Nombre:

Examen Parcial Economía Financiera

Instructor: Miguel Cantillo
19 de mayo del 2015.

Instrucciones: Tienes 120 minutos para completar este examen, que consiste de una sección de falso y verdadero, y un problema. Puedes (¿debes?) usar una calculadora y una hoja de apuntes por los dos lados. Enseña todo su trabajo: respuestas que sólo contengan frases escuetas y sin explicación recibirán muy poco crédito. **¡Buena Suerte!**

Parte I: Falso o Verdadero (40 puntos)

La parte de falso o verdadero contiene quince proposiciones. Decide si son verdaderas o falsas. *De ser falsas, explica porqué en un par de líneas.*

1. __________ Robin tiene una utilidad de la riqueza $u(w) = \sqrt{w}$ y tiene 0 riqueza inicial. Una lotería que paga 100 y 400 con un 50 % cada uno tiene un valor de certidumbre para Robin de 25. **Falso, tenemos $E[w] = 0{,}5 \times 100 + 0{,}5 \times 400 = 250$ $E[u(w)] = 0{,}5 \times 10 + 0{,}5 \times 20 = 15$. El valor de certidumbre es $w - \pi_i$ donde $u(w - \pi_i) = 15 \rightarrow w - \pi_i = 225$. $\pi_i = 25$.**

2. __________ Si hay n estados de la naturaleza y n instrumentos financieros complejos, el mercado está completo. **Falso solo si los n instrumentos financieros complejos son independientes.**

3. __________ Tony Chopper tiene una función de utilidad $u_1(w) = 2\sqrt{w+a}$ $a > 0$ y Sogeking tiene una utilidad $u_2(w) = 2\sqrt{w}$. Entonces los equivalentes de certidumbre de Tony Chopper serán más bajos que los de Sogeking ante una misma apuesta, y con la misma riqueza inicial. **Falso $u_i'(w) = (w+b)^{-\frac{1}{2}}$ y $u_i''(w) = -\frac{1}{2}(w+b)^{-\frac{3}{2}}$, por lo que $ARA_i = \frac{1}{2}\frac{(w+b)^{-\frac{3}{2}}}{(w+b)^{-\frac{1}{2}}} = \frac{1}{w+b}$. Concretamente $ARA_1 = \frac{1}{w+a} < \frac{1}{w} = ARA_2$, lo que significa que Chopper es globalmente menos averso al riesgo que Sogeking, y por lo tanto $\pi_{i1} < \pi_{i2}$, o lo que es lo mismo que $w - \pi_{i1} > w - \pi_{i2}$.**

4. __________ Las curvas de indiferencia de media y varianza son cóncavas para personas aversas al riesgo, ya que$u'' < 0$. **Falso, precisamente porque$u'' < 0$ las curvas de indiferencia son convexas. Se puede explicar esto intuitivamente si se quiere.**

5. __________ El concepto de Knight de incertidumbre es compatible con la herramienta de utilidades cardinales. **Falso, ya que en el esquema de Knight, la incertidumbre implica la inabilidad de poder asignar probabilidades a eventos.**

6. __________ En un mercado completo de una economía de intercambio, el equilibrio se puede encontrar sólo si los agentes concuerdan acerca de las probabilidades de los estados de la naturaleza. **Falso, vimos un ejemplo de un equilibrio con probabilidades subjetivas de los eventos.**

7. __________ El principio de separación de Fisher no aplica en mercados incompletos. **Verdadero.**

8. __________ Cualquier transformación $v(x) = f[u(x)]$ con $f' > 0$ preserva las propiedades de la utilidad cardinal original. Esto quiere decir que la utilidad $v(x)$ escogerá las mismas loterías que $u(x)$. **Falso, esto es cierto sólo para utilidades ordinales. Para utilidades cardinales, sólo transformaciones lineares son posibles.**

9. _________ Si $x \sim N(0,1)$ y $y \sim N(1,1)$ y la correlación entre x y y es del 100 %, entonces y (sencillamente) domina a x. **Verdadero, porque podemos escribir $y_s = 1 + x_s$.**

10. _________ Una oportunidad de arbitraje no tiene riesgo. **Verdadero.**

11. _________ En un mercado donde los agentes tienen una aversión absoluta al riesgo $ARA_i = 1/\sqrt{w_i}$, entonces no puede existir hay separabilidad de carteras. **Falso, no necesariamente. Aunque la función no es $HARA$, ya que $T(w) = \frac{1}{ARA(w)} = \sqrt{w}$, los rendimientos pueden ser estables, que es la otra condición suficiente.**

