

Modelo de água rasa aplicado a uma fonte oceanográfica de momentum zonal constante tipo gaussiana centrada no equador

Alejandro H. D. Peralta*

*Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas
Universidade de São Paulo*

2 de novembro de 2022

Resumo

Neste trabalho .

1. Introdução

O modelo de água rasa considera equações para representar o ajuste geostrófico para o deslocamento das ondas de gravidade e inerciais considerando as propriedades conservativas de momentum e massa (Randall, 2021). O modelo é importante para representar fenômenos atmosféricos ou oceanográficos. Nos estudos de qualidade do ar pode representar a variação da camada de mistura ao longo do dia que impacta na concentração dos poluentes. O modelo também tem aplicações oceanográficas onde a força zonal dos ventos pode afetar o deslocamento das correntes como propagação de ondas com variação da altura do fluido, como é ilustrado na Fig. 1. Conforme com Döös et al. (2020), as ondas de gravidade no modelo 1D pode-se propagar ao longo do eixo x em ambas direções com uma velocidade $c = \sqrt{gH}$ sem depender do número de onda pelo que é considerado não dispersivo; onde g é a aceleração da gravidade e H a altura média do fluido.

O modelo de água rasa 2D (e.g., nos eixos “ x ” e

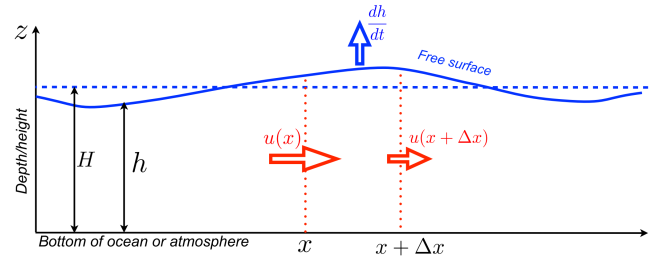


Figura 1: Modelo de água rasa 1D, extraído de Döös et al. (2020).

“ y ”) apresenta equações de variação zonal (eq. 1), meridional (eq. 2) e de altura (eq. 3). As equações tem como parâmetros o vento zonal (u), meridional (v), altura geopotencial (ϕ) e a aceleração de Coriolis $f \equiv 2\Omega \sin \varphi$, onde Ω é a frequência angular da rotação da Terra e φ a latitude. As equações estão balanceadas com as fontes de momentum zonal (F_u), meridional (F_v) e de massa (F_ϕ).

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - f v + \frac{\partial \phi}{\partial x} = F_u \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} - f u + \frac{\partial \phi}{\partial y} = F_v \quad (2)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + u \frac{\partial \phi}{\partial x} + v \frac{\partial \phi}{\partial y} + \phi \cdot \nabla(V) = F_\phi \quad (3)$$

Se as equações mostradas acima têm um campo

*Estudante de doutorado, email aperalta@usp.br.

básico nulo do vector horizontal \vec{V} , podemos obter as seguintes equações linearizadas balanceadas com as fontes de momentum:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - fv + g \frac{\partial h}{\partial x} = F_u, \quad (4)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} - fu + g \frac{\partial h}{\partial y} = F_v, \quad (5)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + H \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = F_\phi. \quad (6)$$

As equações linearizadas podem ser discretizadas para diferentes tipos de grades chamadas de tipo Arakawa (Mesinger et al., 1976). A grade mais usada pelos modelos atmosféricos como o caso do modelo WRF-Chem é do tipo C, ilustrado na Fig. 2. Se usamos o programa Python, podemos gerar tres tipos de matrizes. Se usamos o esquema leap-frog para discretizar as equações linearizadas podemos ter as seguintes equações:

$$\frac{u_{i,j}^{n+1} - u_{i,j}^{n-1}}{2\Delta t} = -g \frac{h_{i+1,j}^n - h_{i,j}^n}{\Delta x} + \frac{f}{4} (v_{i,j}^n + v_{i+1,j}^n + v_{i+1,j-1}^n + v_{i,j-1}^n), \quad (7)$$

$$\frac{v_{i,j}^{n+1} - v_{i,j}^{n-1}}{2\Delta t} = -g \frac{h_{i,j+1}^n - h_{i,j}^n}{\Delta y} - \frac{f}{4} (u_{i,j}^n + u_{i,j+1}^n + u_{i-1,j+1}^n + u_{i-1,j}^n), \quad (8)$$

$$\frac{h_{i,j}^{n+1} - h_{i,j}^{n-1}}{2\Delta t} = -H \left(\frac{u_{i,j}^n - u_{i-1,j}^n}{\Delta x} + \frac{v_{i,j}^n - v_{i,j-1}^n}{\Delta y} \right). \quad (9)$$

Conforme com Döös et al. (2020), a análise de estabilidade, assumindo que $\Delta x = \Delta y$, satisfaz o critério para todas as longitudes de onda quando

$$\mu \equiv \frac{\sqrt{gH}\Delta t}{\Delta x} \leq 0.35$$

Para as condições de fronteira no caso da grade C tipo Arakawa os componentes zonal e meridional são considerados para representar a propagação ra-

diagonal devido que os parâmetros u e v têm pontos adicionais que h . Na fronteira oeste, norte e sul podemos representar-los como $\partial u_0/\partial t - c \partial u_0/\partial x = 0$, $\partial v_j/\partial t + c \partial v_j/\partial y = 0$ e $\partial v_0/\partial t - c \partial v_0/\partial y = 0$, respetivamente.

