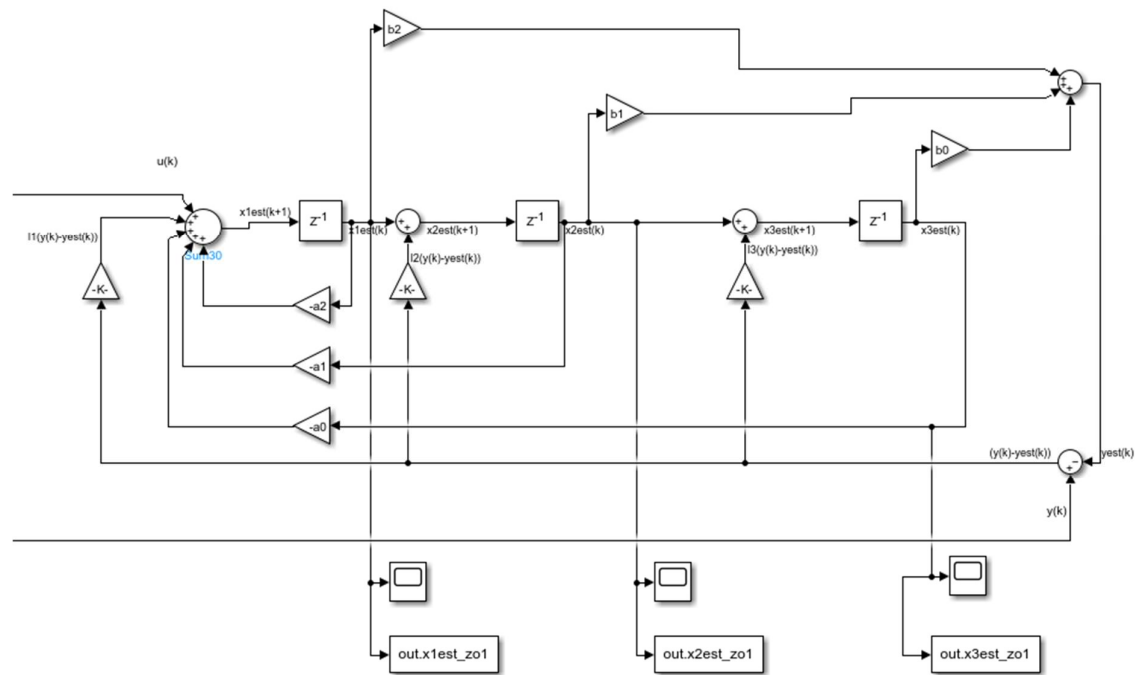
$$\hat{x}_1(k+1) = -b_2\hat{x}_1(k) - b_1\hat{x}_2(k) - b_0\hat{x}_3(k) + u(k) + l_1(y(k) - \hat{y}(k))$$

$$\hat{x}_2(k+1) = \hat{x}_1(k) + l_2(y(k) - \hat{y}(k))$$

$$\hat{x}_3(k+1) = \hat{x}_2(k) + l_3(y(k) - \hat{y}(k))$$

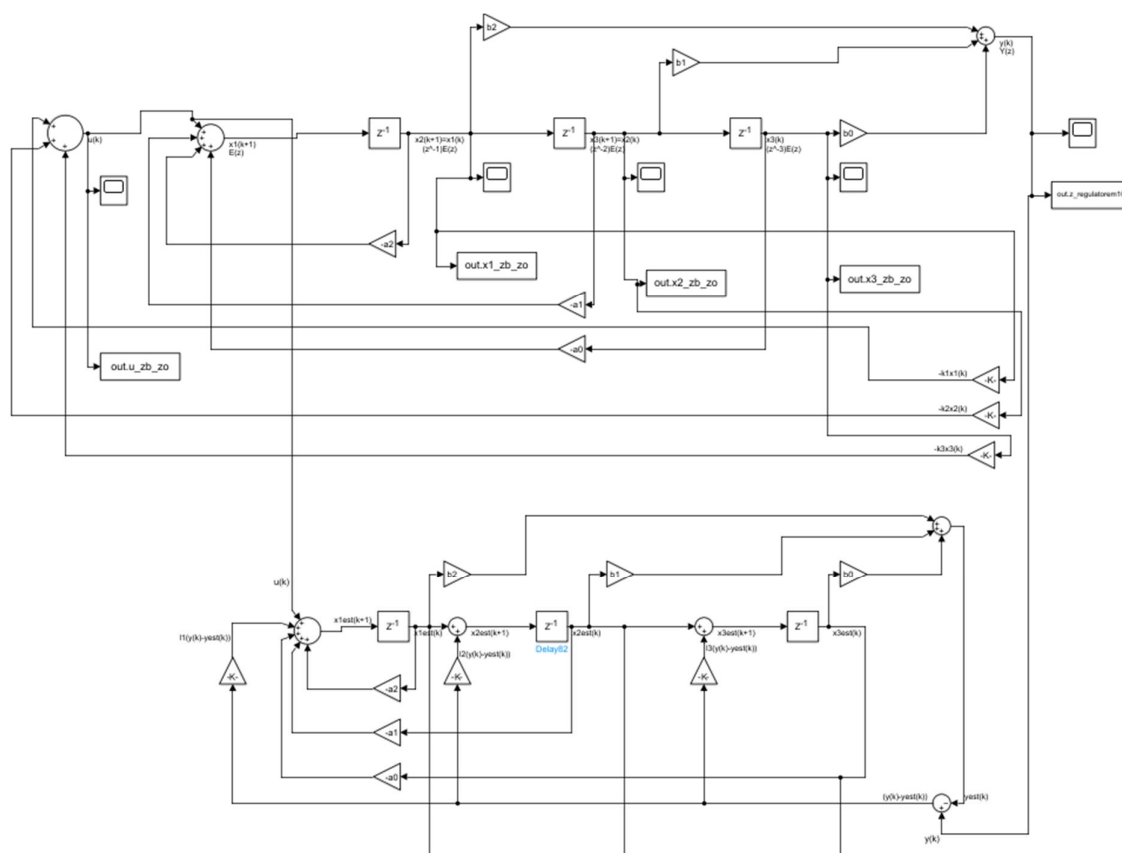
$$y(k+1) = a_2\hat{x}_1(k) + a_1\hat{x}_2(k) + a_0\hat{x}_3(k)$$

Rysunek szczegółowej struktury obserwatora:



Punkt 7:

Rysunek symulowanego systemu (regulator korzysta z mierzonych, rzeczywistych zmiennych stanu):



Przebieg sterowania $u(k)$ będzie taki sam jak w punkcie 5, gdyż zakładamy, że zmienne stanu są mierzone.

