

## 螞蟻最佳化演算法(ant colony optimization, ACO)

螞蟻最佳化演算法[1-3]是由 Colormi、Dorigo 與 Maniezzo 於 1991 年所發表，當初是用來解決旅行業務員(traveling salesman problem, TSP [3-7])的問題。TSP 問題定義為“一個銷售員拜訪  $n$  個城市，尋找一條路徑恰好可以通過所有的城市然後可以回到起點，而且這條路徑所需要的成本最小(總共路徑最短)”。

演算法的核心在於模仿螞蟻尋找食物的程序，螞蟻在尋找食物的時候，會沿途分泌一種被稱為費洛蒙(pheromone)的化學物質；而費洛蒙的氣味可以提供給其他螞蟻做為尋找食物會給自己回到巢穴的依據。針對來回走一趟取得食物路徑而言，長路徑需要較多時間來完成，而這意味著費洛蒙有較多的揮發時間；下一次當螞蟻在選擇路徑的時候，短路徑的費洛蒙濃度會比較高，因此會有較多的螞蟻會選擇短路徑；相對的，長路徑的費洛蒙濃度較低，有意願選擇此路徑的螞蟻就會比較少。

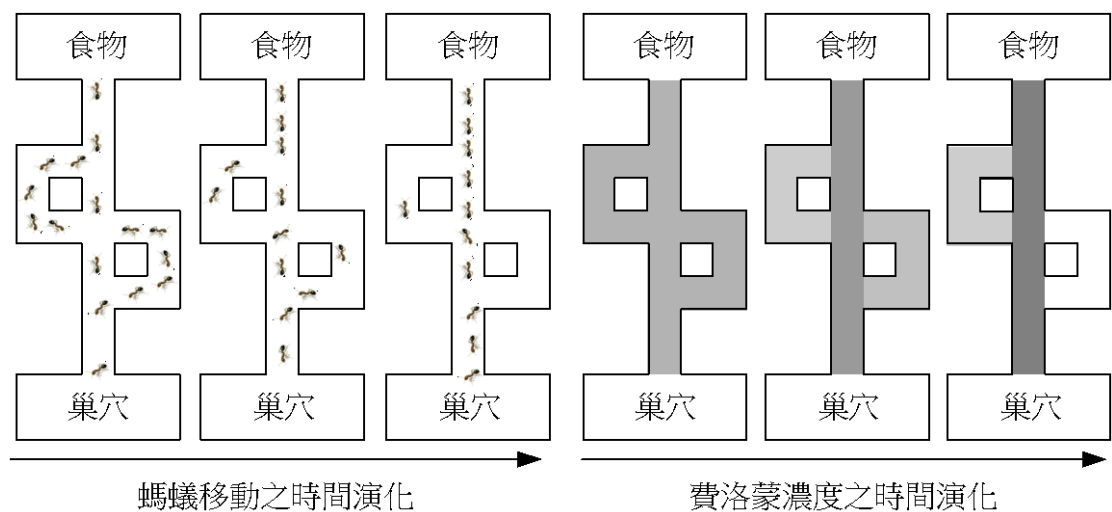


圖 1 螞蟻尋找巢穴與食物之間的最佳路徑

蟻群最佳化已經被證實運用在複雜的問題上可以有優異的效率，是否可以應用解決問題在於可否將問題轉換成路徑方式表示。而影響最大的是選擇路徑的機率計算方式與費洛蒙更新的方式。目前蟻群最佳化已被應用在旅行銷售員的問題(traveling salesman problem, TSP)[3-7]、工程排程問題(scheduling problem)[1]、運輸繞徑問題(vehicle routing problem)[8]、二次分派問題(quadratic assignment problem, QAP)[9]、網路路由問題(networks routing problem)[10]、漢米敦圖形辨識

問題(recognizing Hamiltonian graphs)[11]、圖形走覽(graph traversal)、連續性順序問題(sequential ordering problem, SOP)、著色問題(graph coloring problem)、頻道分配問題(frequency assignment problem, FAP)、最短母字串問題(shortest common supersequence problem, SCS)、一般分配問題(general assignment problem, GAP)、複合被包問題(multiple knapsack problem)問題等。

螞蟻在移動的過程中，會依照費洛蒙的濃度來決定行走的路徑。例如圖 2，原先螞蟻在蟻巢與食物之間行進，當有個障礙物出現在路徑上，螞蟻則有兩個路徑可以選擇，剛開始的時候，路徑被選擇的機率一致，所以兩條路徑都會有螞蟻經過，隨著時間的變遷，因為螞蟻能較快通過短的路徑，所以費洛蒙累積的濃度會比長的路徑來的高，後面的螞蟻逐漸被高濃度的費洛蒙所引導，選擇短路徑的螞蟻逐漸增多，也加速短路徑費洛蒙的累積，長路徑因為費洛蒙的揮發與螞蟻選擇此路徑逐漸減少，費洛蒙的濃度逐漸降低，最後螞蟻都選擇短路徑行進。

