

# **MATERIAL DIDÁTICO PARA APLICAÇÃO DE PROCESSOS DE EDUCAÇÃO: OS ANALISTAS**

*Professor Paulo Renato Alves Firmino  
Departamento de Estatística & Informática - UFRPE  
paulo.firmino@deinfo.ufrpe.br*

*Alunos Orientandos:  
Ademir Batista dos Santos  
Graduando em Sistemas de Informação - UFRPE  
Ademir.bsn@gmail.com*

*Nielson Avelino de Santana  
Graduando em Ciência da Computação  
nielsonnas@gmail.com*

*Junho de 2012*

## **RESUMO**

Este material didático tem por objetivo nortear o analista (entrevistador, facilitador) quando da aplicação de processos de educação do conhecimento (PECs). São apresentadas sucintamente as alternativas a serem seguidas, assim como as que não devem ser adotadas, pelo analista em cada uma das etapas de aplicação de um PEC. Tais alternativas mostram-se importantes uma vez que caso todos os analistas envolvidos no PEC a sigam, a influência de cada um sobre os resultados (as opiniões) obtidos será minimizada, tornando as estimativas resultantes mais acuradas.

# SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	3
2	POR QUÊ RECORRER A UM PEC .....	3
2.1	Lidar com a escassez de dados .....	3
2.2	Lidar com a inevitável utilização de opiniões .....	4
3	MEDINDO INCERTEZA VIA PROBABILIDADES.....	4
3.1	Incerteza Aleatória.....	5
3.2	Incerteza Epistêmica.....	5
3.3	Da incerteza para probabilidades: Preliminares .....	5
3.3.1	Atuando sobre os extremos da incerteza .....	5
3.3.2	Atuando sobre os níveis intermediários da incerteza .....	6
3.3.3	Construindo o conjunto de alternativas .....	7
3.4	Da Incerteza epistêmica para probabilidades .....	7
3.5	Da incerteza aleatória para probabilidades .....	7
3.5.1	Medindo incerteza sobre X (se a bola sorteada é preta).....	8
3.5.2	Medindo incerteza sobre Y (a cor da bola sorteada) .....	8
3.5.3	Medindo incerteza sobre Z (nº de sorteios até a 1ª preta).....	9
3.5.4	Da incerteza aleatória para probabilidades: Conclusão.....	9
4	HEURÍSTICAS E SEUS REFLEXOS.....	10
4.1	As Heurísticas.....	10
4.1.1	Ancoragem .....	10
4.1.2	Disponibilidade.....	10
4.1.3	Controle .....	11
4.2	A Calibração de Opiniões.....	11
4.2.1	Intervindo contra subpredição .....	12
4.2.2	Intervindo contra overpredição.....	12
4.2.3	Intervindo contra subextremidade .....	12
4.2.4	Intervindo contra superextremidade .....	12
4.3	Os Scoring Rules .....	12
4.4	Recomendações para aprimoramento de heurísticas .....	13
5	MÉTODOS DE EDUCAÇÃO (MEC) .....	14
5.1	Método Direto .....	14
5.2	Método de Firmino .....	14
5.3	Método da Bisseção.....	14
5.4	Resultados da aplicação dos MEC .....	15

# 1 INTRODUÇÃO

Diante da incumbência de realizar um PEC, o analista deverá seguir a cada uma das seguintes etapas: Esclarecer ao respondente (entrevistado, especialista) sobre

- (i) A importância e necessidade de um PEC;
- (ii) Os conceitos básicos de probabilidade e como usá-la para medir incerteza;
- (iii) A presença de vieses de comportamento e suas consequências nas opiniões emitidas;
- (iv) Como são medidos tais vieses;
- (v) Os métodos de educação do conhecimento (MECs);
- (vi) Os resultados da aplicação dos MECs.

## 2 POR QUÊ RECORRER A UM PEC

A seguir são apresentados alguns exemplos que podem ser usados para motivar o uso de PECs.

### 2.1 *Lidar com a escassez de dados*

Apesar da grande malha de sistemas de informação interligados atualmente, servindo aos mais diversos objetivos, mostra-se ainda comum que problemas específicos de gerenciamento de riscos sejam oriundos da escassez de dados. Por exemplo, embora que haja bancos de dados genéricos sobre operações de exploração de petróleo *offshore* (isto é, em alto mar) elaborados a partir de instalações norte-americanas e européias, tais dados devem ser vistos com cautela caso se deseje utilizá-los para fazer inferência sobre equipamentos semelhantes aos adotados nestas regiões quando postos em operação no litoral brasileiro. Não apenas as condições ambientais são sensivelmente diferentes, mas também as condições operacionais e de manutenção. Logo, mostra-se imperativo o uso de dados locais para um adequado gerenciamento de riscos. Contudo, mesmo localmente há heterogeneidade dentre os diversos sistemas de prospecção de petróleo. De fato, cada novo sistema vem acrescido de tecnologias ausentes em sistemas anteriores. Assim, mesmo localmente, os dados de sistemas semelhantes devem ser considerados apenas parcialmente relevantes para a realização de inferências sobre dado sistema.

Por outro lado, pode-se considerar também os problemas vivenciados por pesquisadores. É comum que em fase de planejamento de experimentos seja necessária a determinação de parâmetros críticos ao sucesso do experimento a ser realizado, tais como o tamanho amostral, que impactará tanto nos custos em termos financeiros e de consumo de tempo, quanto na qualidade das decisões tomadas a partir das amostras delineadas. Naturalmente, antes da realização do experimento, o pesquisador é fortemente conduzido por suas crenças em relação aos objetos de estudo e não por dados históricos sobre o problema. De fato, caso estes dados existissem o experimento em si seria injustificável.