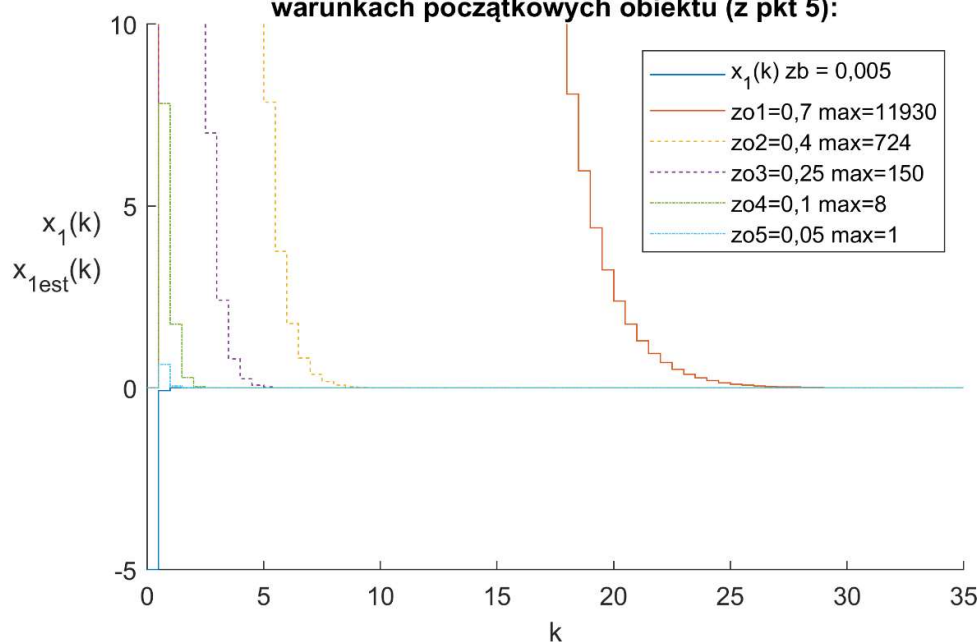
UWAGA!

Niestety skala logarymiczna nie uwzględnia wartości ujemnych, przez co wartości rzeczywistych zmiennych stanu nie byłyby pokazywane. Zamiast tego zdecydowano się na inne rozwiązanie. Ograniczono od góry oś Y do 10 a w legendzie wykresów przy biegunie obserwatora napisano obok zaokrąglone maksymalne wartości jakie osiągnęły zmienne przy danych biegunach obserwatora. Dzięki takiemu zabiegowi mamy wgląd zarówno na szybkość zbiegania zmiennych do zera oraz wartości szczytowe jakie osiągnęły.

Przebieg rzeczywistej $x_1(k)$ i estymowanej zmiennej stanu $x_{1est}(k)$ dla potrójnego bieguna regulatora $z_b = 0.005$ i potrójnego bieguna obserwatora z_o wynoszącego kolejno $(7 \cdot 10^{-1}; 4 \cdot 10^{-1}; 2,5 \cdot 10^{-1}; 10^{-1}; 5 \cdot 10^{-2})$ przy $T=0.5s$:

Przebieg zmiennej stanu $x_1(k)$ i $x_{1est}(k)$ dla obserwatora o biegunie potrójnym

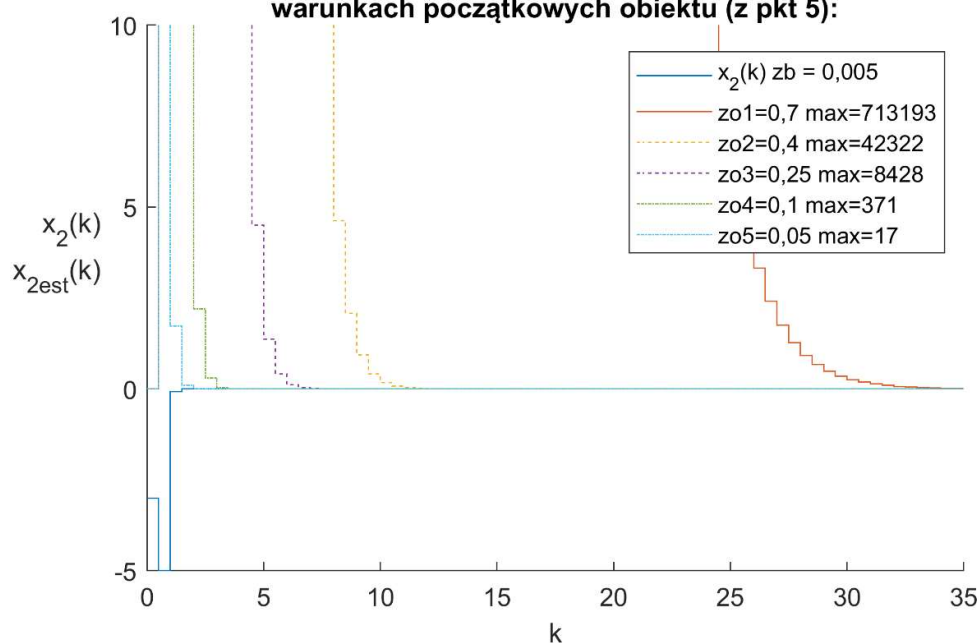
przy stanie mierzonym, zerowych warunkach początkowych obserwatora i niezerowych warunkach początkowych obiektu (z pkt 5):



Przebieg rzeczywistej $x_2(k)$ i estymowanej zmiennej stanu $x_{2est}(k)$ dla potrójnego bieguna regulatora $z_b = 0.005$ i potrójnego bieguna obserwatora z_o wynoszącego kolejno $(7 \cdot 10^{-1}; 4 \cdot 10^{-1}; 2,5 \cdot 10^{-1}; 10^{-1}; 5 \cdot 10^{-2})$ przy $T=0.5s$:

Przebieg zmiennej stanu $x_2(k)$ i $x_{2est}(k)$ dla obserwatora o biegunie potrójnym

przy stanie mierzonym, zerowych warunkach początkowych obserwatora i niezerowych warunkach początkowych obiektu (z pkt 5):

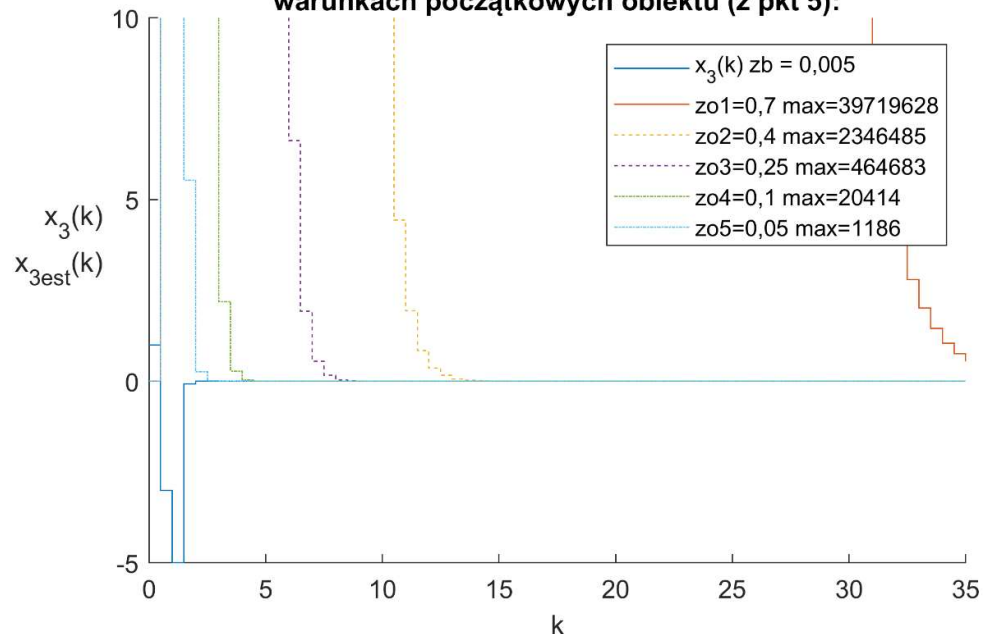


Przebieg rzeczywistej $x_3(k)$ i estymowanej zmiennej stanu $x_{3est}(k)$ dla potrójnego bieguna

regulatora $z_b = 0.005$ i potrójnego bieguna obserwatora z_o wynoszącego kolejno $(7 \cdot 10^{-1}; 4 \cdot 10^{-1}; 2,5 \cdot 10^{-1}; 10^{-1}; 5 \cdot 10^{-2})$ przy $T=0.5s$:

