

Modelo de água rasa aplicado a uma fonte oceanográfica de momentum zonal constante tipo gaussiana centrada no equador

Alejandro H. D. Peralta*

*Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas
Universidade de São Paulo*

3 de novembro de 2022

Resumo

Neste trabalho .

1. Introdução

O modelo de água rasa considera equações para representar o ajuste geostrófico para o deslocamento das ondas de gravidade e inerciais considerando as propriedades conservativas de momentum e massa (Randall, 2021). O modelo é importante para representar fenômenos atmosféricos ou oceanográficos. Nos estudos de qualidade do ar pode representar a variação da camada de mistura ao longo do dia que impacta na concentração dos poluentes. O modelo também tem aplicações oceanográficas onde a força zonal dos ventos pode afetar o deslocamento das correntes como propagação de ondas com variação da altura do fluido, como é ilustrado na Fig. 1. Conforme com Döös et al. (2020), as ondas de gravidade no modelo 1D pode-se propagar ao longo do eixo x em ambas direções com uma velocidade $c = \sqrt{gH}$ sem depender do número de onda pelo que é considerado não dispersivo; onde g é a aceleração da gravidade e H a altura média do fluido.

O modelo de água rasa 2D (e.g., nos eixos “ x ” e

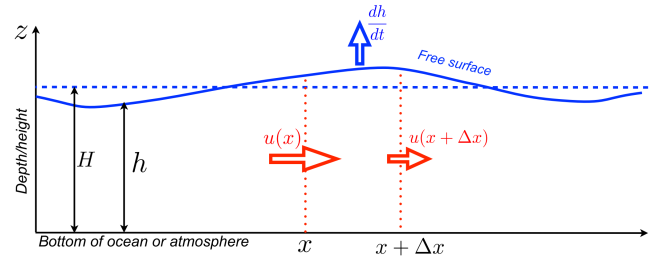


Figura 1: Modelo de água rasa 1D, extraído de Döös et al. (2020).

“ y ”) apresenta equações de variação zonal (eq. 1), meridional (eq. 2) e de altura (eq. 3). As equações tem como parâmetros o vento zonal (u), meridional (v), altura geopotencial (ϕ) e a aceleração de Coriolis $f \equiv 2\Omega \sin \varphi$, onde Ω é a frequência angular da rotação da Terra e φ a latitude. As equações estão balanceadas com as fontes de momentum zonal (F_u), meridional (F_v) e de massa (F_ϕ).

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - f v + \frac{\partial \phi}{\partial x} = F_u \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} - f u + \frac{\partial \phi}{\partial y} = F_v \quad (2)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + u \frac{\partial \phi}{\partial x} + v \frac{\partial \phi}{\partial y} + \phi \cdot \nabla(V) = F_\phi \quad (3)$$

Se as equações mostradas acima têm um campo

*Estudante de doutorado, email aperalta@usp.br.

básico nulo do vector horizontal \vec{V} , podemos obter as seguintes equações linearizadas balanceadas com as fontes de momentum:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - fv + g \frac{\partial h}{\partial x} = F_u, \quad (4)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} - fu + g \frac{\partial h}{\partial y} = F_v, \quad (5)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + H \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = F_\phi. \quad (6)$$

As equações linearizadas podem ser discretizadas para diferentes tipos de grades chamadas de tipo Arakawa (Mesinger et al., 1976). A grade mais usada pelos modelos atmosféricos como o caso do modelo WRF-Chem é do tipo C, ilustrado na Fig. 2. Se usamos o programa Python, podemos gerar tres tipos de matrizes. Se usamos o esquema leap-frog para discretizar as equações linearizadas podemos ter as seguintes equações:

$$\frac{u_{i,j}^{n+1} - u_{i,j}^{n-1}}{2\Delta t} = -g \frac{h_{i+1,j}^n - h_{i,j}^n}{\Delta x} + \frac{f}{4} (v_{i,j}^n + v_{i+1,j}^n + v_{i+1,j-1}^n + v_{i,j-1}^n), \quad (7)$$

