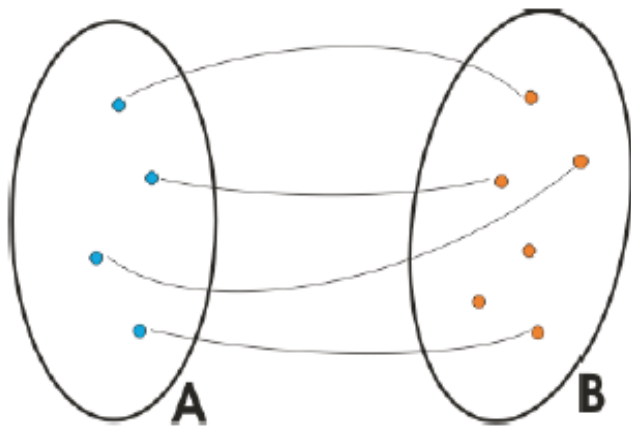


FUNGSI DAN GRAFIK

Pertemuan 3

Fungsi



Misalkan A dan B dua buah himpunan. Fungsi dari A ke B adalah aturan memasangkan (memadankan) setiap elemen di A **dengan satu** elemen di B .

Bila elemen-elemen dari A lebih banyak dari elemen-elemen B , dapatkah kita membuat fungsi dari A ke B ?

Sebuah fungsi disebut **fungsi real** bila $B \subset \mathbb{R}$.

Pembahasan selanjutnya akan dibatasi untuk $A, B \subset \mathbb{R}$.

Notasi fungsi: $y = f(x)$ dengan: x elemen A , $f(x)$ aturan pemadanan-nya, dan y adalah elemen B yang merupakan pasangan dari x .

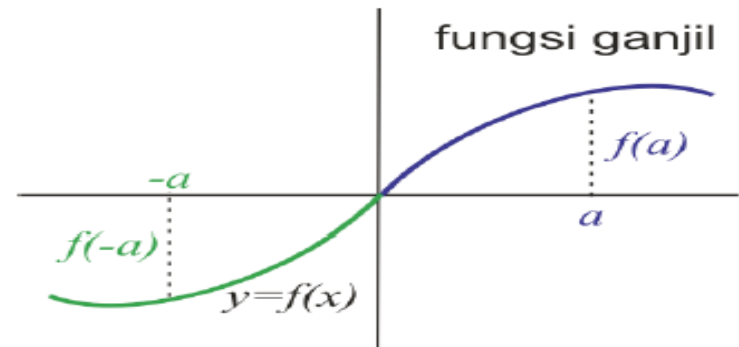
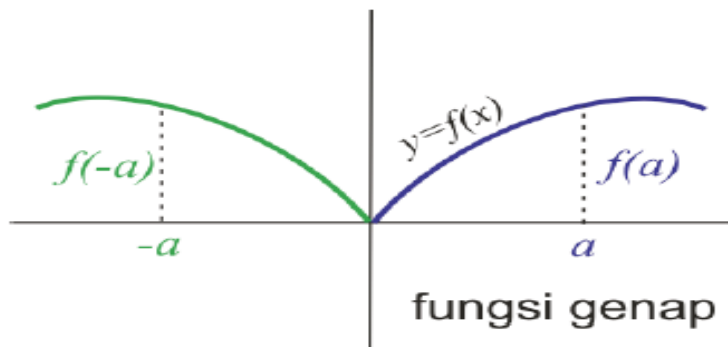
Daerah Definisi (daerah asal/wilayah/domain) dari suatu fungsi $f(x)$, dinotasikan D_f adalah himpunan semua bilangan real yang menyebabkan aturan fungsi berlaku/terdefinisi.

Daerah Nilai (daerah hasil/jelajah/range) dari suatu fungsi $f(x)$, dinotasikan $R_f = \{ y \mid y = f(x), x \in D_f \}$ (berisi semua pasangan dari x).