Przebieg zmiennej stanu $x_3(k)$ i $x_{3est}(k)$ dla obserwatora o biegunie potrójnym

przy stanie mierzonym, zerowych warunkach początkowych obserwatora i niezerowych warunkach początkowych obiektu (z pkt 5):



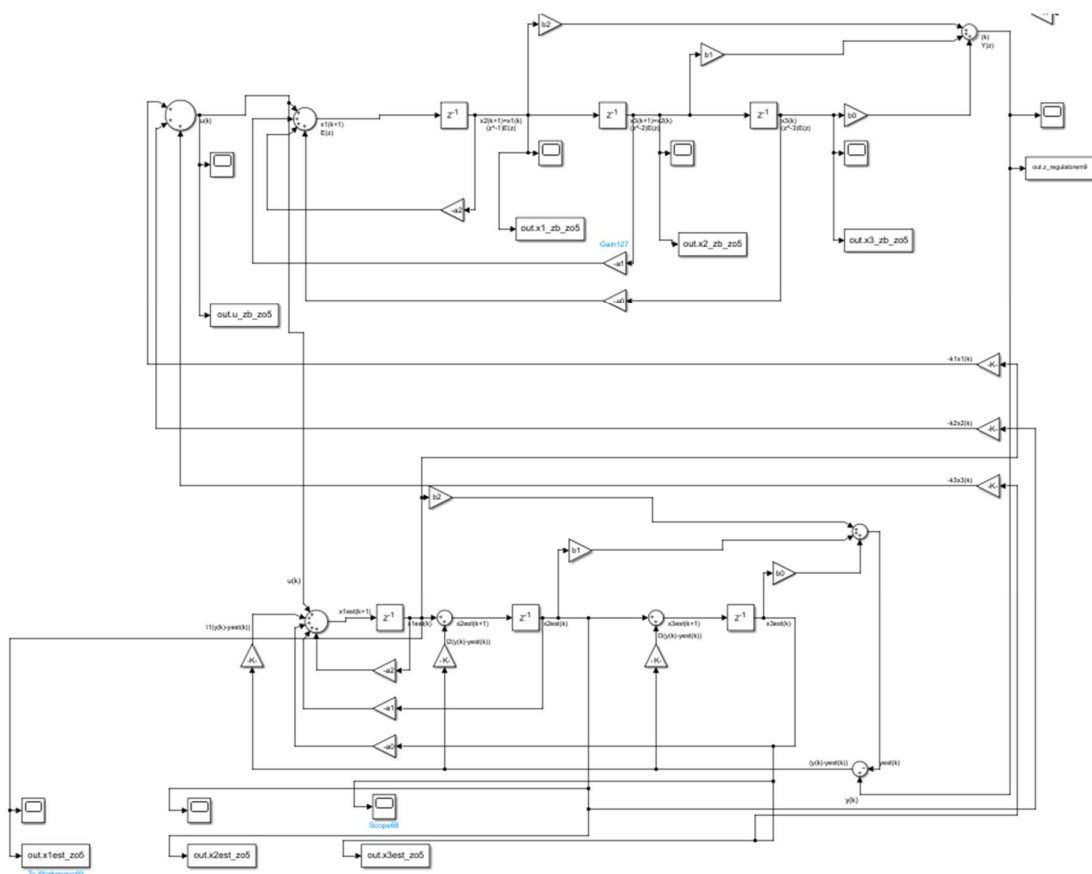
Im mniejszy biegun obserwatora tym wszystkie zmienne stanu szybciej zbiegają do zera oraz mają najmniejszą wartość szczytową. Niestety im wolniejszy biegun obserwatora tym większa wartość szczytowa zmiennych estymowanych (zwiększa się ona wykładniczo).

Punkt 8:

UWAGA!

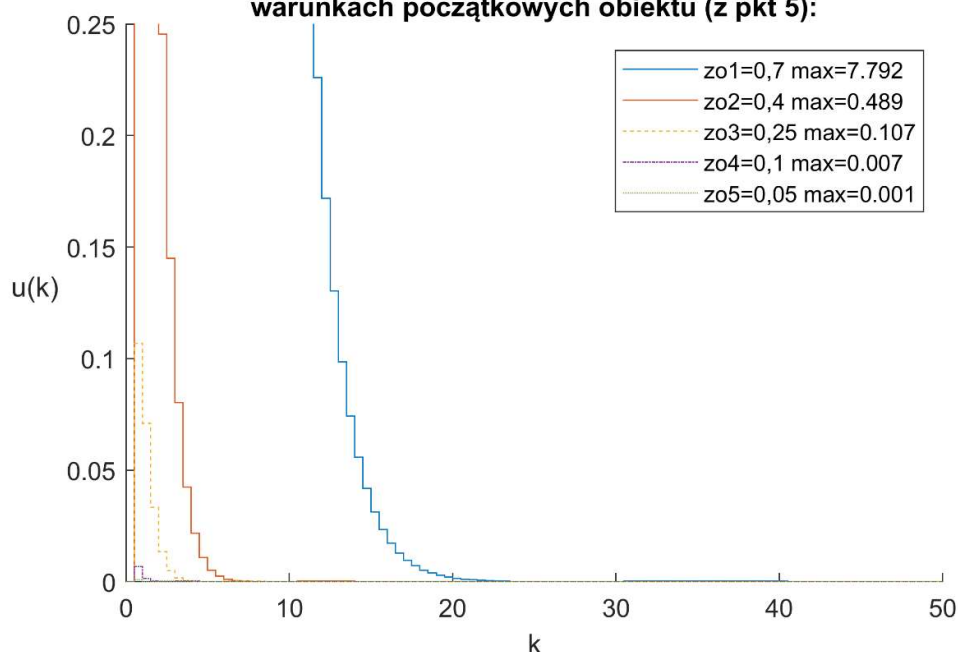
Wykorzystano podobny sposób prezentacji danych jak w zadaniu 7, tylko występuje górna wartość ograniczenia wynosząca 0.25 oraz zaokrąglenie do trzech miejsc po przecinku.

Rysunek symulowanego systemu (regulator korzysta z estymowanych zmiennych stanu):



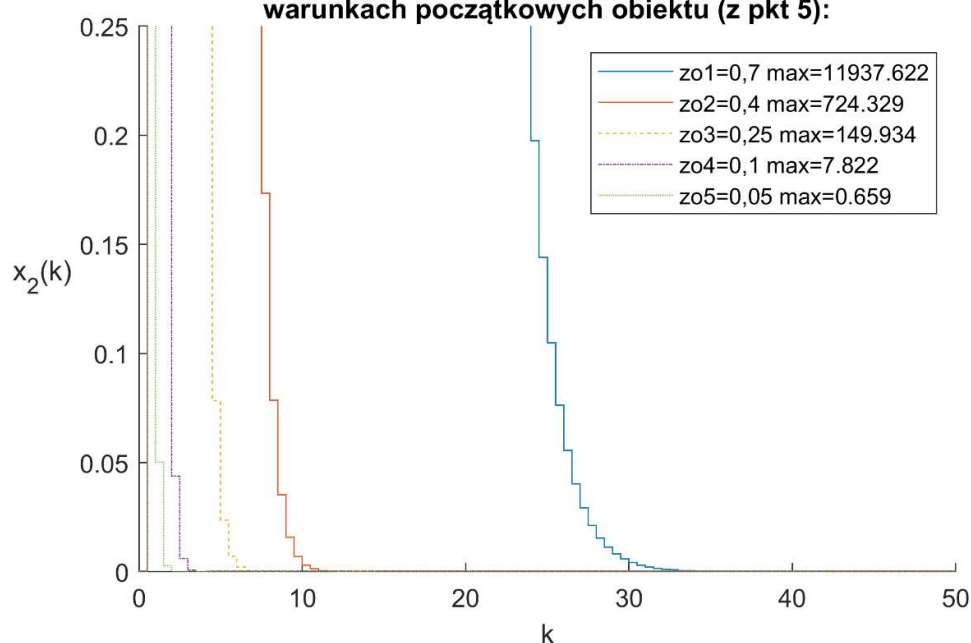
Przebieg zmiennej sterowania $u(k)$ dla potrójnego bieguna regulatora $z_b = 0.005$ i potrójnego bieguna obserwatora z_o wynoszącego kolejno $(7 \cdot 10^{-1}; 4 \cdot 10^{-1}; 2, 5 \cdot 10^{-1}; 10^{-1}; 5 \cdot 10^{-2})$ przy $T=0.5s$, gdy regulator wykorzystuje estymowane zmienne stanu:

Przebieg zmiennej sterowania $u(k)$ dla obserwatora o biegunie potrójnym przy stanie estymowanym, zerowych warunkach początkowych obserwatora i niezerowych warunkach początkowych obiektu (z pkt 5):



Przebieg zmiennej stanu $x_1(k)$ dla potrójnego bieguna regulatora $z_b = 0.005$ i potrójnego bieguna obserwatora z_o wynoszącego kolejno $(7 \cdot 10^{-1}; 4 \cdot 10^{-1}; 2,5 \cdot 10^{-1}; 10^{-1}; 5 \cdot 10^{-2})$ przy $T=0.5s$, gdy regulator wykorzystuje estymowane zmienne stanu:

Przebieg zmiennej sterowania $x_2(k)$ dla obserwatora o biegunie potrójnym przy stanie estymowanym, zerowych warunkach początkowych obserwatora i niezerowych warunkach początkowych obiektu (z pkt 5):

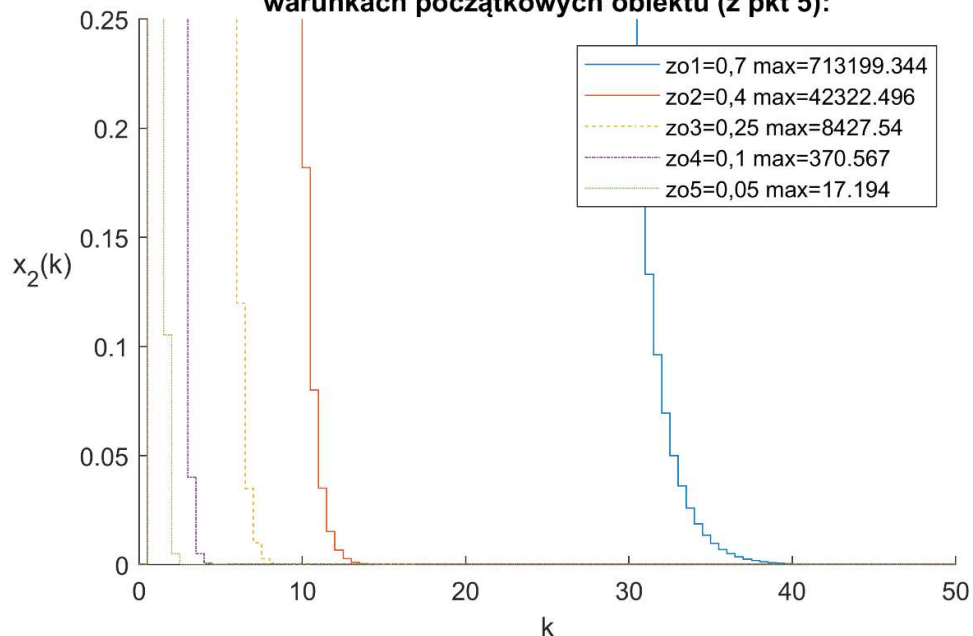


Przebieg zmiennej stanu $x_2(k)$ dla potrójnego bieguna regulatora $z_b = 0.005$ i potrójnego

bieguna obserwatora z_o wynoszącego kolejno $(7 \cdot 10^{-1}; 4 \cdot 10^{-1}; 2,5 \cdot 10^{-1}; 10^{-1}; 5 \cdot 10^{-2})$ przy $T=0.5s$, gdy regulator wykorzystuje estymowane zmienne stanu:

Przebieg zmiennej sterowania $x_2(k)$ dla obserwatora o biegunie potrójnym

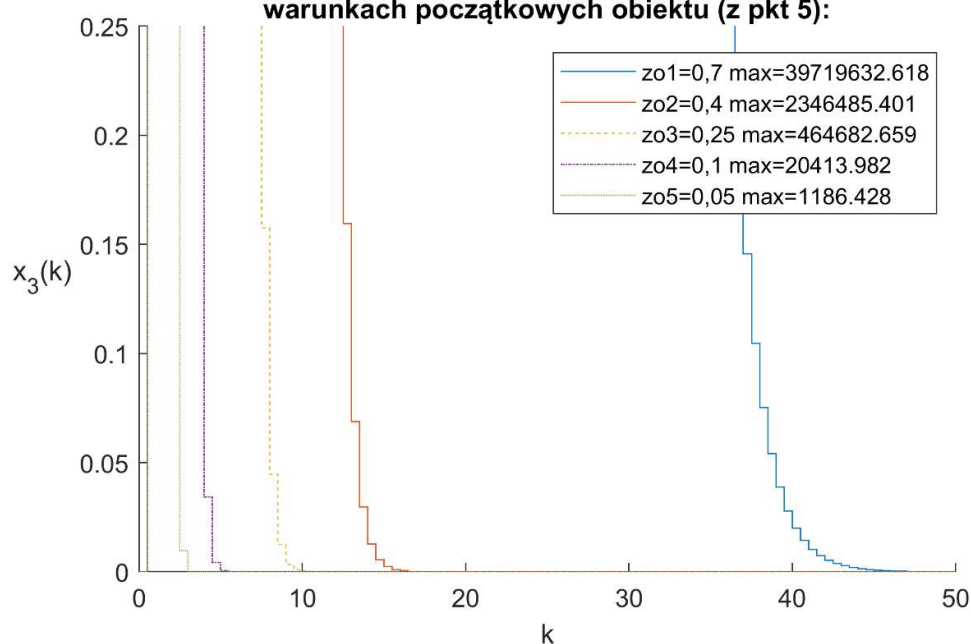
przy stanie estymowanym, zerowych warunkach początkowych obserwatora i niezerowych warunkach początkowych obiektu (z pkt 5):



Przebieg zmiennej stanu $x_3(k)$ dla potrójnego bieguna regulatora $z_b = 0.005$ i potrójnego bieguna obserwatora z_o wynoszącego kolejno $(7 \cdot 10^{-1}; 4 \cdot 10^{-1}; 2,5 \cdot 10^{-1}; 10^{-1}; 5 \cdot 10^{-2})$ przy $T=0.5s$, gdy regulator wykorzystuje estymowane zmienne stanu:

Przebieg zmiennej sterowania $x_3(k)$ dla obserwatora o biegunie potrójnym

przy stanie estymowanym, zerowych warunkach początkowych obserwatora i niezerowych warunkach początkowych obiektu (z pkt 5):



Im szybszy biegun tym mniejsze wartości szczytowe zmiennych oraz szybszy czas zbiegania do zera poszczególnych zmiennych. Charakter odpowiedzi zmiennych stanu i sterowania jest taki sam jak w przypadku, gdy regulator korzysta ze stanów mierzonych. Niestety im wolniejszy biegun obserwatora tym większa wartość szczytowa zmiennych estymowanych (zwiększa się ona wykładniczo).

