

期中考试（闭卷）

U08M11002 Spring 2022; 总分 20 分

北京时间 2022 年 5 月 7 日 19:00-21:00, 教西 A101

常用傅里叶变换对 / 傅里叶变换定理

$$x(t) = \delta(t) \xleftrightarrow{\mathcal{F}} X(j\omega) = 1$$

$$x(t) = 1 \xleftrightarrow{\mathcal{F}} X(j\omega) = 2\pi\delta(\omega)$$

$$x(t) = e^{-\alpha t}U(t) \xleftrightarrow{\mathcal{F}} X(j\omega) = \frac{1}{\alpha + j\omega}, \alpha > 0$$

$$x(t) = \begin{cases} 1, & |t| \leq T \\ 0, & |t| > T \end{cases} \xleftrightarrow{\mathcal{F}} X(j\omega) = \frac{2 \sin(\omega T)}{\omega}$$

$$x(t) = \frac{\sin(Wt)}{\pi t} \xleftrightarrow{\mathcal{F}} X(j\omega) = \begin{cases} 1, & |\omega| \leq W \\ 0, & |\omega| > W \end{cases}$$

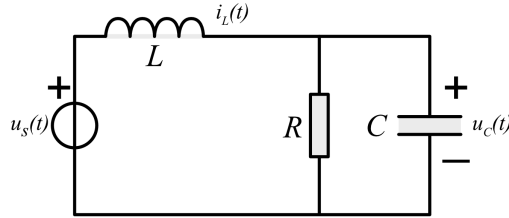
$$x_1(t) * x_2(t) \xleftrightarrow{\mathcal{F}} X_1(j\omega)X_2(j\omega)$$

$$x_1(t)x_2(t) \xleftrightarrow{\mathcal{F}} \frac{1}{2\pi}X_1(j\omega) * X_2(j\omega)$$

傅立叶级数的指数形式

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n e^{jn\Omega t}$$
$$F_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{-jn\Omega t} dt$$

题目 1. (2pts) 现有如下图所示的电路。请以 P 算子的形式写出（注意：写成 p^2 前面的系数为 1 的形式）：

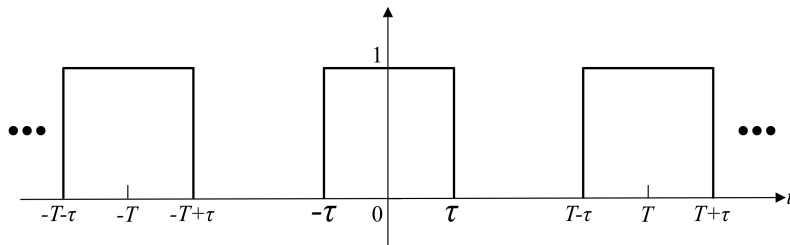


- (1) (1pt) 以 $u_C(t)$ 为响应的微分方程；
- (2) (1pt) 以 $i_L(t)$ 为响应的微分方程。

题目 2. (4pts) 已知某 LTI 系统的常微分方程为 $y'(t) + y(t) = f(t)$,

- (1) (1pt) 若完全响应为 $y(t) = [3e^{-t} + 2e^{-3t}]U(t)$, 且 $y(0^-) = 3$, 求该系统的零输入响应和零状态响应；
- (2) (1pt) 若 $y(0^-) = 10$, 求系统的零输入响应；
- (3) (1pt) 若完全响应为 $y(t) = [3e^{-t} + 2e^{-3t}]U(t)$, 且 $y(0^-) = 3$, 求 $y'(t) + y(t) = f(t - 2)$ 的零状态响应；
- (4) (1pt) 若完全响应为 $y(t) = [3e^{-t} + 2e^{-3t}]U(t)$, 且 $y(0^-) = 3$, 求 $y'(t) + y(t) = f'(t) + 3f(t)$ 的零状态响应。

题目 3. (3pts) 求下图周期信号的傅里叶级数, 已知 $T = 4\tau$ (请给出推导过程, 如果直接给结论则不给分) (1pt), 并画出频谱幅度图 (1pt)。现在, 如果 τ 不变, 让周期 T 变成 $2T$, 频谱图会发生什么样的变化 (1pt)?



