Laboratório de Fonologia

Estatística para Linguística

Prof. Dr. Adelino Pinheiro Silva

Sumário

Assunto

In a hole in the ground there lived a...

Por que estudar estatística?

- Compreender **fatores** que afetam um resultado.
- Julgar de forma crítica as informações recebidas.
- Argumentar estatisticamente.

O que é estatística (Agresti, 2018)?

- Conjunto de métodos para se **obter** e **analisar** dados.
- Metodologia baseada na **ocorrência** para realizar **previsão**.

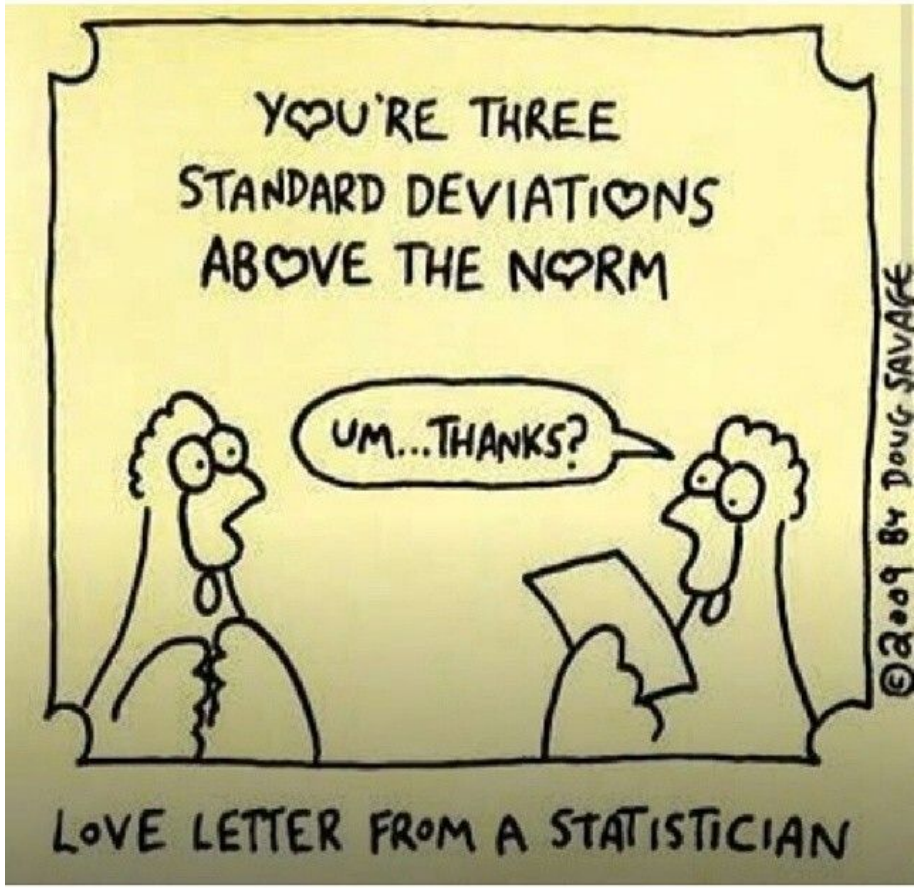


Imagem: https://i.pinimg.com/originals/48/fb/95/48fb9570a8413fe83053df7c3599e7eb.jpg

I Have the High Ground

Alguns termos para começar

- **Dado**: Observação obtida sobre o objeto de interesse.
- **Observação**: Medida, ou informação coletada (sujeita a ruído e erros).
- **Base de dados**: Conjunto de dados, e.g., *general social survey*.
- **População**: Conjunto total dos elementos (desconhecido, inacessível).
- **Amostra**: subconjunto da população, dados (medidas) coletados.
- **Parâmetro**: Fator (resumo) numérico da população (dica: letras gregas).
- **Estatística**: Valor obtido da amostra !!!!!
- **Ferramental**: R-studio

Imagem: https://www.python.org/static/community_logos/python-logo-generic.svg

I Have the High Ground

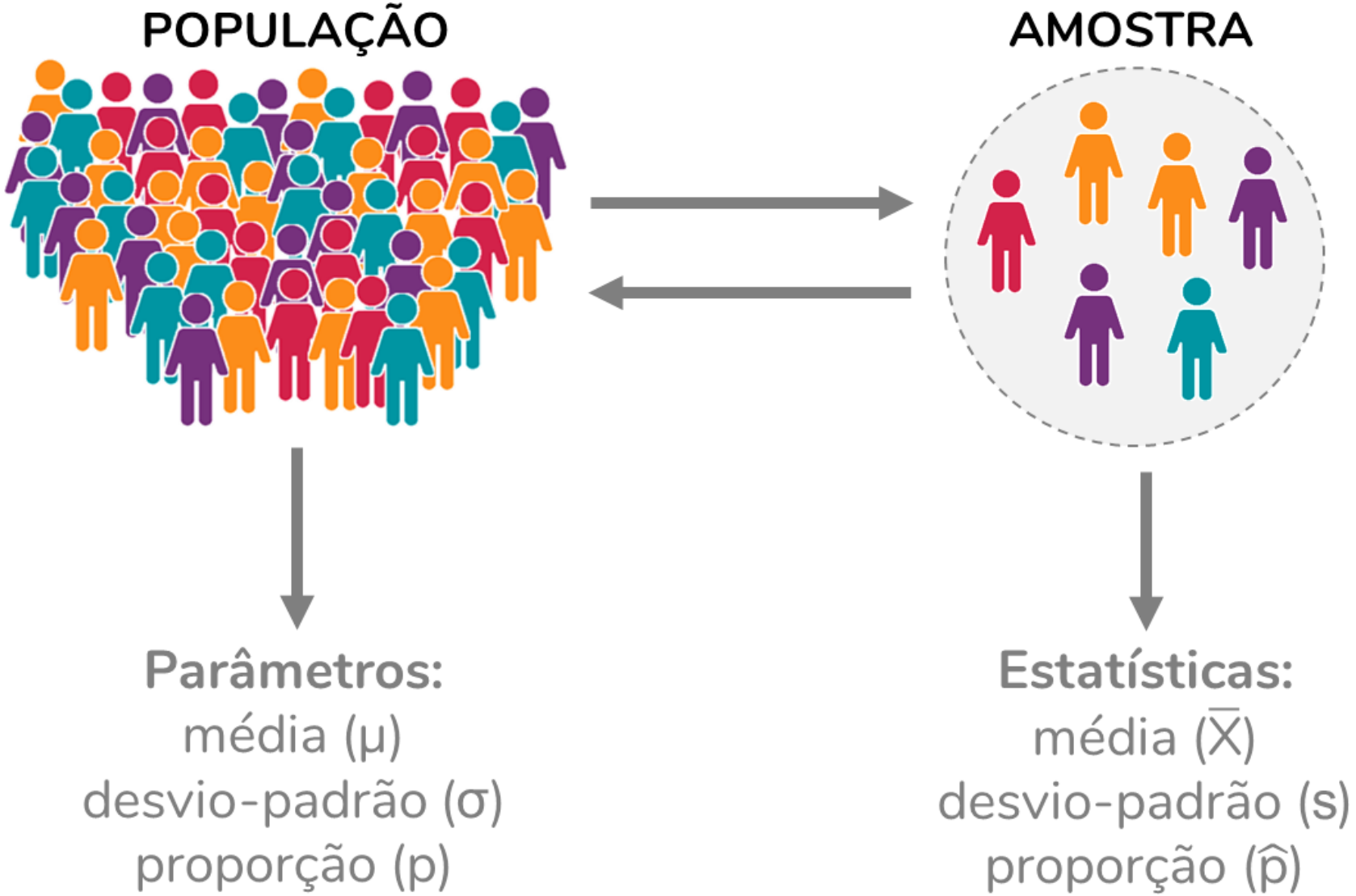


Imagem: https://fernandafperes.com.br/intervalo-de-confianca/

Medida e amostra

Maneiras de extrair informações de interesse.