$$\frac{v_{i,j}^{n+1} - v_{i,j}^{n-1}}{2\Delta t} = -g \frac{h_{i,j+1}^n - h_{i,j}^n}{\Delta y} - \frac{f}{4} (u_{i,j}^n + u_{i,j+1}^n + u_{i-1,j+1}^n + u_{i-1,j}^n), \quad (8)$$

$$\frac{h_{i,j}^{n+1} - h_{i,j}^{n-1}}{2\Delta t} = -H \left(\frac{u_{i,j}^n - u_{i-1,j}^n}{\Delta x} + \frac{v_{i,j}^n - v_{i,j-1}^n}{\Delta y} \right). \quad (9)$$

Conforme com Döös et al. (2020), a análise de estabilidade, assumindo que $\Delta x = \Delta y$, satisfaz o critério para todas as longitudes de onda quando

$$\mu \equiv \frac{\sqrt{gH}\Delta t}{\Delta x} \leq 0.35$$

Para as condições de fronteira no caso da grade C tipo Arakawa os componentes zonal e meridional são considerados para representar a propagação ra-

diacional devido que os parâmetros u e v têm pontos adicionais que h . Na fronteira oeste, norte e sul podemos representar-los como $\partial u_0/\partial t - c \partial u_0/\partial x = 0$, $\partial v_j/\partial t + c \partial v_j/\partial y = 0$ e $\partial v_0/\partial t - c \partial v_0/\partial y = 0$, respetivamente.

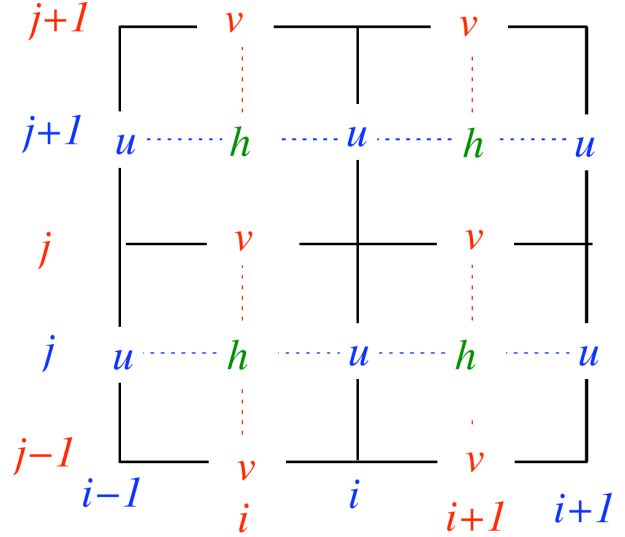


Figura 2: Grade C de Arakawa, extraído de Döös et al. (2020).

Finalmente, a formulação do modelo preserva as propriedades conservativas e asseguram a estabilidade computacional do modelo. A conservação da massa ajuda em manter a pressão superficial dentro dos valores esperados realistas (Döös et al., 2020).

2. Descrição da metodologia

O exercício considera três condições com variação do parâmetro Coriolis ($f=0$, $f=f_0$ na latitude 20°S e $f=\beta y$ para o plano beta equatorial). A opção de fonte escolhida é de tipo oceanográfico de momentum zonal constante com ventos de leste, com gaussiana centrada no equador e alongada na direção zonal (Fig. 3). Ela representa o processo de formação do El Niño-Southern Oscillation (ENSO), pelo que a fonte de momentum é negativa para representar ventos do leste, no jeito similar com o ilustrado na Fig. 4. As condições de fronteira escolhidas são radiacional no oeste, norte e sul, e uma condição

de fronteira rígida na fronteira leste. As variáveis escolhidas de H foram três: 1 m, 250 m e 50 m. A resolução espacial horizontal é de $\Delta x = \Delta y = 100$ km. Depois da integração numérica com o esquema leap-frog foi verificado a conservação de massa e de energia. Finalmente, foram gerados mapas de divergência e vorticidade.

