

POLITECHNIKA WARSZAWSKA  
WYDZIAŁ ELEKTRONIKI I TECHNIK INFORMACYJNYCH  
INSTYTUT MIKROELEKTRONIKI I OPTOELEKTRONIKI



Instrukcja do przedmiotu

*Projektowanie układów analogowych dla systemów VLSI*

WZMACNIACZ OPERACYJNY

mgr inż. Jakub Kopański

1 lutego 2016

# Spis treści

<b>Spis rysunków</b>	3
<b>1. Wstęp</b>	4
<b>2. Projektowanie wzmacniacza operacyjnego</b>	5
2.1. Schemat elektryczny projektowanego układu	5
2.1.1. Punkt pracy	5
2.1.2. Wejściowe napięcie wspólne	6
2.1.3. Wejściowe napięcie różnicowe	6
2.2. Charakterystyka częstotliwościowa wzmacniacza	6
2.2.1. Zero w prawej płaszczyźnie	7
2.2.2. Rozdzielanie biegunów	8
2.2.3. Usuwanie zera	10

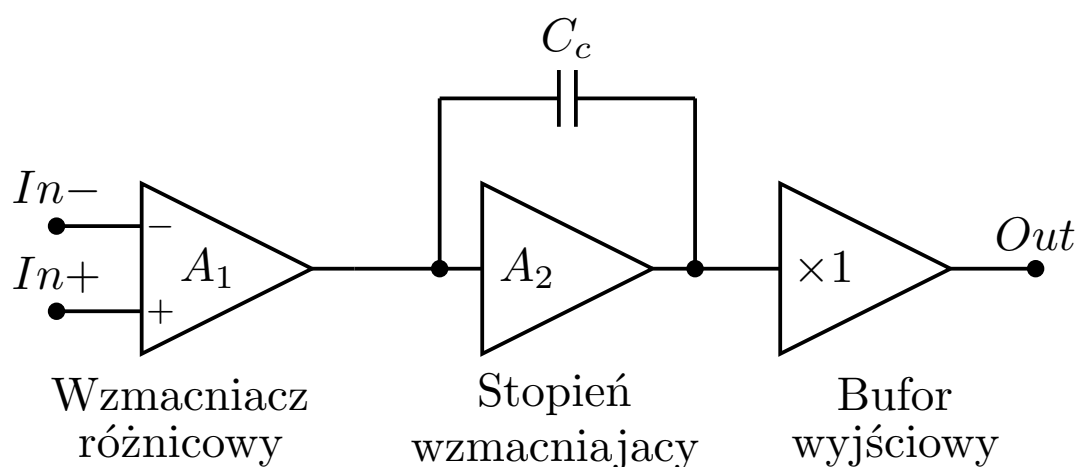
## Spis rysunków

1.1	Schemat poglądowy wzmacniacza operacyjnego. . . . .	4
2.1	Schemat elektryczny wzmacniacza operacyjnego. . . . .	5
2.2	Model małosygnałowy wzmacniacza operacyjnego. . . . .	6
2.3	Model małosygnałowy po zastosowaniu efektu Millera. . . . .	7
2.4	Typowe przebiegi wzmocnienia. . . . .	9
2.5	Sposoby usuwania zera. . . . .	10

# 1. Wstęp

Wzmacniacze operacyjne są jednymi z podstawowych bloków wykorzystywanych do budowania bardziej złożonych układów. Ponieważ są tak powszechnymi elementami większych systemów, omówimy dokładnie ich działanie oraz zagadnienia związane z ich projektowaniem.

Wzmacniacz operacyjny przeznaczony jest do pracy w układzie sprzężenia zwrotnego. Dzięki temu o parametrach układu decydują wartości elementów z których wykonano sprzężenie zwrotne, a nie bezwzględne parametry wzmacniacza operacyjnego. Takie rozwiązanie jest bardzo korzystne w realizacji scalonej ponieważ o parametrach układu można decydować stosunkiem wartości elementów sprzężenia.