- **Variável aleatória**: Característica que pode variar com os elementos da população ou amostra.
- **Escala de medição**: Extensão onde a variável aleatória pode ser medida. Exemplos:
  - Categóricas: (cara, coroa), (derrota, empate, vitória); ou
  - Quantitativas: $\{x \in \mathbb{R} | 0 \leq x \leq 1\}$, $[0, 1]$

Se caracteriza a variável aleatória como um resultado de uma experiência aleatória, que pode ser classificada como:

- **Categóricas**: valores aceitos dentro de um limite de categorias (qualitativos?).
- **Quantitativas**: valores numéricos de qualquer conjunto, e.g., $\mathbb{N}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$

Definição formal de variável aleatória: $X : \Omega \to \mathbb{R} \Leftrightarrow \{\omega : X(\omega) \leq x\} \in \mathcal{F}, \forall x \in \mathbb{R}$

Medida e amostra

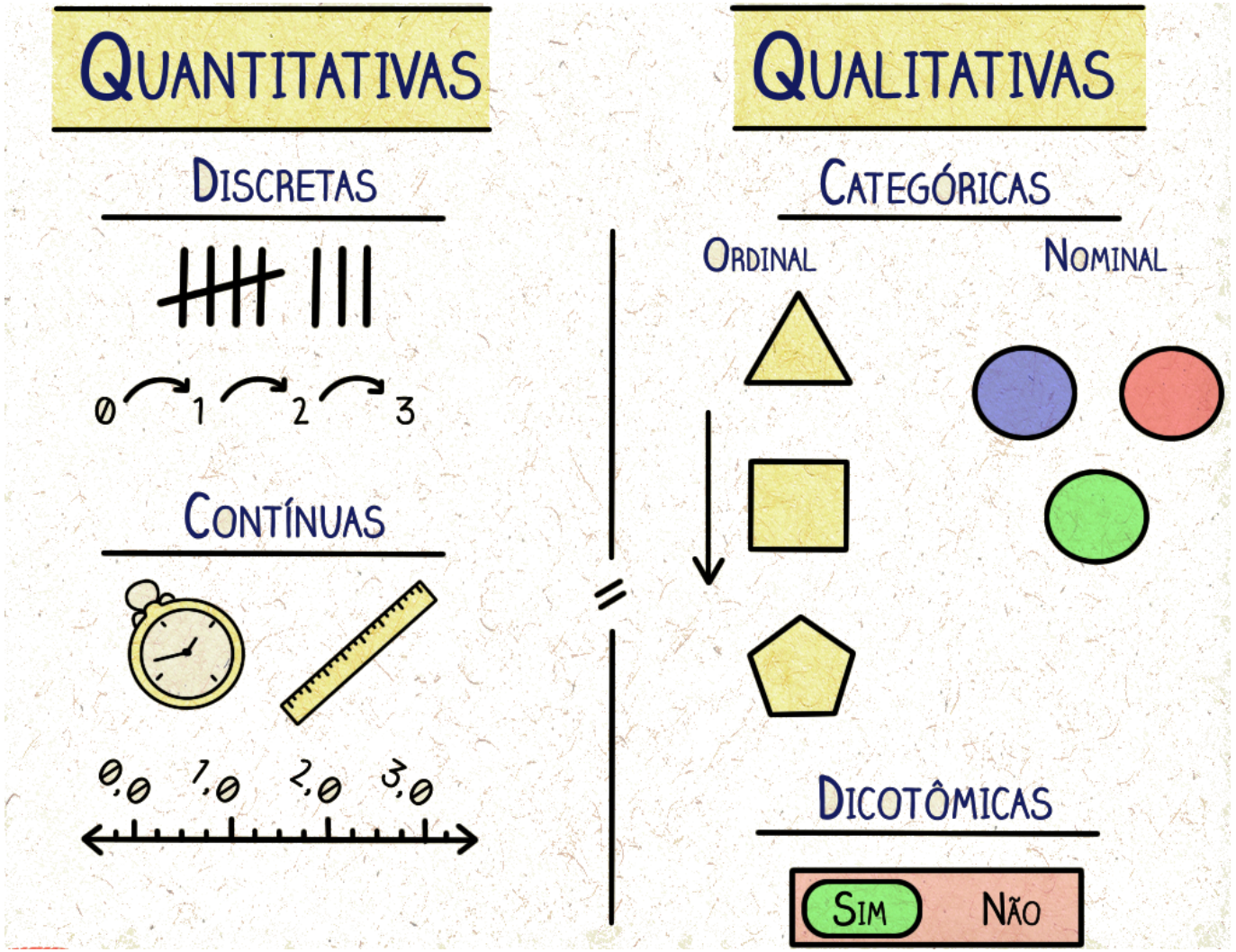
Escalas:.

- **Intervalar**: delimitação numérica.
- **Nominal**: Nomes/categorias “não ordenáveis”, e.g., preferência de cores;
- **Ordenáveis**: Nomes/categorias que podem ser ordenadas em níveis, e.g., expectativa do curso (baixá, sem expectativa, alta).

Detalhe: Em escalas categóricas é muito difícil garantir uma homogeneidade dos intervalos, i.e., se os intervalos das categorias possuem escalas de mesmo tamanho.

Variáveis estatísticas

- **Amostra aleatória simples**: todas amostras de mesmo tamanho possem a mesma "chance". Seria um retrato da população(?).
- **Métodos de amostragem, *sample survey***: Sistemática, estratificada, grupo (*cluster*), multiestágios.
- **Amostra enviesada**: alunos de uma sala de aula (?).



Adaptado de https://artemetabolica.blogspot.com/2015/12/bioestatistica-1-variaveis.html

Estudo experimental

Experimento: Controlar variáveis independentes e observar a variação de variáveis dependentes para dar suporte ou refutar uma hipótese.

- Compara “tratamentos”.
- Unidades de testes.
- Grupos, pelo menos, “controle” e “tratamento”.
- Variáveis estranhas (predatórias).

Problemas experimentais

- Variação do instrumento (ou pessoa que conduz parte dele).
- Regressão analítica.
- Viés de seleção.
- Perda de unidade