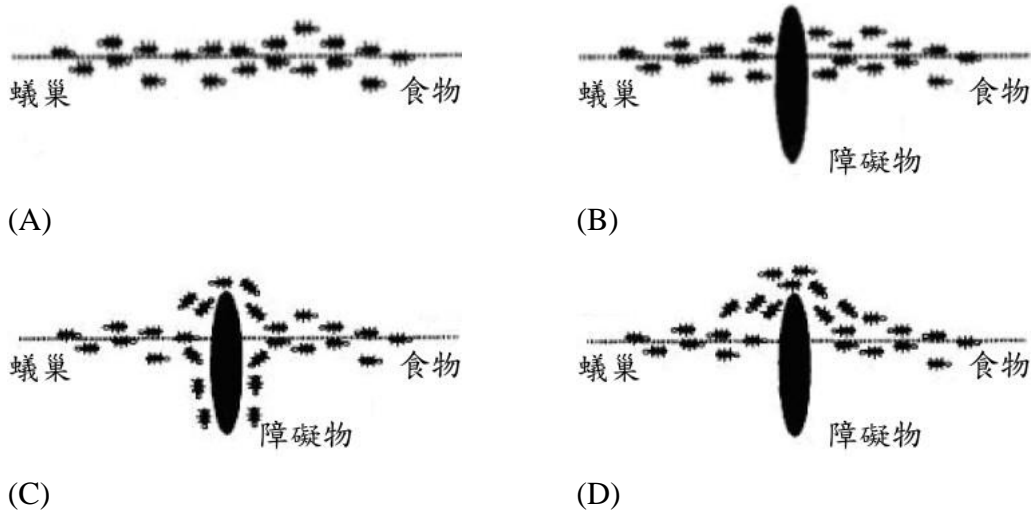


圖 2 自然界螞蟻的覓食行為圖

假定  $m$  隻螞蟻在行進的過程中，選擇下一個路徑的機率依照下列公式：

$$p_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{(\tau_{ij}(t))^\alpha \times (\eta_{ij})^\beta}{\sum_{u \in J_k(i)} (\tau_{iu}(t))^\alpha \times (\eta_{iu})^\beta} & , \text{if } j \in J_k(i) \\ 0 & , \text{otherwise} \end{cases} \quad (2)$$

$p_{ij}^k(t)$  是在  $t$  疊代時，第  $k$  隻螞蟻由節點  $i$  到節點  $j$  的機率。 $\tau_{ij}(t)$  是在  $t$  疊代時，節

點  $i$  到節點  $j$  之間的費洛蒙數量(濃度)。 $\eta_{ij}$  是節點  $i$  到節點  $j$  距離的倒數。 $J_k(i)$  是第  $k$  隻螞蟻在節點  $i$  時尚未走過節點的集合。 $\alpha$  是費洛蒙資訊之參數。 $\beta$  是距離倒數之參數。當螞蟻從節點  $i$  選擇下一個節點  $j$  時,  $(\tau_{ij}(t))^\alpha \times (\eta_{ij})^\beta$  的值愈大, 則路徑  $ij$  被選到的機率就會愈大。當每隻螞蟻選擇完所有的節點時, 即建構出一個解, 就要對路徑上的費洛蒙進行更新, 更新的公式如式(3)、(4):

$$\tau_{ij}(t) = (1 - \delta) \times \tau_{ij}(t) + \sum_{k=1}^m \Delta \tau_{ij}^k \quad (3)$$

$$\Delta \tau_{ij}^k = \begin{cases} \frac{Q}{L_k} & , \text{if } k\text{th ant uses edge } ij \text{ in its tour} \\ 0 & , \text{otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

$\delta$  是費洛蒙蒸發係數。 $Q$  是影響費洛蒙的參數。 $L_k$  為第  $k$  隻螞蟻所得到的解。每完成一次費洛蒙的更新則為完成一次疊代, 當產生的最佳解不再變動或是疊代到固定的次數後, 就結束蟻群最佳化演算法。