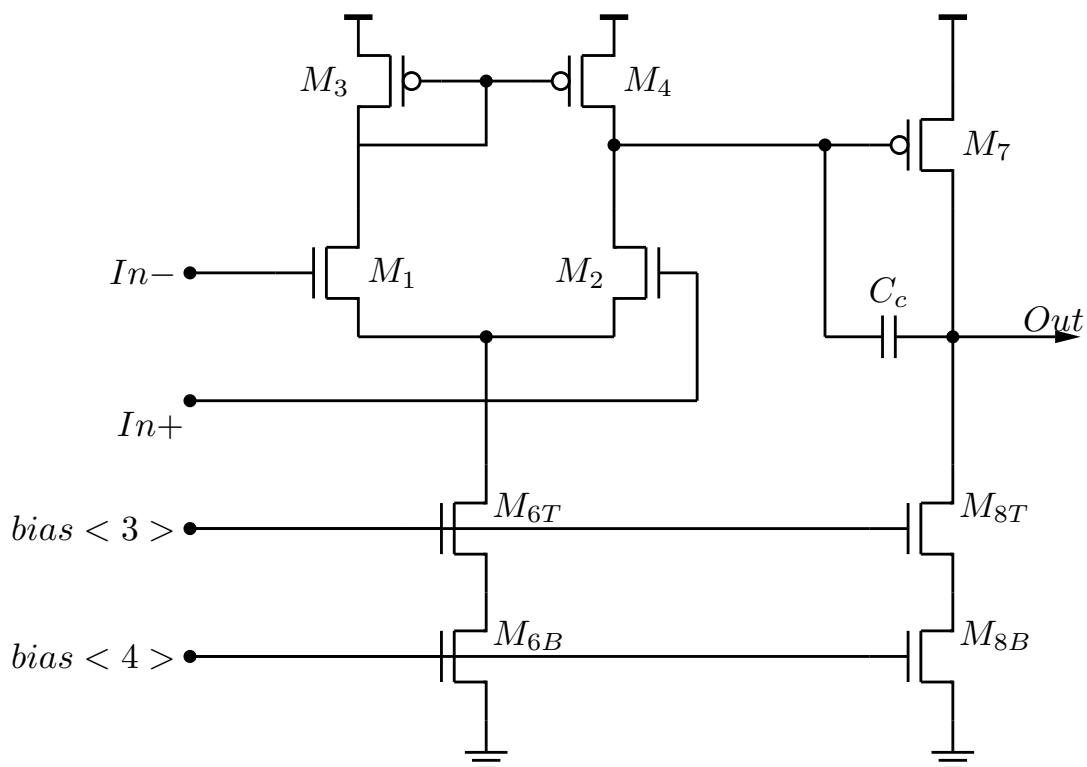
Rysunek 1.1: Schemat poglądowy wzmacniacza operacyjnego.

Ideowy schemat wzmacniacza operacyjnego zaprezentowano na rys. 1.1. Składa się on ze wzmacniacza różnicowego, stopnia wzmacniającego oraz bufora wyjściowego. Dzięki wzmacniaczowi różnicowemu mamy 2 wejścia wzmacniacza (do jednego będziemy podawać sygnał sprzężenia zwrotnego). Stopień wzmacniający zapewnia odpowiednio wysokie wzmocnienie całego toru oraz dzięki kondensatorowi  $C_c$  kształtuje charakterystykę częstotliwościową wzmacniacza, co będzie szerzej opisane w dalszej części instrukcji. Ostatnim elementem jest bufor wyjściowy. Zapewnia on małą rezystancję wyjściową wzmacniacza operacyjnego, dzięki czemu możliwe jest obciążanie wzmacniacza *małymi rezystancjami*.

