

INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
PIAUI
Campus Teresina - Central

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E
TECNOLOGIA DO PIAUÍ

CAMPUS TERESINA-CENTRAL

DIRETORIA DE ENSINO

Estrutura de Dados II – Balanceamento com o Algoritmo DSW

- Aula 10 -

Professora: Elanne Cristina O. dos Santos

elannecristina.santos@gmail.com

elannecristina.santos@ifpi.edu.br

Algoritmo de Balanceamento

- Existem inúmeros algoritmos para casos diferentes de situações. A forma básica é mapear a árvore para um vetor e reconstruir a partir de suas subdivisões.
- O algoritmo de balanceamento visto anteriormente tem a desvantagem de exigir **UMA MATRIZ ADICIONAL** que necessitava **SER ORDENADA ANTES QUE A CONSTRUÇÃO DE UMA ÁRVORE PERFEITAMENTE BALANCEADA** começasse.
- Pode ser construída a matriz inicialmente, mas nesse caso pode ser impróprio quando a árvore tem que ser usada enquanto os dados a serem incluídos nela ainda estão chegando.

Algoritmo de Balanceamento

- Uma solução seria: transferir os dados da árvore desbalanceada direto para a matriz usando o percurso in-order (LVR), isso evitaria da necessidade do algoritmo de ordenação. Depois remover a árvore e reconstruí-la usando o algoritmo de balanceamento.
- Para evitar a ordenação, portanto, ele exigia a demolição e então reconstrução da árvore, o que é ineficiente, exceto para árvores bem pequenas.

Algoritmo DSW

- O algoritmo **DSW** (criadores do algoritmo: Day, Sout e Warren) exige PEQUENA ARMAZENAGEM ADICIONAL PARA VARIÁVEIS INTERMEDIÁRIAS E USO DE PROCEDIMENTOS SEM ORDENAÇÃO.
- O essencial neste algoritmo é a **rotação**, que pode ser à esquerda ou à direita do nó com relação ao seu ascendente.

Algoritmo da rotação à direita:

rotateRight(Gr, Par, Ch) {

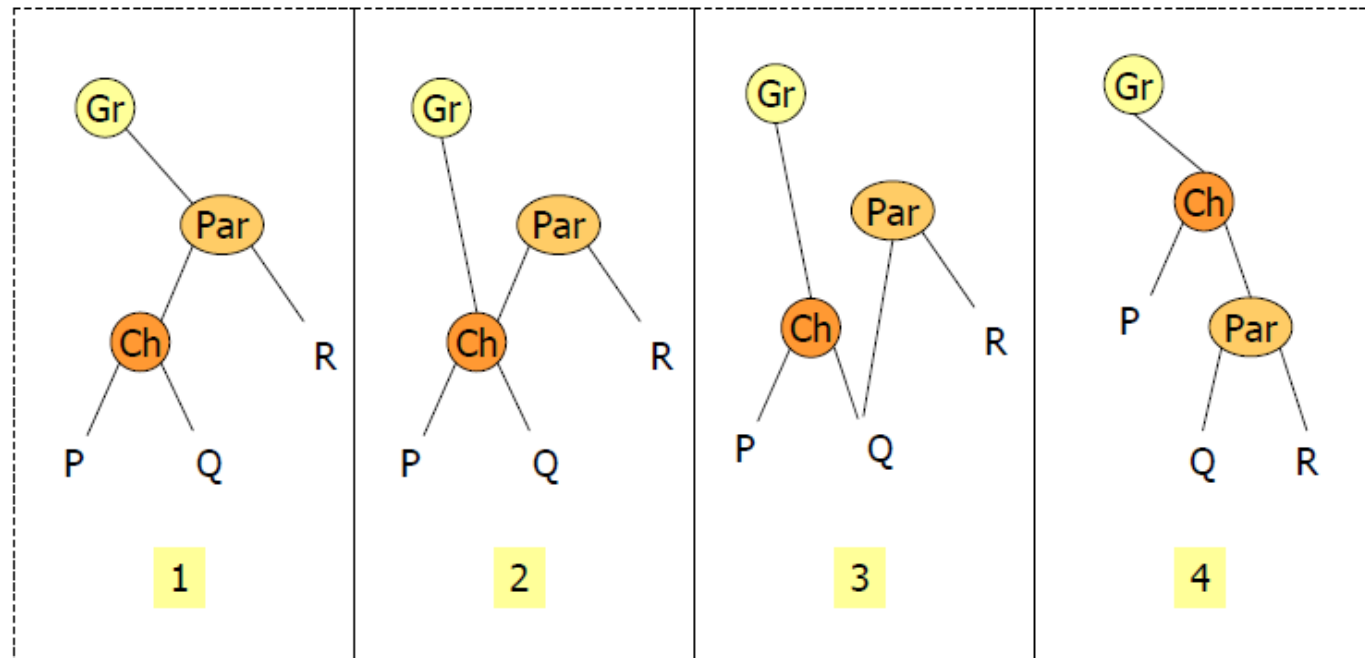
if **Par** não é raiz

 o avô **Gr** do filho **Ch** se torna o ascendente de **Ch** substituindo **Par**;

 a subárvore direita de **Ch** se torna a árvore esquerda do ascendente **Par** de **Ch**;