Punkt dodatkowy:

Obserwator zredukowanego rzędu wykonamy dla wariantu drugiego, gdzie macierz $C = [1 \ 0 \ 0]$.

Równania obserwatora zredukowanego rzędu:

$$\begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y(k) \\ w(k) \end{bmatrix}$$

$$w(k) = \begin{bmatrix} \hat{x}_2(k) \\ \hat{x}_3(k) \end{bmatrix}$$

$$z(k+1) = (A_{22} - LA_{12})(z(k) + Ly(k)) + (A_{21} - LA_{11})y(k) + (B_2 - LB_1)u(k)$$

$$w(k) = z(k) + Ly(k)$$

$$A_{22} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_{21} = \begin{bmatrix} -a_1 \\ -a_0 \end{bmatrix}$$

$$A_{12} = [1 \ 0]$$

$$A_{11} = -a_2$$

$$B_1 = b_2$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_0 \end{bmatrix}$$

$$|zI - (A_{22} - LA_{12})| = 0$$

$$(z - z_o)^2 = 0$$

$$\det\left(\begin{bmatrix} z & 0 \\ 0 & z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}\right) = 0$$

$$\det \left(\begin{bmatrix} z + l_1 & -1 \\ l_2 & z \end{bmatrix} \right) = z^2 - 2zz_0 + z_0^2$$

$$z^2 + (l_1)z + l_2 = z^2 - 2zz_o + z_o^2$$

$$L = \begin{bmatrix} -2z_0 \\ z_0^2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} w(k) &= \begin{bmatrix} w_1(k) \\ w_2(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \widehat{x}_2(k) \\ \widehat{x}_3(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1(k) - 2z_o y(k) \\ z_2(k) + z_o^2 y(k) \end{bmatrix} \\ z(k+1) &= \left(\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \right) w(k) + \left(\begin{bmatrix} -a_1 \\ -a_0 \end{bmatrix} - (-a_2) \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix} \right) y(k) + \left(\begin{bmatrix} b_1 \\ b_0 \end{bmatrix} \right. \\ &\quad \left. - b_2 \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix} \right) u(k) \end{aligned}$$

$$z(k+1) = \begin{pmatrix} -l_1 & 1 \\ -l_2 & 0 \end{pmatrix} w(k) + \begin{pmatrix} -a_1 + a_2 l_1 \\ -a_0 + a_2 l_2 \end{pmatrix} y(k) + \begin{pmatrix} b_1 - b_2 l_1 \\ b_0 - b_2 l_2 \end{pmatrix} u(k)$$

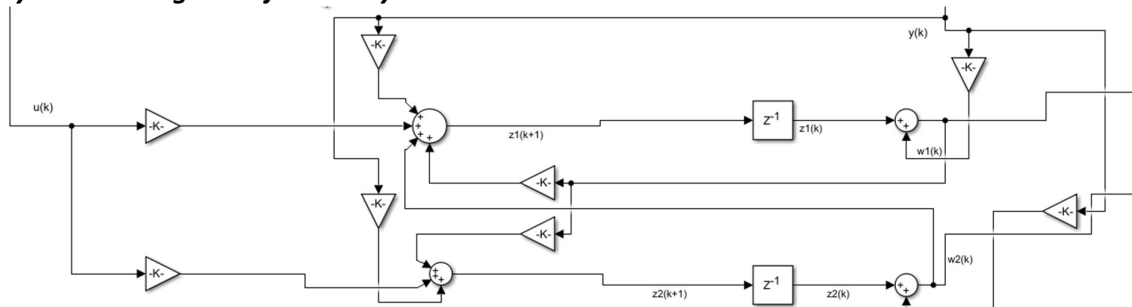
$$z_1(k+1) = -l_1 \widehat{x}_2(k) + \widehat{x}_3(k) + (-a_1 + a_2 l_1) y(k) + (b_1 - b_2 l_1) u(k)$$

$$z_2(k+1) = -l_2 \widehat{x}_2(k) + (-a_0 + a_2 l_2)y(k) + (b_0 - b_2 l_2)u(k)$$

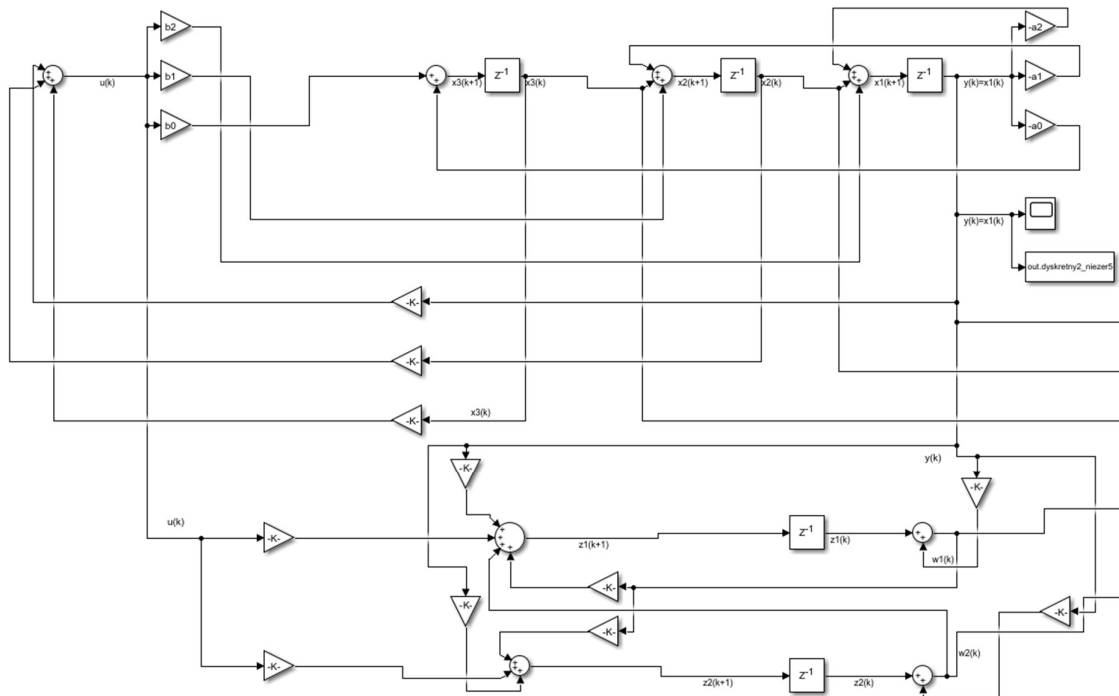
$$z_1(k+1) = 2z_0\widehat{x}_2(k) + \widehat{x}_3(k) + (-a_1 - 2a_2z_0)y(k) + (b_1 + 2b_2z_0)u(k)$$

$$z_2(k+1) = -z_0^2 \widehat{x_2^*}(k) + (-a_0 + a_2 z_0^2)y(k) + (b_0 - b_2 z_0^2)u(k)$$

Rysunek szczegółowej struktury obserwatora:



Rysunek symulowanego systemu (regulator korzysta z mierzonych, rzeczywistych zmiennych stanu):



Zakładamy, że zmienna $x_1(k)$ jest mierzona.