Por fim, destaque-se a latente necessidade de opiniões para elaboração de planejamentos estratégicos. Eles são o primeiro passo para a mudança de rumo de organizações em muitos casos. Tal mudança de rumo impõe inevitavelmente a escassez de dados à organização, uma vez que além de se tratar de propostas novas, trata-se também de horizontes de tempo curtos, médios e longos, tornando especialistas peças fundamentais.

## 2.2 Lidar com a inevitável utilização de opiniões

Em uma perspectiva totalmente diferente da destacada na seção anterior, há ainda casos onde a opinião dos decisores assume merecido destaque no processo de inferência. Em problemas na área de finanças tem sido comum usar dados e modelos matemáticos apenas como fonte auxiliar, a ser agregada à leitura de mundo dos especialistas nos fenômenos que regem as séries financeiras. Nestes casos, o uso de opiniões faz parte da abordagem de decisão e, caso fundamentados em PEC adequados, levam naturalmente a melhores resultados.

Mencione-se também o problema de diagnóstico médico, que deve ser pautado não apenas no histórico de pacientes que já tratou, mas também no seu conhecimento sobre as patologias que podem estar os acometendo. Mostra-se impensável um diagnóstico médico que não se baseie na sua opinião como estudioso/especialista no assunto.

Por fim, pode-se ainda destacar as situações em que os dados, embora existam, não sejam considerados confiáveis. De fato, tem sido muito comum que mesmo sistemas de informação sofisticados tendam a não apontar para as melhores decisões simplesmente por estarem sendo baseados em dados equivocados, por vezes registrados de maneira negligente ou incorreta. Nestes casos, a opinião de um especialista passa a ser ao menos tão importante quanto os próprios dados formais.

## 3 MEDINDO INCERTEZA VIA PROBABILIDADES

Em termos subjetivos, incerteza pode ser entendida como o nível de insegurança (desconforto) do respondente ao emitir opiniões. Em se tratando de um PEC, tais opiniões (decisões) são usualmente voltadas ao resultado de uma variável. As questões envolvidas no presente experimento se basearão em variáveis categóricas ou na categorização de variáveis de outra natureza. Uma variável categórica tem como principal característica uma quantidade finita de possíveis resultados. Por outro lado, pode-se obter uma variável categórica a partir da categorização de uma variável de outra natureza. Abaixo são apresentadas algumas variáveis categóricas e não categóricas que serão usadas neste estudo.

- $X = \begin{cases} 0, & \text{se a próxima bola extraída de uma urna não for preta} \\ 1, & \text{caso contrário} \end{cases}$
- $Y \equiv$  "a cor da próxima bola a ser extraída de uma urna"
- $Z \equiv$  "o n° de extrações com reposição de uma urna até o surgimento de uma bola preta"
- $V \equiv$  "O valor de uma série temporal numérica no próximo instante futuro"
- $q \equiv$  "o estado mais populoso, dentre (i) Ceará e (ii) Pernambuco"
- $p \equiv$  "a probabilidade de que uma bola preta seja sorteada de uma urna transparente"

As variáveis  $X$ ,  $Y$  e  $q$  são categóricas, enquanto que  $Z$ ,  $V$  e  $p$  são quantitativas. Este trabalho dará sempre ênfase a variáveis categóricas ou categorizadas. Assim, os espaços de possíveis resultados de  $Z$  (os números naturais),  $V$  (usualmente números reais) e  $p$  (os números reais desde 0 até 1) serão categorizado em  $m$  subconjuntos mutuamente exclusivos (isto é, exatamente um deles ocorrerá). Tal categorização será realizada a partir das opiniões do próprio respondente e de acordo com o método de educação (seção 5) adotado.

Por sua vez, a incerteza é genericamente classificada em duas categorias: aleatória e epistêmica. Ela é aleatória quando tem sede na variável e epistêmica quando tem sede na mente do respondente. Considerando as variáveis listadas acima, é fácil ver que as variáveis simbolizadas com letras maiúsculas ( $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  e  $V$ ) são aleatórias, enquanto as em minúsculo ( $q$  e  $p$ ) são, de fato, constantes (não aleatórias). Esta distinção mostra-se

como um importante aliado do entrevistador quando este tenta explicar ao respondente como medir sua incerteza.

### **3.1 Incerteza Aleatória**

A incerteza aleatória está frequentemente presente em problemas de previsão. Vale recordar do problema do lançamento de um dado. A aleatoriedade intrínseca ao resultado do seu lançamento é algo tão fora do controle do jogador que não permite que ele elimine sua incerteza ao prever o resultado do lançamento. Esta mesma natureza aleatória pode ser verificada na experimentação científica (como prever com certeza o ganho de peso do animal devido à essa nova dieta?), em finanças (como prever certamente o valor da bolsa amanhã?), em climatologia (como prever certamente se irá chover em Recife amanhã?), e assim por diante. O mesmo ocorrerá com previsões sobre X, Y e Z. Logo, diante de uma variável aleatória, por mais que se queira, o respondente nunca terá condições de dar uma resposta seguramente certa sobre o resultado da variável.

### **3.2 Incerteza Epistêmica**

Enquanto que a incerteza aleatória é algo externo e fora do controle do respondente, a incerteza epistêmica terá, por sua vez, sede apenas na sua mente. De fato, este tipo de incerteza persistirá no respondente mesmo se a variável não for aleatória. A incerteza epistêmica reduzirá à medida que o estado de conhecimento do respondente sobre a variável aumentar. Tome-se como exemplo a variável  $q$ , apresentada anteriormente. Esta variável tem seu valor seguramente predefinido, não deixando qualquer espaço para aleatoriedade. Contudo, o respondente pode não ser tão conhecedor da Geografia brasileira e, por isso, apresentar incerteza ao opinar. Quanto maior seu conhecimento sobre Geografia brasileira, menor será sua incerteza ao decidir sobre  $q$ . A incerteza epistêmica está tão presente no cotidiano das pessoas quanto a aleatória. Testes e avaliações são casos clássicos onde, sabidamente, há uma resposta correta para cada questão e a única fonte de incerteza reside no estado de conhecimento do respondente sobre cada uma.