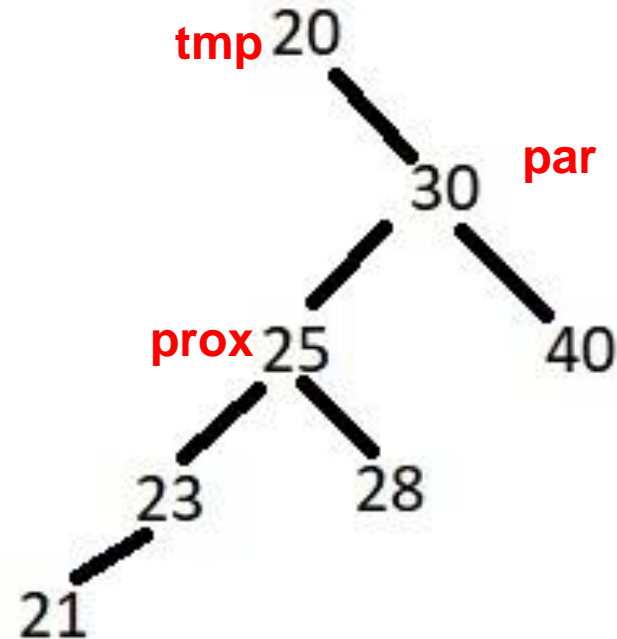
 o nó **Ch** obtém **Par** como seu filho direito;

}



Rotação a Direita

```
ArvoreNo<T> *tmp=p;  
ArvoreNo<T> *par;  
ArvoreNo<T> *prox;  
ArvoreNo<T> *subD;  
par = tmp->right;
```



Rotação a Direita

ArvoreNo<T> *tmp=p;

ArvoreNo<T> *par;

ArvoreNo<T> *prox;

ArvoreNo<T> *subD;

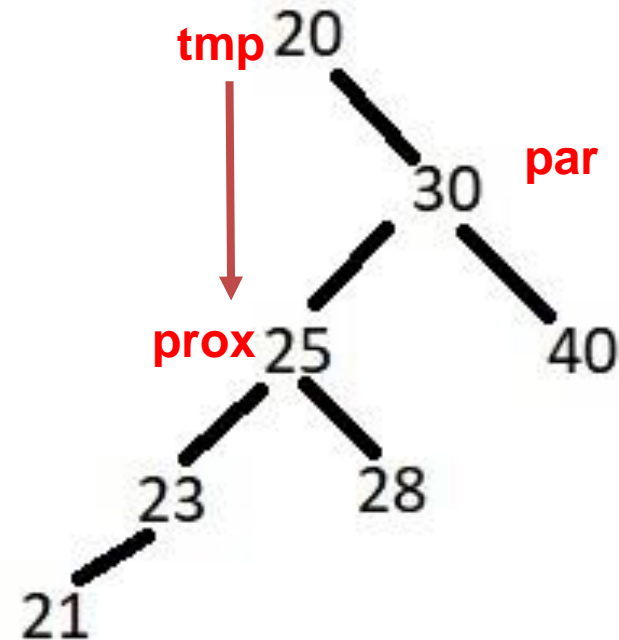
par = tmp->right;

-> tmp->right = prox

subD=prox->right;

par->left =subD;

prox->right = par;



Rotação a Direita

ArvoreNo<T> *tmp=p;

ArvoreNo<T> *par;

ArvoreNo<T> *prox;

ArvoreNo<T> *subD;

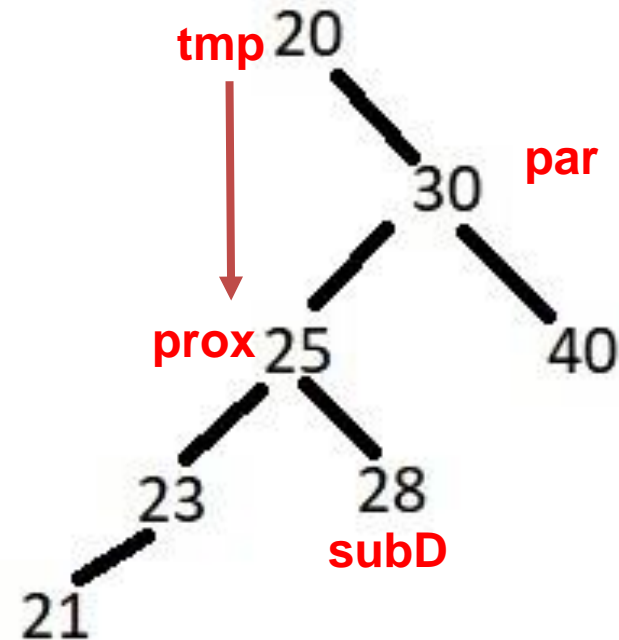
par = tmp->right;

tmp->right = prox;