https://br.freepik.com/vetores-premium/

Estudo experimental

Efeitos do teste: principal e interativo

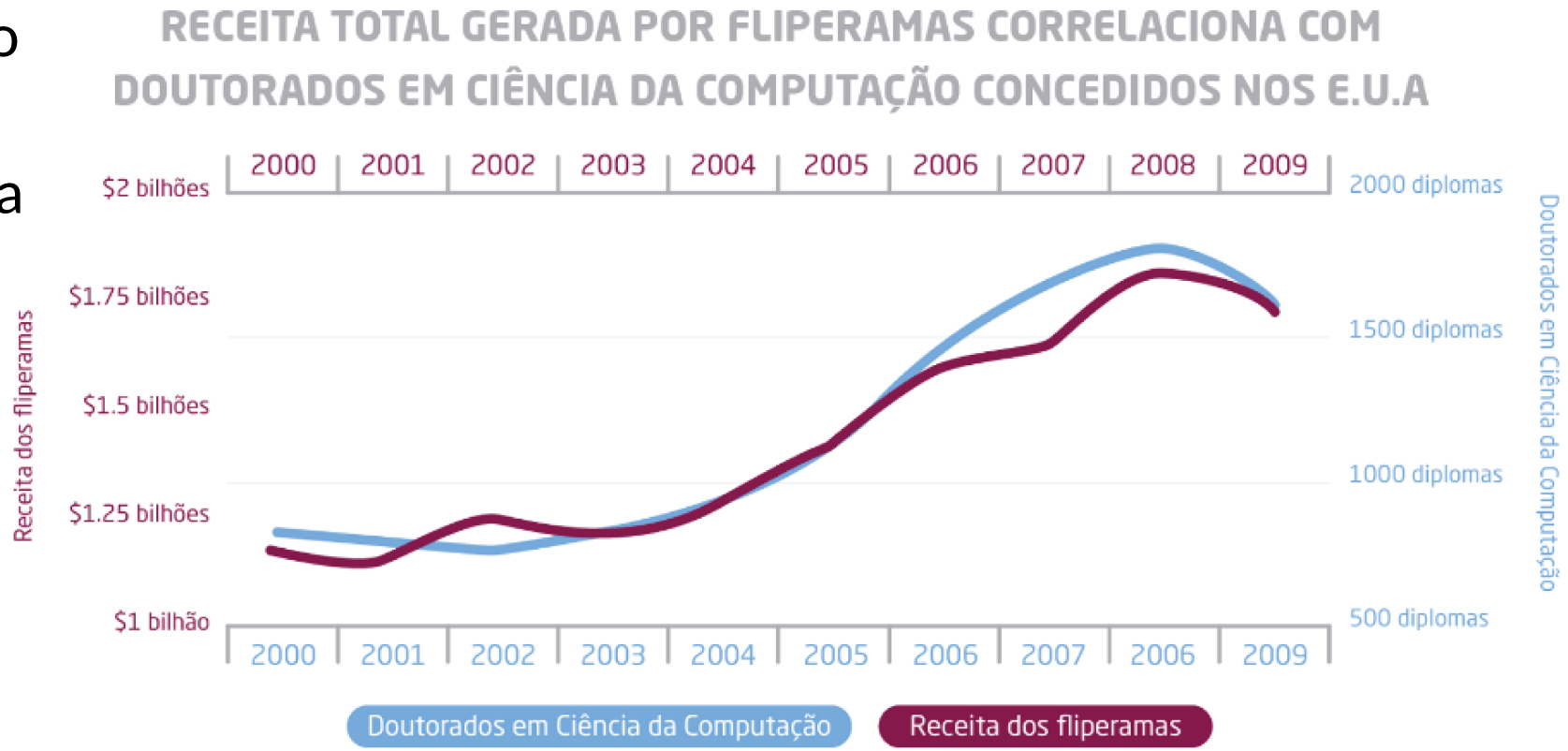
Soluções para experimentos:

- Aleatorização.
- Emparelhamento.
- controle estatístico.
- Planejamento.
- Medições a *posteriori*.

https://br.freepik.com/vetores-premium/

Estudo de Observação

- Sem manipulação do objeto de estudo.
- Grupos desbalanceados, difícil de realizar uma comparação adequada.
- **Não permite estabelecer causa e efeito**.
- Pode indicar uma relação entre variáveis.
- Uma variável não medida pode ser responsável pelo padrão observado.



http://blog.bravi.com.br/wp-content/uploads/2017/10

Variabilidade amostral e viés

Erro de amostragem: erro ocorrido ao utilizar uma estatística da amostra para predizer um parâmetro da população. Exemplo: Erro da pesquisa eleitoral com n = 1000 de + ou - 3%.

Viés: erro quando a amostra é enviesada, e.g., voluntários ou respostas de carta.

- **Viés de resposta** ocorre quando a pergunta é confusa, e.g., referendo do desarmamento;
- **viés de falha de dados** apenas uma fatia da amostra responde.

Fim da introdução - Dever de casa

Exercícios do livro Agresti (2018):

- Capítulo 1: 1.1, 1.3, 1.5-1.8, 1.14, 1.16;
- Capítulo 2: 2.2-2.10,2.27, 2.35-2.37,2.39

Preparação do terreno

- Instalar o R-studio.

Assunto

Estatística descritiva

Primeiro passo para entender os dados coletados
Facilitar a assimilação de informação
Medidas de:

- tendência central (média), variabilidade, associação, etc...

Análise e regressão: predizer uma variável a partir de outras.

Um pouco de código R para tratar com dados

```
data_lemas <- read.table("../Dados/lexporbr_alfa_lemas_txt.txt", header = TRUE,
       sep = "\t",dec = ",",quote = "\"")
head(data_lemas)
dim(data_lemas)
summary(data_lemas)
```

Dados de Corpus Léxico do português

Dados: https://www.lexicodoportugues.com/downloads/lexporbr_alfa_lemas_txt.txt

Tabelas e gráficos

Extraindo o cabeçalho dos dados

```
> head(data_lemas)
```

Gera a saída:

```
  id ortografia cat_gram inf_gram freq_orto freq_orto.M log10_freq_orto zipf_escala nb_letras
1  1          o     gram      det   4364416   139093.06          6.6399      8.1433         1
2  2         de     gram      prp   2553292    81372.90          6.4071      7.9105         2
3  3          ,     gram       pu   2133025    67979.08          6.3290      7.8324         1
4  4          .     gram       pu   1603184    51093.15          6.2050      7.7084         1
5  5         em     gram      prp   1044260    33280.36          6.0188      7.5222         2
6  6          e     gram       kc    667736    21280.61          5.8246      7.3280         1
```

A dimensionalidade dos dados, onde cada linha indica uma medição com as colunas indicando as informações

```
> dim(data_lemas)
```

Que é um total de 169.606 linhas com 9 colunas

```
[1] 169606      9
```

Dever de casa

Construindo uma tabela

```
> tab <- table(data_lemas$cat_gram, data_lemas$nb_letras)
```

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
adj	3	41	355	699	1061	1490	2320	2817	3117	3106	2672	2099	1575
adv	2	15	31	57	80	96	109	115	148	235	255	313	330
gram	56	60	96	75	75	47	22	12	14	8	1	2	0
nom	57	500	1517	3375	4992	5924	7396	7504	7397	6719	5912	4278	3151
num	11	275	2045	5678	14704	11792	8534	6535	3553	913	941	1630	657
ver	1	11	51	175	1037	1796	2099	2442	2115	1678	1123	815	475

Histograma

Histograma em uma figura PNG...

```
png(file = "../Imagens/histograma.png",width = 864, height = 486, units = "px")
hist(data_lemas$nb_letras,main="Histograma do numero de letras em cada ocorrencia",
breaks=40,xlab = "numero
border="white")
dev.off()
```