Em PEC, a incerteza epistêmica assume papel fundamental, uma vez que por vezes o interesse recairá sobre variáveis não aleatórias. Por exemplo, a variável  $p$ , apresentada anteriormente possui esta característica e, como será visto a seguir (seção 3.5), pode simplificar a educação da incerteza inclusive sobre variáveis aleatórias a ela relacionadas.

### **3.3 Da incerteza para probabilidades: Preliminares**

Boa parte dos estudos voltados aos PEC tem destacado que, seja a incerteza epistêmica ou aleatória, uma das principais alternativas para medi-la é através de probabilidades. De fato, em PEC, é muito comum que se recorra a uma probabilidade para medir o nível de incerteza do respondente acerca de uma dada opinião. Estas ideias são discutidas a seguir.

#### **3.3.1 Atuando sobre os extremos da incerteza**

- Caso não haja incerteza sobre sua decisão o respondente deverá atribuir uma probabilidade de 100% de estar certo.
- Por outro lado, caso ele esteja decida no "chute", isto é, sem qualquer argumento ou preferência, ele deve atribuir uma probabilidade de  $1/m$  de estar certo, considerando que há  $m$  alternativas de resposta onde exatamente uma está certa.

Para ilustrar estes extremos, considere-se o problema de opinar sobre q. Caso o respondente seja um professor da Geografia brasileira, ele não hesitará em opinar (sem qualquer dúvida ou incerteza) sobre o resultado de q. Por outro lado, caso trate-se de um estrangeiro e sem qualquer contato prévio com a Geografia brasileira, será muito provável que ele escolha no chute. Neste caso, o professor deveria atribuir uma probabilidade de 100% de estar certo na sua opinião, enquanto que o estrangeiro deverá atribuir uma probabilidade de 50%.

Embora pareçam regras óbvias, é muito comum que em um "chute", por exemplo, o respondente atribua uma probabilidade menor que 50%, achando estar enfatizando o fato de ser um total ignorante sobre a variável. O analista deve chamar sua atenção para este comportamento, mesmo antes do processo de educação ter início. O analista pode destacar que

- Ao atribuir um valor menor que 50% na sua escolha, o respondente está dizendo que é mais provável que sua opinião esteja errada do que certa, o que caracteriza uma contradição na sua escolha.

Neste sentido, é importante destacar que ao aumentar a probabilidade de que dada opinião seja a correta, o respondente estará indiretamente reduzindo tal probabilidade para ao menos uma das demais:

- A soma das probabilidades atribuídas a cada uma das alternativas deverá ser de, exatamente, 100%.

Matematicamente, considerando  $m$  possíveis resultados dos quais exatamente um ocorrerá e para cada um dos quais opinou-se uma probabilidade de ocorrência ( $p_1, p_2, \dots, p_m$ ):

$$\sum_{i=1}^m p_i = 1 \quad (1)$$

Em outros termos, considerando o problema de decidir sobre q,  $P(\text{ser a alternativa (i)}) + P(\text{ser a alternativa (ii)}) = 100\%$  e se ele acha que  $P(\text{ser a alternativa (i)}) = 80\%$ , então ele acha, indiretamente, que  $P(\text{ser a alternativa (ii)}) = 20\%$ , ou se ele altera suas crenças para  $P(\text{ser a alternativa (i)}) = 90\%$ , então estará alterando, indiretamente, sobre a alternativa (ii) para  $P(\text{ser a alternativa (ii)}) = 10\%$ . Note-se assim o desafio que é para o respondente atribuir probabilidades para os casos em que ele não tem nem plena segurança nem total ignorância ao emitir suas opiniões. Como medir tais níveis intermediários de incerteza?

### 3.3.2 Atuando sobre os níveis intermediários da incerteza

Um dos principais objetivos de um PEC é treinar bem o respondente para que ele saiba medir suas incertezas nos casos intermediários (entre a segurança plena e a total ignorância). Isto requer, de fato, tanto maior concentração do respondente quanto conhecimento sobre as nuances da variável em questão. Trata-se de um segundo passo no seu estágio de preparação ao PEC: Estudar como distinguir e lidar com ambas as fontes de incerteza (epistêmica e aleatória). A distinção entre incerteza epistêmica e aleatória permite afirmar que, independente da natureza da variável ser ou não aleatória, sempre haverá uma contribuição da incerteza epistêmica natural à pessoa do especialista. A sua opinião sempre terá sede em sua mente. Isto é confortante, uma vez que o respondente deve ter consciência de que há algo sobre o qual atuar de forma a emitir as melhores medidas de incerteza: seu estado de conhecimento sobre a variável. Alcançar tal patamar de estado de conhecimento sobre a variável requererá um treinamento mais rico sobre variáveis e os modelos matemáticos (distribuições de probabilidade) que as modelam. Isto será visto a seguir.

### **3.3.3 Construindo o conjunto de alternativas**

Por vezes, o respondente será convidado a construir as alternativas de resposta enquanto mede suas incertezas. Este processo se iniciará com duas perguntas, sobre quais são os valores mínimo e máximo da variável. Nestes casos, a variável será necessariamente quantitativa. Vale destacar que diante de variáveis quantitativas discretas (onde os possíveis resultados são números inteiros, tal como ocorre em  $Z$ , apresentado na seção 3, página 4) pode ocorrer que o respondente seja exposto a intervalos tais como  $[0.1, 2.3)$ . O analista de entender (e esclarecer ao respondente) que para uma variável discreta  $[0.1, 2.3)=[1,2]$ . Note-se que 0 ( $<0.1$ ) não está contemplado pelo intervalo e que 2 ( $<2.3$ ) está. Vale ressaltar ainda que diante de variáveis discretas os valores mínimo e máximo devem ser inteiros. A divulgação de tal informação é mais uma incumbência do analista.