W układach scalonych obciążenie rezystancyjne występuje bardzo rzadko. Typowo wzmacniacze operacyjne muszą wysterować obciążenie o charakterze pojemnościowym - bramkę tranzystora. W takim przypadku można zrezygnować z bufora wyjściowego. Tego typu wzmacniacz często nazywa się wzmacniaczem transkonduktancyjnym *OTA* (ang. *Operational Transconductance Amplifier*). Rezygnując z bufora wyjściowego, należy zwrócić także uwagę na ewentualne problemy ze *slew rate* w szczególności gdy wartość pojemności obciążająca wzmacniacz jest duża. Ze względu na powszechność z jaką używa się wzmacniaczy *OTA* w układach scalonych często nazywa się je wzmacniaczami operacyjnymi.

## 2. Projektowanie wzmacniacza operacyjnego

### 2.1. Schemat elektryczny projektowanego układu



Rysunek 2.1: Schemat elektryczny wzmacniacza operacyjnego.

Schemat układu jaki będziemy projektować na zajęciach zaprezentowano na rys. 2.1. Składa się ze wzmacniacza różnicowego który steruje wzmacniaczem o wspólnym źródle. Wzmocnienie układu w otwartej pętli, dla niskich częstotliwości jest iloczynem wzmocnień poszczególnych stopni i wynosi:

$$A_{OLDC} = A_1 \times A_2 = \overbrace{g_{mn} \cdot (r_{dsn} || r_{dsp})}^{A_1} \times \overbrace{g_{mp} \cdot r_{dsp}}^{A_2} \quad (2.1)$$

#### 2.1.1. Punkt pracy

Węzły *bias<3>* i *bias<4>* pochodzą z bloku projektowanego na poprzednich zajęciach. Pary tranzystorów  $M_6$  i  $M_8$  tworzą źródła prądowe, które wymuszają przepływ prądu w poszczególnych gałęziach układu. Przez tranzystory  $M_1$  i  $M_2$  płynie taki sam prąd, równy połowie prądu lustra złożonego z tranzystorów  $M_6$ . Bramki tranzystorów  $M_3$  i  $M_4$  są zwarte, więc ich napięcia  $V_{GS}$  są takie same. Ponieważ prąd płynący przez oba tranzystory jest taki sam, napięcia  $V_{DS}$  obu tranzystorów muszą być takie same. Dlatego napięcie  $V_{GS}$  tranzystora  $M_7$ , tworzącego wzmacniacz drugiego stopnia, jest równe

napięciu  $V_{GS}$  tranzystorów  $M3$  i  $M4$ . Takie połączenie zapewni dobrze ustalony punkt pracy wzmacniacza. Dzięki temu tranzystory będą posiadały znane parametry i możliwe będzie przewidzenie osiągnięć projektowanego wzmacniacza operacyjnego.

### 2.1.2. Wejściowe napięcie wspólne

Gdy wzmacniacz operacyjny pracuje przy zamkniętej pętli sprzężenia zwrotnego, napięcia na wejściach pary różnicowej są utrzymywane na tych samych (lub prawie tych samych) wartościach. Wartość średnia z napięć na obu wejściach wzmacniacza nazywana jest napięciem wspólnym (ang. *common-mode voltage*). Należy zastanowić się nad maksymalnym  $V_{CM_{max}}$  i minimalnym  $V_{CM_{min}}$  napięciem wspólnym które zapewni, że tranzystory wzmacniacza różnicowego pozostaną w nasyceniu.