-> subD=prox->right;

par->left =subD;

prox->right = par;



Rotação a Direita

ArvoreNo<T> *tmp=p;

ArvoreNo<T> *par;

ArvoreNo<T> *prox;

ArvoreNo<T> *subD;

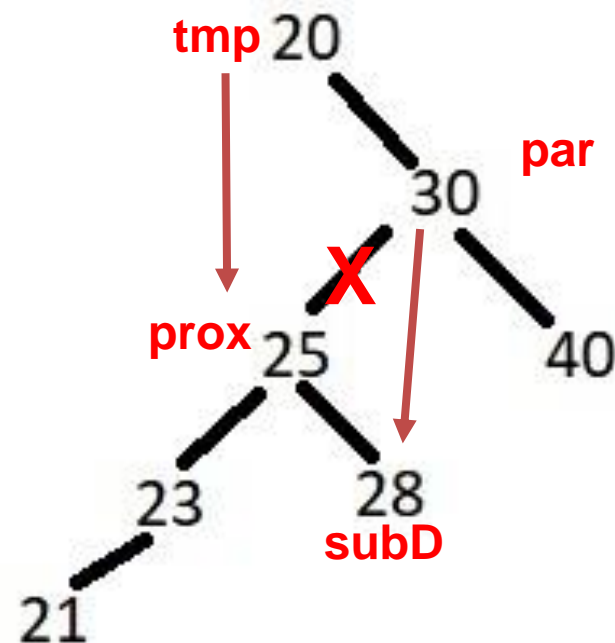
par = tmp->right;

tmp->right = prox;

subD=prox->right;

-> par->left =subD;

prox->right = par;



Rotação a Direita

ArvoreNo<T> *tmp=p;

ArvoreNo<T> *par;

ArvoreNo<T> *prox;

ArvoreNo<T> *subD;

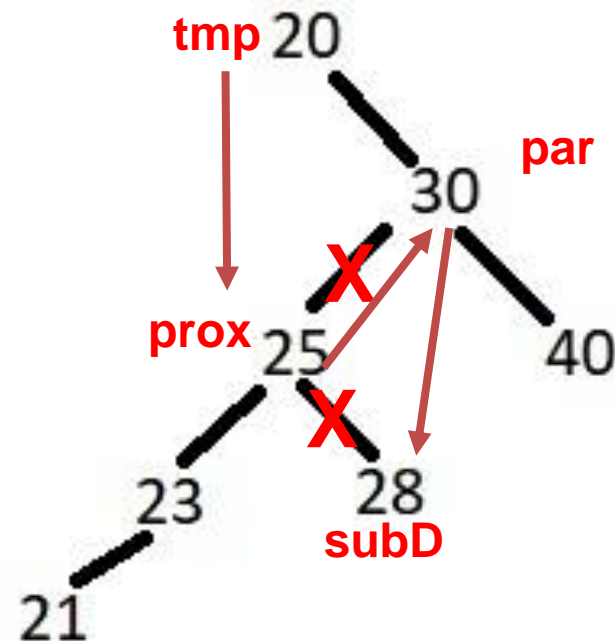
par = tmp->right;

tmp->right = prox;