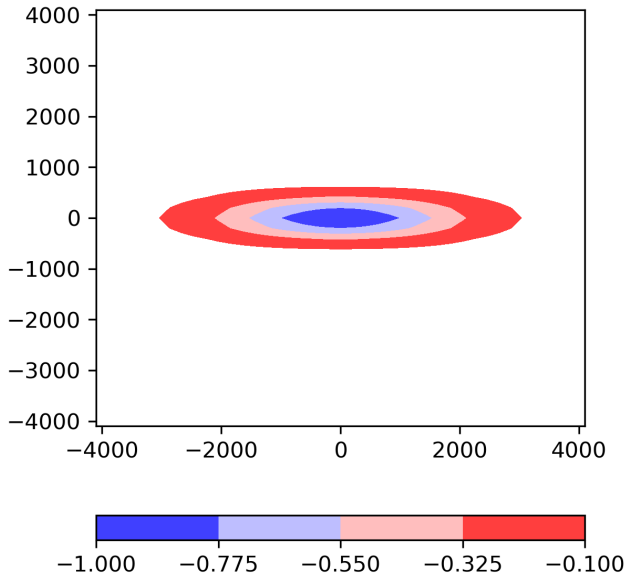


Figura 3: Fonte de momentum zonal F_u com sinal negativo, com alongamento de pontos de $N_{rx}=10$ e $N_{ry}=4$.

Em geral, conforme com as sugestões de Döös et al. (2020), primeiro as condições iniciais foram estabelecidas para $n = 0$ para todos os índices i e j numa grade tipo C: $u_{i+1,j}^{n=0} = 0$, $v_{i,j+1}^{n=0} = 0$, $h_{i,j}^{n=0} = 0$. Depois, a integração das equações do modelo de água rasa considerou o esquema *Euler-forward* para o primeiro passo de tempo ($n = 1$). Os seguintes passos de tempo seguiram com uma integração das equações com o esquema leap-frog. A programação da discretização das equações foi escrita em código de Python, disponível no GitHub “Modelagem”, Exercício 4, [functions.py](#).

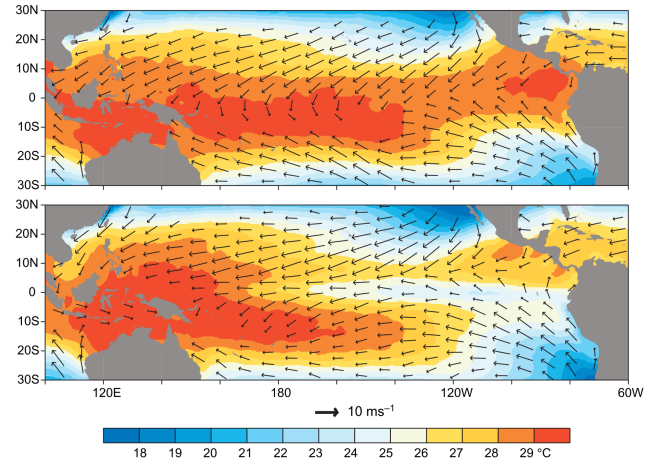


Figura 4: Representação do ciclo ENSO (anos 1997-1998, acima) para a temperatura superficial do mar e ventos de superfície comparado com novembro-abril de período frio (1998-1999, abaixo). Figura extraída de Wallace e Hobbs (2006).

3. Resultados

Os resultados de variação de ‘h’ e os ventos para o caso da fonte de momentum zonal constante (vento forçante de leste, como mostra a Fig. 3) são mostrados na Fig. 5 para diferentes valores de Coriolis ($f = 0$, f constante para a latitude $20^\circ S$ e variação de f no plano beta equatorial). Podemos notar diferenças pequenas entre elas como mostra a Fig. 6. Os mapas de divergência e vorticidade são apresentados na Fig. 7.