Aby tranzystory źródła prądowego pozostały w nasyceniu niezbędne jest napięcie co najmniej  $2V_{DSsat}$ . Stąd minimalne napięcie wspólne wynosi:

$$V_{CM_{min}} = 2V_{DSsatn} + V_{GSn} \quad (2.2)$$

Górny limit napięcia wspólnego można obliczyć zauważając, że napięcie na drenie  $M_2$  i  $M_1$  jest równe i wynosi  $V_{DD} - V_{SGp}$ . Dlatego możemy zapisać:

$$V_{DS} \geq V_{GS} - V_{THn} \rightarrow V_D \geq V_G - V_{THn} \rightarrow V_{CM_{max}} = V_{DD} - V_{SGp} + V_{THn} \quad (2.3)$$

### 2.1.3. Wejściowe napięcie różnicowe

Ponieważ prąd drenu tranzystora w zakresie nasycenia opisuje się równaniem:

$$i_D = \frac{\beta_n}{2}(v_{GS} - V_{THn})^2, \quad (2.4)$$

wejściowe napięcie różnicowe można przedstawić w postaci:

$$v_{DI} = \sqrt{\frac{2}{\beta_n}}(\sqrt{i_{D1}} - \sqrt{i_{D2}}). \quad (2.5)$$

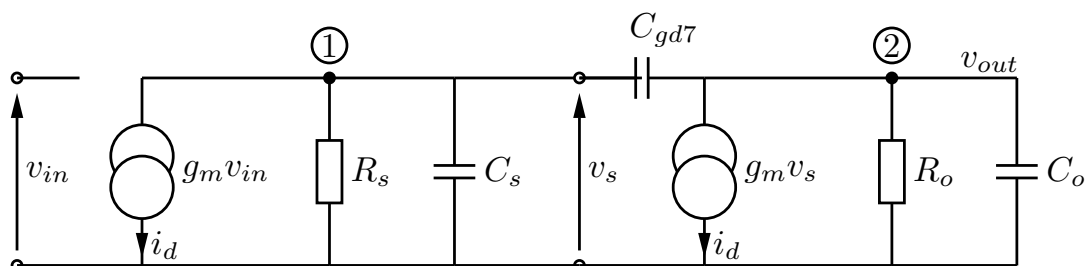
Maksymalne wejściowe napięcie różnicowe otrzymamy podstawiając prąd źródła prądowego  $I_{SS}$  płynącego w *ogonie* pary różnicowej za prąd  $i_{D1}$  do (2.5) oraz zerując prąd  $i_{D2}$ . Otrzymamy wtedy:

$$v_{DI_{max}} = v_{I1} - v_{I2} = \sqrt{\frac{2 \cdot L \cdot I_{SS}}{K P_n \cdot W}} \quad (2.6)$$

Minimalne różnicowe napięcie wejściowe otrzymujemy poprzez podstawienie prądu  $I_{SS}$  pod  $i_{D2}$  i wyzerowanie  $i_{D1}$ .

$$v_{DI_{min}} = -v_{DI_{max}} = -\sqrt{\frac{2 \cdot L \cdot I_{SS}}{K P_n \cdot W}} \quad (2.7)$$

## 2.2. Charakterystyka częstotliwościowa wzmacniacza



Rysunek 2.2: Model małosygnałowy wzmacniacza operacyjnego.

Aby wyznaczyć charakterystykę częstotliwościową wzmacniacza posłużymy się modelem małosygnałowym widocznym na rys. 2.2. Wartości elementów schematu zastępczego wynoszą:

$$R_s = r_{dsn} || r_{dsp}$$

$$R_o = r_{dsp} || R_{ocasn}$$

$$g_{m1} = g_{mn}$$

$$g_{m2} = g_{mp}$$

$$C_s = C_{ds4} + C_{gd2}$$

$$C_o = C_L + C_{gd8} \approx C_L$$

Korzystając z twierdzenia Millera można przenieść pojemność  $C_{gd7}$  na węzeł 1 i 2. Wartości nowych pojemności wynoszą:

$$C_{MI} = C_{gd7}(1 + |A_2|), \quad (2.8)$$

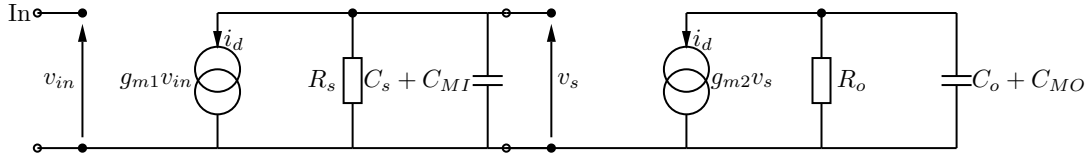
$$C_{MO} = C_{gd7}\left(1 + \frac{1}{|A_2|}\right). \quad (2.9)$$

$$(2.10)$$

Taki zabieg spowoduje, że w układzie będą 2 stałe czasowe związane z węzłami 1 i 2. Schemat elektryczny odpowiadającego modelu małosygnałowego pokazany jest na rys. 2.3. Częstotliwości graniczne związane z tymi stałymi czasowymi będą wynosić:

$$f_1 = \frac{1}{2\pi(C_{gs} + C_{gd7}(1 + |A_2|)) \cdot r_{ds2} || r_{ds4}} \quad (2.11)$$

$$f_2 = \frac{1}{2\pi(C_{gd8} + C_L + (1 + \frac{1}{|A_2|})C_{gd7}) \cdot r_{ds7} || R_{ocasn}} \quad (2.12)$$



Rysunek 2.3: Model małosygnałowy po zastosowaniu efektu Millera.

Charakterystyka częstotliwościowa układu z rys. 2.3. ma postać:

$$A_v(f) = \frac{\overbrace{g_{mn} \cdot (r_{dsn} || r_{dsp})}^{A_1} \times \overbrace{g_{mp} \cdot r_{dsp}}^{A_2}}{\left(1 + j\frac{f}{f_1}\right)\left(1 + j\frac{f}{f_2}\right)} \quad (2.13)$$

### 2.2.1. Zero w prawej płaszczyźnie

Niestety model zaproponowany w rozdziale 2.2 nie jest całkowicie poprawny. Stosując twierdzenie Millera, do wyznaczenia częstotliwości granicznych, pomijane jest zero w charakterystyce częstotliwościowej. Obserwując rys. 2.2. można zauważyć, że w przypadku granicznym (dla bardzo wysokich częstotliwości) pojemność  $C_{gd7}$  zwiera wejście z wyjściem drugiego stopnia wzmacniacza. Dlatego w celu wyznaczenia dokładniejszej charakterystyki częstotliwościowej nie możemy korzystać z twierdzenia Millera oraz schematu zastępczego z rys. 2.3.

W celu uproszczenia obliczeń potraktujemy węzeł 1 jako wejście rozważanego układu, do wyznaczenia częstotliwości zera. Schemat zaprezentowano na rys. 2.2. Suma prądów w węźle wyjściowym wynosi:

$$\frac{v_{out} - v_{in}}{1/j\omega C_{gd7}} + \frac{v_{out}}{R_o || 1/j\omega C_o} + g_{m2} \cdot v_{in} = 0 \quad (2.14)$$

Wyznaczając wzmocnienie układu otrzymujemy równanie:

$$\frac{v_{out}}{v_s} = -g_{m2}R_o \cdot \frac{1 - j\omega \frac{C_{gd7}}{g_{m2}}}{1 + j\omega(C_{gd7} + C_o)R_o}, \quad (2.15)$$

skąd widzimy, że biegun jest taki sam jak w równaniu (2.12). Natomiast w liczniku transmitancji pojawiło się zero w prawej płaszczyźnie:

$$f_z = \frac{g_{m2}}{2\pi C_{gd7}} \quad (2.16)$$

Zero po prawej stronie układu współrzędnych ma taki sam wpływ na odpowiedź amplitudową jak zero po lewej stronie, ale inny wpływ na odpowiedź fazową. Zero w prawej płaszczyźnie wpływa na odpowiedź fazową tak samo jak biegun w lewej płaszczyźnie. Ta właściwość rodzi ważne konsekwencje przy projektowaniu wzmacniaczy, pracujących przy sprzężeniu zwrotnym (ale nie tylko!). Wyjście wzmacniacza, przy dodatkowym przesunięciu fazy, podane jako sprzężenie zwrotne może zmienić jego charakter i zsumować się z sygnałem wejściowym (dodanie sprzężenia zwrotnego), powodując niestabilność wzmacniacza.