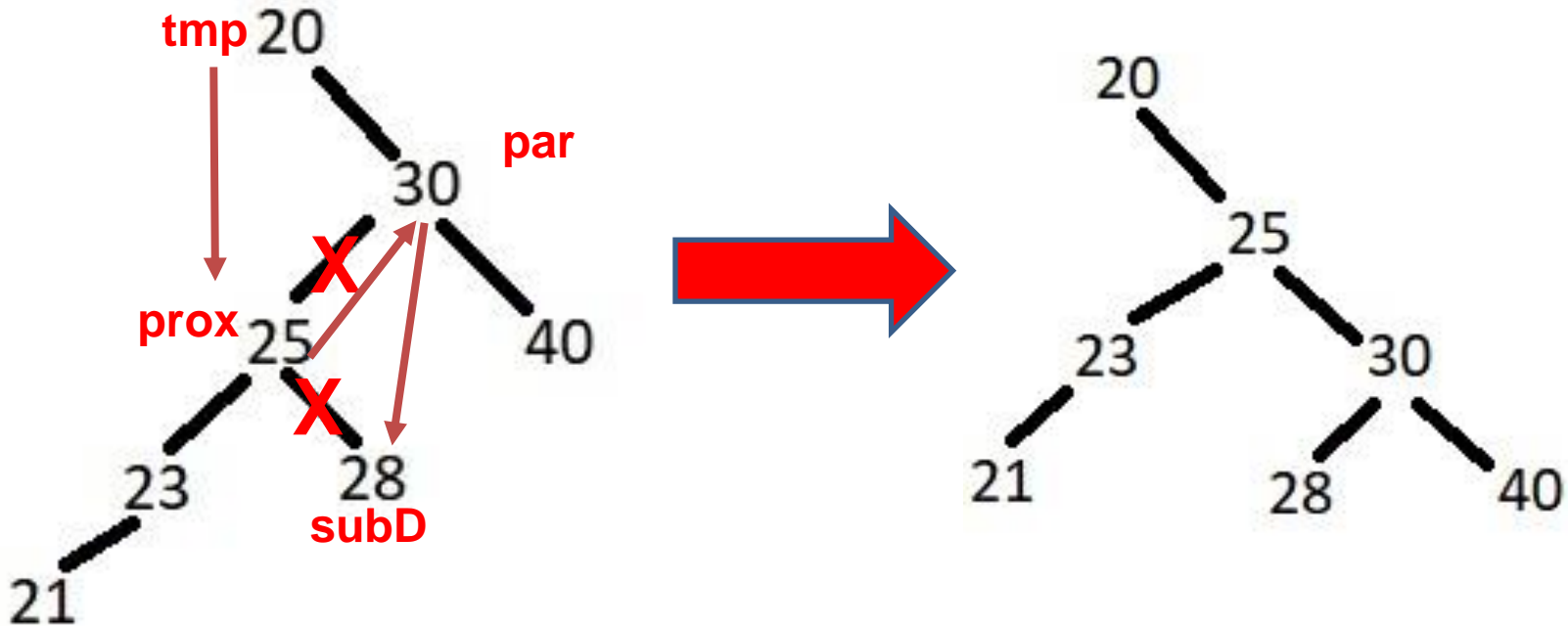
subD=prox->right;

par->left =subD;

-> prox->right = par;

