**Informatyka II**

Zadanie 19

Autor: Adam Walocha

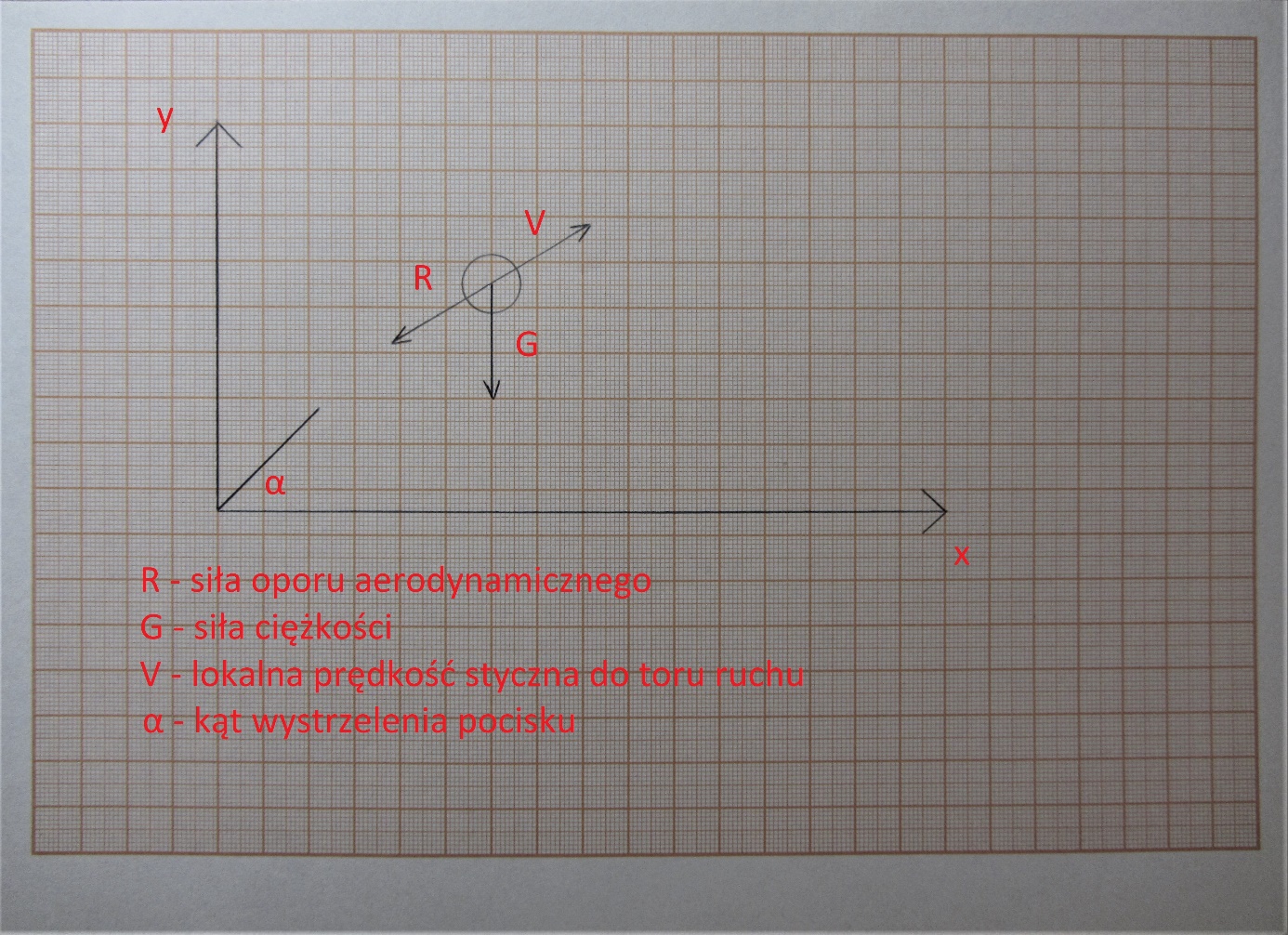
Numer indeksu: 304386

Kierunek: Energetyka

Nr grupy dziekańskiej: 9

Prowadzący: Michał Stachura

Rozwiązanie zadania:



*Rys 1. Przedstawienie modelowanego zjawiska na rysunku*

Ciało zostaje wystrzelone pod kątem α. Zostaje mu nadana prędkość początkowa . Ciało jest kulą o promieniu . Porusza się ona w ziemskim polu grawitacyjnym. Działa na nią siła oporu aerodynamicznego zależna od gęstości ośrodka w jakim porusza się ciało, jego prędkości, rozmiarów i współczynnika aerodynamicznego zależnego od kształtu jaki przyjmuje ciało.

