

POLITECHNIKA WARSZAWSKA  
WYDZIAŁ ELEKTRONIKI I TECHNIK INFORMACYJNYCH  
INSTYTUT MIKROELEKTRONIKI I OPTOELEKTRONIKI



Instrukcja do przedmiotu

*Projektowanie układów analogowych dla systemów VLSI*

WZMACNIACZ OPERACYJNY

mgr inż. Jakub Kopański

2 czerwca 2016

# Spis treści

<b>Spis rysunków</b> . . . . .	3
<b>1. Wstęp</b> . . . . .	4
<b>2. Projektowanie wzmacniacza operacyjnego</b> . . . . .	5
2.1. Schemat elektryczny projektowanego układu . . . . .	5
2.1.1. Punkt pracy . . . . .	5
2.1.2. Wejściowe napięcie wspólne . . . . .	6
2.1.3. Wejściowe napięcie różnicowe . . . . .	6
2.2. Charakterystyka częstotliwościowa wzmacniacza . . . . .	6
2.2.1. Zero w prawej płaszczyźnie . . . . .	7
2.2.2. Rozdzielanie biegunów . . . . .	8
2.2.3. Usuwanie zera . . . . .	10
<b>3. Projekt wzmacniacza operacyjnego</b> . . . . .	11

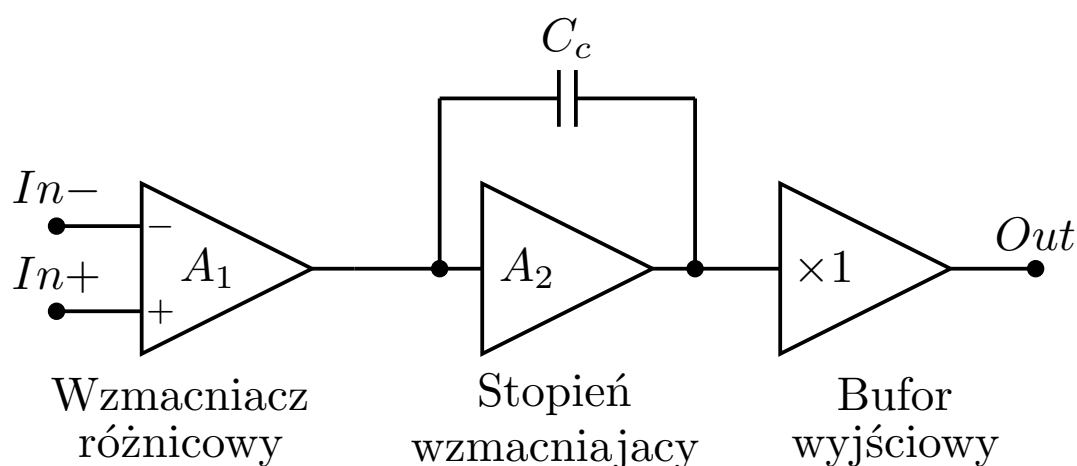
## Spis rysunków

1.1	Schemat poglądowy wzmacniacza operacyjnego. . . . .	4
2.1	Schemat elektryczny wzmacniacza operacyjnego. . . . .	5
2.2	Model małosygnałowy wzmacniacza operacyjnego. . . . .	6
2.3	Model małosygnałowy po zastosowaniu twierdzenia Millera. . . . .	7
2.4	Typowe przebiegi wzmocnienia. . . . .	9
2.5	Sposoby usuwania zera. . . . .	10

# 1. Wstęp

Wzmacniacze operacyjne są jednymi z podstawowych bloków wykorzystywanych do budowania bardziej złożonych układów. Ponieważ są tak powszechnymi elementami większych systemów, omówimy dokładnie ich działanie oraz zagadnienia związane z ich projektowaniem.

Wzmacniacz operacyjny przeznaczony jest do pracy w układzie sprzężenia zwrotnego. Dzięki temu o parametrach układu decydują wartości elementów, z których wykonano sprzężenie zwrotne, a nie bezwzględne parametry wzmacniacza operacyjnego. Takie rozwiązanie jest bardzo korzystne w realizacji scalonej, ponieważ parametry układu można ustalać poprzez zmianę stosunku wartości elementów sprzężenia.