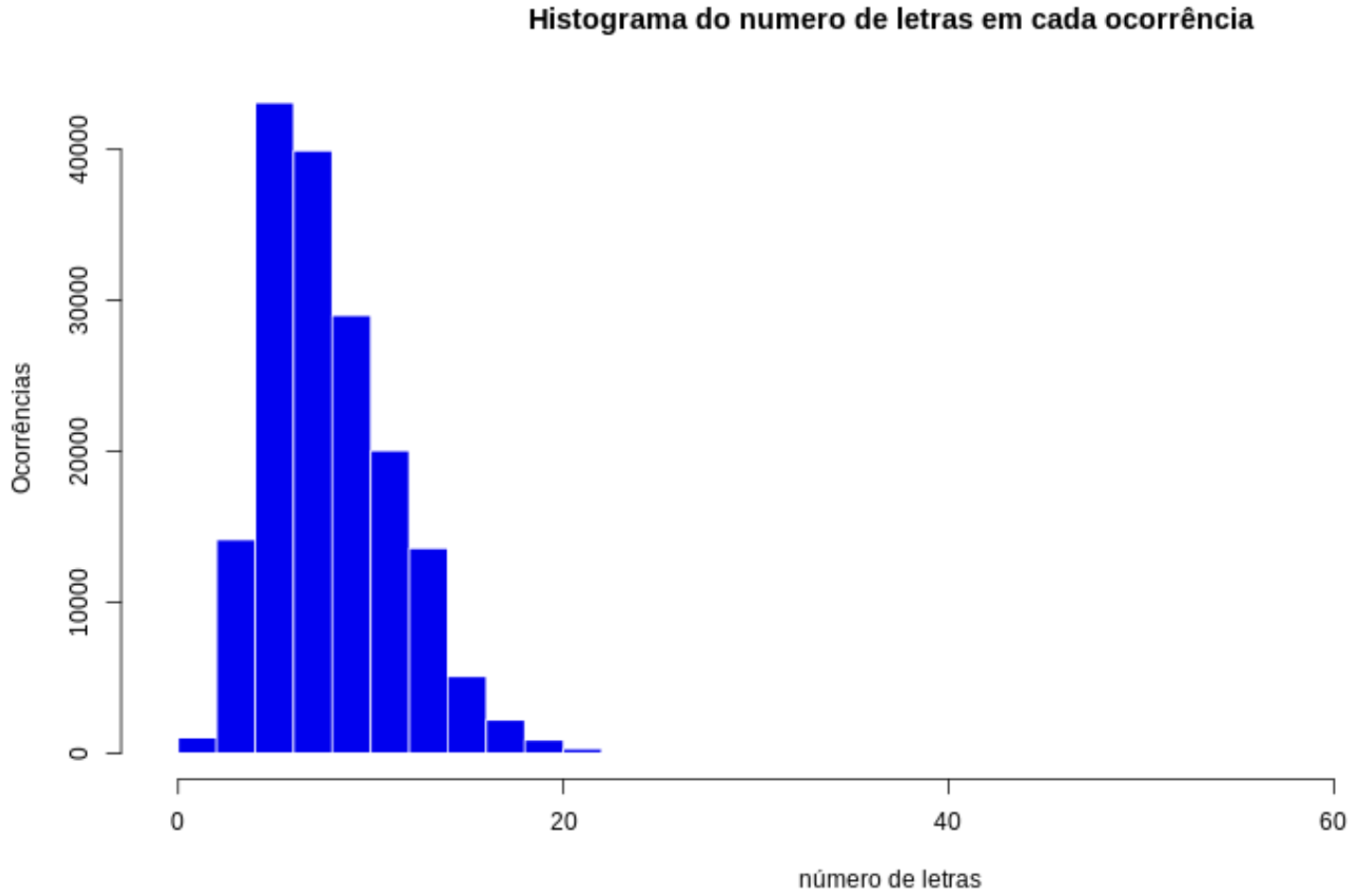


Diagrama de caixa

Diagrama de caixa (*boxplot*) em uma figura PNG...

```
png(file = "../Imagens/Box_plot.png",width = 864, height = 486, units = "px")
boxplot(data_lemas$nb_letras ~ cat_gram, data = data_lemas, ylab = "Numero de
  letras",
col = "blue2", borde
dev.off()
```