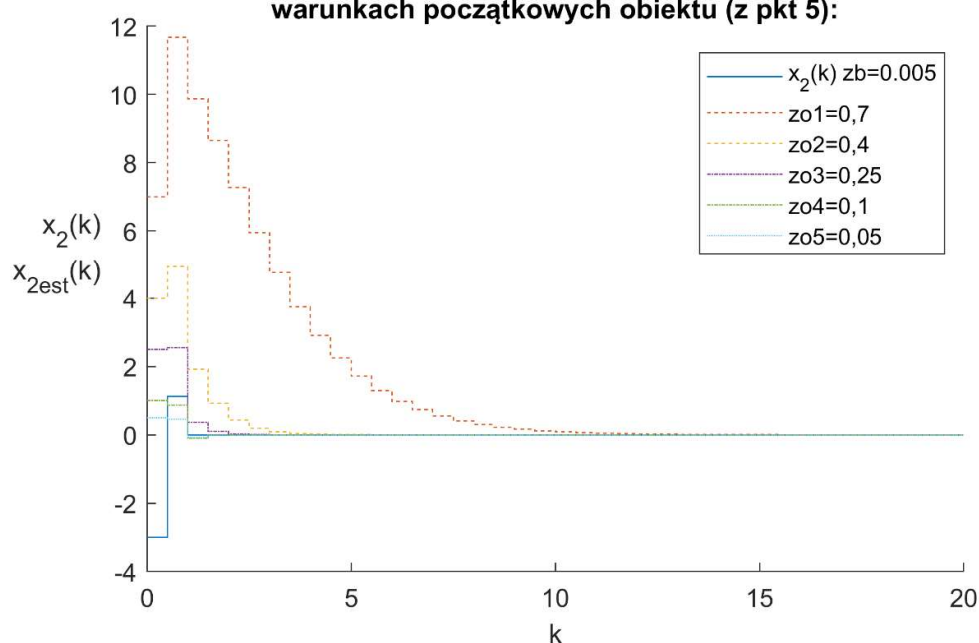
Zmienne stanu są mierzone:

Gdy regulator korzysta z mierzonych zmiennych stanu bieguny obserwatora nie mają wpływu na wartość sterowania oraz zmiennych stanu.

Przebieg rzeczywistej $x_2(k)$ i estymowanej zmiennej stanu $x_{2est}(k)$ dla potrójnego bieguna regulatora $z_b = 0.005$ i potrójnego bieguna obserwatora z_o wynoszącego

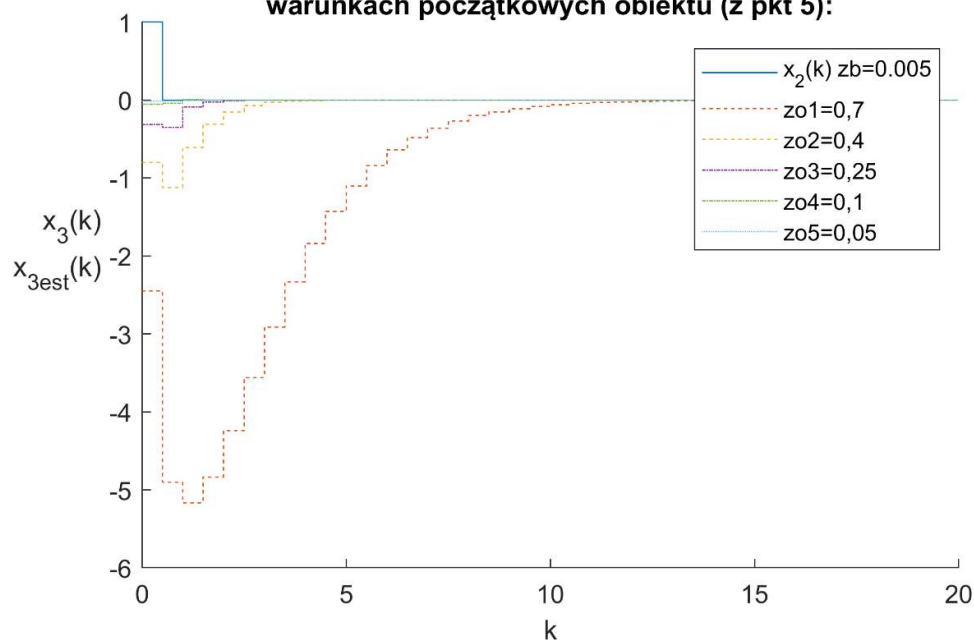
kolejno($7 \cdot 10^{-1}$; $4 \cdot 10^{-1}$; $2,5 \cdot 10^{-1}$; 10^{-1} ; $5 \cdot 10^{-2}$) przy $T=0.5s$:

Przebieg zmiennych stanu $x_2(k)$ i $x_{2est}(k)$ dla zredukowanego obserwatora o biegunie potrójnym przy stanie mierzonym, zerowych warunkach początkowych obserwatora i niezerowych warunkach początkowych obiektu (z pkt 5):



Przebieg rzeczywistej $x_3(k)$ i estymowanej zmiennej stanu $x_{3est}(k)$ dla potrójnego biegunu regulatora $z_b = 0.005$ i potrójnego biegunu obserwatora z_o wynoszącego kolejno($7 \cdot 10^{-1}$; $4 \cdot 10^{-1}$; $2,5 \cdot 10^{-1}$; 10^{-1} ; $5 \cdot 10^{-2}$) **przy $T=0.5s$:**

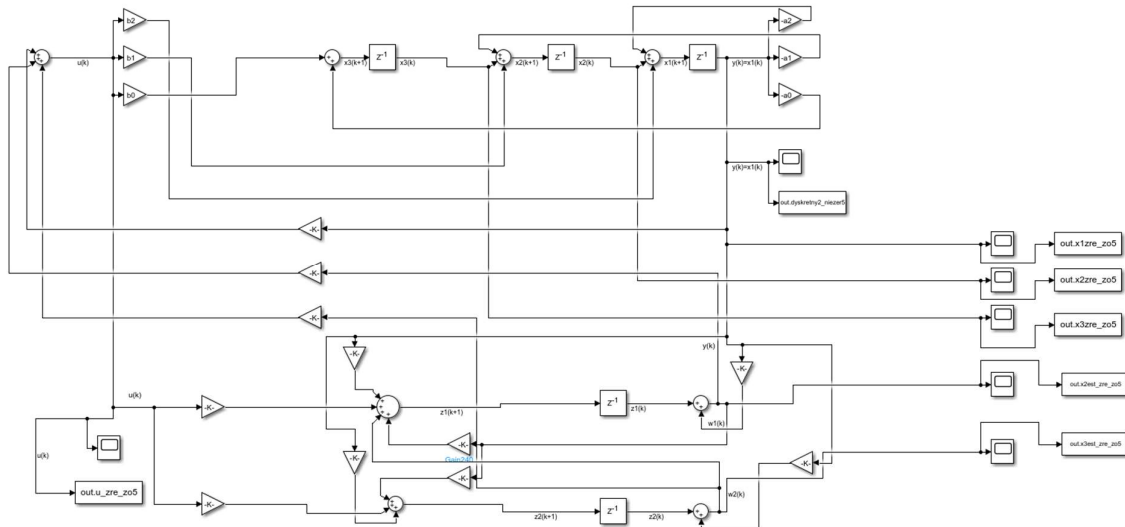
Przebieg zmiennych stanu $x_3(k)$ i $x_{3est}(k)$ dla zredukowanego obserwatora o biegunie potrójnym przy stanie mierzonym, zerowych warunkach początkowych obserwatora i niezerowych warunkach początkowych obiektu (z pkt 5):



Im szybszy biegun tym mniejsze wartości szczytowe (co do modułu) oraz szybsze zbieganie zmiennych stanu do zera.