12. _________ Con utilidades cuadráticas $u(w) = w - \frac{b}{2}w^2$ y $b < 1/w$, donde $E(w) = \mu$ y $Var(w) = \sigma^2$, la curva de indiferencia entre media y varianza tiene una pendiente $\frac{d\mu}{d\sigma} = \frac{1-b\mu}{b}$. **Falso. Tenemos que la utilidad esperada es $V = \mu - \frac{b}{2}\left[\sigma^2 + \mu^2\right] \equiv k$ en una curva de indiferencia, por lo que $\frac{d\mu}{d\sigma} = -\frac{V_\sigma}{V_\mu} = \frac{b}{1-b\mu} > 0$**

13. _________ En un mercado completo con precios de los estados de la naturaleza de (0.20, 0.15, 0.25, 0.30) y probabilidades de esos estados de (0.25, 0.25, 0.25, 0.25), un proyecto que da los repagos de (2, 0, 1, 1) tiene una tasa de corte negativa porque actúa como un seguro. **Falso, el bien libre de riesgo tiene un precio de $0{,}20 + 0{,}15 + 0{,}25 + 0{,}30 = 0{,}90 = \frac{1}{1+r_r} \rightarrow r_f = 0{,}11$. En el caso de este proyecto, tiene un valor actual de $VA_i = 2 \times 0{,}20 + 1 \times 0{,}25 + 1 \times 0{,}30 = 0{,}95$. El proyecto tiene un flujo de caja esperado de $E[FC_i] = 2 \times 0{,}25 + 1 \times 0{,}25 + 1 \times 0{,}25 = 1$, por lo que $1 + E(r_i) = \frac{1}{0{,}95} \rightarrow E(r_i) = 0{,}0526 < r_f$. Aunque es un proyecto que actúa como un seguro, no necesariamente tiene una tasa de corte negativa.**

14. _________ De acuerdo a la paradoja de los votantes de Arrow, es posible que con tres o más objetos de escogencia, una regla de mayoría viole el principio de transitividad. **Verdadero.**

15. _________ Para la demostración del teorema Modigliani Miller en una economía Arrow Debreu con mercados completos, puede haber quiebra, siempre que no sea costosa. **Verdadero.**

16. _________ Nami puede escoger entre la lotería A que paga 200 c.p. 0.25, 400 c.p. 0.50 y 800 c.p. 0.25. La lotería B paga 200 c.p. 1/3 y 800 c.p. 2/3. Como Nami tiene una función de utilidad $u(w) = -\frac{800}{w}$ y no tiene riqueza inicial, escogerá la lotería A. **Falso.** $E[u(l_a)] = -\frac{800}{200} \times 0{,}25 - \frac{800}{400} \times 0{,}5 - \frac{800}{800} \times 0{,}25 = -1 - 1 - 0{,}25 = -2{,}25$. **Además tenemos** $E[u(l_b)] = -\frac{800}{200} \times \frac{1}{3} - \frac{800}{800} \times \frac{2}{3} = -\frac{4}{3} - \frac{2}{3} = -2$**. Entonces** $E[u(l_b)] > E[u(l_a)]$

17. _________ En un mercado completo de una economía de intercambio, el equilibrio competitivo es Pareto óptimo. **Falso (pero muy cerca de ser verdadero), si hay curvas de indiferencia convexas y competencia perfecta.**

18. _________ Existe una lotería A que paga 1 c.p. 0.2, 2 c.p. 0.6 y 3 c.p. 0.2, y una lotería B que paga 0 c.p. 0.1, 2 c.p. 0.8, y 4 c.p. 0.1. Entonces, todas la personas aversas al riesgo prefieren B sobre A. ***Falso. Es al revés. Veamos de la forma más difícil***

19. _________ Frankie tiene una utilidad de la riqueza $u(w) = min(w, k)$ para $k > 0$. Esto quiere decir que Frankie es neutro al riesgo. **Falso. En la región de loterías $0 \leq w < k$ efectivamente es neutro al riesgo, pero más globalmente es averso al riesgo.**