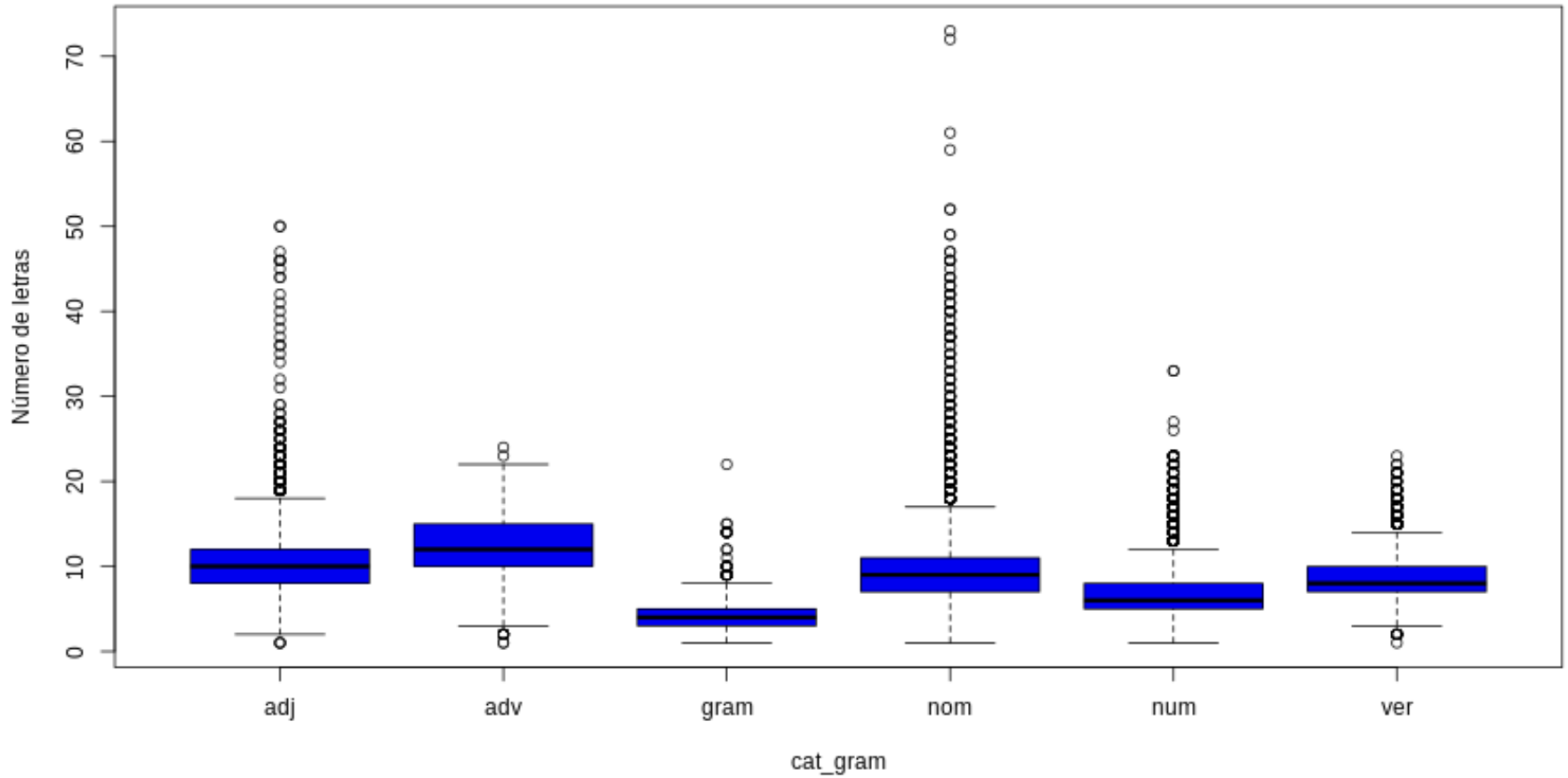


Diagrama ramo e folha

Apenas do primeiro ao 300º elemento

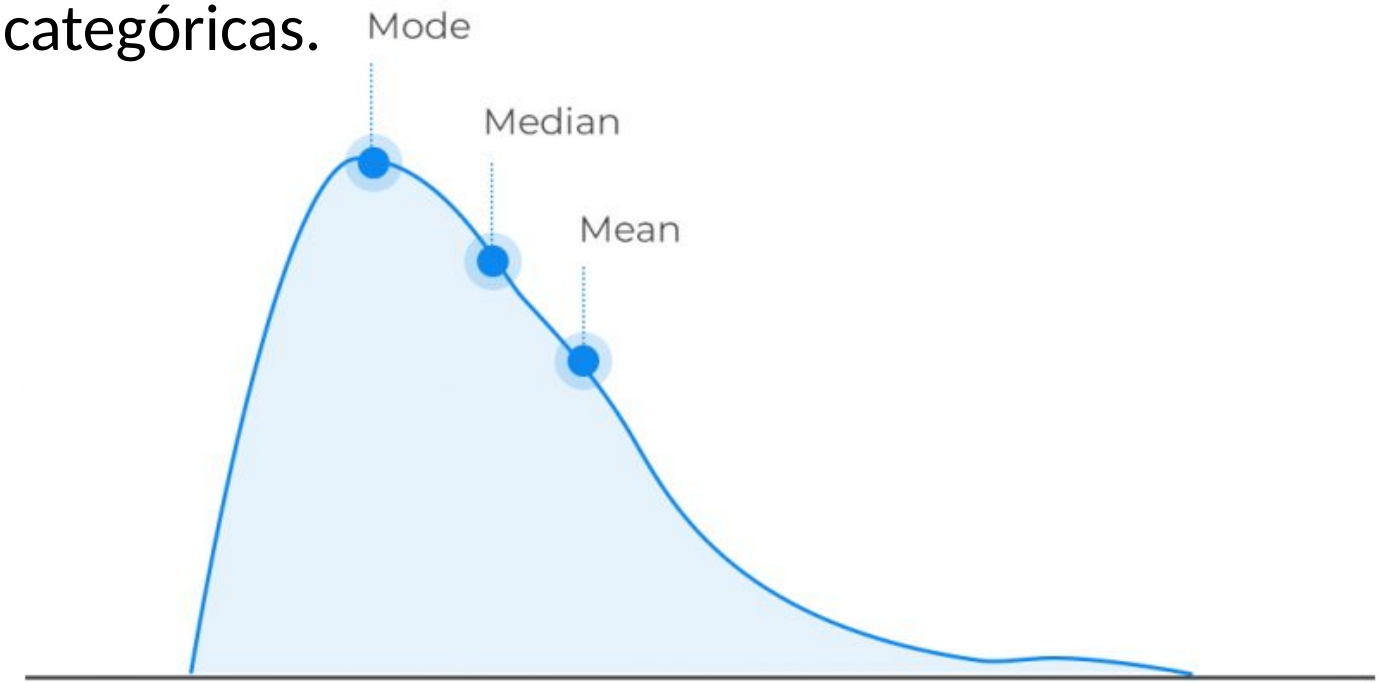
```
> tab <- stem(data_lemas$nb_letras[1:300])
```

```
  The decimal point is at the |

  1 | 000000000000000000
  2 | 000000000000000000
  3 | 000000000000000000000000000000000000
  4 | 000000000000000000000000000000000000000
  5 | 000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000000
  6 | 000000000000000000000000000000000000000000
  7 | 000000000000000000000000000000000000000
  8 | 000000000000000000000
  9 | 000000000
 10 | 0000000
 11 |
 12 |
 13 | 0
```

Medidas de tendência central

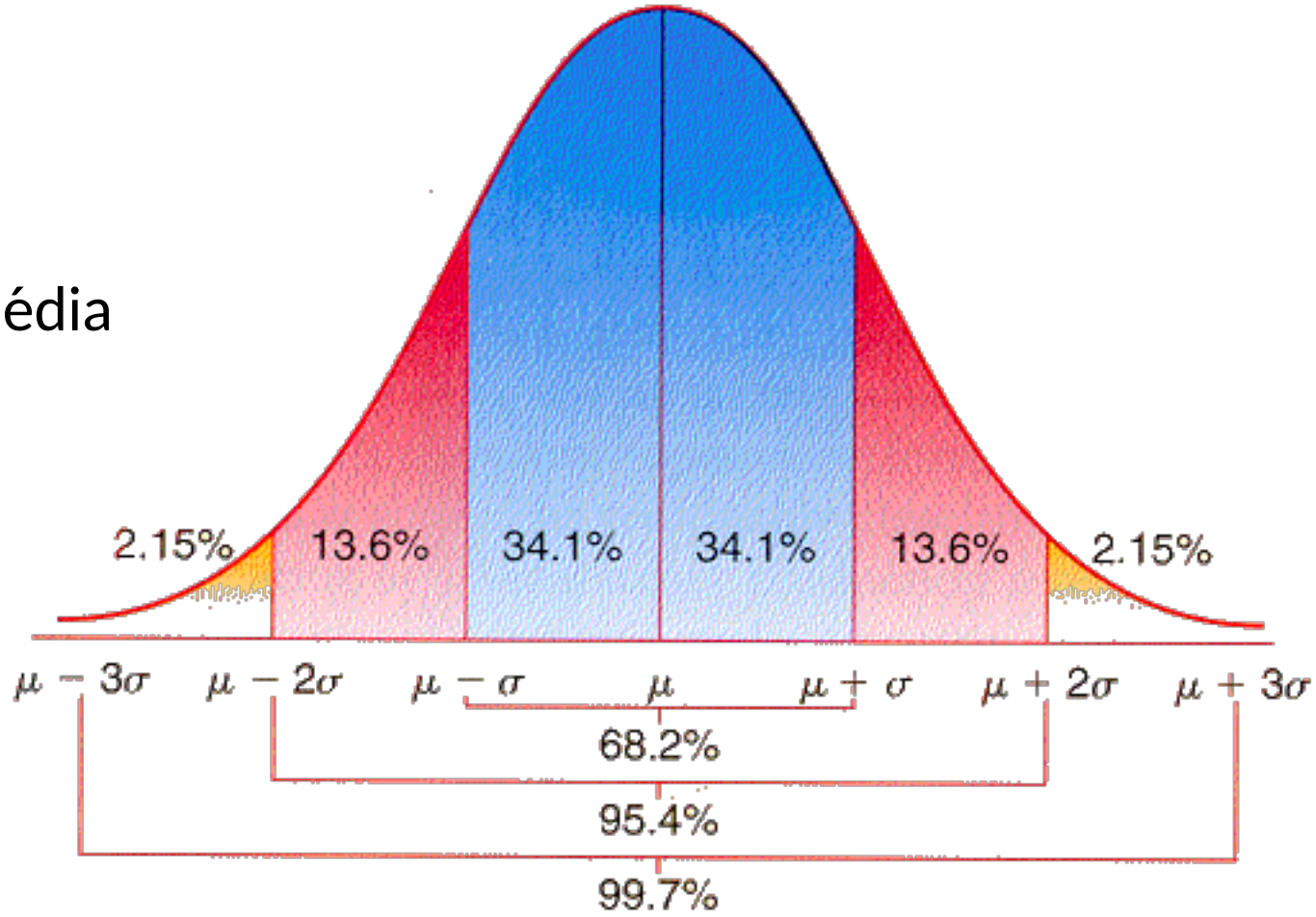
- Média
  - Aritmética: problema que *outliers* podem alavancar.
  - Truncada (*winsorized*)
  - Ponderada
- Mediana: menos problemas com *outliers*.
- Moda: bem indicada para variáveis categóricas.
- Tri-média: utiliza quartis.