Zmienne stanu $x_2(k)$ oraz $x_3(k)$ są estymowane:

Rysunek symulowanego systemu (regulator korzysta z estymowanych zmiennych stanu):

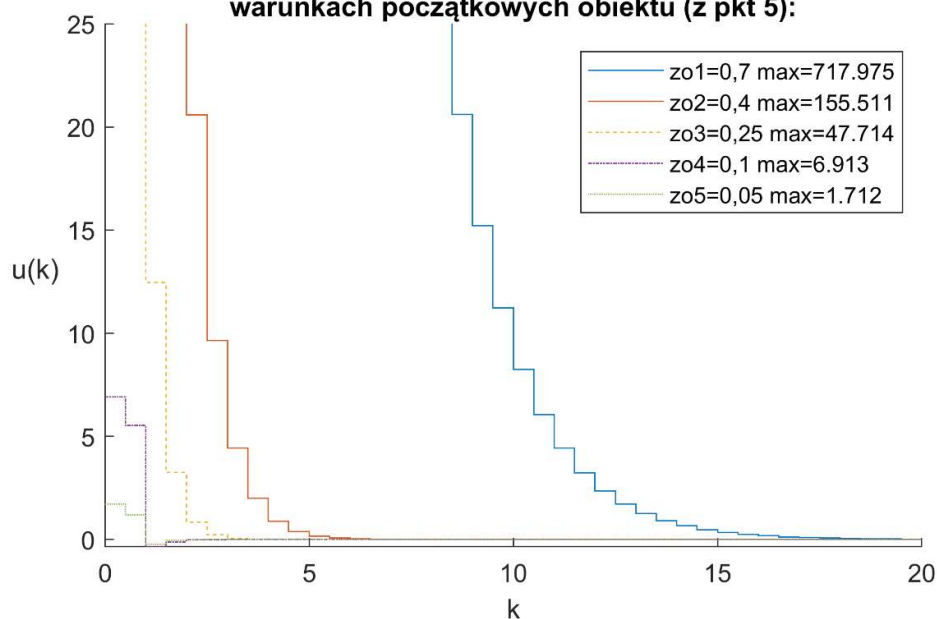


UWAGA!

Wykorzystano podobny sposób prezentacji danych jak w zadaniu 7 i 8 dla zmiennych $u(k)$ oraz $x_3(k)$ w celu przejrzystości prezentacji danych.

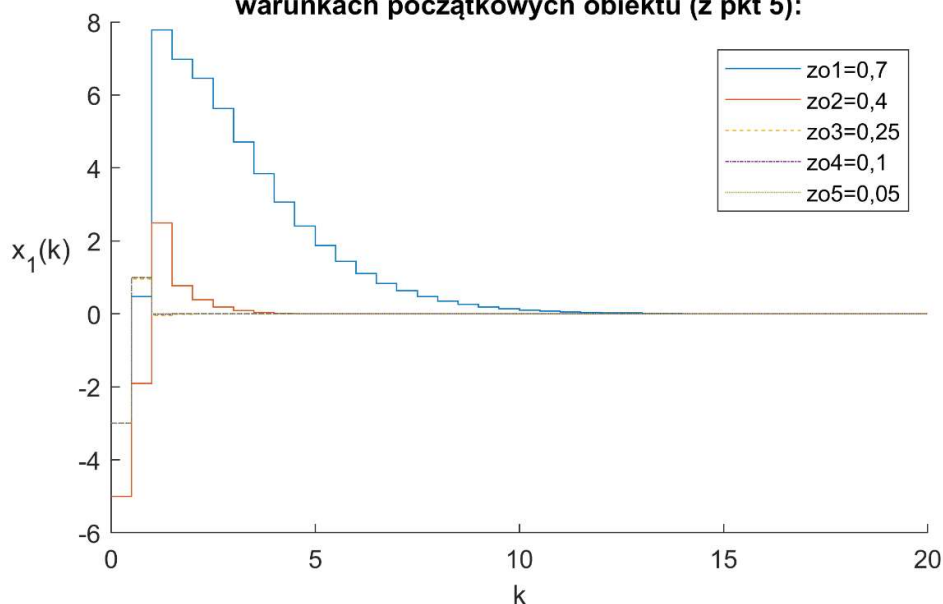
Przebieg zmiennej sterowania $u(k)$ dla potrójnego bieguna regulatora $z_b = 0.005$ i potrójnego bieguna obserwatora z_o wynoszącego kolejno $(7 \cdot 10^{-1}; 4 \cdot 10^{-1}; 2, 5 \cdot 10^{-1}; 10^{-1}; 5 \cdot 10^{-2})$ przy $T=0.5s$, gdy regulator wykorzystuje estymowane zmienne stanu:

Przebieg zmiennej sterowania $u(k)$ dla obserwatora zredukowanego o biegunie potrójnym przy stanie estymowanym, zerowych warunkach początkowych obserwatora i niezerowych warunkach początkowych obiektu (z pkt 5):



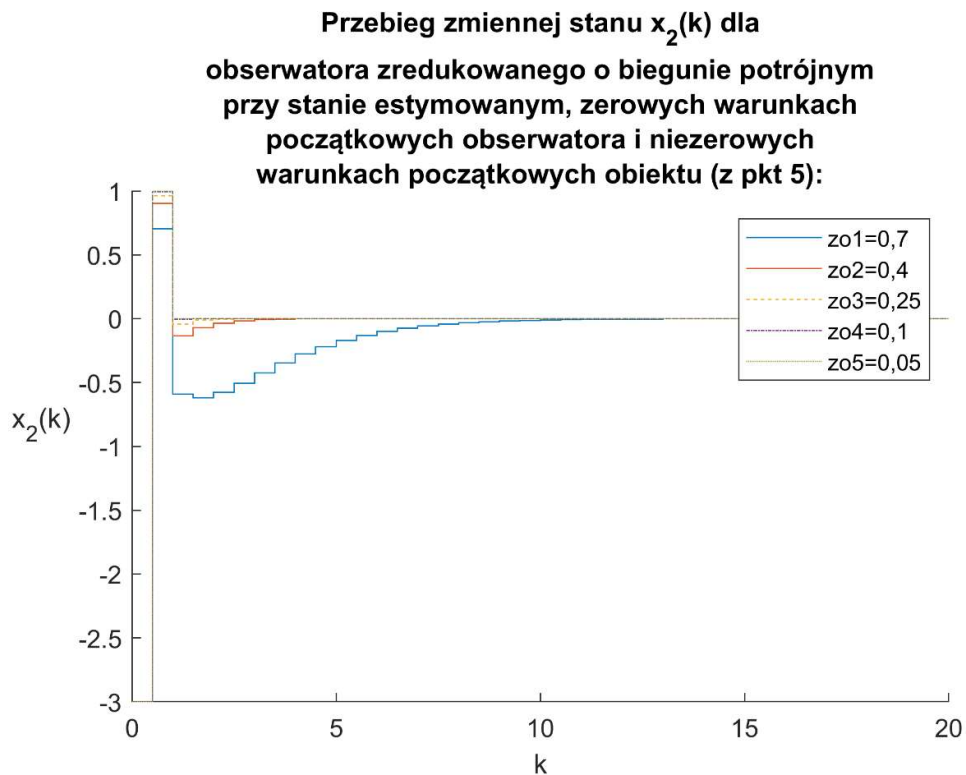
Przebieg zmiennej stanu $x_1(k)$ dla potrójnego bieguna regulatora $z_b = 0.005$ i potrójnego bieguna obserwatora z_o wynoszącego kolejno $(7 \cdot 10^{-1}; 4 \cdot 10^{-1}; 2,5 \cdot 10^{-1}; 10^{-1}; 5 \cdot 10^{-2})$ przy $T=0.5s$, gdy regulator wykorzystuje estymowane zmienne stanu:

Przebieg zmiennej stanu $x_1(k)$ dla obserwatora zredukowanego o biegunie potrójnym przy stanie estymowanym, zerowych warunkach początkowych obserwatora i niezerowych warunkach początkowych obiektu (z pkt 5):



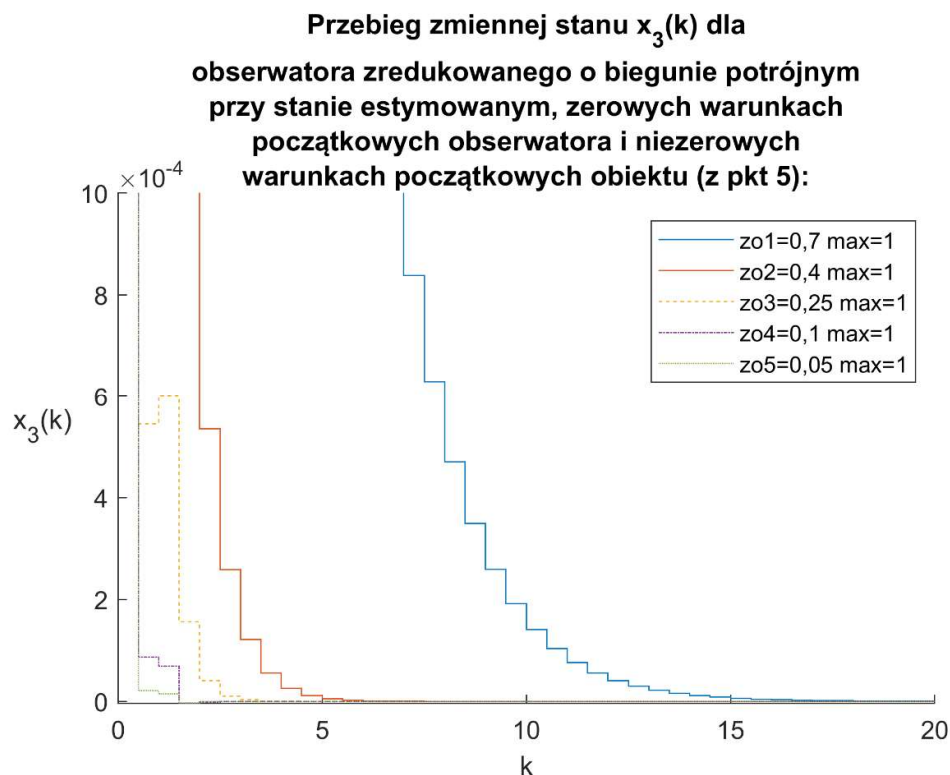
Przebieg zmiennej stanu $x_2(k)$ dla potrójnego bieguna regulatora $z_b = 0.005$ i potrójnego

bieguna obserwatora z_o wynoszącego kolejno $(7 \cdot 10^{-1}; 4 \cdot 10^{-1}; 2,5 \cdot 10^{-1}; 10^{-1}; 5 \cdot 10^{-2})$ przy $T=0.5s$, gdy regulator wykorzystuje estymowane zmienne stanu:

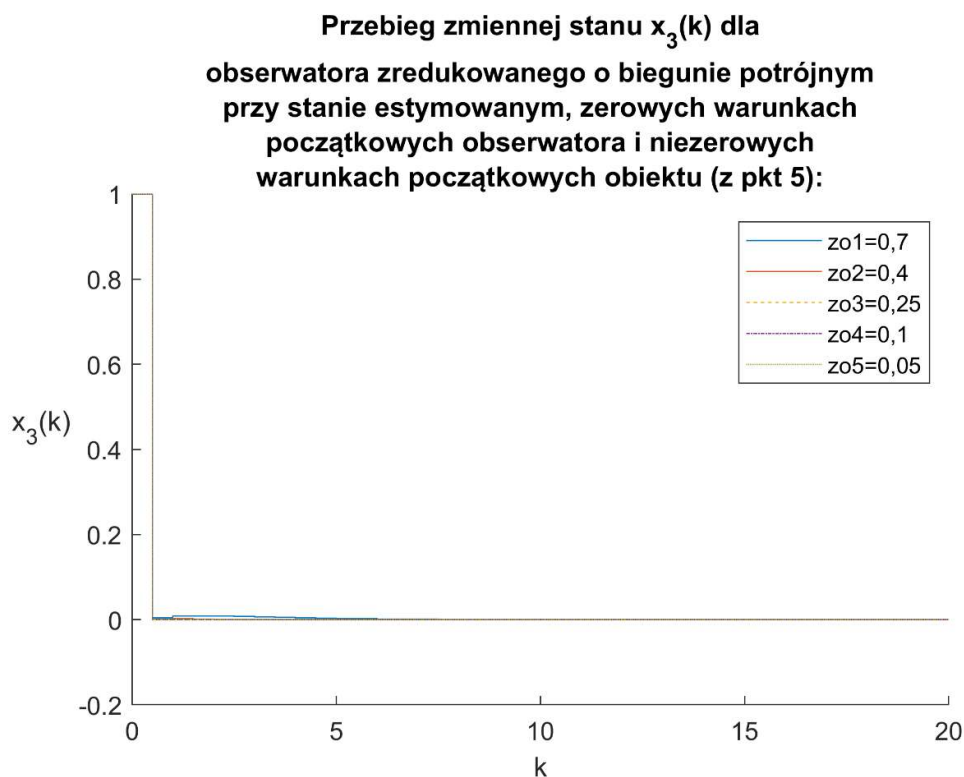


Przebieg zmiennej stanu $x_3(k)$ dla potrójnego bieguna regulatora $z_b = 0.005$ i potrójnego bieguna obserwatora z_o wynoszącego kolejno $(7 \cdot 10^{-1}; 4 \cdot 10^{-1}; 2,5 \cdot 10^{-1}; 10^{-1}; 5 \cdot 10^{-2})$

10^{-2}) przy $T=0.5s$, gdy regulator wykorzystuje estymowane zmienne stanu:



Dla wykresu $x_3(k)$ wszystkie przebiegi startują od jedynki:



Im szybszy biegun tym mniejsze wartości szczytowe oraz szybsze zbieganie zmiennych stanu oraz sterowania do zera. Co ciekawe, porównując powyższe odpowiedzi z odpowiedziami z

punktu nr 7,8, wygląda na to, że nawet jeżeli tylko jedna zmienna stanu jest mierzona, ma ona wielki wpływ na odpowiedzi zmiennych stanu i sterowania. Wartości szczytowe (również te dla części ujemnej) zmiennych stanu i sterowania dla obserwatora zredukowanego rzędu są znacznie niższe niż w przypadku obserwatora pełnego rzędu. Najlepszy efekt uzyskamy wtedy, gdy wszystkie zmienne stanu są mierzone. Warto również zauważyć, że obserwator zredukowanego rzędu jest szybszy od obserwatora pełnego rzędu.