### **3.4 Da Incerteza epistêmica para probabilidades**

Como já destacado, durante o treinamento do especialista ele se deparará com variáveis aleatórias e não aleatórias. Note-se que as variáveis não aleatórias  $q$  e  $p$ , por exemplo, levarão o respondente a recorrer a diferentes recursos cognitivos para opinar. Para decidir sobre  $q$  ele recorrerá a conhecimentos gerais de Geografia brasileira, enquanto que para  $p$  ele deverá se concentrar especificamente na disposição de bolas pretas em relação às demais bolas da urna. Mais do que isso, a incerteza do respondente sobre  $p$  deverá refletir sua incerteza (epistêmica) sobre o resultado da divisão entre o  $n^\circ$  de bolas pretas ( $n_p$ ) e o  $n^\circ$  total de bolas da urna ( $n_t$ ).

- Assim, haverá 3 fontes de incerteza (epistêmica) relacionadas a  $p$ :  $n_p$ ,  $n_t$  e o resultado da razão  $n_p/n_t$ .

Desta forma, as incertezas do respondente sobre estas três variáveis (não aleatórias) poderiam sistematicamente nortear suas opiniões sobre  $p$ . Neste processo de reflexão, o especialista deverá distribuir sua incerteza em  $m$  subintervalos do intervalo  $[0, 1]$ , sempre de acordo com o método de educação adotado (seção 5).

Contudo, vale destacar que poderá ser (e geralmente será) mais fácil operar cognitivamente sobre  $p$  ao invés de recorrer ao procedimento de (i) opinar sobre  $n_p$ , (ii) opinar sobre  $n_t$  e (iii) opinar sobre  $n_p/n_t$ . A operação cognitiva direta sobre  $p$  tenderá a ser mais fácil à medida que  $n_t$  crescer.

### **3.5 Da incerteza aleatória para probabilidades**

Uma das principais características de variáveis aleatórias é que pode-se estudar funções matemáticas que modelem sua aleatoriedade. Quando se trata de uma variável categórica (ou categorizada) esta função é chamada de distribuição de probabilidades, o que pode levar à recordação de distribuições de frequência. De fato as semelhanças são muitas entre ambas as distribuições. A principal diferença é que probabilidades são funções aplicadas em toda a população sob estudo, enquanto que frequências são destinadas a amostras.

De maneira geral, uma dica a ser adotada para se alcançar a condição de "bom especialista" em se tratando de variáveis aleatórias é:

- Tentar emitir probabilidades semelhantes àquelas da própria distribuição de probabilidades da variável.

Seguindo esta dica, será menos provável que o respondente subestime suas incertezas (ou seja que apresente o viés de elevada autoconfiança), uma vez que estas devem ser ao

menos equivalentes à incerteza aleatória natural da variável e, assim, fora do controle de atuação do decisor. Indo um pouco além:

- Quando diante de variáveis aleatórias, o melhor caminho a ser seguido pelo respondente será conciliar suas incertezas (epistêmicas) às incertezas intrínsecas (aleatórias) à variável.

Esta ideia será ilustrada a partir da abordagem de X, Y e Z, a seguir.

### 3.5.1 Medindo incerteza sobre X (se a bola sorteada é preta)

Neste caso, considerando  $p$  tal como descrito anteriormente no início da seção 3 ( $p =$  "a probabilidade de que uma bola preta seja sorteada de uma urna transparente"), a incerteza aleatória de  $X$  é modelada por  $P(X=1)=p$ . Assim, a melhor alternativa para o respondente é refletir sobre  $p$  ao falar da sua incerteza ao prever o resultado de  $X$ . Desta forma, se o respondente infere que  $p=\hat{p}$  ( $> 0.5$ ), então ele poderá opinar que  $\{X=1\}$  ocorrerá e que seu nível de segurança (credibilidade) sobre esta previsão equivale a  $\hat{p}$ . Note-se, assim, que embora  $X$  seja uma variável aleatória, as inferências do respondente são voltadas à sua incerteza epistêmica sobre a variável (não aleatória)  $p$ . Vale ressaltar que neste caso, a variável  $X$  segue uma distribuição de Bernoulli, com parâmetro  $p$ . Tal distribuição é matematicamente descrita por

$$P(X=x|p)=p^x(1-p)^{1-x} \quad (2)$$

- A distribuição de Bernoulli é útil para modelar a incerteza aleatória de um único evento, onde tal evento ocorre com probabilidade  $p$  (e não ocorre com probabilidade  $1-p$ ).

Assim, o parâmetro  $p$  da distribuição deve ser o foco do respondente ao medir suas incertezas sobre a ocorrência do evento.

### 3.5.2 Medindo incerteza sobre Y (a cor da bola sorteada)

Aqui, tem-se uma variável que generaliza  $X$ . Em outros termos, ao registrar a cor da bola,  $Y$  registra, também, se ela é ou não preta. Agora, considerando que a urna envolve bolas com  $m$  cores distintas, o respondente deve pensar na probabilidade ( $p_y$ ) de que ocorra cada uma de  $(m-1)$  cores, onde  $y$  representa o índice da cor. A razão de se envolver apenas  $(m-1)$  cores decorre do fato (já destacado na seção 3.3.1, Eq (1)) de que a soma das probabilidades atribuídas pelo respondente deve equivaler a exatamente 100%, o que permitiria determinar o valor da probabilidade não atribuída por ele a partir das demais. Assim, se o respondente infere que  $p_y=\hat{p}_y$ , então ele poderá opinar que uma bola de cor indexada por  $y$  será sorteada sob um nível de segurança (credibilidade) equivalente a  $\hat{p}_y$ . Mais uma vez, embora  $Y$  seja uma variável aleatória, as inferências do respondente são voltadas à sua incerteza epistêmica sobre as variáveis (não aleatórias)  $\hat{p}_y$ .