Cuadro 1: Probabilidades 1(f) y 2(g)

t	*0*	*1*	*2*	*3*	*4*
$f(t)$	***0.0***	***0.2***	***0.6***	***0.2***	***0.0***
$g(t)$	***0.1***	***0.0***	***0.8***	***0.0***	***0.1***
$F(t)$	***0.0***	***0.2***	***0.8***	***1.0***	***1.0***
$G(t)$	***0.1***	***0.1***	***0.9***	***0.9***	***1.0***
$F(t) - G(t)$	***-0.1***	***0.1***	***-0.1***	***0.1***	***0.0***
$\int_0^t [F(x) - G(x)]dx$		***-0.1***	***0.0***	***-0.1***	***0.0***

20. __________ Las probabilidades neutras al riesgo son simplemente los precios de los estados puros multiplicados por $(1 + r_f)$, donde $1 + r_f$ es el rendimiento de un título financiero libre de riesgo. **Verdadero, ya que** $\sum_{s \epsilon S} p_s = \frac{1}{(1+r_f)}$ **y** $\widetilde{\pi}_s \equiv \frac{p_s}{\sum_{s \epsilon S} p_s} = p_s(1 + r_f)$**.**

Nombre:
Número Carné:

Parte II: Problemas (60 puntos)

Instrucciones: La segunda parte consta de dos problemas, **de los cuales deberá contestar** 1.

Problema 1 (60 puntos)

1. Sabo tiene una función de utilidad de $u(w) = -e^{-w}$.

   a) (5 puntos) Calcule la aversión absoluta al riesgo de Sabo. Explique cómo varía la actitud al riesgo de Sabo conforme se hace más rico**.** $ARA = \frac{e^{-w}}{e^{-w}} = 1$ **su aversión absoluta al riesgo no cambia conforme se hace más rico,**

   b) (5 puntos) Calcule la tolerancia al riesgo de Sabo. Explique brevemente si esta utilidad permite la separabilidad de carteras, y qué significa eso. $T(w) = 1/ARA = 1$**. Es linear en w en el sentido de que** $T(w) = aw + b$ **donde** $a = 0$ **y** $b = 1$**. Es parte de la funciones HARA, así que si existe una separación de carteras, es decir que los agentes van a elegir las mismas carteras de activos simples (igualmente, de activos complejos), independientemente del nivel de riqueza.**

   c) (5 puntos) Calcule la aversión relativa al riesgo de Sabo. Explique cómo varía la actitud al riesgo de Sabo conforme se hace más rico, y cómo difiere de lo que encontró en el punto (a). $RRA = wARA = w$**, es decir, se hace más averso al riesgo relativo a su riqueza, es decir, pagaría un porcentaje más alto de su riqueza para salir de una apuesta.**

   d) (5 puntos) Calcule la medida Pratt-Arrow de premio al riesgo local para Sabo. Explique brevemente de dónde sale tal medida, y en qué situaciones se puede usar y en cuáles no. $\pi_i \approx -\frac{\sigma_\epsilon^2}{2}\frac{u"(w)}{u'(w)} = \frac{\sigma_\epsilon^2}{2}$ **Esta es una aproximación de la prima pagada para salirse de una lotería. Esta aproximación es buena para pequeños riesgos simétricos.**

2. Sabo, que no tiene riqueza alguna ahora tiene que escoger entre dos posibles inversiones mutuamente excluyentes: Ace Enterprises que genera un repago $x \sim N(\mu_x, \sigma_x)$ y Dragon Inc., con un repago $y \sim N(\mu_y, \sigma_y)$. La correlación entre x y y está dada por $\rho\epsilon[-1, 1]$. Explique las condiciones de dominancia entre x y y que permitan determinar cuál preferirá Sabo sin tener que calcular explícitamente la utilidad esperada. Concretamente:

   a) (5 puntos) ¿Cuáles son las condiciones de μ_x, μ_y, σ_x, σ_y y ρ para que $x \succ_{FOSD} y$? Para dominio estocástico es necesario sólo equivalencia en distribución, por lo que ρ puede tener cualquier valor. Para entender esto tome en cuenta que el agente simplemente debe escoger poner todo su dinero o en Ace Enterprises o en Dragon. Para FOSD es necesario poder escribir $y \overset{d}{=} x + z$ donde $z < 0$. Entonces las condiciones son $\mu_y < \mu_x$ y $\sigma_x = \sigma_y$

   b) (5 puntos) ¿Cuáles son las condiciones de μ_x, μ_y, σ_x, σ_y y ρ para que $x \succ_{SOSD} y$? En este caso $\mu_x = \mu_y$ y $\sigma_y > \sigma_x$.