Adaptado de: https://analystprep.com/cfa-level-1-exam/wp-content/uploads/2020/01/page-45-1024x673.jpg

Medidas de dispersão

- *Range*, alcance, diferença entre mínimo e máximo.
- desvios
  - variância e desvio padrão.
  - Soma dos desvios quadrados.
- Distância inter-percentis.
- **Erro padrão**: desvio padrão da média
- Regra do σ:
  - $0,67\sigma \rightarrow 50\%$
  - $1\sigma \rightarrow 68,3\%$
  - $1,96\sigma \rightarrow 95\%$
  - $2\sigma \rightarrow 95,4\%$
  - $3\sigma \rightarrow 99,7\%$

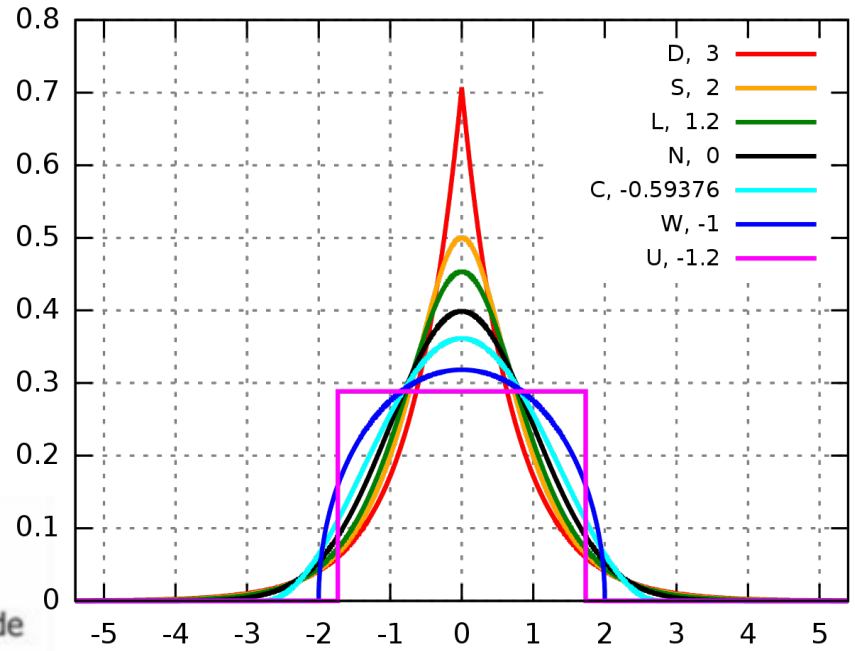


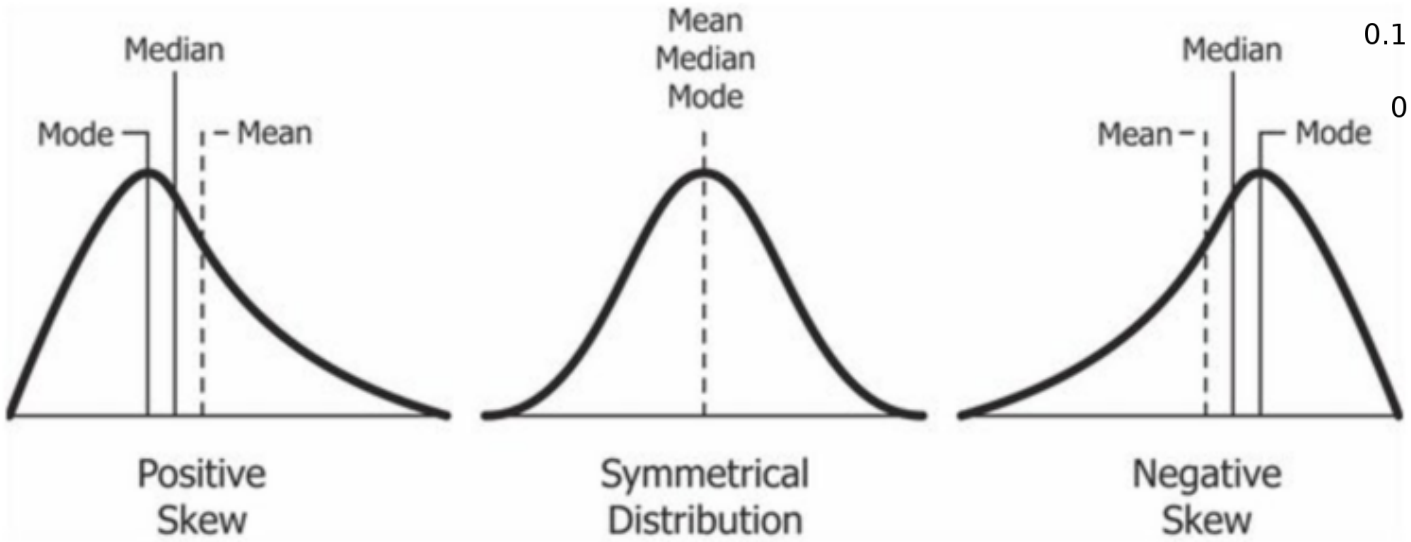
Adaptado de: https://civilblog.org/2014/05/11/what-is-standard-deviation-and-how-to-calculate-it-with-an-example-calculation/

Achatamento(curtose) e (As)simetria

Mais medidas de caracterização dos dados

```
library(moments)
curt_data <- kurtosis(vec_n_letras_sel)
assi_data <- skewness(vec_n_letras_sel)
```





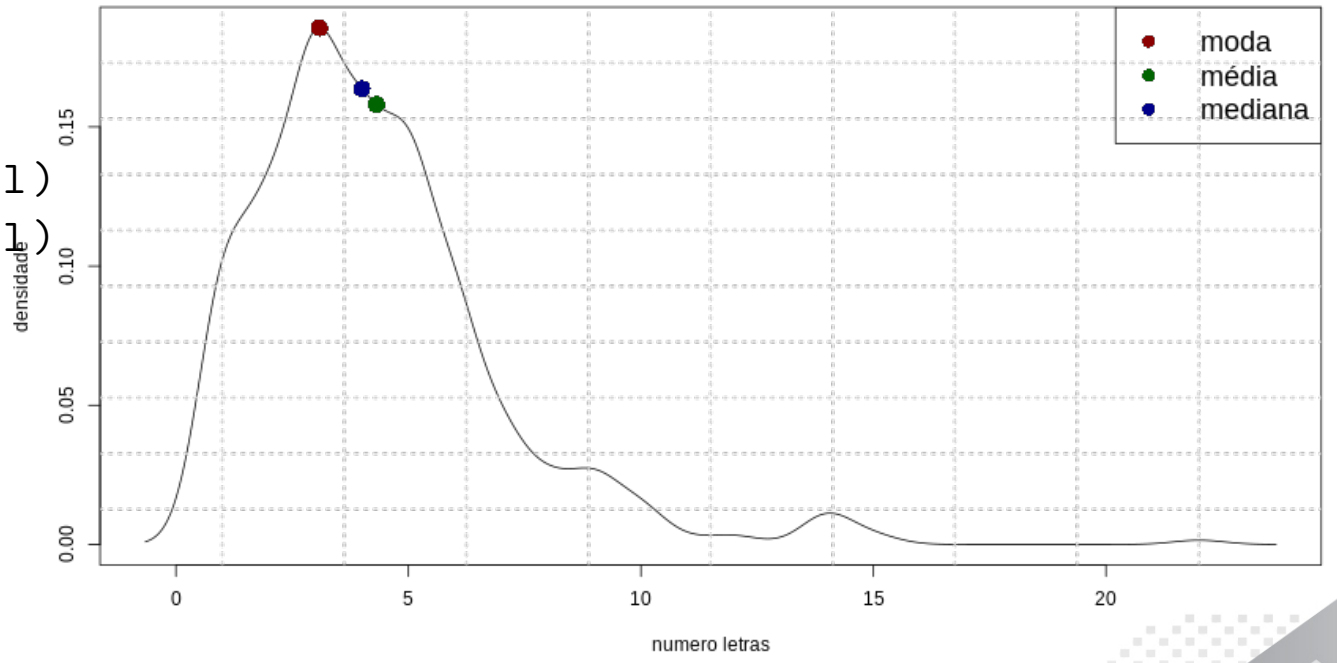
https://en.wikipedia.org/wiki/Kurtosis e https://en.wikipedia.org/wiki/