A distribuição de probabilidades que modela a aleatoriedade de  $Y$  é conhecida como Multinomial. Em sua forma mais simples, ela é matematicamente descrita por

$$P(Y=y | p_1, p_2, \dots, p_y, \dots, p_m)=p_y \quad (3)$$

- A distribuição Multinomial é útil para modelar a incerteza aleatória de uma variável que assumirá exatamente um dentre  $m$  possíveis resultados, onde tal resultado, diga-se  $\{Y=y\}$ , ocorre com probabilidade  $p_y$ .

Vale destacar aqui que assim como  $Y$  generaliza  $X$ , a distribuição Multinomial generaliza a Bernoulli. De fato, a Bernoulli envolve variáveis que assumem apenas dois resultados enquanto que a Multinomial modela variáveis que assumem mais que dois. Em outros termos, quando  $m=2$ , a versão da Multinomial apresentada na Eq (3) equivale à Bernoulli.



Assim, os parâmetros  $p_y$  devem ser o foco do respondente ao medir suas incertezas sobre o resultado de Y. Logo, semelhantemente ao caso anterior (sobre X), embora o respondente esteja diante de uma variável aleatória, suas previsões devem ser baseadas na sua incerteza (epistêmica) sobre cada um de  $(m-1)$  possíveis resultados da variável.

### 3.5.3 Medindo incerteza sobre Z (nº de sorteios até a 1ª preta)

Agora, caso o respondente tenha que decidir sobre Z (quantas bolas serão extraídas com reposição de uma urna até que a primeira preta seja selecionada), ele deverá refletir sobre qual distribuição de probabilidades melhor modela a aleatoriedade desta variável. Com alguns estudos (aprimoramento do seu estado de conhecimento) sobre Z ele facilmente perceberá que a distribuição de probabilidades associada será a Geométrica. Esta função matemática possui este nome justamente por apresentar um decaimento geométrico nos seus valores:  $P(Z=z) = p(1-p)^{z-1}$ . Logo, diante deste estado de conhecimento sobre  $P(Z=z)$ , não haveria porquê o respondente afirmar que  $P(Z=z) < P(Z = z+c)$ , por exemplo, onde  $c$  é um nº natural qualquer.

Além disso, o respondente poderia concentrar esforços inicialmente ao o único parâmetro da distribuição,  $p$  (a probabilidade de que uma bola preta seja sorteada em uma extração). Inferências sobre  $p$  poderiam ser realizadas a partir da leitura que o respondente tem de  $p$  (tal como feito para se opinar sobre X e Y). Vale destacar que neste percurso promovido pelo seu elevado estado de conhecimento sobre a aleatoriedade de Z e pela sua incerteza (epistêmica) acerca de  $p$ , o respondente tenderá a apresentar as melhores opiniões.

### 3.5.4 Da incerteza aleatória para probabilidades: Conclusão

O que se conclui destes tópicos sobre como medir incerteza aleatória é que o analista terá como incumbência adicional eduzir do especialista a função matemática que modela a variável aleatória de interesse. Desta educação surgirá eventualmente a necessidade de comparar qual das alternativas é mais viável: (i) eduzir os parâmetros de tal função, (ii) eduzir o resultado da variável ou (iii) uma combinação entre (i) e (ii). A decisão dependerá da complexidade intrínseca a ambos, função matemática e o entendimento dos seus parâmetros. Considerando a distribuição Geométrica, por exemplo, parece óbvio que será mais fácil (ou menos difícil) ao respondente opinar sobre o parâmetro  $p$  do que sobre a função  $P(Z=z) = p(1-p)^{z-1}$ . De fato,  $p$  trata-se de apenas mais um componente a ser operado a partir de produtos, subtrações e potências em  $P(Z=z)$ .

Por outro lado, considerando uma variável ( $W \equiv$  "lucro mensal") que segue outra distribuição de probabilidades também corriqueira, tal como a normal, que envolve como parâmetros a média ( $\mu$ ) e o desvio padrão ( $\sigma$ ), surge a possibilidade de reflexão acerca de como eduzir incertezas sobre  $\sigma$ . De fato, uma interpretação para  $\sigma$  não se mostra, nem de longe, intuitiva. Neste caso, o que parece ser mais pertinente é tentar eduzir do respondente suas incertezas sobre a própria variável (ele deverá saber, então, que a normal é simétrica em torno de  $\mu$  e que apresenta um decaimento exponencial tanto para a direita de  $\mu$  quanto para sua esquerda) e daí fazer inferência sobre  $\sigma$ . Pode-se ainda pensar na educação de  $\mu$  e de alguma probabilidade relacionada, tal como  $P(W > 2\mu)$ , para que daí obtenha-se uma estimativa da incerteza sobre  $\sigma$ . De qualquer forma, passa a ser incumbência do analista recorrer a mecanismos que facilitem as operações cognitivas do respondente.

Podem ocorrer ainda casos em que a educação prévia da função que modela a variável aleatória não seja bem sucedida. Isto pode ocorrer, por exemplo, quando a variável sob estudo é uma série temporal (tal como V, apresentada no início da seção 3, página 3);

isto é, quando ela é acompanhada em função do tempo. Muito frequentemente, os valores da série são função de fatores não muito bem definidos ou conhecidos, dificultando sensivelmente o estudo da função que modela sua aleatoriedade. Nestes casos, mostra-se inviável inferir previamente sobre a distribuição que rege os resultados da variável de interesse, restando como alternativa a educação do valor a ser assumido pela variável ou mesmo de sua média, mediana, moda ou alguma outra estatística associada.