   c) (5 puntos) ¿Cuáles son las condiciones de μ_x, μ_y, σ_x, σ_y y ρ para que $x \succ y$? **En este caso, para definir caso por caso, es necesario que** $\rho = 1$ **y** $\mu_x > \mu_y$ **y que** $\sigma_x = \sigma_y$

d) (5 puntos) ¿Qué condiciones adicionales de decisión genera el análisis de media y varianza en este contexto? En este caso, que se puede usar ya que hay una distribuci'on conjuntamente normal, podemos además añadir las condiciones de la convexidad de las curvas de indiferencia, de manera que si por ejemplo, existe un $\alpha \epsilon (0,1)$ y una (μ_z, σ_z) Tal que $\mu_x = \alpha\mu_y + (1-\alpha)\mu_z$ y $\sigma_x = \alpha\sigma_y + (1-\alpha)\sigma_z$ y $V(\mu_y, \sigma_y) = V(\mu_z, \sigma_z)$, entonces $V(\mu_x, \sigma_x) > V(\mu_y, \sigma_y)$.

3. Sabo, que no tiene riqueza alguna ahora tiene que escoger entre los siguientes fondos de inversión que son mutuamente excluyentes:

Cuadro 2: Probabilidad de Repago de Fondo

Fondo/Repago	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A					0.4		0.6				
B				0.2	0.2	0.2	0.2	0.2			
C	0.1	0.2	0.2						0.2	0.2	0.1
D		0.2		0.2		0.2	0.2				0.2
E					0.4	0.2	0.2	0.2			
F		0.2		0.2		0.2	0.2			0.1	0.1

a) (20 puntos) ¿Cuál de los fondos escogerá Sabo? (Pista: para poder hacer esto en el tiempo adecuado, debe eliminar aquellos fondos que estén dominados estocásticamente en primer y segundo grado)

En este problema hay que eliminar carteras dominadas, que son 5. Veamos de más fácil a más difícil

a) $E \succ_{FOSD} B$. Ya que por inspección se ve que $F(x_E) \leq F(x_B)$

b) $B \succ_{SOSD} C$. Ya que se puede escribir $x_C = x_B + \varepsilon$ Donde $E(\varepsilon | x_B) = 0$

c) $A \succ_{SOSD} E$ Ya que se puede escribir $x_E = x_A + \varepsilon$ Donde $E(\varepsilon | x_A) = 0$

d) $D \succ_{FOSD} F$ Ya que por inspección se ve que $F(x_D) \leq F(x_F)$

e) Los que no quedan tan claros son A y D, aunque pareciera que $A \succ_{SOSD} D$ pero esto hay que verificarlo.

Cuadro 3: Probabilidad de Repago de Fondo

Fondo/Repago t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$f(x_A)$				0.4		0.6				
$f(x_D)$	0.2		0.2		0.2	0.2				0.2
$F(x_A)$	0.0	0.0	0.0	0.4	0.4	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
$F(x_D)$	0.2	0.2	0.4	0.4	0.6	0.8	0.8	0.8	0.8	1.0
$F(x_D) - F(x_A)$	0.2	0.2	0.4	0.0	0.2	-0.2	-0.2	-0.2	-0.2	0.0
$\int_1^t [F(s_D) - F(s_A)] ds$		0.2	0.4	0.8	0.8	1.0	0.8	0.6	0.4	0.2

Nombre:
Número Carné:

Problema 2 (60 puntos)

En una economía de dos periodos ($t = 0$ y $t = 1$) existen dos estados de la naturaleza para $t = 1$: $S = \{Frio, Calor\}$ y dos empresas: Abrigos Arabasta (a) y Bronceadores Baroque (b) que producen la siguientes cantidades de bienes en $t = 1$ y tienen el precios de mercado en $t = 0$.

Cuadro 4: Repagos y Precios

Empresa	Frío	Calor	Precio
Arabasta	5	3	2.80
Baroque	5	7	5.20

1. Mercados completos, títulos puros, etc.

   a) (5 puntos) Explique qué es un mercado completo, y demuestre que este mercado en concreto está completo. Es un mercado donde existe igual número de instrumentos financieros independientes como estados. **En este caso debemos verificar que** $A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}$ **es invertible, para esto es necasrio que** $det(A) = 5 \times 7 - 5 \times 3 = 20$ **sea distinto de cero, que lo es.**

   b) (5 puntos) Explique qué es un título puro, y demuestre cómo se construyen los títulos puros de frío y calor a partir de los títulos complejos de Arabasta y Baroque. **Un título puro es aquel que paga 1 en un estado de la naturaleza y cero en todos los demás. Para obtenerlo debemos invertir** A**, de tal manera que** $A^{-1}A = I$**. El** A^{-1} **nos indica la receta de los títulos puros. Además sabemos que** $A^{-1} = \frac{1}{20}\begin{bmatrix} 7 & -3 \\ -5 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{7}{20} & -\frac{3}{20} \\ -\frac{5}{20} & \frac{5}{20} \end{bmatrix}$**, de manera que**