De uma seleção de dados

Extraindo algumas estatísticas dos dados:

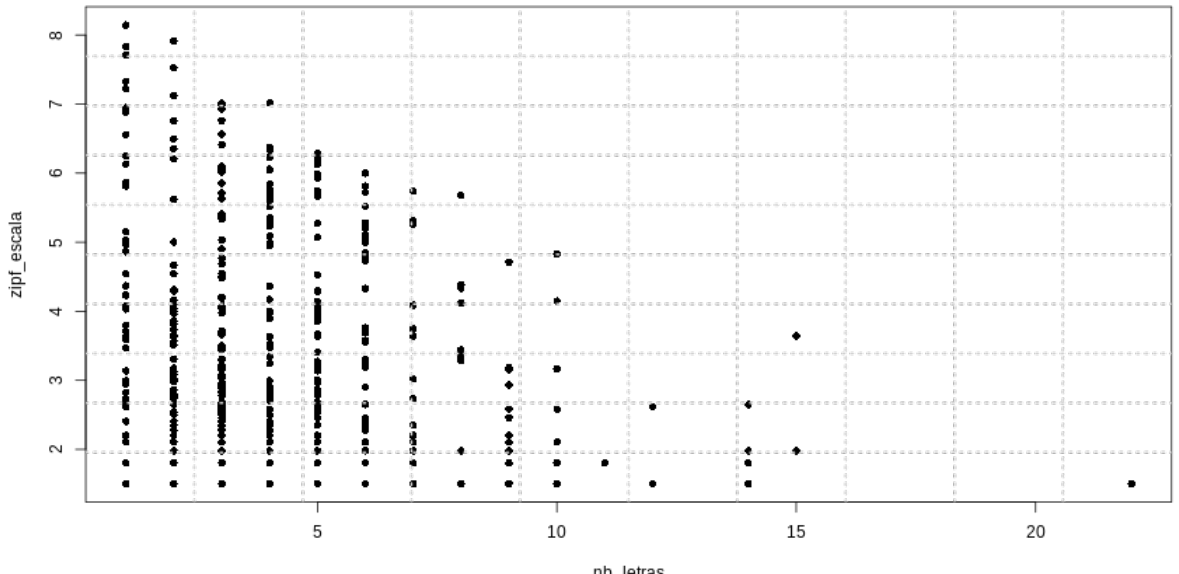
```
library(moments)
vec_n_letras_sel <- data_lemas[data_lemas$cat_gram
    %in% 'gram',]$nb_letras
data_density <- density(vec_n_letras_sel,n=4096,
    bw=1.2*bw.nrd(vec_n_letras_sel))
idx_max <- which.max(data_density$y)
moda_data <- data_density$y[idx_max]
mean_data <- mean(vec_n_letras_sel)
medi_data <- median(vec_n_letras_sel)
stdv_data <- sd(vec_n_letras_sel)
curt_data <- kurtosis(vec_n_letras_sel)
assi_data <- skewness(vec_n_letras_sel)
```

```
0.1855834
4.313808
4
2.719188
8.536706
1.746169
```



Representações bivariadas

- Tabelas de contingência
- Gráficos de dispersão
- Correlação
  - Pearson, Kendall, Spearman
- Informação mútua...



Extraindo dados de duas variáveis:

```
vec_X_sel <- data_lemas[data_lemas$cat_gram %in% 'gram',]$nb_letras
vec_Y_sel <- data_lemas[data_lemas$cat_gram %in% 'gram',]$zipf_escala
png(file = "../Imagens/scatter_plot_02.png",width = 864, height = 486, bg = "
  transparent")
plot(x=vec_X_sel,y=vec_Y_sel,type='p',pch=16,xlab="log10_freq_orto",ylab="zipf_
  escala")
grid(10,lwd =2)
dev.off()
cor(vec_X_sel,vec_Y_sel)
```

```
-0.2453342
```

Fim da Estatística Descritiva - Dever de casa

Exercícios do livro Agresti (2018):

- Capítulo 3: 1.1, 1.3, 1.5-1.8, 1.14, 1.16;

Preparação do terreno

- Reproduzir os exemplos no R-Studio.

Lembrete:

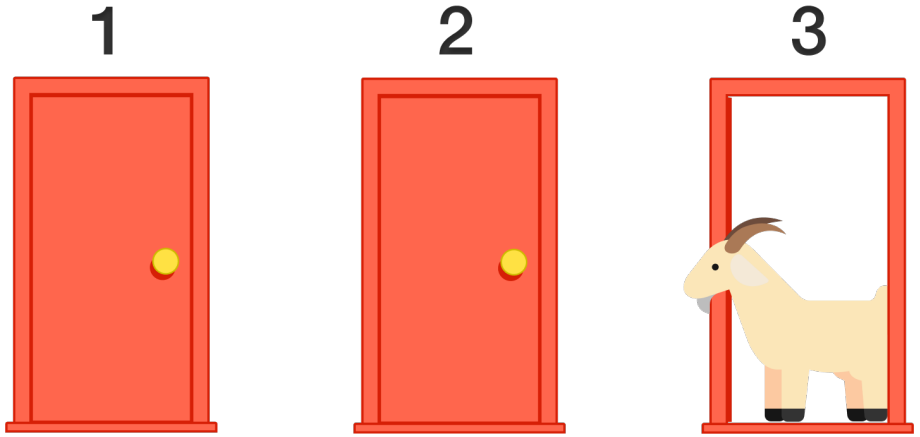
Parâmetros de populações geralmente são representados por letras gregas, e.g., μ (média), σ^2 (variância), π (proporção), etc...

Estatísticas são extraídas das amostras e representadas por letras latinas, com ou sem complemento, e.g., m, s^2, p.

Assunto

Algumas definições

- Valor que indica o quão suscetível um evento está de ocorrer.
- Proporção de um evento em particular dada uma longa sequência de observações
- Bases para o cálculo de probabilidades:
  - Axiomas de Kolmogorov
  - Teorema do limite central (ou central do limite?).
  - σ-algebra
  - lei dos grandes números
- Exemplo do problema de Monty Hall.



Parâmetros: de populações geralmente são representados por letras gregas, e.g., μ (média), σ^2 (variância), π (proporção), etc...

Estatísticas são extraídas das amostras e representadas por letras latinas, com ou sem complemento, e.g., m, s^2, p.

https://brilliant-staff-media.s3-us-west-2.amazonaws.com/tiffany-wang/gWotbuEdYC.png

Notação e regras básicas I, mais em (Halperin et al., 1965)

A variável aleatória $x \in X$ significa que um resultado particular (amostra) x pertence $\in$ a variável aleatória/conjunto (população) X.

Se a variável tem seus parâmetros conhecidos, por exemplo, vem de uma distribuição normal (Gaussiana $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$) com média igual a 1,7 e desvio padrão de 0,4 podemos escrever $x \in \mathcal{N}(1,7, 0, 4)$, ou $X \backsim \mathcal{N}(1,7, 0, 4)$.