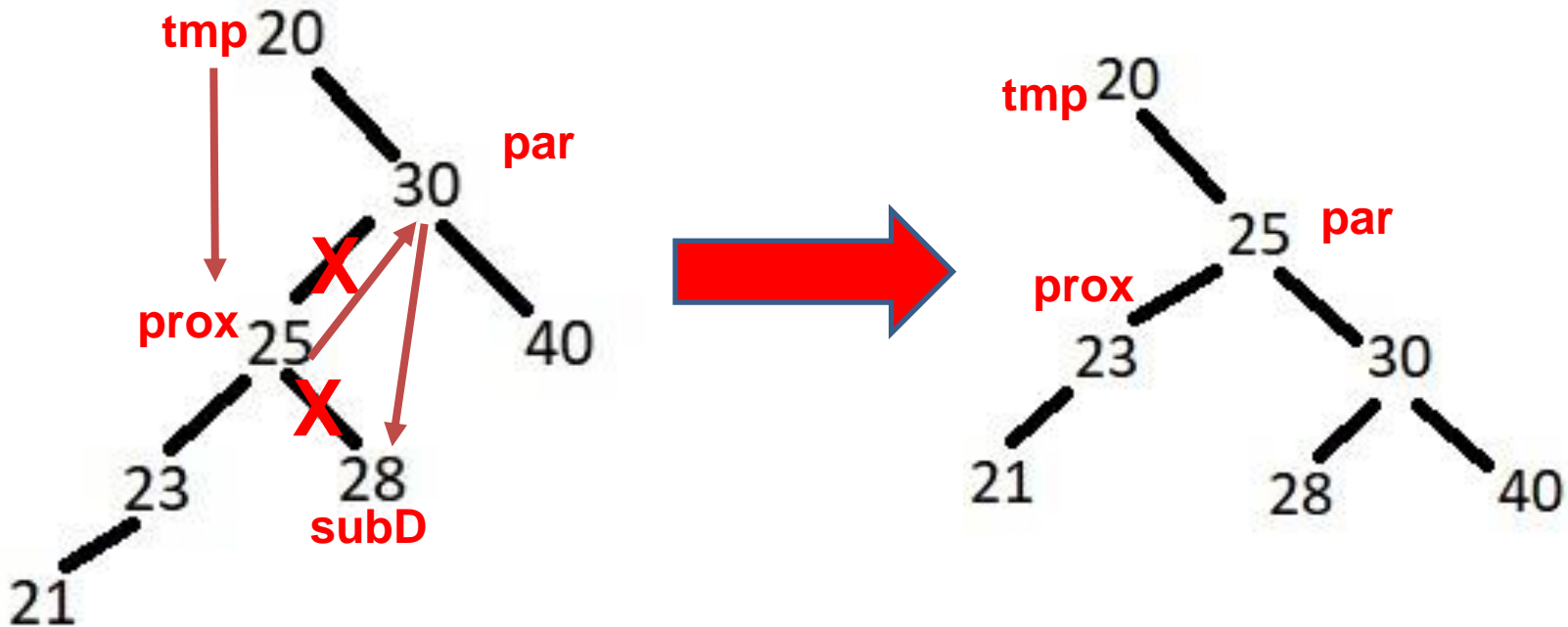


Rotação a Direita



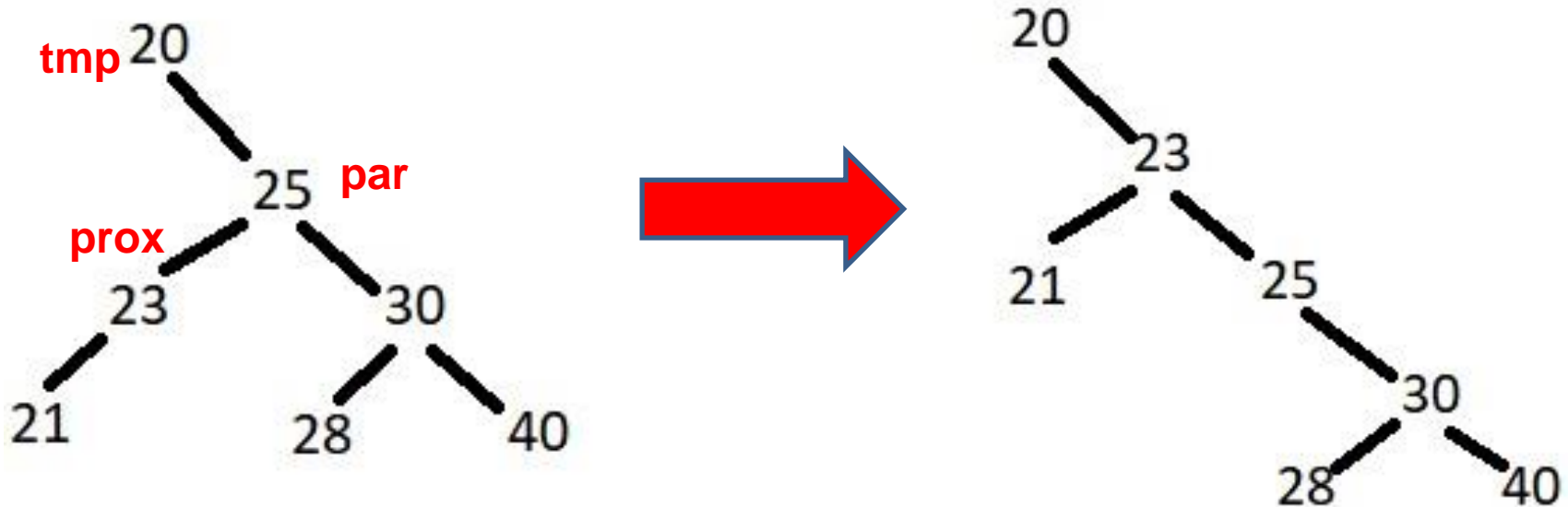
```
tmp->right = prox;  
subD=prox->right;  
par->left =subD;  
prox->right = par;
```

Rotação a Direita



tmp->right = prox;
subD=prox->right;
par->left =subD;
prox->right = par;