## **4 HEURÍSTICAS E SEUS REFLEXOS**

As heurísticas de comportamento são parte componente da incerteza do respondente. Elas configuram-se, a grosso modo, em simplificações do seu processo cognitivo ao formular opiniões. Elas são regras, princípios organizadores, recursos simplificadores usados para formatar e emitir opiniões. Considere-se como exemplo a necessidade de se recorrer a uma heurística quando o respondente tentar opinar sobre a variável  $Z$  apresentada no início da seção 3 (o nº de extrações com reposição de uma urna até o surgimento de uma bola preta). Como destacado na seção 3.5.4 (página 9), caso o especialista seja convidado a inferir sobre  $Z$  a partir de  $P(Z=z)$ , Eq. (3), ele inevitavelmente recorrerá a uma heurística. A mente humana simplesmente sucumbiria diante da operação  $P(Z<20)$ , por exemplo. Um outro caso não tão contundente seria o respondente não refletir tão adequadamente ao opinar sobre níveis intermediários de incerteza.

Embora as heurísticas sejam úteis e naturalmente indissociáveis do processo decisório humano, elas são susceptíveis a distorções, podendo conduzir a vieses de julgamento. Dentre as principais heurísticas, destacam-se a ancoragem, a disponibilidade e o controle, introduzidos a seguir.

### **4.1 As Heurísticas**

#### **4.1.1 Ancoragem**

Leva o respondente a não se desvincular o suficiente de pontos de partida adotados durante a formulação de opiniões. Esta heurística pode ser usada pelo respondente ao tentar responder à questão de  $P(Z<20)$ , citada acima. As contas seriam tão sofisticadas que o respondente poderia terminar por ancorar nas suas "contas iniciais". Tal heurística poderia ainda ser adotada quando o respondente pensasse em responder sobre  $p$  a partir da inferência sobre  $n_p$ ,  $n_t$  e  $n_p/n_p$  (descritos na seção 3.4). Seria muito provável que ele simplificasse, por exemplo, a razão 7/1023.

#### **4.1.2 Disponibilidade**

Leva o respondente a emitir opiniões baseando-se na rapidez e facilidade com que alguns fatos são registrados e vêm à sua mente. Por exemplo, alguém traumatizado recentemente devido a um acidente de trânsito pode julgar que a probabilidade de ocorrência de acidentes dessa natureza é maior do que o que de fato é. Esta heurística pode ser também verificada caso o respondente tenha alguma preferência por dada cor, ao inferir sobre  $Y$  (cor da bola a ser extraída da urna) após a repetição de extração de bolas por algumas vezes. Isto poderia levá-lo a superestimar a probabilidade de que a cor preferida seja sorteada.

A heurística da disponibilidade mostra-se íntima da do controle, descrita a seguir.

### 4.1.3 Controle

Esta heurística leva o respondente a achar que impõe algum controle sobre o resultado da variável. Ela assemelha-se à de disponibilidade uma vez que o respondente pode alterar a probabilidade de ocorrência de resultados a depender de estes serem (des)interessantes a ele. Contudo, aqui, o respondente tende a achar que pode controlar o resultado da variável, como se não entendesse não ter condições para tanto. Esta heurística pode ser ilustrada a partir do caso de se inferir sobre  $X$  (se a bola extraída é ou não preta) a partir de um esquema de apostas. Após apostas que ocorrerá  $\{X=1\}$ , o respondente tenderá a aumentar a probabilidade de que ocorra este evento, simplesmente por este resultado lhe ser interessante.

## 4.2 A Calibração de Opiniões

O uso indevido de heurísticas fatalmente conduzirá o respondente a emitir opiniões equivocadas. Atribui-se a elas a razão para que se observasse vieses tais como elevada autoconfiança de experientes climatologistas, por exemplo. Por não se concentrarem nem refletirem suficientemente acerca das condições climáticas as quais eram convidados a prever, eles tendiam a errar mais (ou menos) do que o esperado.

Quando o respondente recorre a heurísticas adequadas a proporção de acertos dele tende a se assemelhar aos níveis de credibilidade que ele atribui ao longo de uma série de questões aplicadas pelo analista. Quando isso ocorre, diz-se que as opiniões do respondente estão calibradas.

O atual trabalho se baseia em modelos de gerenciamento dinâmico que possibilitam diagnosticar o padrão de calibração do respondente à medida que ele opina durante a etapa de treinamento. Dentre os principais padrões destacam-se os esboçados na Figura 1. Note-se que quando as opiniões estão calibradas a probabilidade emitida pelo respondente deverá se aproximar da esperada. Quando as opiniões são superpreditas, a probabilidade emitida tenderá a ser maior que a esperada, e assim por diante.

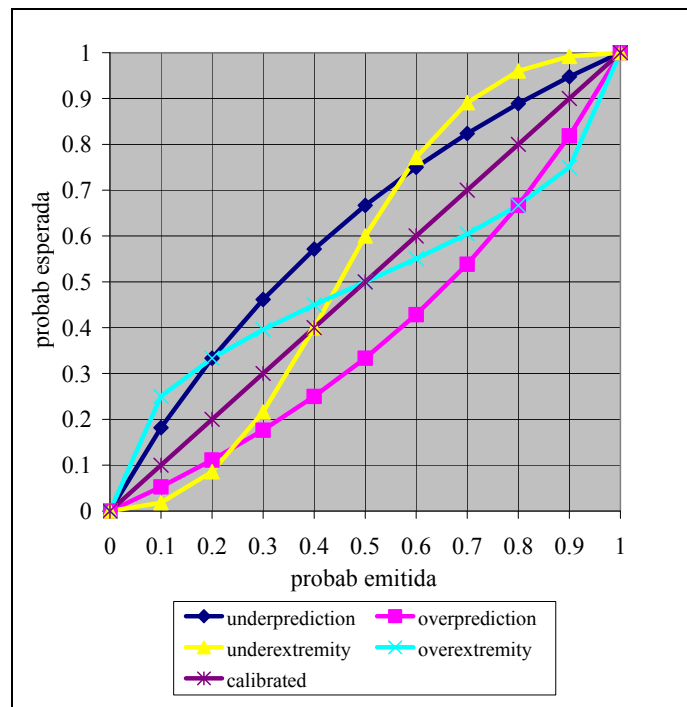


Figura 1- Padrões clássicos de calibração

Uma vez diagnosticado que o padrão de calibração do respondente está fora do ideal, o analista deverá intervir dando-lhe *feedback* a partir da apresentação da curva de calibração oriunda das suas respostas e de como ela deve ser interpretada. Isto é ilustrado a seguir.