A normal padrão possui média igual a zero e desvio unitário $\mathcal{N}(0, 1)$

Uma probabilidade de um evento A é definida como $P(\omega : X(\omega) \in A)$ ou simplesmente $P(A)$ (vide nota de rodapé).

Definições mais formalizadas, como Halperin et al. (1965) e Wikipédia (2017), sugerem Uma probabilidade qualquer é definida como $\mathbb{P}(A)$ e definir "P é uma probabilidade". Mas neste material vou utilizar $P(:)$ por ser mais difundido em livros didáticos.

Notação e regras básicas II, mais em (Halperin et al., 1965)

Costuma-se fazer referência ao espaço amostral como Ω, assim $P(\Omega) = 1$ Se

um evento A tem probabilidade $P(A)$ de ocorrer.
$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ é a probabilidade do evento não ocorrer.

Dados dois eventos mutualmente independentes A e B (e.g., rodadas diferentes de um lançamento de moeda) e suas probabilidades $P(A)$ e $P(B)$, a probabilidade de ocorrerem:

- $P(A)$ ou $P(B)$ é: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ (um ou o outro ou os dois)
- $P(A)$ e $P(B)$ é: $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ (concomitantemente)

Independente: Dois valores de uma mesma característica categórica, e.g., frequência fundamental grave ou aguda.

Notação e regras básicas III, mais em (Halperin et al., 1965)

Considere dois eventos **não** mutualmente independentes A e B, como valores de características diferentes (e.g., frequência fundamental grave e presença de frênulo lingual) e suas probabilidade $P(A)$ e $P(B)$.

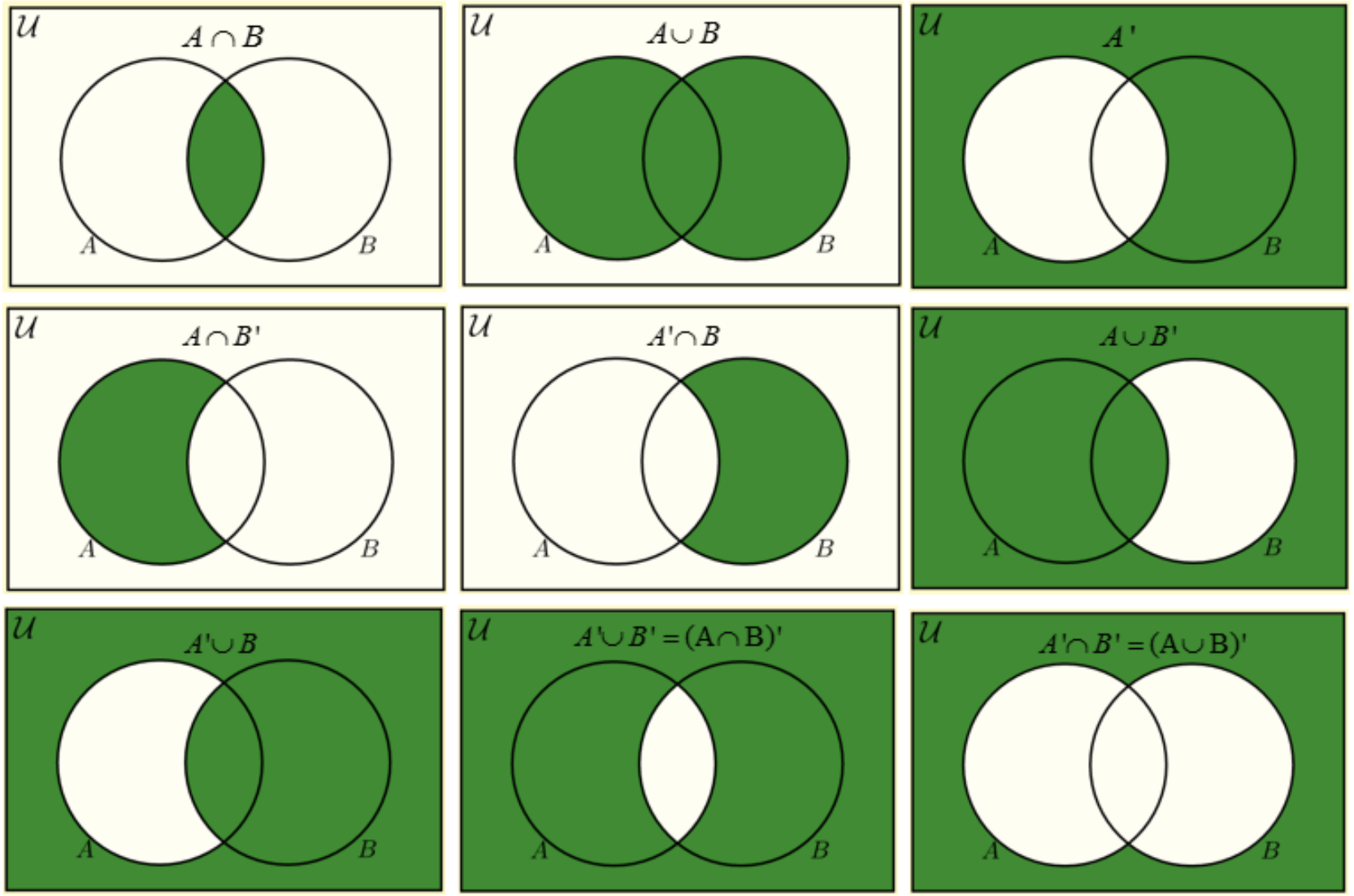
A probabilidade condicional, de ocorrer uma condição dada outra é:
$P(B|A)$ lê-se $P(B)$ dado A

Neste caso:
$P(A)$ e $P(B)$ é: $P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A)$.

Teorema de Bayes:

$$P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(A)}$$

Probabilidades em Diagramas de Venn



https://www.onlinemathlearning.com/image-files/venn-diagrams.png

Distribuições

Dever de casa

Dever de casa

Assunto

Dever de casa

Dever de casa

Assunto

Dever de casa

Dever de casa

Assunto

Dever de casa

Dever de casa

Assunto

Dever de casa

Dever de casa

Assunto

Dever de casa

Dever de casa

Assunto

Dever de casa

Dever de casa

Assunto

Dever de casa

Dever de casa

Assunto

Dever de casa

Dever de casa

Assunto

Dever de casa

Dever de casa

Assunto

Dever de casa

Dever de casa

Assunto

Dever de casa

Dever de casa

Assunto

Dever de casa

Dever de casa

Assunto

Sobre este material

Favor fazer referência a este trabalho como:

Silva, A. P. (2022), *Notas de Aulas de Estatística para Linguística*. Online: `https://github.com/adelinocpp/estatistica-para-linguistica`

```
@Misc{Silva2022,
title={Notas de Aulas de Notas de Aulas de Estatística para Linguística},
author={Adelino Pinheiro Silva},
howPublished={\url{https://github.com/adelinocpp/estatistica-para-linguistica}},
year={2022},
note={Version 1.0; Creative Commons BY-NC-SA 4.0.},
}
```

Assunto

Referências I

Agresti, A. (2018). *Statistical methods for the social sciences*. Number 300.72 A3. Pearson.

Halperin, M., Hartley, H. O., and Hoel, P. G. (1965). Recommended standards for statistical symbols and notation: Copss committee on symbols and notation. *The American Statistician*, 19(3):12–14.

Wikipédia (2017). Notação em probabilidade e estatística. https://pt.wikipedia.org/wiki/Nota Acessado em 19/03/2022.