4. Discussão dos resultados

Bibliografia

- Döös, K., Lundberg, P., Campino, A.A. (2020). Basic Numerical Methods in Meteorology and Oceanography, 1.^a ed. Department of Meteorology, Stockholm University, Stockholm.
- Mesinger, F., Arakawa, A., Committee, G.A.R. Programme.J.O., Scientific Unions, I.C. of, Organization, W.M. (1976). [Numerical Methods Used in Atmospheric Models](#). World Meteorological Organization, International

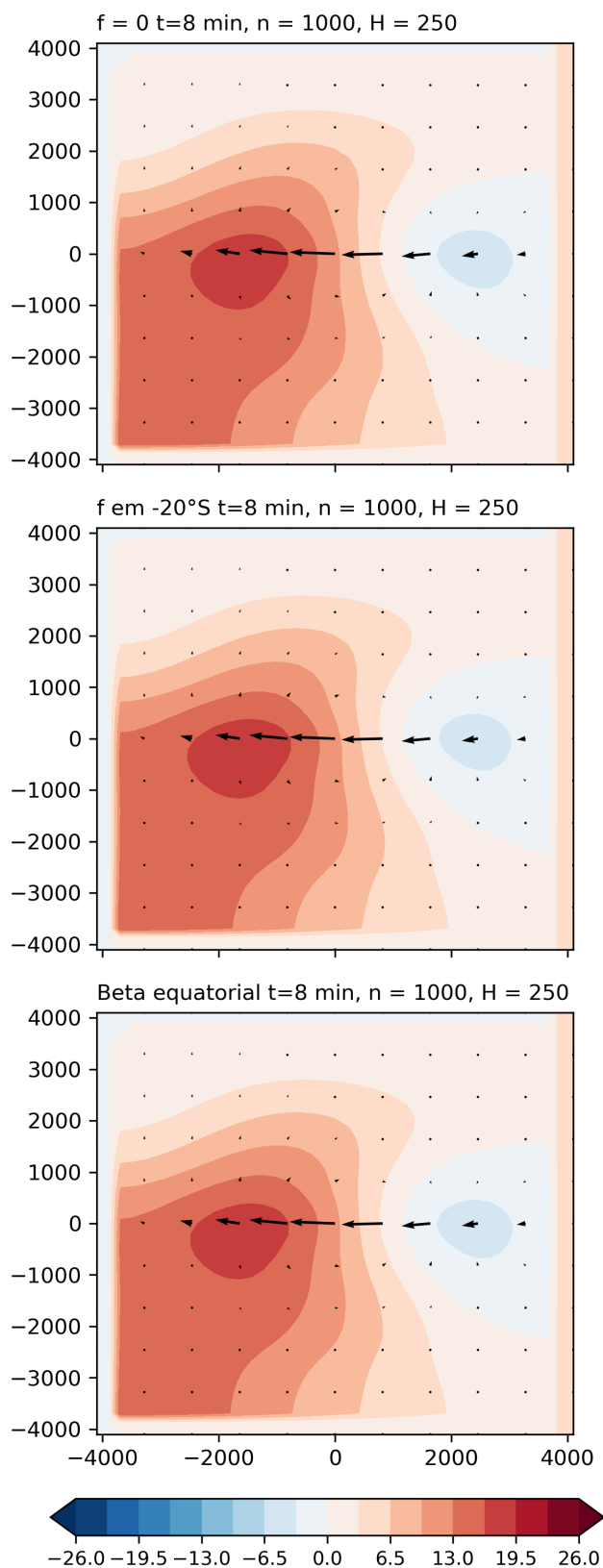


Figura 5: Variação de h com fonte de momentum zonal para diferentes valores de Coriolis

