Beweis Ungleichung p. 25

~~...~~ $E\int |m_n(x) - m(x)|^2 P_X(dx)$

$$= E\Big[\int |m_n(x) - m(x)|^2 P_X(dx) \cdot \underbrace{(\mathbb{1}_{A_n^c} + \mathbb{1}_{A_n})}_{=1,\ \text{da } \mathbb{1}_{A_n^c \cup A_n} = \mathbb{1}_\Omega = 1}\Big]$$

da A_n^c, A_n disj. sind

$$\overset{\text{lin. EW}}{=} E\Big[\int |m_n(x) - m(x)|^2 P_X(dx)\, \mathbb{1}_{A_n^c}\Big]$$

$$+ E\Big[\int |m_n(x) - m(x)|^2 P_X(dx)\, \mathbb{1}_{A_n}\Big]$$

Eig auf A_n & Unabh von Fkt Ind. & $(Y_1, \dots, Y_n)$ (NACHFRAGEN) da nur ZV ~~/~~ drin ist

$\overset{}{=}$

$$E\Big[\int |m_n(x) - m(x)|^2 P_X(dx)\Big] \overset{\downarrow \text{Reregel Ew.}}{P(A_n^c)}$$

$$+ E\Big[\int |\hat{m}_n(x) - m(x)|^2 P_X(dx)\Big]$$

Jensen

$$\overset{\downarrow}{\leq} \quad E\Big[\int 2m_n(x)^2 + 2m(x)^2 P_X(dx)\Big] \cdot P(A_n^c)$$

$$+ E[\ ]$$

da $\|m\|_\infty < \beta_n$ (p. 24)

$=$

& da für c_0 groß gut

& n groß gut

$\hat{m}_n \leq \beta_n$

& damit nach def von m_n $m_n \leq \beta_n$ ist,

$$\leq E\Big[\int 2\beta_n^2 + 2\beta_n^2 P_X(dx)\Big] \cdot P(A_n^c) + E[\ ]$$

da $P(X \in supp(P_X)) = 1$ & der Term deterministisch ist

$$= 4\beta_n^2 \cdot P(A_n^c) + E[\ ]$$

$\square$