

第二次作业

U08M11002 Spring 2022

提交截止日期：北京时间 2022 年 3 月 14 日课上（星期一）

提交作业方式：从第二次作业开始，需要在上课时现场提交纸质版作业。

1. 超过截止日期提交的作业按照 0 分计算；
2. 截止日期前提交的作业若不符合上述要求，或没有被成功接收，视作没有提交作业。
3. 为了你自己复习需要，建议上交前自行扫描备份。

题目 1. $a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0$, 证明：

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t) \delta(at - b) dt = \frac{1}{|a|} f\left(\frac{b}{a}\right)$$

题目 2. 证明 $\int_{-\infty}^{\infty} f(t) \delta(t - t_0) dt = f(t_0)$.

题目 3. 证明 $\int_{-\infty}^{\infty} f(t) \delta'(t) dt = -f'(0)$.

题目 4. 证明：微分、积分（变上限积分）和延时器（ $y(t) = f(t - t_0)$ ）都是线性系统。

题目 5. 证明以下系统**不是**时不变系统 (LTI):

- (1) (变系数) $y = tf(t)$ (2) (反转) $y = f(-t)$
 (3) (伸缩) $y = f(\alpha t)$

题目 6. 判断下列系统的因果性:

- (1) $y(t) = f(t - 2)$ (2) $y(t) = f(t + 2)$

题目 7. 判断下列系统是否为线性的、时不变的、因果的。假设系统均为零状态系统。

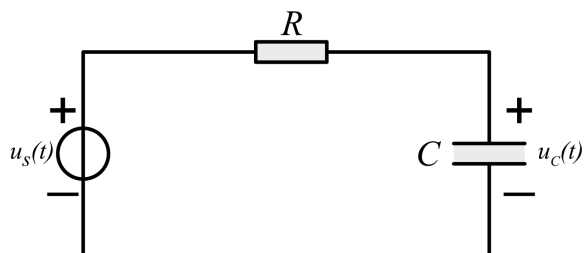
- (1) $y(t) = \frac{d^2}{dt^2}f(t)$ (2) $y(t) = f(t)U(t)$
 (3) $y(t) = \sin[f(t)]U(t)$ (4) $y(t) = f(1 - t)$
 (5) $y(t) = f(2t)$ (6) $y(t) = f^2(t)$
 (7) $y(t) = \int_{-\infty}^t f(\tau)d\tau$ (8) $y(t) = \int_{-\infty}^{5t} f(\tau)d\tau$

题目 8. 线性时不变系统, 当激励 $f_1(t) = U(t)$ 时, 响应 $y_1(t) = e^{-at}U(t)$ 。试求当激励 $f_2(t) = \delta(t)$ 时, 响应 $y_2(t)$ 的表达式。(假定起始时刻系统无储能。)

题目 9. 已知系统相应的齐次方程及其对应的 0_+ 时刻的状态条件, 求系统的零输入响应。

- (1) $\frac{d^2}{dt^2}y(t) + 2\frac{d}{dt}y(t) + 2y(t) = 0, \quad r(0_+) = 1, r'(0_+) = 2$
 (2) $\frac{d^2}{dt^2}y(t) + 2\frac{d}{dt}y(t) + y(t) = 0, \quad r(0_+) = 1, r'(0_+) = 2$
 (3) $\frac{d^3}{dt^3}y(t) + 2\frac{d^2}{dt^2}y(t) + \frac{d}{dt}y(t) = 0, \quad r(0_+) = r'(0_+) = 0, r''(0_+) = 1$

题目 10. 如下图所示的 RC 电路中, 已知 $R = 1\Omega$, $C = 0.5F$, 写出描述该系统的微分方程。电容的初始状态 $u_C(0_-) = u_C(0_+) = -1V$, 求激励 $u_s(t)$ 为下列信号时的电容 C 的电压全响应 $u_C(t)$:



(1) $u_s(t) = U(t)$

(2) $u_s(t) = e^{-t}U(t)$

(3) $u_s(t) = e^{-2t}U(t)$

(4) $u_s(t) = tU(t)$