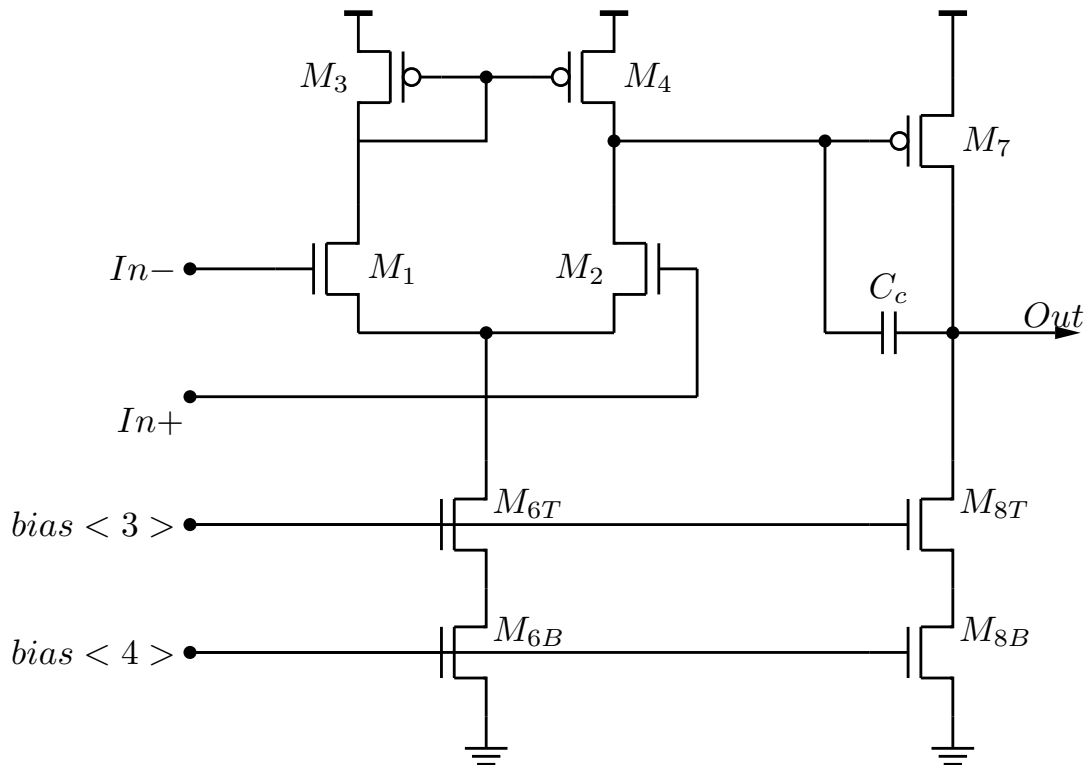
Rysunek 1.1: Schemat poglądowy wzmacniacza operacyjnego.

Ideowy schemat wzmacniacza operacyjnego zaprezentowano na rys. 1.1. Składa się on ze wzmacniacza różnicowego, stopnia wzmacniającego, kondensatora oraz bufora wyjściowego. Dzięki wzmacniaczowi różnicowemu mamy 2 wejścia. Do jednego będziemy podawać sygnał wejściowy, a do drugiego sygnał sprzężenia zwrotnego. Stopień wzmacniający zapewnia odpowiednio wysokie wzmocnienie całego toru. Kondensator  $C_c$  natomiast kształtuje charakterystykę częstotliwościową wzmacniacza, co będzie szerzej opisane w dalszej części instrukcji. Ostatnim elementem jest bufor wyjściowy. Zapewnia on małą rezystancję wyjściową wzmacniacza operacyjnego, dzięki czemu możliwe jest obciążanie wzmacniacza *małymi rezystancjami*.