题目 4. (4pts) 已知 $f(t) = \left(\frac{\sin 2\pi t}{2\pi t}\right)^2$, $-\infty < t < \infty$,

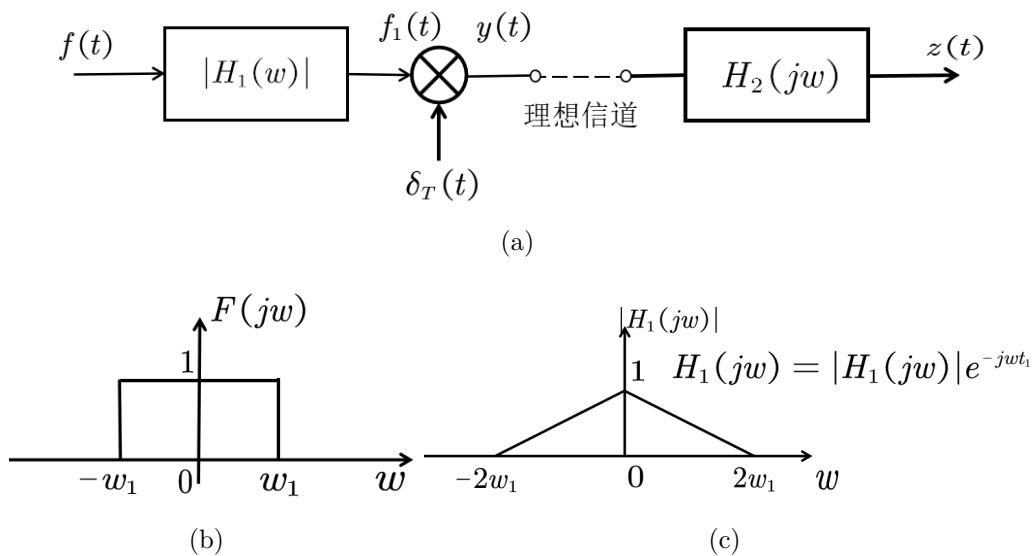
- (1) (2pts) 求 $F(jw)$ (如果不想列出数学公式, 可以画图表示结果。需要给出推理过程。)
- (2) (2pts) 求 $\int_{-\infty}^{\infty} f(t)dt$ 。

题目 5. (4pts) 描述某线性时不变系统的方程为 $y''(t) + 7y'(t) + 12y(t) = f'(t) + 2f(t)$, 试求:

- (1) (2pts) 求该系统的冲激响应 $h(t)$;
- (2) (2pts) 若输入 $f(t) = 6e^{-t}U(t)$, 求系统的零状态响应 $y_f(t)$ 。

题目 6. (3pts) 某一线性系统、输入信号 $f(t)$ 的频谱 $F(jw)$ 如下图所示。通过系统 $H_1(w)$ 后使用冲激串 $\delta_T(t)$ 进行抽样, $|H_1(jw)|$ 的特性如图 8(c) 所示。

- (1) (1pt) 为保证不出现混叠效应, 求最低抽样频率 f_s (注意: 抽样频率的单位是 Hz, 请注意转换, 答案写成角频率不给分);
- (2) (1pt) 求抽样输出信号 $y(t)$ 的频谱函数 (假设采样角频率为 w_s , 采样角频率可以保证不发生频谱混叠);
- (3) (1pt) 若抽样输出的脉冲调幅信号通过理想信道, 为了使接收端能实现无失真地恢复原信号 $f(t)$, 假设 $H_1(jw)$ 在 $[-\omega, \omega]$ 区间是一个线性相位, 问接入的系统 $H_2(jw)$ 应具有什么样的特性 (请画出 $H_2(jw)$ 的频谱图)。



答题纸

答题纸

答题纸

答题纸

答题纸