### 2.2.2. Rozdzielanie biegunów

Użycie (2.12) do określenia położenia wyjściowego bieguna jest obarczone błędem. Wzmocnienie  $A_2$  maleje powyżej częstotliwości  $f_1$ , więc pojemność Millerska  $C_{gd7}$  będzie mniejsza niż w równaniu 2.12, co spowoduje, że biegun wyjściowy będzie znajdował się na znacznie wyższej częstotliwości niż  $f_2$ .

W celu opisanego tego efektu posłużymy się schematem z rys. 2.2. Wzmocnienie drugiego stopnia wzmacniacza jest opisane przez (2.15). Natomiast suma prądów wpływających do węzła 2 wynosi:

$$\frac{v_s}{R_s} + \frac{v_s}{1/j\omega C_s} + \frac{v_s - v_{out}}{1/j\omega C_{gd7}} - g_{m1}v_{in} = 0, \quad (2.17)$$

co pozwala wyznaczyć:

$$v_s = \frac{v_{out} \cdot j\omega C_{gd7} - g_{m1}v_{in}}{\frac{1}{R_s} + j\omega C_s + j\omega C_{gd7}}. \quad (2.18)$$

Podstawiając (2.18) do (2.15) możemy wyznaczyć wzmocnienie układu:

$$\frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{g_{m1}g_{m2}R_oR_s(1 - s \frac{C_{gd7}}{g_{m2}})}{s^2R_oR_s(C_{gd7}C_o + C_{gd7}C_s + C_oC_s) + s[R_o(C_{gd7} + C_o) + R_s(C_{gd7} + C_s) + g_{m2}R_oR_sC_{gd7}] + 1}. \quad (2.19)$$

Zero transmitancji układu położone jest na częstotliwości określonej przez (2.16). Dla niskich częstotliwości mianownik transmitancji (2.19) jest w przybliżeniu (ponieważ  $s^2$  jest małe) równy:

$$1 + j\omega[(C_{gd7} + C_o)R_o + (C_{gd7} + C_s)R_s + C_{gd7}g_{m2}R_oR_s], \quad (2.20)$$

więc biegun na niskich częstotliwościach jest położony na częstotliwości:

$$f_1 \approx \frac{1}{2\pi[(C_{gd7} + C_o)R_o + (C_s + C_{gd7}(1 + |A_v|))R_s]}, \quad (2.21)$$

gdzie:  $A_v = g_{m2}R_o$ . Jeżeli pojemność millerska  $C_{gd7}(1 + |A_v|)$  jest znacznie większa od pozostałych, to możemy przyjąć, że:

$$f_1 \approx \frac{1}{2\pi C_{gd7}(1 + |A_v|)R_s} \quad (2.22)$$

Żeby wyznaczyć położenie drugiego bieguna musimy wyciągnąć czynnik (2.20) z mianownika (2.19):

$$\left(1 + s[(C_{gd7} + C_o)R_o + (C_{gd7} + C_s)R_s + C_{gd7}g_{m2}R_oR_s]\right) \times \left(1 + \frac{s^2R_oR_s(C_{gd7}C_o + C_{gd7}C_s + C_oC_s)}{1 + s[(C_{gd7} + C_o)R_o + (C_{gd7} + C_s)R_s + C_{gd7}g_{m2}R_oR_s]}\right) \quad (2.23)$$