W układach scalonych obciążenie rezystancyjne występuje bardzo rzadko. Typowo wzmacniacze operacyjne muszą wysterować obciążenie o charakterze pojemnościowym - bramkę tranzystora. W takim przypadku można zrezygnować z bufora wyjściowego. Tego typu wzmacniacz często nazywa się wzmacniaczem transkonduktancyjnym *OTA* (ang. *Operational Transconductance Amplifier*). Rezygnując z bufora wyjściowego, należy zwrócić uwagę na ewentualne problemy z maksymalną szybkością zmian napięcia na wyjściu (ang. *slew rate*), w szczególności gdy wartość pojemności obciążająca wzmacniacz jest duża. Ze względu na powszechność, z jaką używa się wzmacniaczy *OTA*, w układach scalonych często nazywa się je w skrócie wzmacniaczami operacyjnymi.

## 2. Projektowanie wzmacniacza operacyjnego

### 2.1. Schemat elektryczny projektowanego układu



Rysunek 2.1: Schemat elektryczny wzmacniacza operacyjnego.

Schemat układu, jaki będziemy projektować na zajęciach, zaprezentowano na rys. 2.1. Składa się on ze wzmacniacza różnicowego, który steruje wzmacniaczem o wspólnym źródle. Wzmocnienie układu w otwartej pętli dla niskich częstotliwości jest iloczynem wzmocnień poszczególnych stopni i wynosi:

$$A_{OLDC} = A_1 \times A_2 = \overbrace{g_{mn} \cdot (r_{dsn} || r_{dsp})}^{A_1} \times \overbrace{g_{mp} \cdot r_{dsp}}^{A_2} \quad (2.1)$$

#### 2.1.1. Punkt pracy

Węzły *bias<3>* i *bias<4>* pochodzą z bloku projektowanego na poprzednich zajęciach. Pary tranzystorów *M6* i *M8* tworzą źródła prądowe, które wymuszają przepływ prądu w poszczególnych gałęziach układu. Podczas pracy w ustalonym punkcie pracy zakładamy równość napięć wejściowych *In+* oraz *In-*. Prądy płynące przez tranzystory *M1* i *M2* są takie same, równe połowie prądu lustra złożonego z tranzystorów *M6*. Bramki tranzystorów *M3* i *M4* są zwarte, więc ich napięcia  $V_{GS}$  są takie same. Ponieważ prąd płynący przez oba tranzystory jest taki sam, napięcia  $V_{DS}$  obu tranzystorów muszą być takie same. Dlatego napięcie  $V_{GS}$  tranzystora *M7*, w drugim stopniu wzmacniacza, jest równe napięciu  $V_{GS}$

tranzystorów  $M3$  i  $M4$ . Takie połączenie zapewni dobrze ustalony punkt pracy wzmacniacza. Dzięki temu będzie można określić wartość parametrów małosygnałowych tranzystorów i parametry całego wzmacniacza.

### 2.1.2. Wejściowe napięcie wspólne

Gdy wzmacniacz operacyjny pracuje przy zamkniętej pętli ujemnego sprzężenia zwrotnego, napięcia na wejściach pary różnicowej są utrzymywane na tych samych (lub prawie tych samych) poziomach. Wartość średnia z napięć na obu wejściach wzmacniacza nazywana jest napięciem wspólnym (ang. *common-mode voltage*). Należy zastanowić się nad maksymalnym  $V_{CM_{max}}$  i minimalnym  $V_{CM_{min}}$  napięciem wspólnym, które zapewni, że tranzystory wzmacniacza różnicowego pozostaną w nasyceniu.

Aby tranzystory źródła prądowego pozostały w nasyceniu wartość niezbędnego napięcia wynosi  $2V_{DSsat}$ . Stąd minimalne napięcie wspólne wynosi:

$$V_{CM_{min}} = 2V_{DSsatn} + V_{GSn} \quad (2.2)$$

Górny limit napięcia wspólnego można obliczyć zauważając, że napięcia na drenach tranzystorów  $M_2$  i  $M_1$  są równe i wynoszą  $V_{DD} - V_{SGp}$ , dlatego możemy zapisać:

$$V_{DS} \geq V_{GS} - V_{THn} \rightarrow V_D \geq V_G - V_{THn} \rightarrow V_{CM_{max}} = V_{DD} - V_{SGp} + V_{THn} \quad (2.3)$$