Rotação a Direita

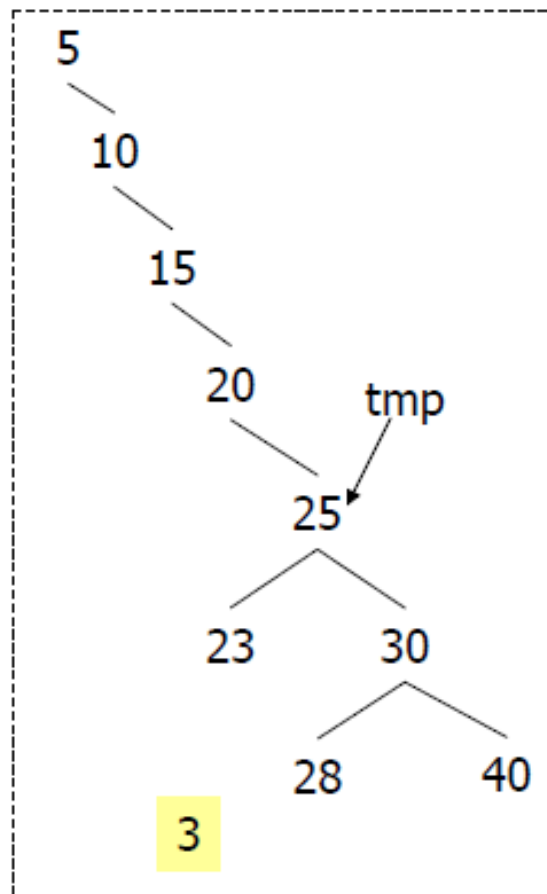
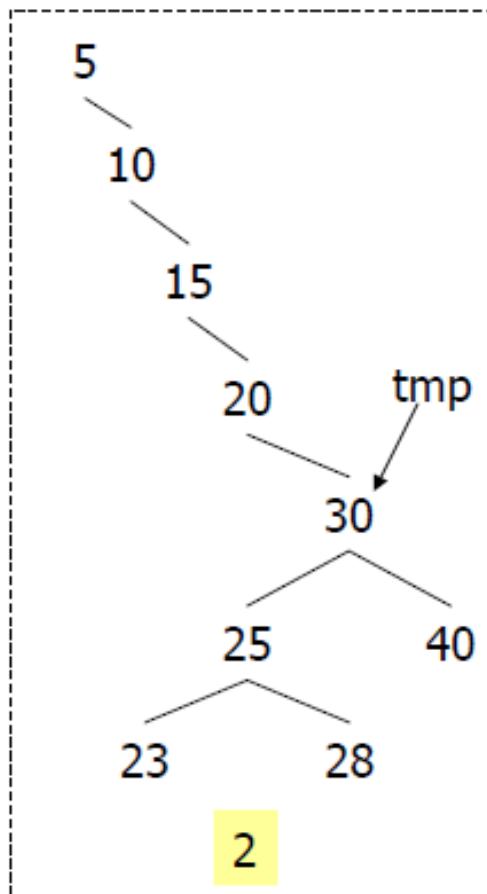
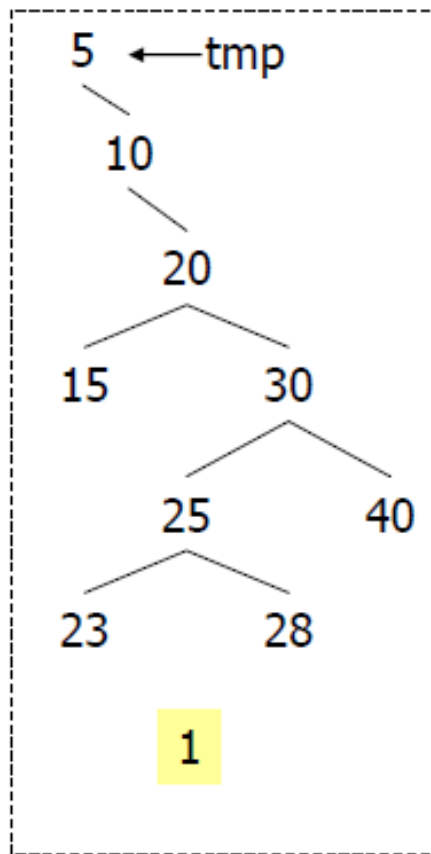


