

第五次作业

U08M11002 Spring 2022

提交截止日期：北京时间 2022 年 4 月 20 日

提交作业方式：具体提交方式请以 QQ 群里助教的通知为准。

1. 为了你自己复习需要，建议上交前自行扫描备份。

题目 1. 求下列函数的 $F(jw)$:

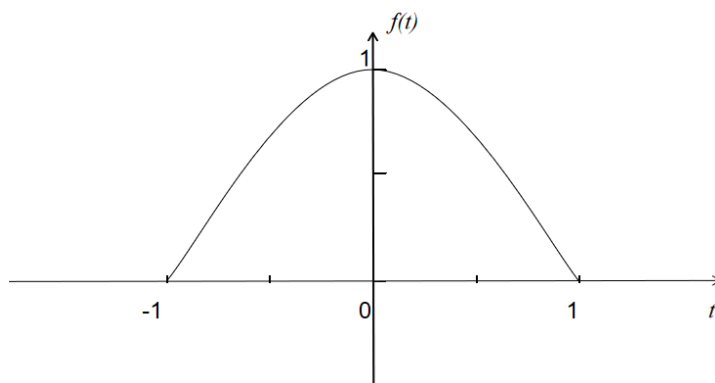
$$(1) f(t) = \frac{\sin 2\pi(t-2)}{\pi(t-2)}, \quad -\infty < t < \infty;$$

$$(2) f(t) = \frac{2a}{a^2 + t^2}, \quad -\infty < t < \infty, \quad a > 0;$$

$$(3) f(t) = \left(\frac{\sin 2\pi t}{2\pi t} \right)^2, \quad -\infty < t < \infty;$$

题目 2. 已知 $f(t) = \frac{\sin t}{t}$, 求其 $F(jw)$, 并证明 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin t}{t} dt = \pi$ 。

题目 3. 应用直接积分与傅里叶变换性质两种方法，求下图所示余弦脉冲信号的傅里叶变换 $F(jw)$ 。



题目 4. 已知 $f(t)$ 的傅里叶变换 $F(jw)$, 设 $y(t) = f(\frac{t}{2} + 3) * \cos 4t$, 试求 $y(t)$ 的傅里叶变换 $Y(jw)$ 。

题目 5. 已知 $f(t) \Leftrightarrow F(jw)$, 求下列信号的傅里叶变换:

$$(1) y_1(t) = \frac{1}{2}f(t+1) + \frac{1}{2}f(t-1);$$

$$(2) y_2(t) = f(-\frac{1}{2}t+1) + f(\frac{1}{2}t-1);$$

$$(3) y_3(t) = f(t) \cdot \cos(\pi t);$$

$$(4) y_4(t) = \frac{\sin 3t}{t} * f(t);$$

$$(5) y_5(t) = \frac{d}{dt}[f(-\frac{1}{4}t-1)];$$

题目 6. 求下列频谱函数的傅里叶逆变换:

$$(1) F_1(jw) = 2 \cos w;$$

$$(2) F_2(jw) = \frac{e^{j2w}}{jw + 1};$$

$$(3) F_3(jw) = \frac{e^{-jw}}{6 - w^2 + 5jw};$$

题目 7. 已知 $f(t) \Leftrightarrow F(jw)$, 若 $f_2(t) = \int_{-\infty}^t (t-2)f(4-2t)dt$, 求 $f_2(t)$ 的傅里叶变换 $F_2(jw)$ 。

题目 8. 若已知 $f(t) \Leftrightarrow F(jw)$, 试求下列函数的频谱:

$$(1) tf(2t); \quad (2) (t-2)f(t); \quad (3) t \frac{df(t)}{dt};$$

$$(4) f(1-t); \quad (5) (1-t)f(1-t); \quad (6) f(2t-5);$$

$$(7) \int_{-\infty}^{1-\frac{1}{2}t} f(\tau)d\tau; \quad (8) e^{jt}f(3-2t); \quad (9) \frac{df(t)}{dt} * \frac{1}{\pi t};$$

题目 9. 利用能量等式 $\int_{-\infty}^{\infty} f^2(t)dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F(jw)|^2 dw$, 计算下列积分的值:

$$(1) \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\sin t}{t}\right)^2 dt;$$

$$(2) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(1+x^2)^2};$$

题目 10. 已知信号 $f(t)$ 的频谱函数 $F(jw) = 4\text{Sa}(w) \cos 2w$, 求信号 $f(t)$ 。