### 2.1.3. Wejściowe napięcie różnicowe

Ponieważ prąd drenu tranzystora w zakresie nasycenia opisuje się równaniem:

$$i_D = \frac{\beta_n}{2}(v_{GS} - V_{THn}), \quad (2.4)$$

wejściowe napięcie różnicowe można przedstawić w postaci:

$$v_{DI} = \sqrt{\frac{2}{\beta_n}}(\sqrt{i_{D1}} - \sqrt{i_{D2}}). \quad (2.5)$$

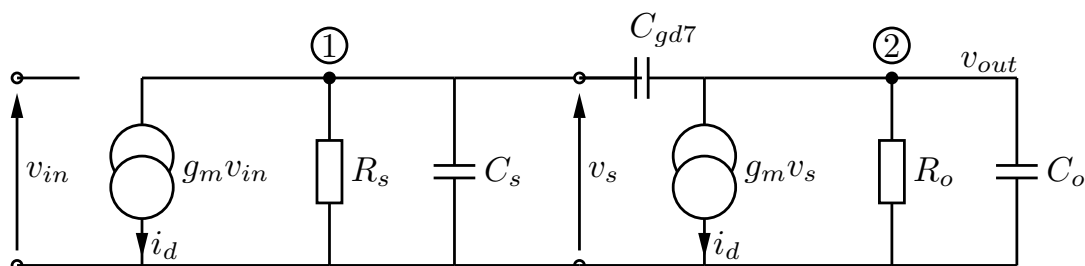
Maksymalne wejściowe napięcie różnicowe otrzymamy podstawiając prąd źródła prądowego  $I_{SS}$  zasilaającego parę różnicową pod prąd  $i_{D1}$  do (2.5) oraz zerując prąd  $i_{D2}$ . Otrzymamy wtedy:

$$v_{DI_{max}} = v_{I1} - v_{I2} = \sqrt{\frac{2 \cdot L \cdot I_{SS}}{K P_n \cdot W}} \quad (2.6)$$

Minimalne różnicowe napięcie wejściowe otrzymujemy poprzez podstawienie prądu  $I_{SS}$  pod  $i_{D2}$  i wyzerowanie  $i_{D1}$ .

$$v_{DI_{min}} = -v_{DI_{max}} = -\sqrt{\frac{2 \cdot L \cdot I_{SS}}{K P_n \cdot W}} \quad (2.7)$$

## 2.2. Charakterystyka częstotliwościowa wzmacniacza



Rysunek 2.2: Model małosygnałowy wzmacniacza operacyjnego.

Aby wyznaczyć charakterystykę częstotliwościową wzmacniacza posłużymy się modelem małosygnałowym widocznym na rys. 2.2. Wartości elementów schematu zastępczego wynoszą:

$$R_s = r_{dsn} || r_{dsp}$$

$$R_o = r_{dsp} || R_{ocasn}$$

$$g_{m1} = g_{mn}$$

$$g_{m2} = g_{mp}$$

$$C_s = C_{ds4} + C_{gd2}$$

$$C_o = C_L + C_{gd8} \approx C_L$$

Korzystając z twierdzenia Millera można rozdzielić pojemność  $C_{gd7}$  na dwie dołączone do węzłów 1 i 2. Wartości nowych pojemności wynoszą:

$$C_{MI} = C_{gd7}(1 + |A_2|), \quad (2.8)$$

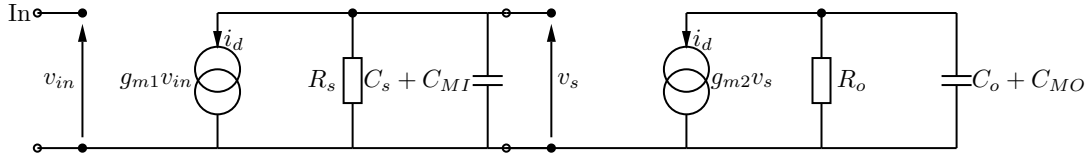
$$C_{MO} = C_{gd7}\left(1 + \frac{1}{|A_2|}\right). \quad (2.9)$$

$$(2.10)$$

Taki zabieg spowoduje, że w układzie będą 2 stałe czasowe związane z węzłami 1 i 2. Schemat elektryczny odpowiadającego modelu małosygnałowego pokazany jest na rys. 2.3. Częstotliwości graniczne związane z tymi stałymi czasowymi będą wynosić:

$$f_1 = \frac{1}{2\pi(C_{gs} + C_{gd7}(1 + |A_2|)) \cdot r_{ds2} || r_{ds4}} \quad (2.11)$$

$$f_2 = \frac{1}{2\pi(C_{gd8} + C_L + (1 + \frac{1}{|A_2|})C_{gd7}) \cdot r_{ds7} || R_{ocascn}} \quad (2.12)$$



Rysunek 2.3: Model małosygnałowy po zastosowaniu twierdzenia Millera.