      1) **Para crear el primer título puro hay que comprar** $\frac{7}{20}$ **de Arabasta y vender al descubierto** $\frac{3}{20}$ **de Baroque**
      2) **Para crear el segundo título puro hay que vender al descubierto** $\frac{5}{20}$ **de Arabasta y comprar** $\frac{5}{20}$ **de Baroque**

   c) (5 puntos) Explique qué es el precio de los instrumentos puros, y calcule los de esta economía. **El precio del instrumento puro es lo que debería costar el mismo, en base a los precios de los títulos complejos, para que no haya arbitraje. Si ha un vector** p_s **de dimensión** $n \times 1$ **de precios puros, eso se obtiene de un vector** $n \times 1$ **de precios complejos** p_c **multiplicado por la inversa,** $\begin{bmatrix} p_f \\ p_c \end{bmatrix} = p_s = A^{-1}p_c = \begin{bmatrix} \frac{7}{20} & -\frac{3}{20} \\ -\frac{5}{20} & \frac{5}{20} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2{,}80 \\ 5{,}20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}2 \\ 0{,}6 \end{bmatrix}$

   d) (5 puntos) Explique cómo se valora cualquier activo financiero a partir de los precios puros. **Un activo complejo** i **que pague** (x_f, x_c) **tiene un precio de** $p_i = x_f p_f + x_c p_c$**. Sino se da esto, se puede hacer arbitraje.**

2. Arbitraje

a) (5 puntos) Explique el concepto de un activo libre de riesgo. Calcule el precio del mismo en esta economía y la tasa libre de riesgo. **Un activo libre de riesgo paga $(1,1)$ tiene un precio de $p = 0{,}2 + 0{,}6 = 0{,}8$. Tal bono tiene un rendimiento dado por $0{,}8 = \frac{1}{1+r_f} \rightarrow r_f = 0{,}25$ es decir, hay una tasa de inter'es libre de riesgo del 25 %.**

b) (5 puntos) Explique qué son las probabilidades neutras al riesgo. ¿Para qué sirven? Calcule las probabilidades neutras al riesgo de esta economía. $\tilde{\pi}_s = \frac{p_s}{\sum_{s\epsilon S} p_s} = p_s(1+r_f)$ **Sirve para valorar activos como el 'valor esperado' descontado a una tasa libre de riesgo usando el set de nuevas probabilidades. En esta economía tenemos $\tilde{\pi}_f = 0{,}2 \times 1{,}25 = 0{,}25$ y $\tilde{\pi}_c = 0{,}6 \times 1{,}25 = 0{,}75$.**

c) (10 puntos) Existe un activo llamado 'Superbono' que da un repago de (2,2) y tiene un precio de 1.8. Explique el concepto de arbitraje y aplíquelo en este ejemplo, para crear una cartera que combina el Superbono y las acciones de Arabasta y de Baroque, para obtener ganancias de arbitraje. **El arbitraje es una acción donde uno tiene ganancias hoy y no hay riesgo en los periodos futuros. De acuerdo a nuestros precios puros, este bono debería valer $p_i = 2 \times 0{,}2 + 2 \times 0{,}6 = 1{,}6$, esto significa que el bono a 1.8 está sobrevaluado. Lo que tenemos que hacer es una cartera de bienes complejos que repague lo mismo que el Superbono. Para hacer esto notamos que necesitamos crear 2 bienes puros de fy dos bienes puros de calor c. Con las fórmulas de 1b, esto se puede crear de la siguiente manera**

1) **Debo comprar $2 \times \frac{7}{20} - 2 \times \frac{5}{20} = \frac{1}{5}$ de Arabasta, con un costo de 0.56**
2) **Debo comprar $-2 \times \frac{3}{20} + 2 \times \frac{5}{20} = \frac{1}{5}$ de Baroque con un costo de 1.04**
3) **Debo vender al descubierto una unidad del Superbono, recibiendo 1.80**