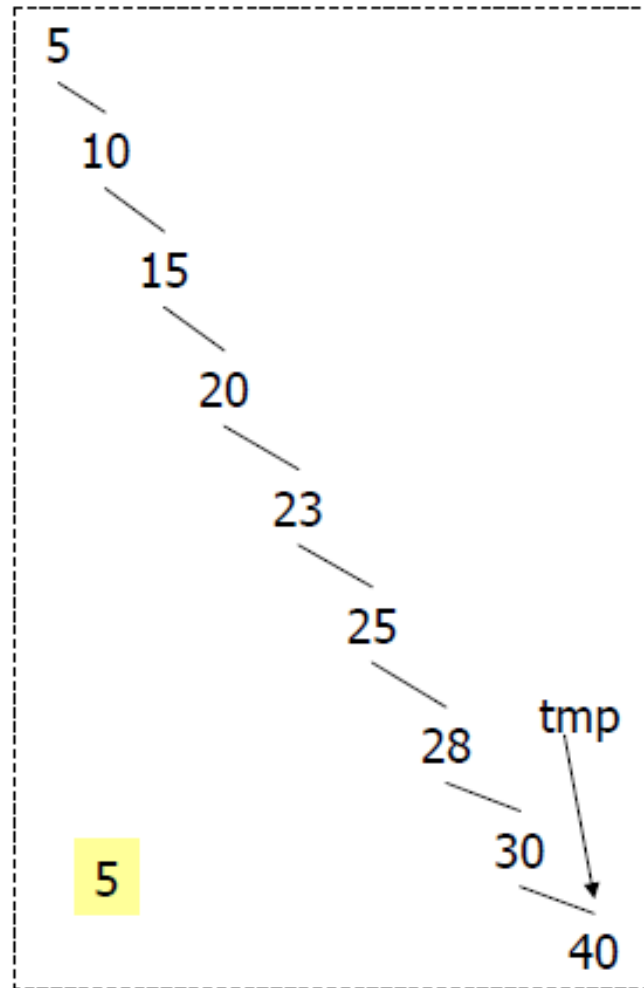
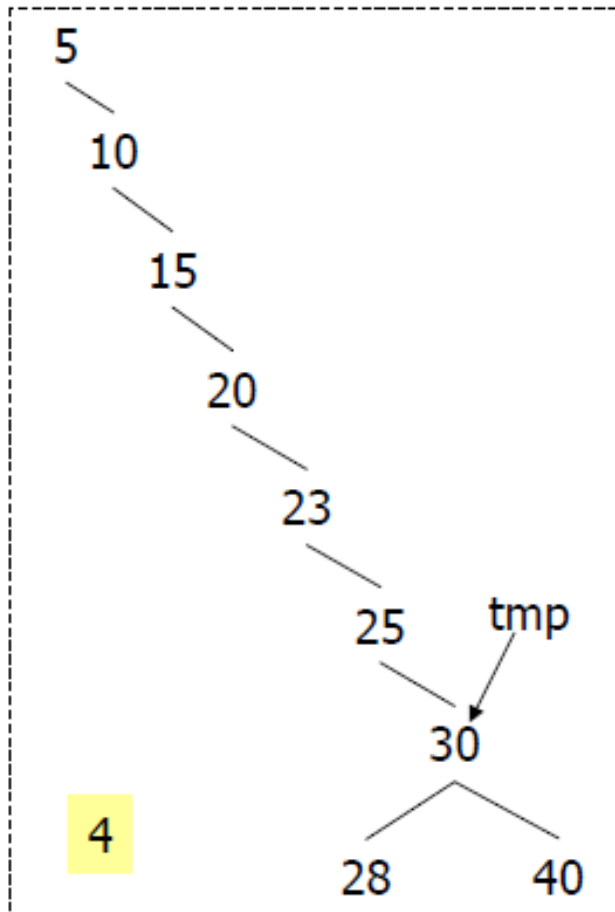
```
tmp->right = prox;  
subD=prox->right;  
par->left =subD;  
prox->right = par;
```

Algoritmo DSW

- Na 1ª fase ele resulta em um árvore parecida com uma lista ligada chamada de *espinha dorsal*.

```
createBackbone (root, n) {  
    tmp = root;  
    while (tmp != 0) {  
        if tmp tem um filho esquerdo  
            gire esse filho ao redor de tmp;  
            ajuste tmp para o filho que se tornou  
            ascendente;  
        else ajuste tmp para o filho direito;  
    }  
}
```





Algoritmo DSW

- Na 2ª fase a espinha dorsal é transformada em uma árvore balanceada:

```
createPerfectTree (root, n) {  
    m = (2 elevado ao menor valor de lg(n+1)) - 1;  
    faça n - m rotações começando da raiz;  
    while (m > 1) {  
        m = m / 2;  
        faça m rotações começando da raiz;  
    }  
}
```

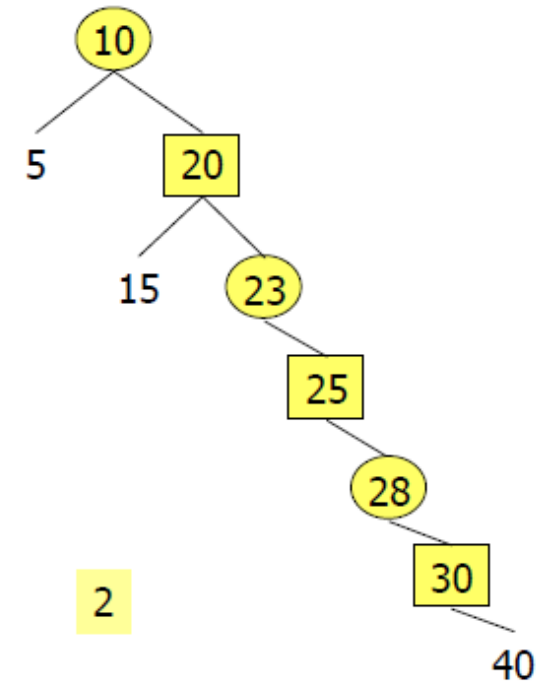
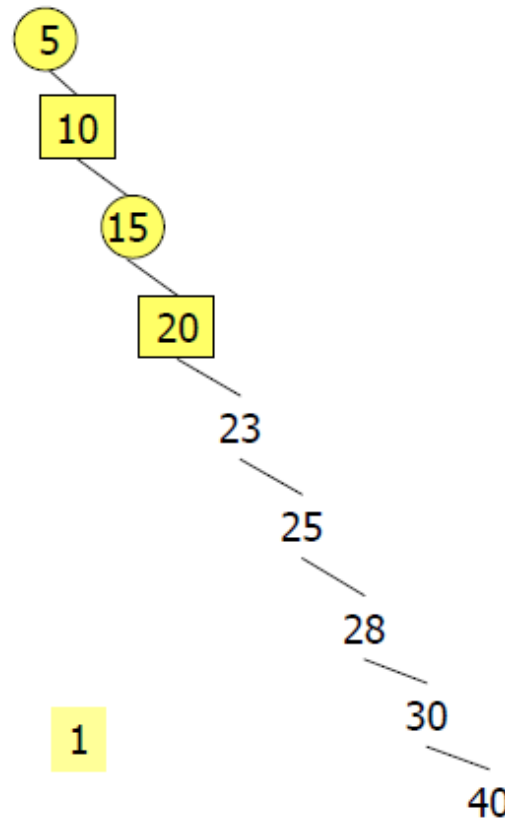
Algoritmo DSW