#### 4.2.1 Intervindo contra subpredição

Deve ser explicado que o respondente tem tendido a ser pouco autoconfiante em suas opiniões. Esta curva indica que quando ele atribui uma probabilidade  $\hat{p}$ , tem sido possível esperar uma probabilidade maior de ocorrência do evento em questão. Assim, ele não está sendo fiel às suas reais crenças. Ele deve trabalhar melhor sua heurística.

#### 4.2.2 Intervindo contra overpredição

Deve ser explicado que o respondente tem tendido a ser muito autoconfiante em suas opiniões. Esta curva indica que quando ele atribui uma probabilidade  $\hat{p}$ , tem sido possível esperar uma probabilidade menor de ocorrência do evento em questão. Assim, ele não está sendo fiel às suas reais crenças. Ele deve trabalhar melhor sua heurística.

#### 4.2.3 Intervindo contra subextremidade

Deve ser explicado que o respondente tem tendido a ser muito autoconfiante ao emitir probabilidades inferiores a 40%, por um lado, e, por outro, pouco autoconfiante ao emitir probabilidades superiores a 40%. Assim, ele não está sendo fiel às suas reais crenças, principalmente quando seu nível de incerteza diminui em relação à ocorrência do evento em questão. Note-se que quanto menor a incerteza sobre a ocorrência de um evento, mais próximo de 1 (ou 0) é a credibilidade atribuída pelo respondente. Ele deve trabalhar melhor sua heurística.

#### 4.2.4 Intervindo contra superextremidade

Deve ser explicado que o respondente tem tendido a ser pouco autoconfiante ao emitir probabilidades inferiores a 50%, por um lado, e, por outro, muito autoconfiante ao emitir probabilidades superiores a 50%. Assim, ele não está sendo fiel às suas reais crenças, principalmente quando seu nível de incerteza diminui em relação à ocorrência do evento em questão. Note-se que quanto menor a incerteza sobre a ocorrência de um evento, mais próximo de 1 (ou 0) é a credibilidade atribuída pelo respondente. Ele deve trabalhar melhor sua heurística.

### 4.3 Os Scoring Rules

*Scoring rules* são indicadores a partir dos quais busca-se avaliar a qualidade das opiniões emitidas pelo respondente. Neste trabalho eles são usados tanto como estatísticas para *feedback* do respondente quanto para a avaliação dos PECs de forma geral. Como é possível que diferentes escores sugiram diferentes níveis de desempenho, serão considerados os exibidos a seguir:

$$\text{Quadrático:} \quad Q_i(\mathbf{p}) = 1 - \sum_{j=1}^n (p_j - \dot{p}_j)^2, \quad (4)$$

$$\text{Quadrático Ordenado:} \quad Q_i(\mathbf{p}) = 1 - \sum_{j=1}^n (P_j - \dot{P}_j)^2, \quad (5)$$

Logaritmico: 
$$L_i(\mathbf{p}) = \ln \left( \sum_{j=1}^n p_j \dot{p}_j \right), \quad (6)$$

Esférico: 
$$S_i(\mathbf{p}) = \frac{\sum_{j=1}^n p_j \dot{p}_j}{\sqrt{\sum_{j=1}^n p_j^2}}, \quad (7)$$

Qui-Quadrado: 
$$DQ(\mathbf{p}) = - \sum_{j=1}^n \frac{(p_j - \dot{p}_j)^2}{\dot{p}_j}, \quad (8)$$

Kullback 
$$DK(\mathbf{p}) = - \sum_{j=1}^n \dot{p}_j \cdot \ln \left( \frac{\dot{p}_j}{p_j} \right), \quad (9)$$

onde  $p_j$  e  $\dot{p}_j$  representam, respectivamente, a probabilidade emitida pelo respondente e a probabilidade correta. Por sua vez,  $P_j = \sum_{i=1}^j p_i$  e  $\dot{P}_j = \sum_{i=1}^j \dot{p}_i$ .

Quando for pertinente,  $\dot{p}_j$  pode se associar ao verdadeiro resultado da variável. Para tanto, basta considerar

$$\dot{p}_j = \begin{cases} 1, & \text{se o resultado correto for o de índice } j \\ 0, & \text{caso contrário, } j = 1, 2, \dots, m. \end{cases} \quad (10)$$

Note-se que os escores apresentados são formulados de tal forma que quanto maior seu valor, melhor é o desempenho do respondente. A ideia é que os escores premiem o respondente que se esforça em emitir as probabilidades que realmente refletem sua incerteza. Quanto mais próximos estiverem os  $\dot{p}_j$  dos  $p_j$ , maiores serão os escores. Uma vez compreendido isto, estes escores serão ótimas medidas de *feedback*, aliando-se à curva de calibração. Nos *software* atualmente implementados, exibem-se, além da curva de calibração, os escores quadrático (para variáveis nominais) e quadrático ranqueado (para variáveis ao menos ordinais). Tais escores foram normalizados, de forma a exibirem valores entre 0 e 10, onde quanto maior o valor melhor a opinião.

Tem-se, assim, as curvas de calibração e de escore quadrático como fonte de acompanhamento de desempenho da educação. Por sua vez, no discurso de *feedback*, o analista deve formatar orientações de cunho específico sobre a melhor heurística a adotar. Tais orientações são introduzidas a seguir.