Fungsi Genap dan Fungsi Ganjil/Gasal:

Fungsi f disebut **fungsi genap** bila memenuhi $f(-a) = f(a)$. Grafik dari fungsi genap simetri terhadap sumbu- y

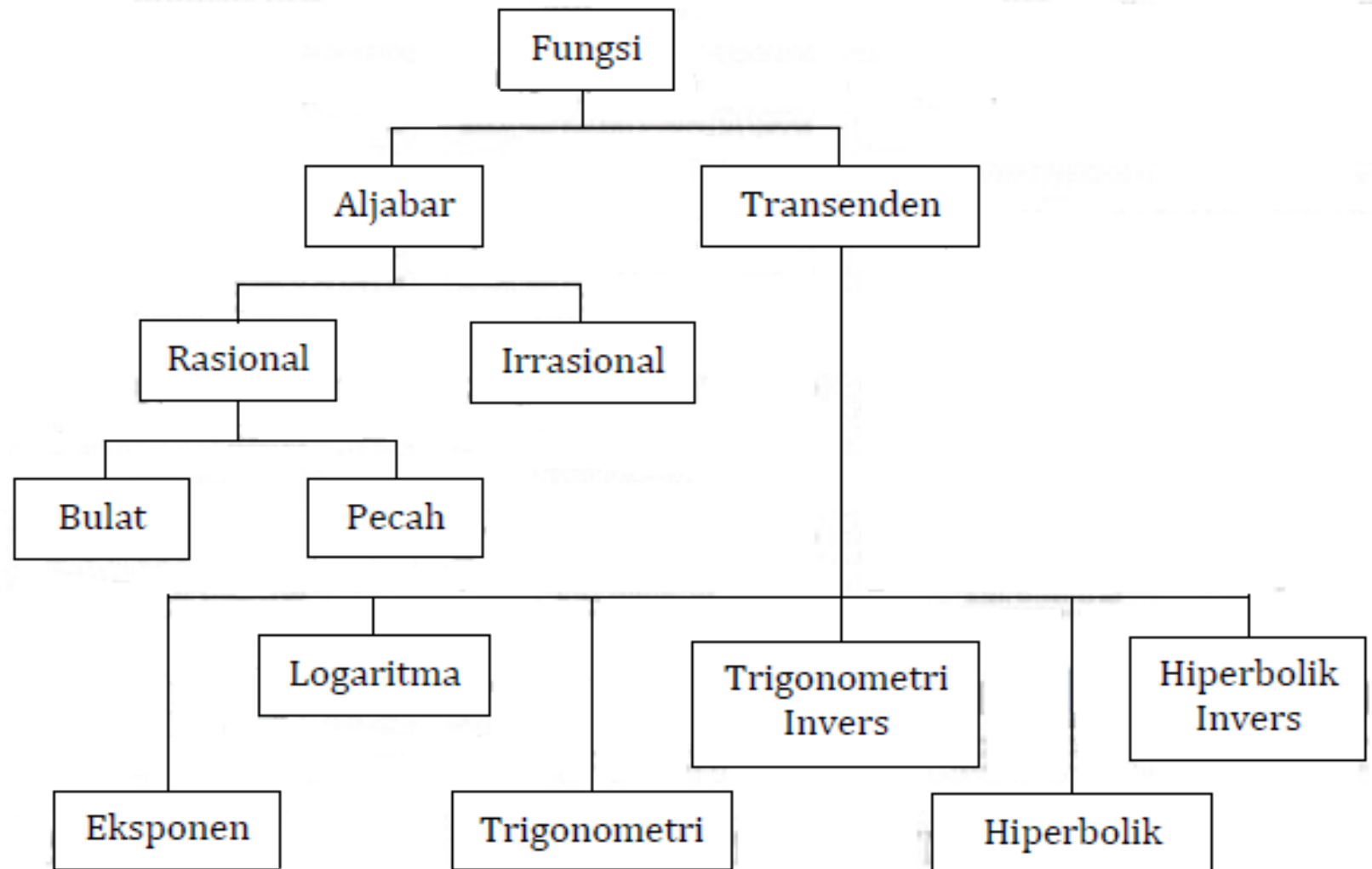
Fungsi f disebut **fungsi ganjil** bila memenuhi $f(-a) = -f(a)$. Grafiknya simetri terhadap titik asal (titik pusat koordinat).