Charakterystyka częstotliwościowa układu z rys. 2.3. ma postać:

$$A_v(f) = \frac{\overbrace{g_{mn} \cdot (r_{dsn} || r_{dsp})}^{A_1} \times \overbrace{g_{mp} \cdot r_{dsp}}^{A_2}}{(1 + j\frac{f}{f_1})(1 + j\frac{f}{f_2})} \quad (2.13)$$

### 2.2.1. Zero w prawej płaszczyźnie

Niestety model zaproponowany w rozdziale 2.2 nie jest całkowicie poprawny. Stosując twierdzenie Millera do wyznaczenia częstotliwości granicznych pomijamy zero w charakterystyce częstotliwościowej. Obserwując rys. 2.2. można zauważyć, że w przypadku granicznym (dla bardzo wysokich częstotliwości) pojemność  $C_{gd7}$  zwiera wejście z wyjściem drugiego stopnia wzmacniacza. Aby wyznaczyć dokładniejszą charakterystykę częstotliwościową nie możemy korzystać z twierdzenia Millera oraz schematu zastępczego z rys. 2.3.

W celu uproszczenia obliczeń potraktujemy węzeł 1 jako wejście rozważanego układu do wyznaczenia częstotliwości zera. Schemat zaprezentowano na rys. 2.2. Suma prądów w węźle wyjściowym wynosi:

$$\frac{v_{out} - v_s}{1/j\omega C_{gd7}} + \frac{v_{out}}{R_o || 1/j\omega C_o} + g_{m2} \cdot v_s = 0 \quad (2.14)$$

Wyznaczając wzmocnienie układu otrzymujemy równanie:

$$\frac{v_{out}}{v_s} = -g_{m2}R_o \cdot \frac{1 - j\omega \frac{C_{gd7}}{g_{m2}}}{1 + j\omega(C_{gd7} + C_o)R_o}, \quad (2.15)$$

skąd widzimy, że biegun jest taki sam jak w równaniu (2.12). Natomiast w liczniku transmitancji pojawiło się zero w prawej płaszczyźnie:

$$f_z = \frac{g_{m2}}{2\pi C_{gd7}} \quad (2.16)$$

Zero po prawej stronie układu współrzędnych ma taki sam wpływ na odpowiedź amplitudową jak zero po lewej stronie, ale inny wpływ na odpowiedź fazową. Zero w prawej płaszczyźnie wpływa na odpowiedź fazową tak samo jak biegun w lewej płaszczyźnie. Ta właściwość rodzi ważne konsekwencje przy projektowaniu wzmacniaczy, pracujących ze sprzężeniem zwrotnym. Dodatkowe przesunięcie fazy może spowodować, że sygnał z wyjścia będzie podany na wejście w fazie zgodnej z sygnałem wejściowym, powstanie zatem zamiast ujemnego - dodatnie sprzężenie zwrotne powodując niestabilność wzmacniacza.

### 2.2.2. Rozdzielanie biegunów

Użycie (2.12) do określenia położenia wyjściowego bieguna jest obarczone błędem. Wzmocnienie  $A_2$  maleje powyżej częstotliwości  $f_1$ , więc pojemność Millerowska  $C_{gd7}$  będzie mniejsza niż w równaniu 2.12, co spowoduje, że częstotliwość bieguna wyjściowego będzie znacznie wyższa niż  $f_2$ .