#### 4.4 Recomendações para aprimoramento de heurísticas

Diante de resultados insatisfatórios das curvas de desempenho (calibração e escores), o analista deve fornecer diretrizes que permitam ao respondente aprimorar suas opiniões. De fato, um dos principais objetivos de um PEC é treinar bem o respondente para que ele saiba medir suas incertezas nos casos intermediários (entre a segurança plena e a total ignorância). Isto requer que o respondente faça uso de boas heurísticas cognitivas. Uma boa heurística cognitiva sempre contemplará:

1. O claro entendimento da variável em questão;
2. A recordação de dados históricos relacionados à variável;
3. A recordação de informações e discussões relacionadas à variável;
4. A ponderação destas diversas fontes ao conceito de incerteza e probabilidade;
5. A formulação de respostas sintonizadas às perguntas.

Note-se que estas etapas requerem que o respondente esteja plenamente imerso no PEC. Mostra-se impossível executá-las bem quando emparelhadas com uma outra atividade externa ao PEC. Concentração é um requisito básico. Além disso, sobre a característica 5, é comum que o respondente tente formular uma resposta mais rica do que aquilo que é requerido pela pergunta. Por exemplo, diante da pergunta " $p < 50\%$ ?" (onde  $p$  é apresentado na seção 3, página 4) o respondente pode ser tentado a responder "-Digo mais que isso,  $p$  é igual a 20%". Este comportamento deve ser evitado.

Além destas sugestões, pode-se ainda aconselhar ao respondente a sempre pensar em fatores favoráveis e desfavoráveis que fundamentem suas opiniões. Isto facilitará a mensuração de incertezas intermediárias. Por exemplo, pode-se aconselhar ao respondente pensar sobre o que levaria a " $p < 50\%$ " e o que levaria à sua não-ocorrência; a listagem destes argumentos facilitaria de algum modo a mensuração da incerteza do respondente acerca do evento " $p < 50\%$ ", tornando-o mais calibrado.

## **5 MÉTODOS DE EDUCAÇÃO (MEC)**

Os MEC são o principal veículo através do qual o analista efetivamente eduza as opiniões do especialista. São descritos sucintamente a seguir os MEC considerados no atual estudo. Todos eles têm como pergunta inicial quais seriam os valores mínimo e máximo que a variável de interesse (quando quantitativa) poderia assumir. Estas perguntas requerem cuidado do responde, uma vez que ele será fortemente penalizado pelos escores caso desconsidere intervalos que, mesmo pouco provavelmente, possam envolver o resultado da variável. Desta forma, o analista deve orientar o respondente a fixar como valores mínimo e máximo números realmente extremos, já que os MECs o permitirão detalhar sua incerteza neste intervalo ao nível por ele desejado.

### **5.1 Método Direto**

Nesta classe de métodos, o respondente é convidado a opinar diretamente sobre a probabilidade de que a variável de interesse assumirá um dos  $m$  possíveis resultados. De maneira a facilitar a compreensão das perguntas, o entrevistador recorrerá a histogramas, permitindo ao especialista visualizar a magnitude das probabilidades que atribui. Este método pode ser aplicado a qualquer tipo de variável.

### **5.2 Método de Firmino**

Trata-se de um método indireto de educação. Ele sempre convida o respondente a opinar sobre qual dentre duas alternativas será a verdadeira (como que em um problema de previsão). Após escolher a alternativa, o respondente emite uma probabilidade que reflita sua incerteza sobre estar certo na sua escolha. O método, de maneira recursiva, adentra na alternativa escolhida pelo respondente e elabora uma pergunta nela baseada, até que o respondente não se sinta a vontade para continuar respondendo. Este método requer que a variável em questão assumirá valores ao menos ordenáveis. Assim, ele não seria aplicado para se estudar a variável  $Y$ , por exemplo, mas poderia ser usado para se inferir sobre cada  $p_y$ .

### **5.3 Método da Bisseção**

Trata-se de mais um método indireto. Semelhantemente ao de Firmino, ele sempre convida o respondente a decidir dentre duas alternativas. O respondente o fará até que se alcance uma zona de indiferença que o impeça de preferir dentre as duas alternativas. Note-se assim que, diferentemente do de Firmino, o respondente não é convidado a

emitir probabilidades. Este método, a exemplo do de Firmino, só pode ser aplicado a variáveis cujos valores são, ao menos, ordenáveis.

#### 5.4 Resultados da aplicação dos MEC

Durante e ao final da aplicação dos MEC, o respondente pode acompanhar a modelagem da sua incerteza acerca da variável em questão a partir histogramas que esboçam a distribuição de probabilidades correspondente. Além desta distribuição, são emitidos valores tais como a média, a mediana, a moda e o desvio padrão da variável de interesse.

A média ( $\mu_1$ ) representa o valor esperado pelo respondente para a variável, enquanto que a mediana ( $\mu_2$ ) representa aquele valor cuja probabilidade da variável não ultrapassá-lo é de 50%. Por sua vez, a moda ( $\mu_3$ ) representa o valor mais provável a ser assumido pela variável. Por fim, o desvio-padrão ( $\sigma$ ) reflete o nível de incerteza do respondente, de forma que quanto menor ele for, menor será a incerteza expressa pelo respondente. Matematicamente, tem-se

$$\text{Média:} \quad \mu_1 = \int_{\min}^{\max} x \cdot p(x) \cdot dx \quad (11)$$

$$\text{Mediana:} \quad \mu_2 = \left\{ \mu \left| \int_{\min}^{\mu} x \cdot p(x) \cdot dx = \frac{1}{2} \right. \right\} \quad (12)$$

$$\text{Moda:} \quad \mu_3 = \left\{ \mu \mid p(x) \leq p(\mu) \forall x \in [\min, \max] \right\} \quad (13)$$

$$\text{Desvio-padrão:} \quad \sigma = \sqrt{\int_{\min}^{\max} (x - \mu_1)^2 \cdot p(x) \cdot dx} \quad (14)$$

onde  $p(x)$  é a distribuição de probabilidades emitida pelo respondente para a variável  $X$ .