Cuadro 5: Acciones de Arbitraje

Acciones	**Hoy**	f	c
Compro 0.2 de Arabasta	**-0.56**	**+1**	**+0.6**
Compro 0.2 de Baroque	**-1.04**	**+1**	**+1.4**
Short Superbono	**+1.8**	**-2**	**-2**
Posición neta	**+0.2**	**0**	**0**

3. (20 puntos) En esta economía existen dos agentes: Vivi, que es dueña de Arabasta (cuyo precio hay que determinar) y tiene una dotación inicial de 6 unidades de consumo. El otro agente, Crocodile, es dueño de Baroque (cuyo precio hay que determinar) y tiene una dotación inicial de 4 unidades de consumo. La probabilidad de los estados de la naturaleza $\{Frio, Calor\}$ es de $\{0{,}25, 0{,}75\}$ y la función de utilidad de Vivi y Crocodile es de $u_i = ln(c_{i0}) + 0{,}8ln(c_{i1})$. Encuentre el equilibrio (consumos, precios de los bienes complejos y puros, carteras de inversión) de esta economía.

Los multiplicadores de Lagrange y condiciones de primer orden para cada individuo son:

$$L_i = ln(c_{i0}) + \sum_{s\epsilon S} 0{,}8\pi_s ln(c_{is}) + \theta_i[(e_{i0} - c_{i0}) + \sum_{s\epsilon S} p_s(e_{is} - c_{is})]$$

$$\frac{\partial L_i}{\partial c_{i0}} = \frac{1}{c_{i0}} - \theta_i = 0 \rightarrow c_{i0} = \frac{1}{\theta_i}$$

$$\frac{\partial L_i}{\partial c_{is}} = \frac{0,8\pi_s}{c_{is}} - \theta_i p_s = 0 \rightarrow c_{is} = \frac{0,8\pi_s}{\theta_i p_s} = \frac{0,8\pi_s}{p_s} c_{i0}$$

$$c_{v0} + c_{c0} = e_{v0} + e_{c0} = 10$$

$$c_{vf} + c_{cf} = \frac{0,8 \times 0{,}25}{p_f}(c_{v0} + c_{c0}) = \frac{0,8 \times 0,25 \times 10}{p_f} = e_{vf} + e_{cf} = 10 \rightarrow p_f = 0{,}2$$

$$c_{vc} + c_{cc} = \frac{0,8 \times 0{,}75}{p_c}(c_{v0} + c_{c0}) = \frac{0,8 \times 0,75 \times 10}{p_c} = e_{vc} + e_{cc} = 10 \rightarrow p_c = 0{,}6$$

$$p_{Arabasta} = 5 \times 0{,}2 + 3 \times 0{,}6 = 2{,}8$$

$$p_{Baroque} = 5 \times 0{,}2 + 7 \times 0{,}6 = 5{,}2$$

$$c_{i0} + p_f c_{if} + p_c c_{ic} = c_{i0} + 0{,}8c_{i0} \sum_{s\epsilon S} \pi_s = 1{,}8c_{i0} = e_{i0} + \sum_{s\epsilon S} \pi_s e_{is}$$

$$1{,}8c_{v0} = 6 + (5 \times 0{,}2 + 3 \times 0{,}6) = 8{,}8 \rightarrow c_{v0} = c_{vf} = c_{vc} = 4{,}89$$

$$1{,}8c_{c0} = 4 + (5 \times 0{,}2 + 7 \times 0{,}6) = 9{,}2 \rightarrow c_{c0} = c_{cf} = c_{cc} = 5{,}11$$

Ahorros de Vivi son $8{,}8 - 4{,}89 = 3{,}91$**. Invierte** $0{,}2 \times 4{,}89 = 0{,}978$ **en el estado de frío (25 % de sus ahorros) y** $0{,}6 \times 4{,}89 = 2{,}93$ **en el estado de calor (75 % de sus ahorros). Los ahorros de Crocodile son** $9{,}2 - 5{,}11 = 4{,}09$ **y se dividen igualmente en 25 % en el estado de frío y un 75 % en el estado de calor. Desde el punto de vista de títulos complejos, Vivi invierte en** $\frac{3{,}91}{3{,}91+4{,}09}$**=0.4887 en un 48.87 % de Arabasta y de Baroque, en tanto que Crocodile lo hace en un 51.13 % del mercado, es decir en un 51.13 % de Arabasta y en un 51.13 % de Baroque.**