W celu opisanego tego efektu posłużymy się schematem z rys. 2.2. Wzmocnienie drugiego stopnia wzmacniacza jest opisane przez (2.15). Natomiast suma prądów wpływających do węzła 2 wynosi:

$$\frac{v_s}{R_s} + \frac{v_s}{1/j\omega C_s} + \frac{v_s - v_{out}}{1/j\omega C_{gd7}} - g_{m1}v_{in} = 0, \quad (2.17)$$

co pozwala wyznaczyć:

$$v_s = \frac{v_{out} \cdot j\omega C_{gd7} - g_{m1}v_{in}}{\frac{1}{R_s} + j\omega C_s + j\omega C_{gd7}}. \quad (2.18)$$

Podstawiając (2.18) do (2.15) możemy wyznaczyć wzmocnienie układu:

$$\frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{g_{m1}g_{m2}R_oR_s(1 - s\frac{C_{gd7}}{g_{m2}})}{s^2R_oR_s(C_{gd7}C_o + C_{gd7}C_s + C_oC_s) + s[R_o(C_{gd7} + C_o) + R_s(C_{gd7} + C_s) + g_{m2}R_oR_sC_{gd7}] + 1}. \quad (2.19)$$

Częstotliwość zera transmitancji układu określona jest przez (2.16). Ponieważ  $s^2$  jest małe, to dla niskich częstotliwości mianownik transmitancji (2.19) jest w przybliżeniu równy:

$$1 + j\omega[(C_{gd7} + C_o)R_o + (C_{gd7} + C_s)R_s + C_{gd7}g_{m2}R_oR_s], \quad (2.20)$$

więc częstotliwość odpowiedniego bieguna wynosi:

$$f_1 \approx \frac{1}{2\pi[(C_{gd7} + C_o)R_o + (C_{gd7} + C_s)R_s + C_{gd7}g_{m2}R_oR_s]}, \quad (2.21)$$

gdzie:  $A_v = g_{m2}R_o$ . Jeżeli pojemność millerowska  $C_{gd7}(1 + |A_v|)$  jest znacznie większa od pozostałych, to możemy przyjąć, że:

$$f_1 \approx \frac{1}{2\pi C_{gd7}(1 + |A_v|)R_s} \quad (2.22)$$

Żeby wyznaczyć położenie drugiego bieguna musimy wyciągnąć czynnik (2.20) z mianownika (2.19):

$$\left(1 + s[(C_{gd7} + C_o)R_o + (C_{gd7} + C_s)R_s + C_{gd7}g_{m2}R_oR_s]\right) \times \left(1 + \frac{s^2R_oR_s(C_{gd7}C_o + C_{gd7}C_s + C_oC_s)}{1 + s[(C_{gd7} + C_o)R_o + (C_{gd7} + C_s)R_s + C_{gd7}g_{m2}R_oR_s]}\right) \quad (2.23)$$



Otrzymujemy równanie w postaci:

$$(1 + j \cdot \frac{f}{f_1})(1 + j \cdot \frac{f}{f_2}) \quad (2.24)$$

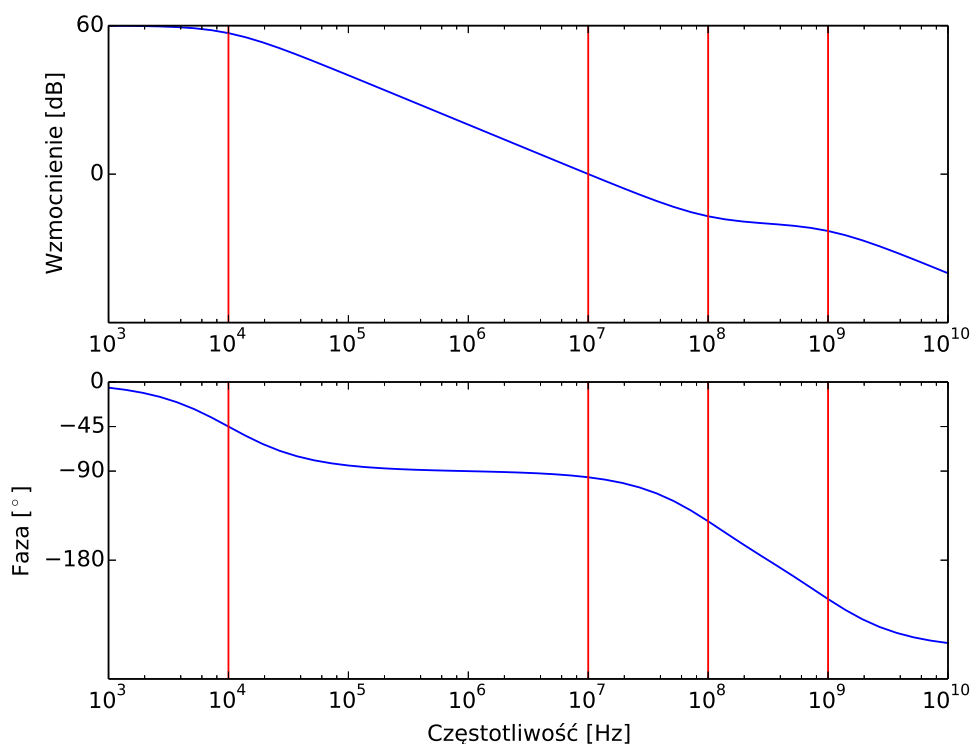
Dzieląc licznik i mianownik przez  $sR_oR_s$  otrzymujemy:

$$1 + j \cdot \frac{s(C_{gd7}C_o + C_{gd7}C_s + C_oC_s)}{1/sR_oR_s + [(C_{gd7} + C_o)/R_s + (C_{gd7} + C_s)/R_o + C_{gd7}g_{m2}]} \quad (2.25)$$

W praktycznych realizacjach wzmacniaczy możemy założyć:  $g_m \gg \frac{1}{r_o}$  (jeżeli tak nie jest, to *wzmocnienie własne* tranzystora  $g_m r_o$  jest zbyt małe, aby było możliwe zbudowanie na nim użytecznego wzmacniacza). Dlatego możemy zapisać:

$$f_2 \approx \frac{g_{m2}C_{gd7}}{2\pi(C_{gd7}C_o + C_{gd7}C_s + C_oC_s)} \quad (2.26)$$

Warto zauważyć, że jeżeli umieścimy dodatkową pojemność:  $C_c$  równolegle z pojemnością tranzystora  $C_{gd7}$  tak, że efektywna pojemność wyniesie  $C_c + C_{gd7}$ , to zgodnie z (2.20) częstotliwość bieguna  $f_1$  obniży się, natomiast częstotliwość  $f_2$  drugiego bieguna podwyższy się. Stąd nazwa rozdzielanie biegunów.



Rysunek 2.4: Typowe przebiegi wzmocnienia.

Częstą praktyką jest dodawanie pojemności  $C_c$  na tyle dużej, aby częstotliwość bieguna  $f_1$  była znacznie niższa, niż częstotliwość bieguna  $f_2$ . Mówimy wtedy, że biegun związany z częstotliwością  $f_1$  jest *biegunem dominującym*. W takim przypadku wzmocnienie możemy przybliżyć równaniem:

$$A_v(f) = \frac{V_{out}(f)}{V_{in}(f)} \approx \frac{g_{m1}R_s g_{m2}R_o}{1 + j \frac{f}{f_1}} = \frac{g_{m1}R_s g_{m2}R_o}{1 + j2\pi f \cdot g_{m2}R_s R_o C_c} \quad (2.27)$$

Otrzymujemy równanie w postaci:

$$A_V(f) = \frac{A_{DC}}{1 + j \frac{f}{f_{3dB}}} \quad (2.28)$$

co pozwala nam zapisać:

$$A_{DC} = g_{m1}R_s g_{m2}R_o \quad (2.29)$$

$$f_{3dB} = \frac{1}{2\pi g_{m2}R_s R_o C_c} \quad (2.30)$$

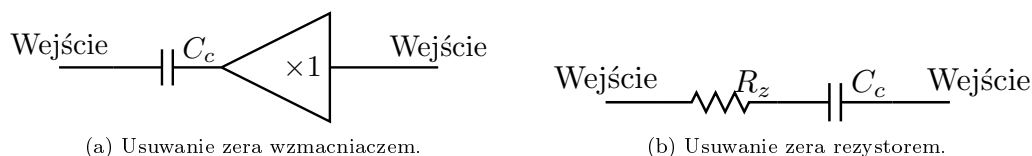
Dla częstotliwości znacznie większych niż częstotliwość, przy której wzmacnienie spada o 3 decybele, możemy przybliżyć transmitancję 2.27 poprzez:

$$A_v \approx \frac{g_{m1}}{2\pi f C_c}. \quad (2.31)$$

Możemy stąd uzyskać zależność na częstotliwość, przy której wzmacnienie jest równe 1:

$$f_{un} = \frac{g_{m1}}{2\pi C_c} \quad (2.32)$$

### 2.2.3. Usuwanie zera



Rysunek 2.5: Sposoby usuwania zera.