$m = (2 \text{ elevado ao menor valor de } \lg(n+1)) - 1;$
faça $n - m$ rotações começando da raiz;

$n=9$

$m = (2 \text{ elevado a } \log 10) - 1 = 7$

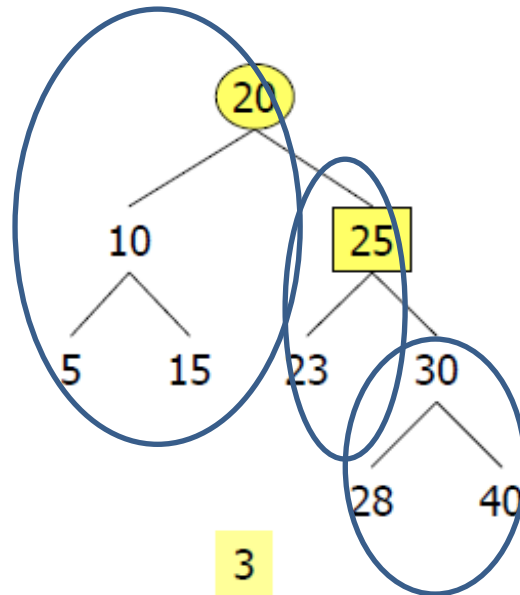
Rotações $= 9 - 7 = 2$



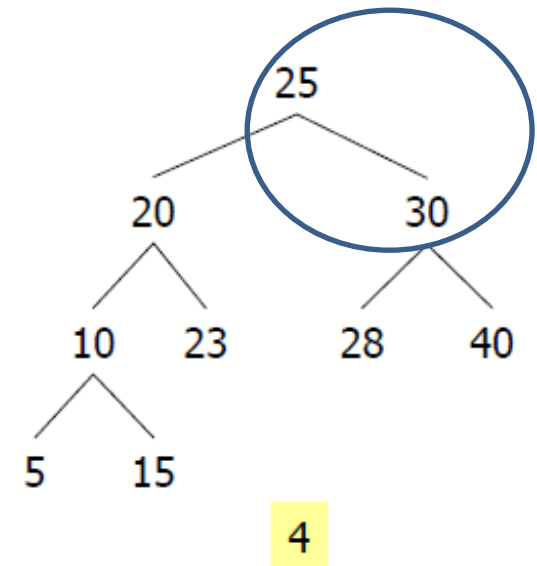
Algoritmo DSW

```
while (m > 1) {  
    m = m / 2;  
    faça m rotações começando da raiz;  
}
```

$$m = 7/2 \Rightarrow 3$$



$$m = 3/2 \Rightarrow 1$$



Algoritmo DSW

- O número de rotações pode ser calculado pela formula $n - \lceil \log(n+1) \rceil$, ou seja, o número de rotações é $O(n)$.
- Criar a espinha dorsal exige no máximo $O(n)$ rotações, por isso o custo do rebalanceamento global é ótimo em termos de tempo, cresce linearmente com n e exige pequena e fixa quantidade de armazenagem.

Atividade

1) Inclua os seguintes valores na seguinte ordem em uma árvore binária:

8, 20, 25, 14, 32, 30, 28, 31, 40.

1.1) Qual a altura da árvore resultante?

1.2) Mostre a árvore resultante.

1.3) A árvore resultante está balanceada ou não?

1.4) Aplique o algoritmo DSW se a árvore estiver desbalanceada. Qual a árvore resultante?