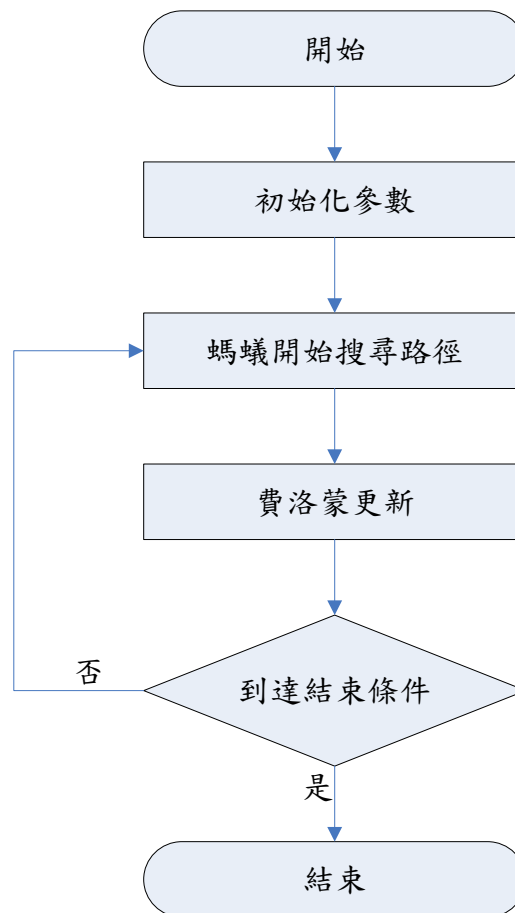


圖 3 蟻群最佳化流程圖

蟻群最佳化簡單的步驟如下：

- (1). 將問題轉換成路徑的方式表示。
- (2). 決定費洛蒙資訊之參數 $\alpha$ 、距離倒數之參數 $\beta$ 、費洛蒙蒸發係數 $\delta$ 、影響費洛蒙的參數 $Q$ 、螞蟻數量 $m$ ，設定起始迭代次數 $t=0$ 。
- (3). 螞蟻開始爬行，每隻螞蟻選擇路徑的機率依照公式(2)決定，一隻螞蟻爬行完所有的節點時，即建構出一個解。所有的螞蟻爬完所有的節點。
- (4). 所有路徑的費洛蒙濃度依照公式(3)、(4)更新。
- (5).  $t=t+1$ ，判斷是否達到終止條件，當產生的最佳解不再變動或達到設定之迭代次數，則完成尋找過程，若否則回到 Step 3 重複執行。
- (6). 得到最後的解。

#### 參考文獻

- [1] A. Colorni, M. Dorigo, and V. Maniezzo, "Distributed optimization by ant colonies," *Proceedings of the 1st European Conference on Artificial Life*, pp. 134-142, Paris, 1991.
- [2] M. Dorigo and C. Blum, "Ant colony optimization theory: A survey," *Theoretical Computer Science*, vol. 344, no. 2-3, pp. 243-278, Nov. 2005.
- [3] Gong Daoxiong and Ruan Xiaogang, "A hybrid approach of GA and ACO for TSP," *Proceedings of the World Congress on Intelligent Control and Automation (WCICA)*, vol. 3, pp. 2068-2072, Jun. 2004.
- [4] Jenn-Long Liu, "Rank-based ant colony optimization applied to dynamic traveling salesman problems," *Engineering Optimization*, vol. 37, no. 8, pp. 831-847, Dec, 2005.
- [5] Zuo Hong-Hao and Xiong Fan-Lun, "Novel ant colony algorithm based on local optima clustering and its application in Chinese traveling salesman problem," *Tongji Daxue Xuebao/Journal of Tongji University*, vol. 32, pp. 142-144, Oct, 2004.
- [6] Chekuri, Chandra and Pal, Martin, "An  $O(\log n)$  approximation ratio for the asymmetric traveling salesman path problem," *Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics)*, vol. 4110 LNCS, pp. 95-103, Aug, 2006.
- [7] Ausiello Giorgio, Bonifaci Vincenzo and Laura, Luigi, "The on-line asymmetric

traveling salesman problem,” *Lecture Notes in Computer Science*, vol. 3608, pp. 306-317, Aug, 2005.

- [8] B. Bullnheimer, R.F.Hartl and C. Strauss, “An improved ant system algorithm for vehicle routing problem,” *Sixth Viennese workshop on Optimal Control, Dynamic Games, Nonlinear Dynamics and Adaptive Systems*, Vienna (Austria), May. 1999.
- [9] Pour, Hamid Davoud and Nosraty, Mostafa, “Solving the facility and layout and location problem by ant-colony optimization-meta heuristic,” *International Journal of Production Research*, vol. 44, no. 23, pp. 5187-5196, Dec, 2006.
- [10] Sim, Kwang Mong and Sun, Weng Hong, “Ant colony optimization for routing and load-balancing: Survey and new directions,” *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics Part A: Systems and Humans*, vol. 33, no.5, pp. 560-572, Sep, 2003.
- [11] Lee Sang-Yong, Kim Eun-Kyoung and Yun, Hyo-Gun, “DNA computing adopting DNA coding method for Hamiltonian path problem,” *Proceedings of the International Conference on Artificial Intelligence IC-AI 2003*, vol. 1, pp. 154-157, 2003.