Sytuację przedstawioną na *Rys 1.* można opisać za pomocą kinematycznych równań ruchu wyprowadzonych z II Zasady Dynamiki Newtona: . W przypadku przedstawionym powyżej . Wektory te można przedstawić jako oraz . Wektor prędkości można przedstawić jako . Analogicznie można wyznaczyć przyspieszenie: . Zatem równania różniczkowe ruchu wyglądają następująco:

Stosując podstawienie oraz analogicznie dla drugiego równania sprowadzamy równania do równań I rzędu. Dzięki temu układ można rozwiązać numerycznie za pomocą procedury .

W zadaniu dodatkowo wprowadzono zmienną w postaci wiatru zmieniającego prędkość liniowo do wysokości. Wiatr skierowany jest równolegle do osi i stanowi dodatkową siłę wpływającą na zachowanie się ciała w układzie. Zwiększa on prędkość pocisku względem powietrza zwiększając tym samym opór aerodynamiczny, a zatem skraca dystans na jaki jest w stanie dolecieć kula.

Kod:

#include <iostream>

#include <cstdlib>

#include <math.h>

#include "rk4.h"

double t\_0 = 0, t\_k = 2, x\_0 = 0, y\_0 = 0; double pi = 4. \* atan(1.);//warunki poczatkowe i czas lotu pocisku

double g = 9.80;//przyspieszenie ziemskie normalne

void rhs\_fun(double t, double\* X, double\* F, double k, double a, double b)//stala laczaca inne stale i zmienne dotyczace rozkladu predkosci wiatru

{

F[0] = X[1];//polozenie w osi x to predkosc \* czas

F[1] = -pow(b, 2) \* k - 0.5 \* k \* pow(X[1], 2) + b \* k \* X[1] - 0.5 \* pow(a, 2) \* k \* pow(X[2], 2) - a \* b \* k \* X[2] + a \* k \* X[1] \* X[2];//predkosc w osi x

F[2] = X[3];//polozenie w osi y to predkosc \* czas

F[3] = -X[3] \* X[3] \* k / 2 - g;//predkosc w osi y

}

int main()

{

double C, r, a\_s, m, v0, q, a, b;

double x = x\_0, y = y\_0, t = t\_0;//przypisanie do wspolrzednych warunkow poczatkowych i czas zero

double X[4], X1[4];//X - wartosci w chwili t, X1 - wartosci w chwili t+1

printf("C="); scanf\_s("%lf", &C);//wsp oporu aero, dla kuli - 0,47

printf("r="); scanf\_s("%lf", &r);//promien kuli [m]

printf("a\_s="); scanf\_s("%lf", &a\_s);//kat poczatkowy <0, 90>

printf("m="); scanf\_s("%lf", &m);//masa kuli [kg]

printf("v0="); scanf\_s("%lf", &v0);//predkosc poczatkowa kuli [m/s]

printf("q="); scanf\_s("%lf", &q);//gestosc powietrza normalna - 1.2 [kg/m^3]

printf("a="); scanf\_s("%lf", &a);//predkosc przyrostu predkosci wiatru

printf("b="); scanf\_s("%lf", &b);//predkosc wiatru przy powierzchni

double a\_r = a\_s \* pi / 180;//zamiana wartosci kata ze stopni na radiany

double H = 0.01;//dlugosc kroku calkowania

double S = pi \* pow(r, 2); double k = q \* S \* C / m;//powierzchnia rzutu aero i stala laczaca stale

X[0] = 0;//x0

X[1] = v0 \* cos(a\_r);//vx0

X[2] = 0;//y0

X[3] = v0 \* sin(a\_r);//vy0

FILE\* x\_t;

errno\_t err = fopen\_s(&x\_t, "x\_t.txt", "a+");

FILE\* vx\_t;

errno\_t err2 = fopen\_s(&vx\_t, "vx\_t.txt", "a+");

FILE\* y\_t;

errno\_t err3 = fopen\_s(&y\_t, "y\_t.txt", "a+");

FILE\* vy\_t;

errno\_t err4 = fopen\_s(&vy\_t, "vy\_t.txt", "a+");

for (double i = 0; i < t\_k; i+=H)//C=0.47/r=0.01/a\_s=30/m=0.05/v0=30/q=1.2/a=1/b=2

{

vrk4(0, X, H, 4, rhs\_fun, X1, k, a, b);

X[0] = X1[0];

X[1] = X1[1];

X[2] = X1[2];

X[3] = X1[3];

//point(X1[0], X1[2]); - wykres trajektorii y(x)

printf("%.2lf\t", X1[0]); fprintf(x\_t, "%.2lf\n", X1[0]);

printf("%.2lf\t", X1[1]); fprintf(vx\_t, "%.2lf\n", X1[1]);

printf("%.2lf\t", X1[2]); fprintf(y\_t, "%.2lf\n", X1[2]);

printf("%.2lf\n", X1[3]); fprintf(vy\_t, "%.2lf\n", X1[3]);