Jest to równanie w postaci:

$$(1 + j \cdot \frac{f}{f_1})(1 + j \cdot \frac{f}{f_2}) \quad (2.24)$$

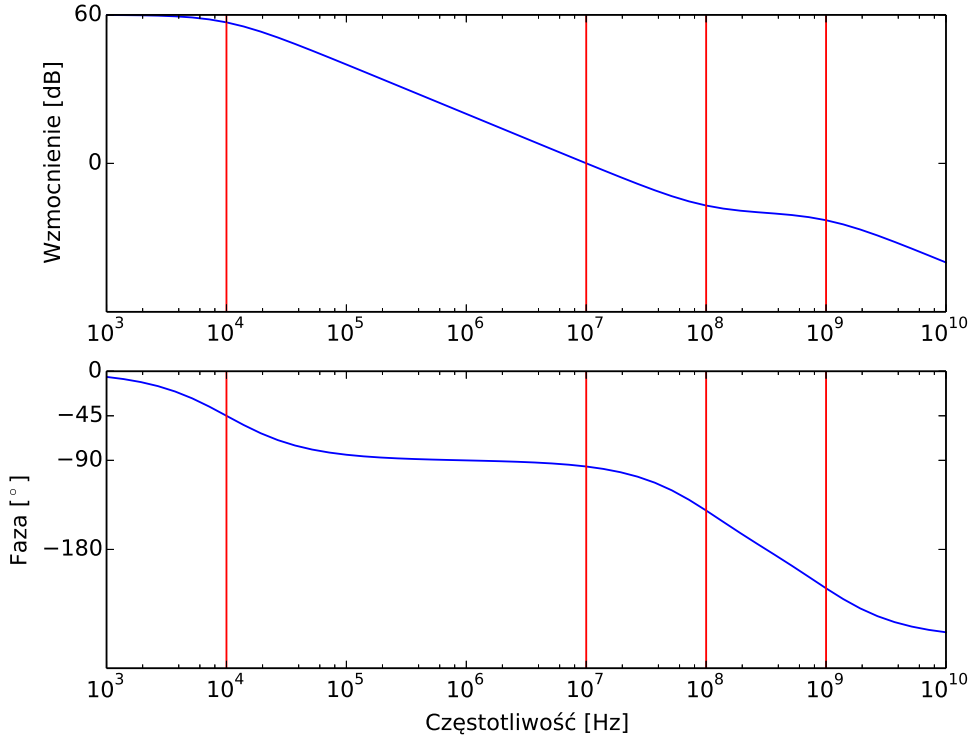
Dzieląc licznik i mianownik przez  $sR_oR_s$ , otrzymujemy:

$$1 + j \cdot \frac{s(C_{gd7}C_o + C_{gd7}C_s + C_oC_s)}{1/sR_oR_s + [(C_{gd7} + C_o)/R_s + (C_{gd7} + C_s)/R_o + C_{gd7}g_{m2}]} \quad (2.25)$$

W praktycznych realizacjach wzmacniaczy możemy założyć:  $g_m \gg \frac{1}{r_o}$  (jeżeli tak nie jest to *wzmocnienie własne* tranzystora  $g_m r_o$  jest zbyt małe aby było możliwe zbudowanie na nim użytecznego wzmacniacza). Dlatego możemy zapisać:

$$f_2 \approx \frac{g_{m2}C_{gd7}}{2\pi(C_{gd7}C_o + C_{gd7}C_s + C_oC_s)} \quad (2.26)$$

Warto zauważyć, że jeżeli umieścimy dodatkową pojemność:  $C_c$  równolegle z pojemnością tranzystora  $C_{gd7}$  tak, że efektywna pojemność wyniesie  $C_c + C_{gd7}$  to zgodnie z (2.20) biegun na niższej częstotliwości  $f_1$  przesunie się na jeszcze mniejszą częstotliwość. Natomiast biegun  $f_2$  znajdzie się na jeszcze wyższej częstotliwości. Stąd nazwa rozdzielanie biegunów.



