

	ABR	2-3 ALBERO	MAX-HEAP
PROPRIETÀ	ogni nodo ha chiave \geq della chiave del figlio sx e \leq della chiave del figlio dx. Un ABR può essere sbilanciato.	I dati sono contenuti nelle foglie in ordine crescente, I nodi interni contengono gli indici S e M. S è la chiave più grande contenuta nel sottoalbero sinistro. M è la chiave più grande del sottoalbero centrale ed è valorizzata solo se il nodo ha 3 figli. L'albero 2-3 è sempre bilanciato	ogni nodo ha chiave \geq della chiave di entrambi i figli. Lo heap è un albero bilanciato dove il valore massimo (o minimo nel caso di min heap) è contenuto nella radice
INSERT (tutte in foglia)	deve solo essere rispettata la proprietà ABR	Fratelli $< 3 \rightarrow$ inserimento + agg indici Fratelli $> 3 \rightarrow$ inserimento + split + agg inidici + eventuale aggiunta di un livello	prima foglia libera a sx nell'ultimo liv. Se la prop di heap non è rispettata allora swap ricorsivo con gli antenati (reheapification upward)
DELETE	nodo foglia \rightarrow cancellazione semplice nodo interno con 1 figlio \rightarrow swap con il figlio e cancellazione nodo nodo interno con 2 figli \rightarrow trovare il nodo che sostituisca quello corrente (che verrà eliminato) che sarà il successore (min del sottoalb dx) o il predecessore (max del sottoalb sx). Una volta individuato basta fare lo swap ricorsivo fino ad esso e procedere alla cancellazione	2 fratelli \rightarrow eliminazione nodo e aggiornamento indici 1 fratello.fratello dx del padre con 3 figli \rightarrow padre e fratello del padre si prendono entrambi 2 figli, agg inidici.fratello dx del padre con 2 figli \rightarrow fuse nodo padre con fratello, agg indici	cancellazione nodo radice, inserimento dell'ultimo nodo foglia nella radice. Swap ricorsivo con i nodi discendenti (reheapification downward)
SEARCH	<pre>SEARCH (T, k) { if (T == null T.key === k) { return T; } if (T.key < k) { return search(T.right, k); } return search(T.left, k); }</pre>	<pre>SEARCH (T: INode, k: number) { if (isLeaf(T)) { if (T.key === k) { return T; } else { return null; } } if (k <= T.s) { return search(T.v1, k); } else if (hasTwoChildren(T) k <= T.m) { return search(T.v2, k); } else { return search(T.v3, k) } }</pre>	<pre>SEARCH (S, k, i = 0) { if (i >= S.length S[i] === null) { return null; } if (S[i] === k) { return i; } const left = 2 * i + 1; const right = 2 * i + 2; return search(S, k, left) search(S, k, right); }</pre>
MIN	<pre>MIN (T) { if (node.left == null) { return node.value; } return min(node.left); }</pre>	<pre>MIN (T: INode) { if (isLeaf(T)) { return T.key; } return min(T.v1); }</pre>	<pre>MIN (S, i=0) { if(!S[i]) { return +Infinity; } const left = 2*i + 1; const right = 2*i + 2; return Math.min(S[i], min(S, left), min(S, right)); }</pre>
MAX	<pre>MAX (T) { if (!T.right) { return T.value; } return max(T.right); }</pre>	<pre>MAX (T: INode) { if (isLeaf(T)) { return T.key; } if (exists(T.m)) { return max(T.v3) } else { if (exists(T.v2)) { return max(T.v2); } return max(T.v1) } }</pre>	estrazione nodo radice e eventualmente reheapification downward
MAX-HEAPIFY			Per funzionare sottoalb sx e sottoalb dx devono avere la prop di max-heap. La signature è (S, i) \rightarrow void ed esegue il processo di reheapification downward su un nodo con un dato indice. Costo $O(\log n)$ $O(h)$
BUILD-MAX-HEAP			Costruisce un max-heap a partire da un array non ordinato. Chiama la procedure max-heapify a partire dall'ultimo nodo interno (non radice). <pre>BUILD-MAX-HEAP(S, n) { for (let i = Math.floor(n / 2); i >= 1; i--) { MAX-HEAPIFY(S, i); } }</pre> Costo $O(n)$
HEAPSORT			prende un array da ordinare, chiama la procedura build-max-heap poi rimuove il nodo radice (chè a questo punto è garantito essere il max) che viene inserito in un array di appoggio (ordinato). Quindi viene inserito l'ultimo nodo foglia al posto della radice e viene ripetuta la procedura finchè l'array non è ordinato. Costo $O(n \log n)$