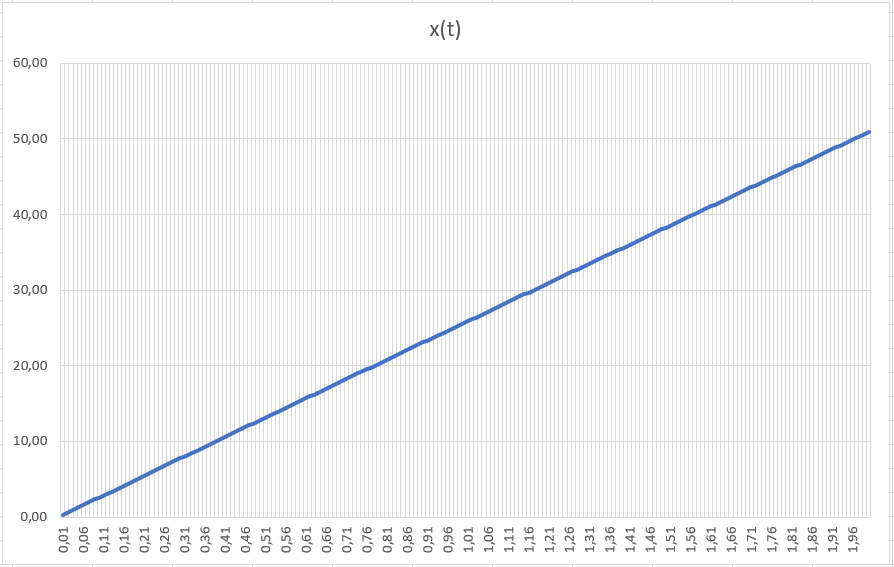
}

fclose(x\_t); fclose(vx\_t); fclose(y\_t); fclose(vy\_t);

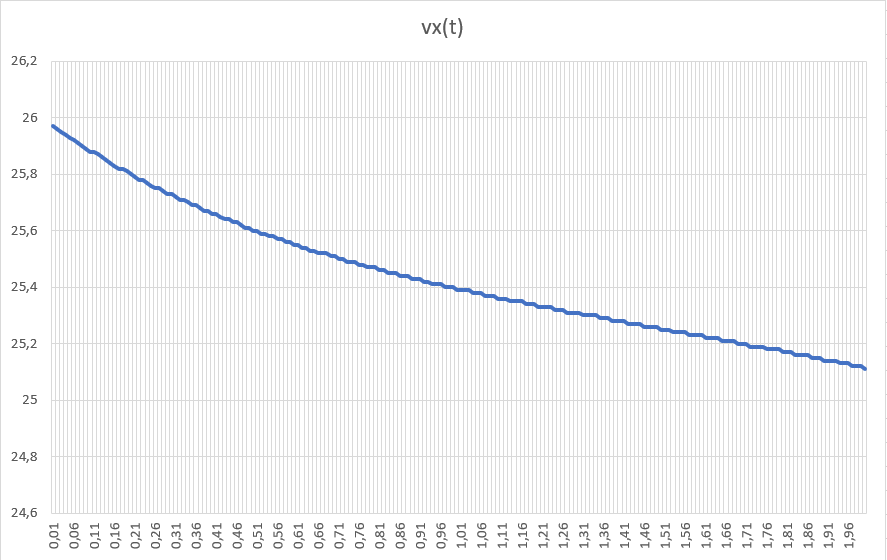
}

Przetestujmy działanie programu dla przykładowych danych:

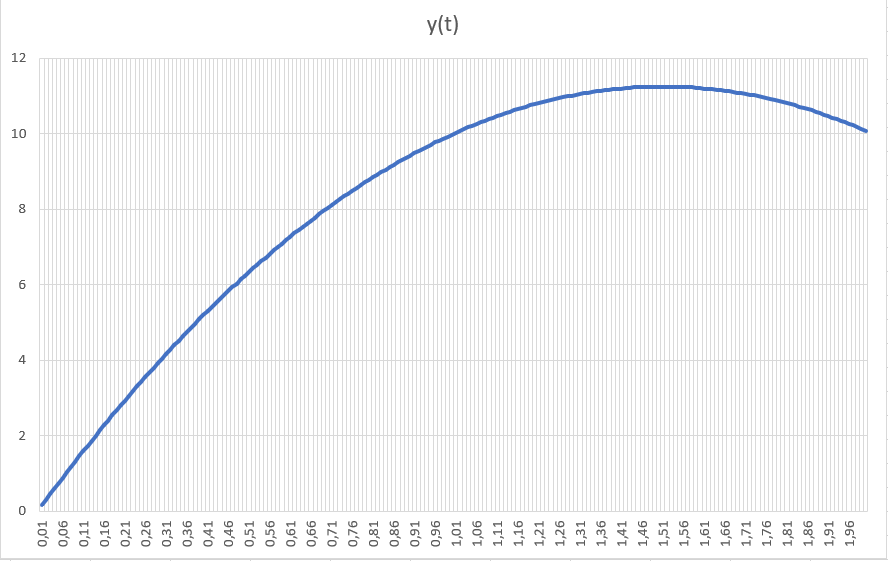
Działanie wiatru jest liniowe i przyjmujemy że wyższe prędkości osiąga bliżej powierzchni ziemi. Jego prędkość od wysokości określa funkcja liniowa . Wykonajmy obliczenia dla oraz . Wyniki zebrano na wykresach poniżej:



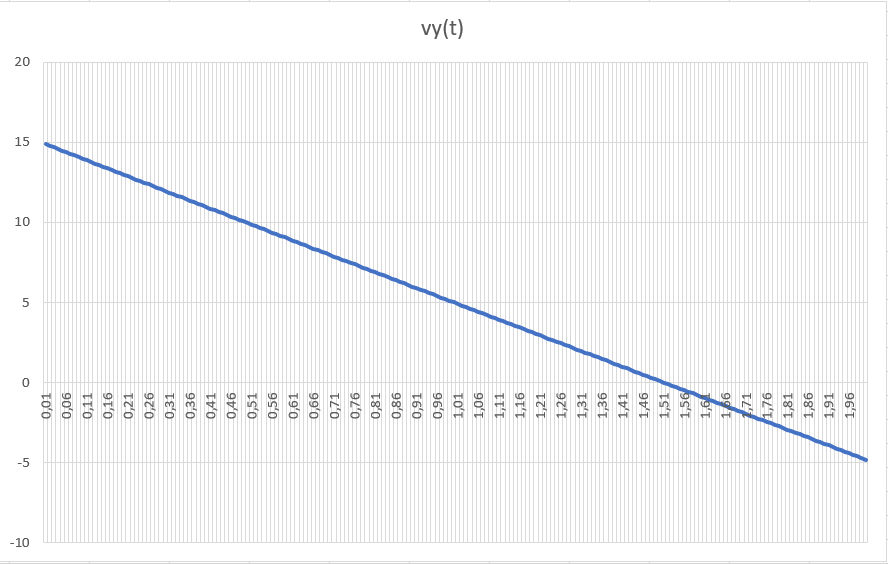
*Rys 2. Położenie ciała w funkcji czasu t*



*Rys 3. Prędkość ciała w osi w funkcji czasu t*



*Rys 4. Położenie ciała w funkcji czasu t*



*Rys 5. Prędkość ciała w osi w funkcji czasu t*

Wnioski:

Dla stosunkowo małego obiektu jakim jest kula o zadanych parametrach w warunkach ziemskich, czyli dla przyspieszenia ziemskiego równego i normalnej gęstości powietrza wiatr o zadanych współczynnikach nie ma bardzo dużego wpływu na zasięg ciała. Jak można zauważyć na *Rys 2.* odległość od miejsca wystrzału można określić liniowo. Wynik będzie zbliżony do tego co możemy uzyskać za pomocą dynamicznych równań ruchu.

Jeżeli przeanalizujemy prędkość poziomą ciała, można zauważyć że w początkowej fazie zostało ono znacznie spowolnione. Jednak od chwili opóźnienie zmalało na tyle, że dla tej skali wykresu przybiera ono niemal postać liniową.

Analizując tor ruchu w pionie można zauważyć że dla badanych 2 sekund ruchu ciało osiągnęło swoją maksymalną wysokość. W tym przypadku opory ruchu nie zależą od rozpatrywanego wiatru.

Na wykresie prędkości obiektu w pionie widać, że prędkość pionowa przekroczyła wartość 0 i od chwili około zaczęła przyjmować wartości ujemne. Potwierdza to przypuszczenie, że ciało osiągnęło swój maksymalny pułap.

Jak można zauważyć pole grawitacyjne znacznie bardziej zakrzywia tor ruchu ciała. Związane jest to między innymi z małymi rozmiarami obiektu, co pociąga za sobą fakt iż opory powietrza dla kul o małym promieniu i wysokiej masie, czyli dużej gęstości, zależą w głównej mierze od prędkości, która jest podnoszona do potęgi we wzorze na opór aerodynamiczny. Gdybyśmy rozpatrywali kulę o dużym promieniu, małej masie, i poruszającej się w pierwszych chwilach z bardzo dużą prędkością, to mimo iż energia kinetyczna byłaby duża (ta również zależy w głównej mierze od prędkości), to ciało musiałoby zmierzyć się z bardzo dużymi oporami powietrza, co znacznie zakrzywiłoby tor ruchu kuli wzdłuż osi .