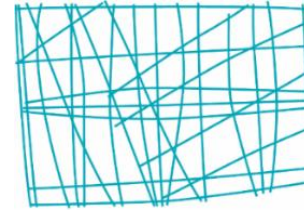




**FEAUSP**



**NEREUS**

Núcleo de Economia Regional e Urbana  
da Universidade de São Paulo

The University of São Paulo  
Regional and Urban Economics Lab

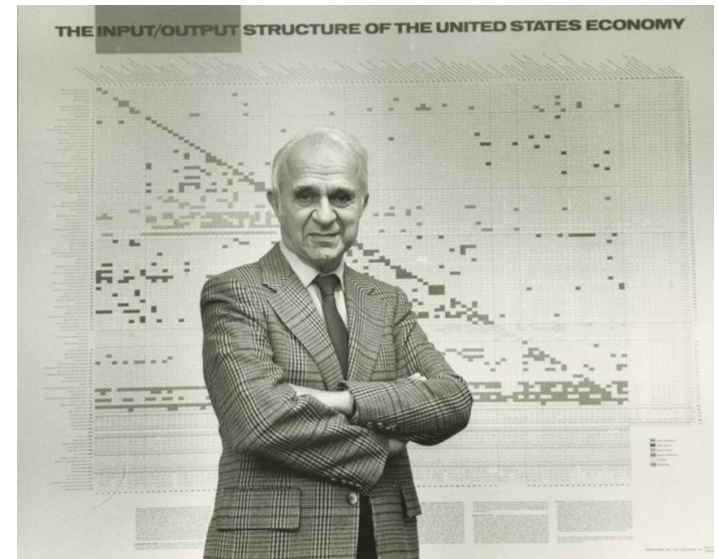
# ***Matriz Insumo-Produto (Introdução)***