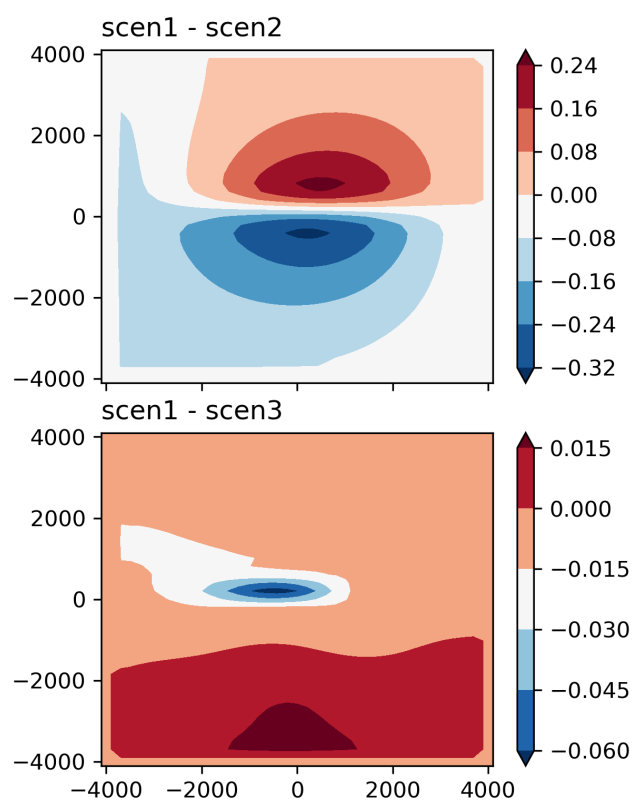


Figura 6: Diferenças entre cada valor de Coriolis com o esquema leapfrog. scen1: $f=0$; scen2: f em 20°S ; scen3: variação de f no plano beta equatorial.

Council of Scientific Unions.
 Randall, D.A. (2021). An Introduction to Numerical
 Modeling of the Atmosphere.
 Wallace, J.M., Hobbs, P.V. (2006). Atmospheric
 Science An Introductory Survey, ELSEVIER.
 ed. University of Washington, London.

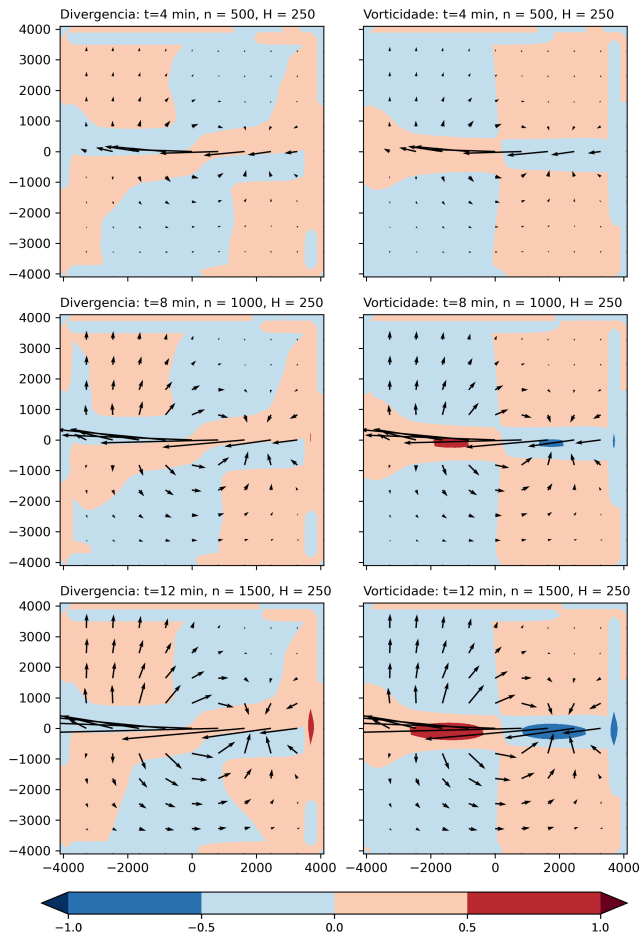


Figura 7: Mapas da divergência e vorticidade para o cenário 3 (scen3) com variação de Coriolis no plano beta equatorial.