Z (2.16) i (2.32) widać, że jeżeli transkonduktancje obu tranzystorów są zbliżone, to częstotliwość zera oraz częstotliwość wzmacnienia jednostkowego mają zbliżone wartości. Jak zostało wspomniane w rozdziale 2.2.3, poprzez pojemność  $C_c$  może przechodzić sygnał z wejścia bezpośrednio na wyjście wzmacniacza. Jednocześnie zero w charakterystyce częstotliwościowej może spowodować, że wzmacnienie będzie większe od 1 przy braku odwracania fazy sygnału. Taka sytuacja może doprowadzić do niestabilności wzmacniacza. Żeby uniknąć takiej sytuacji możemy dodać wtórnik w sprzężeniu zwrotnym, jak na rys. 2.5a. Dzięki takiemu zabiegowi nadal otrzymamy efekt rozdzielania biegunów, ale nie będzie *drogi* z wejścia na wyjście wzmacniacza. Innym rozwiązaniem jest dodanie rezystora szeregowo z pojemnością sprzężenia zwrotnego  $C_c$ , który stłumi sygnały wysokoczęstotliwościowe. Dodanie rezystora podwyższa częstotliwość zera zgodnie z zależnością:

$$f_z = \frac{1}{2\pi C_c \frac{1}{g_m}} \xrightarrow{\text{z rezystorem}} f_z = \frac{1}{2\pi C_c (\frac{1}{g_m} - R_z)} \quad (2.33)$$

### 3. Projekt wzmacniacza operacyjnego

Na zajęciach należy zmodyfikować blok *opamp* z biblioteki *LIB3*. Dla projektowanego bloku przygotowane zostało środowisko testowe *opamp\_sim*. Najważniejsze mierzone parametry zebrane zostały w tabeli 3.1.

Przed rozpoczęciem projektowania wzmacniacza należy zamienić blok *bias\_hs\_sim* obecny w teście *opamp\_sim* na układ polaryzacji zaprojektowany na poprzednim laboratorium. Wystarczy zmienić nazwę biblioteki we właściwościach obiektu.

Celem ćwiczenia jest zaprojektowanie wzmacniacza operacyjnego tak, aby jego wzmocnienie w otwartej pętli wynosiło co najmniej  $80\text{ dB}$ . Należy zapewnić jego stabilność poprzez zapewnienie odpowiednio dużego marginesu fazy wynoszącego co najmniej  $55^\circ$ .

Całość należy zweryfikować poprzez analizę w narożnikach procesu oraz za pomocą analizy *Monte Carlo*, tak jak było to robione przy okazji ćwiczenia 2.

Tablica 3.1: Mierzone parametry wzmacniacza operacyjnego

Nazwa	Opis
<i>gain_dB</i>	Charakterystyka wzmocnienia
<i>phase</i>	Przebieg fazy wzmacniacza
<i>gain_dB_DC</i>	Wartość wzmocnienia dla niskich częstotliwości
<i>f_un</i>	Częstotliwość dla której wzmocnienie spada do 1
<i>gainBandwidthProd</i>	Iloczyn wzmocnienia i pasma wzmacniacza
<i>gainMargin</i>	Margines wzmocnienia
<i>phaseMargin</i>	Margines fazy
<i>bandwidth</i>	Pasmo ( $3\text{ dB}$ ) wzmacniacza
<i>slew_rate</i>	Szybkość narastania napięcia wyjściowego
<i>tset1%</i>	Czas po jakim napięcie wyjściowe ustawi się z dokładnością 1 %
<i>tset0.1%</i>	Czas po jakim napięcie wyjściowe ustawi się z dokładnością 0,1 %