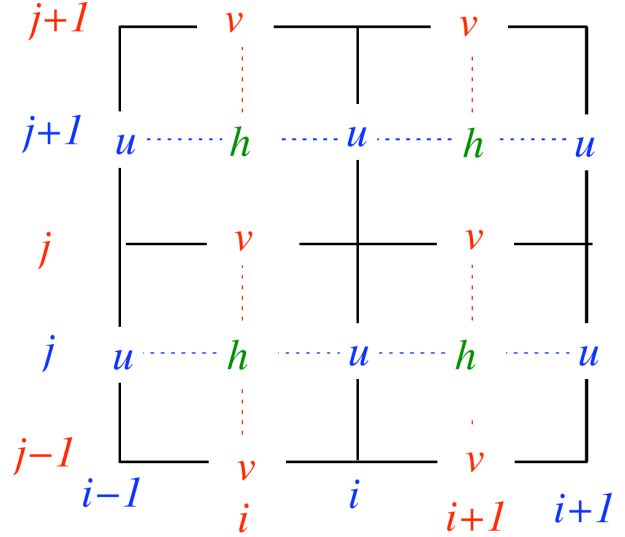


Figura 2: Grade C de Arakawa, extraído de Döös et al. (2020).

Finalmente, a formulação do modelo preserva as propriedades conservativas e asseguram a estabilidade computacional do modelo. A conservação da massa ajuda em manter a pressão superficial dentro dos valores esperados realistas (Döös et al., 2020).

2. Descrição da metodologia

O exercício considera três condições com variação do parâmetro Coriolis ($f=0$, $f=f_0$ na latitude 20°S e $f=\beta y$ para o plano beta equatorial). A opção de fonte escolhida é de tipo oceanográfico de momentum zonal constante, com gaussiana centrada no equador e alongada na direção zonal, resolução espacial horizontal de $\Delta x = \Delta y = 100$ km (Fig. 3). As condições de fronteira escolhidas são radiacional no oeste, norte e sul, e uma condição de fronteira rígida na fronteira leste. As variáveis escolhidas de H foram três: 1 m, 250 m e 50 m. Depois da integração numérica com o esquema leap-frog foi

verificado a conservação de massa e de energia. Finalmente, foram gerados mapas de divergência e vorticidade.

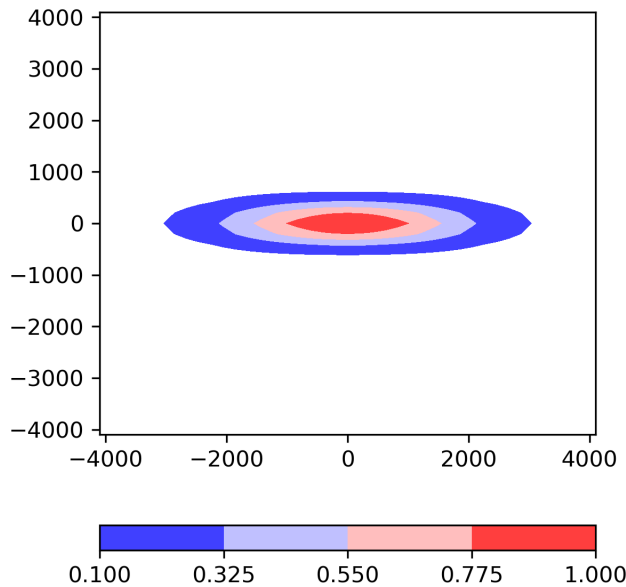


Figura 3: Fonte de momentum zonal F_u para $N_{rx}=10$ e $N_{ry}=4$.

Em geral, conforme com as sugestões de Döös et al. (2020), primeiro as condições iniciais foram estabelecidas para $n = 0$ para todos os índices i e j numa grade tipo C: $u_{i+1,j}^{n=0} = 0$, $v_{i,j+1}^{n=0} = 0$, $h_{i,j}^{n=0} = 0$. Depois, a integração das equações do modelo de água rasa considerou o esquema *Euler-forward* para o primeiro passo de tempo ($n = 1$). Os seguintes passos de tempo seguiram com uma integração das equações com o esquema leap-frog. A programação da discretização das equações foi escrita em código de Python, disponível no GitHub “Modelagem”, Exercício 4, [functions.py](#).

3. Resultados

4. Discussão dos resultados

Bibliografia

Döös, K., Lundberg, P., Campino, A.A. (2020). Basic Numerical Methods in Meteorology and Oce-

anography, 1.^a ed. Department of Meteorology, Stockholm University, Stockholm.

Mesinger, F., Arakawa, A., Committee, G.A.R.Programme.J.O., Scientific Unions, I.C. of, Organization, W.M. (1976). [Numerical Methods Used in Atmospheric Models](#). World Meteorological Organization, International Council of Scientific Unions.

Randall, D.A. (2021). An Introduction to Numerical Modeling of the Atmosphere.

Apêndice A

O código escrito em Python começou com resolver todo sem o operador...