Rysunek 2.4: Typowe przebiegi wzmocnienia.

Częstą praktyką jest dodawanie pojemności  $C_c$  na tyle dużej aby biegun  $f_1$  był położony na znacznie niższej częstotliwości niż zero czy biegun  $f_2$ . Mówimy wtedy, że biegun związany z częstotliwością  $f_1$  jest *biegunem dominującym*. W takim przypadku wzmocnienie możemy przybliżyć równaniem:

$$A_v(f) = \frac{V_{out}(f)}{V_{in}(f)} \approx \frac{g_{m1}R_s g_{m2}R_o}{1 + j \frac{f}{f_1}} = \frac{g_{m1}R_s g_{m2}R_o}{1 + j2\pi f \cdot g_{m2}R_s R_o C_c} \quad (2.27)$$

Jest to równanie w postaci:

$$A_V(f) = \frac{A_{DC}}{1 + j \frac{f}{f_{3dB}}} \quad (2.28)$$

co pozwala nam zapisać:

$$A_{DC} = g_{m1}R_s g_{m2}R_o \quad (2.29)$$

$$f_{3dB} = \frac{1}{2\pi g_{m2}R_s R_o C_c} \quad (2.30)$$

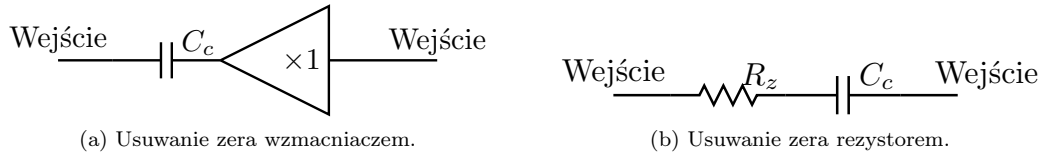
Dla częstotliwości znacznie większych niż częstotliwość 3 decybelowa, możemy przybliżyć transmittancję 2.27 poprzez:

$$A_v \approx \frac{g_{m1}}{2\pi f C_c}, \quad (2.31)$$

skąd możemy uzyskać zależność na częstotliwość przy której wzmacnieni jest równe 1:

$$f_{un} = \frac{g_{m1}}{2\pi C_c} \quad (2.32)$$

### 2.2.3. Usuwanie zera



Rysunek 2.5: Sposoby usuwania zera.

Z (2.16) i (2.32) widać, że jeżeli transkonduktancje obu tranzystorów są zbliżone to częstotliwość zera oraz częstotliwość wzmacnienia jednostkowego wypadają na takiej samej lub zbliżonej wartości. Jak zostało wspomniane w rozdziale 2.2.3 poprzez pojemność  $C_c$  może przechodzić sygnał z wejścia bezpośrednio na wyjście wzmacniacza. Jednocześnie zero w charakterystyce częstotliwościowej może spowodować, że wzmacnienie będzie większe od 1 przy braku odwracania fazy sygnału. Taka sytuacja może doprowadzić do niestabilności wzmacniacza. Żeby uniknąć takiej sytuacji możemy dodać wtórnik w sprzężeniu zwrotnym, jak na rys. 2.5a. Dzięki takiemu zabiegowi nadal otrzymamy efekt rozdzielania biegunów, ale nie będzie *drogi* z wejścia na wyjście wzmacniacza. Innym rozwiązaniem jest dodanie rezystora szeregowo z pojemnością sprzężenia zwrotnego  $C_c$ , aby stłumić sygnały wysokoczęstotliwościowe. Dodanie rezystora przesuwa zero na wyższą częstotliwość, zgodnie z zależnością:

$$f_z = \frac{1}{2\pi C_c \frac{1}{g_m}} \xrightarrow{\text{z rezystorem}} f_z = \frac{1}{2\pi C_c (\frac{1}{g_m} - R_z)} \quad (2.33)$$