***Departamento de Economia, FEA-USP  
EAE1102 - Princípios de Macroeconomia***

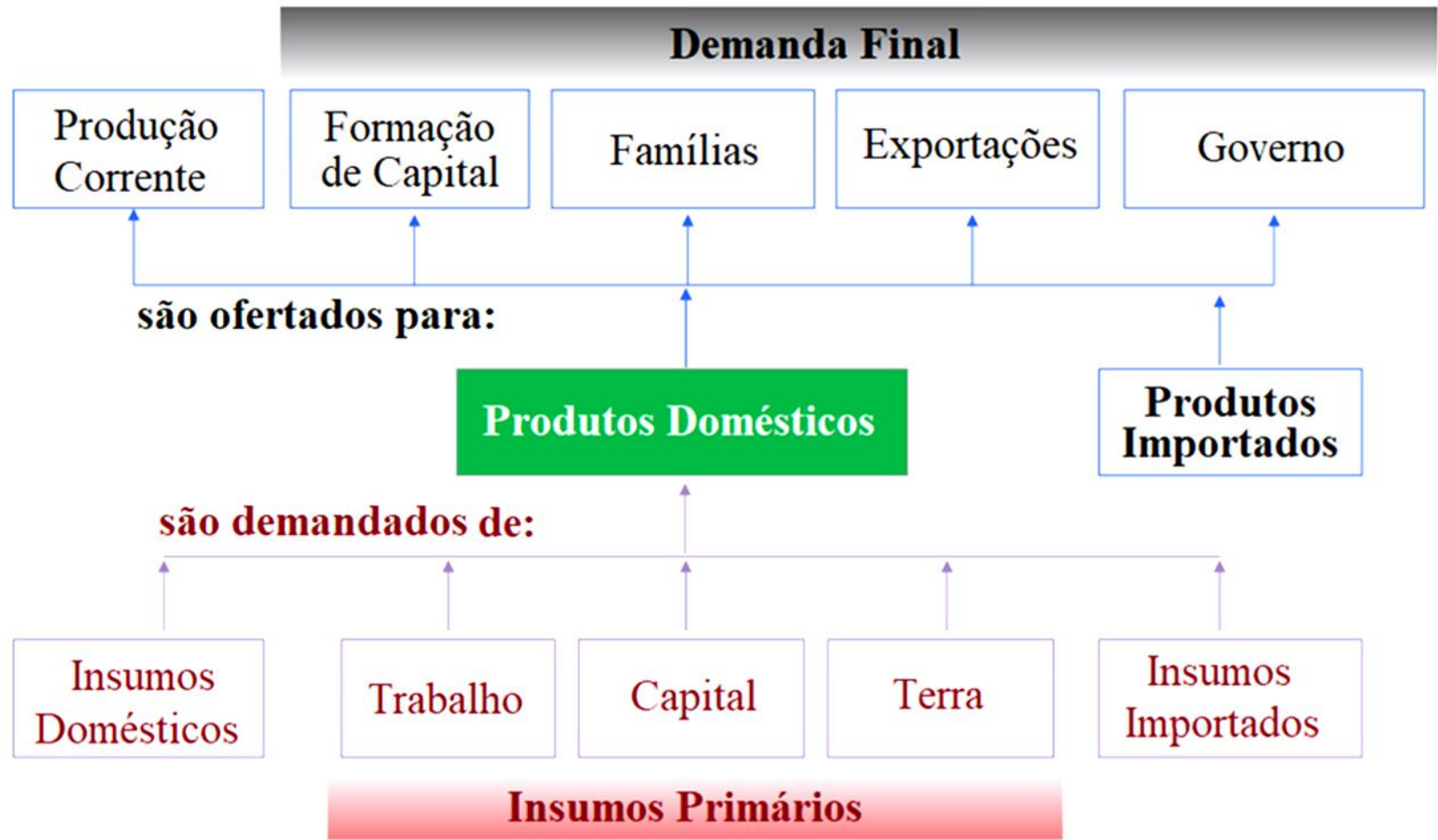
***Ademir Rocha***

# Análise de insumo-produto

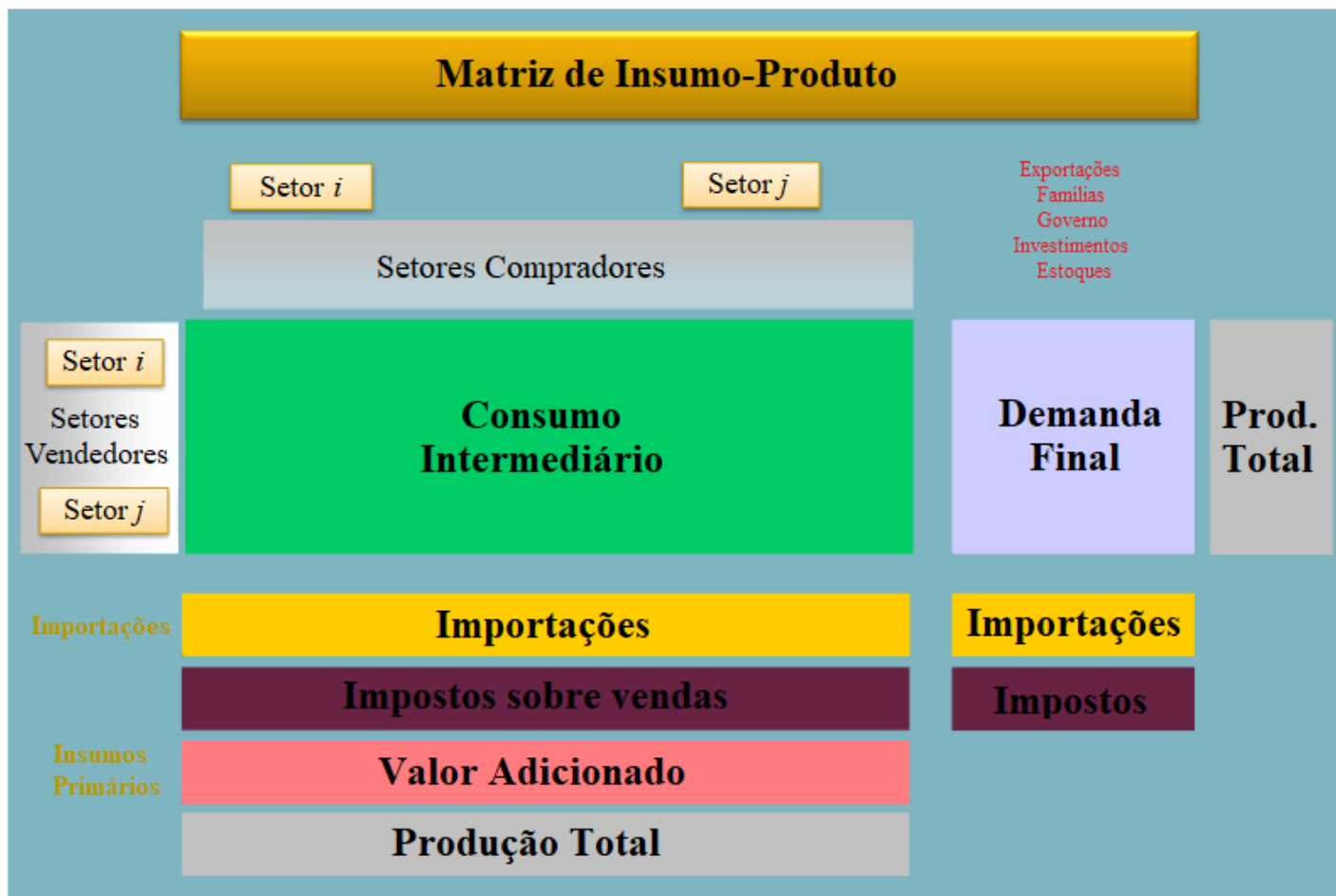
- ❑ Ideia desenvolvida por Wassily Leontief (Prêmio Nobel em Economia em 1973)
- ❑ Empregado em todos os países
- ❑ Integrado ao Sistema de Contas Nacionais
- ❑ Pode ser estendido para explorar questões de distribuição de renda, política fiscal, estratégias de desenvolvimento etc.