Operasi pada fungsi

Misalkan $f(x)$ dan $g(x)$ fungsi² real dengan daerah definisi D_f dan D_g .

- $(f + g)(x) = f(x) + g(x), \quad D_{f+g} = D_f \cap D_g$
- $(f - g)(x) = f(x) - g(x), \quad D_{f-g} = D_f \cap D_g$
- $(fg)(x) = f(x)g(x), \quad D_{fg} = D_f \cap D_g$
- $(f/g)(x) = f(x)/g(x), \quad D_{f/g} = D_f \cap D_g \cap \{x | g(x) \neq 0\}$
- $f^n(x) = \underbrace{f(x) f(x) \cdots f(x)}_{n \text{ suku}} \quad D_{f^n} = D_f$



Fungsi Komposisi

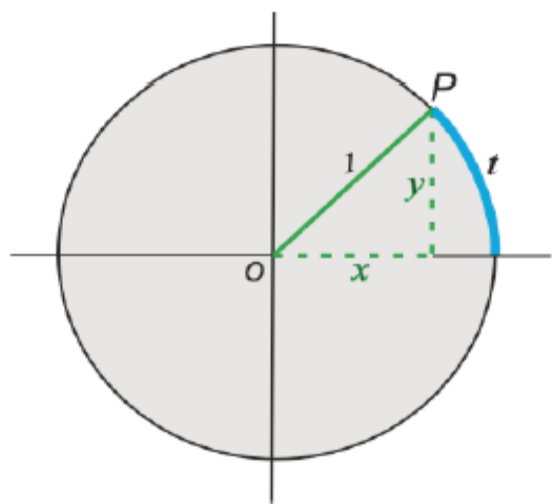
Perhatikan dua buah fungsi $f(x) = \frac{6x}{x^2-9}$ dan $g(x) = \sqrt{3x}$.

Dibentuk fungsi baru $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

$$\text{Jadi } (g \circ f)(x) = g\left(\frac{6x}{x^2-9}\right) = \sqrt{\frac{6x}{x^2-9}}$$

Fungsi demikian disebut sebagai fungsi komposisi dari f dan g .

Fungsi Trigonometri



Perhatikan gambar lingkaran berjari-jari satu di sebelah kiri. Posisi titik $P=(x, y)$. Sudut t -positif dihitung berdasarkan arah yang berlawanan jarum jam dengan satuan radian. $1^0 = \frac{1}{180}\pi$ rad.

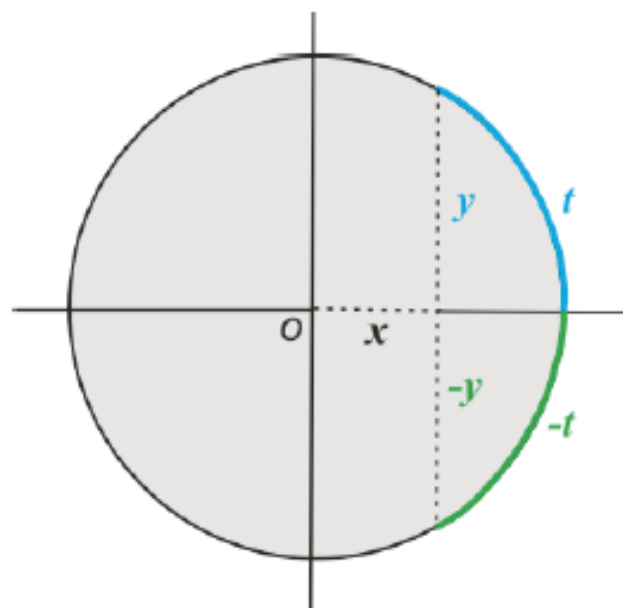
Definisi:

$$f(t) = \sin t = y \quad \text{dan} \quad g(t) = \cos t = x.$$

$$D_f = D_g = \dots \quad R_f = R_g = \dots$$

Sudut $t + 2\pi$ dan t menentukan posisi titik P yang sama, sehingga,
 $\sin(t + 2\pi) = \sin t$ dan $\cos(t + 2\pi) = \cos t$.

Dikatakan fungsi tersebut **periodik** dengan periode 2π .



$$\left. \begin{array}{l} \sin(-t) = -\sin t \\ \cos(-t) = \cos t \\ \sin^2 t + \cos^2 t = 1 \end{array} \right\} \text{ jelaskan !}$$

Fungsi-Fungsi Trigonometri Lainnya:

- $f(x) = \tan t = \frac{\sin t}{\cos t}$
- $f(x) = \cot t = \frac{\cos t}{\sin t}$
- $f(x) = \sec t = \frac{1}{\cos t}$

Sifat-Sifat Penting Fungsi Trigonometri:

- $\sin^2 x + \cos^2 x = 1, \quad 1 + \tan^2 x = \sec^2 x, \quad 1 + \cot^2 x = \csc^2 x$
- $\sin(-x) = -\sin x \quad \text{dan} \quad \cos(-x) = \cos x$
- $\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$
 $\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$
- $\sin^2 x = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos(2x) \quad \text{dan} \quad \cos^2 x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(2x)$
- $\sin x + \sin y = 2 \sin\left(\frac{x+y}{2}\right) \cos\left(\frac{x-y}{2}\right)$
 $\cos x + \cos y = 2 \cos\left(\frac{x+y}{2}\right) \cos\left(\frac{x-y}{2}\right)$
 $\cos x - \cos y = -2 \sin\left(\frac{x+y}{2}\right) \sin\left(\frac{x-y}{2}\right)$

Pergeseran Grafik Fungsi

Untuk fungsi yang dinyatakan sebagai $y = f(x)$, $h > 0$ $a > 0$

$$y = f(x - a)$$

→ grafik $y = f(x)$ mengalami pergeseran sejauh a ke kanan

$$y = f(x + a)$$

→ grafik $y = f(x)$ mengalami pergeseran sejauh a ke kiri

$$y = f(x) + h$$

→ grafik $y = f(x)$ mengalami pergeseran sejauh h ke atas

$$y = f(x) - h$$

→ grafik $y = f(x)$ mengalami pergeseran sejauh h ke bawah

Pergeseran Grafik Fungsi 2

Untuk fungsi yang dinyatakan sebagai $x = f(y)$, $a > 0$

$$x = f(y - a)$$

→ grafik $x = f(y)$ mengalami pergeseran sejauh a ke atas

$$x = f(y + a)$$

→ grafik $x = f(y)$ mengalami pergeseran sejauh a ke bawah

$$x = f(y) + a$$

→ grafik $x = f(y)$ mengalami pergeseran sejauh a ke kanan

$$x = f(y) - a$$

→ grafik $x = f(y)$ mengalami pergeseran sejauh a ke kiri

Soal Latihan

Tentukan domain dan range dari fungsi di bawah ini

1 $f(x) = 3 + \sqrt{2 - 4x}$

6 $f(x) = |x|(x + 2)$

2 $f(x) = \sqrt{\frac{x(x-3)}{x-1}}$

7 $f(x) = \sqrt{3 - |x-2|}$

3 $f(x) = 3x - \frac{1}{x} + 2$

8. $f(x) = x^2 - 5x + 6$

9. $f(x) = 3 + \sqrt{x-4}$

4 $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 6}$

10. $f(x) = 3 + \sqrt{4 - x^2}$

5 $f(x) = \sqrt{4 - x}$

Soal Latihan

Apakah $f \circ g$ terdefinisi? Bila ya, tentukan rumusan dari $f \circ g$ dan domain dari $f \circ g$.

$$1 \quad f(x) = \sqrt{4-x} \quad g(x) = |x|$$

$$2 \quad f(x) = 3 + \sqrt{2-4x} \quad g(x) = 3x - \frac{1}{x} + 2$$

$$3 \quad f(x) = \sqrt{\frac{x(x-3)}{x-1}} \quad g(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 6}$$

1. Sketsa grafik dari $g(x) = |x + 3| - 4$, gunakan penggeseran.
2. Sketsa grafik dari $f(x) = (x - 2)^2 + 3$, gunakan penggeseran.