# Fluxos de insumo-produto



# Tabela de insumo-produto



# Fluxo de insumo-produto

---

- ❑ Imagine uma região com  $m$  firmas, produzindo uma gama de bens e serviços
- ❑ As empresas são atribuídas a  $n$  setores amplos com base em seu produto principal
- ❑ O número de setores,  $n$ , pode variar
- ❑ Os fluxos de oferta e demanda são equilibrados ao nível de cada setor
- ❑ **Para esta apresentação, visando facilitar a análise, apenas dois setores são considerados**

# Fluxo de insumo-produto

IO Matrix	S1	S2	Y	X
S1	150	500	350	1000
S2	200	100	1700	2000
W	650	1400		
X	1000	2000		
Employment	300	800		

# Fluxo de vendas

---

- ❑ As transações entre esses setores estão dispostas em uma matriz ( $n$  linhas e  $n$  colunas), conforme mostrado na tabela
- ❑ Olhando através das linhas, as vendas feitas pelas firmas à esquerda podem ser atribuídas às firmas listadas no topo da coluna
- ❑ Assim, o setor 2 vende \$200 para o setor 1 e \$100 para o setor 2

# Fluxo de compras

---

- ❑ As colunas fornecem informações complementares sobre a origem das compras feitas pelo setor no topo da coluna de todos os outros setores
- ❑ Novamente, olhando para o setor 2, note que ele compra \$500 do setor 1 e \$100 do setor 2
- ❑ Esta parte da tabela de insumo-produto é chamada de transações interindustriais; fornece uma fotografia da economia com o foco nas relações intersetoriais



# Outros fluxos

---

- ❑ Os setores também vendem para outros conjuntos de atividades - consumidores, governo e mercados externos (exportações)
- ❑ Além disso, as firmas também fazem pagamentos aos fatores de produção, trabalho e capital, e às importações
- ❑ Estes fluxos são mostrados no restante da tabela
- ❑ A coluna Y é denominada como demanda final; a linha W como fatores primários
- ❑ A soma dos salários, lucros e dividendos (retornos ao trabalho e ao capital) é denominada valor adicionado

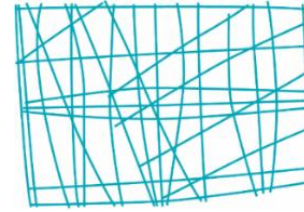
## Leitura recomendada

---

- ❑ Paulani, L. M. & Braga, M. B. (2020). A Nova Contabilidade Social. Editora Saraiva.
- ❑ Guilhoto, J. J. M. (2011). Análise de insumo-produto: teoria e fundamentos.
- ❑ Miller, R. E., & Blair, P. D. (2009). Input-output analysis: foundations and extensions. Cambridge University Press.



**FEAUSP**



**NEREUS**

Núcleo de Economia Regional e Urbana  
da Universidade de São Paulo

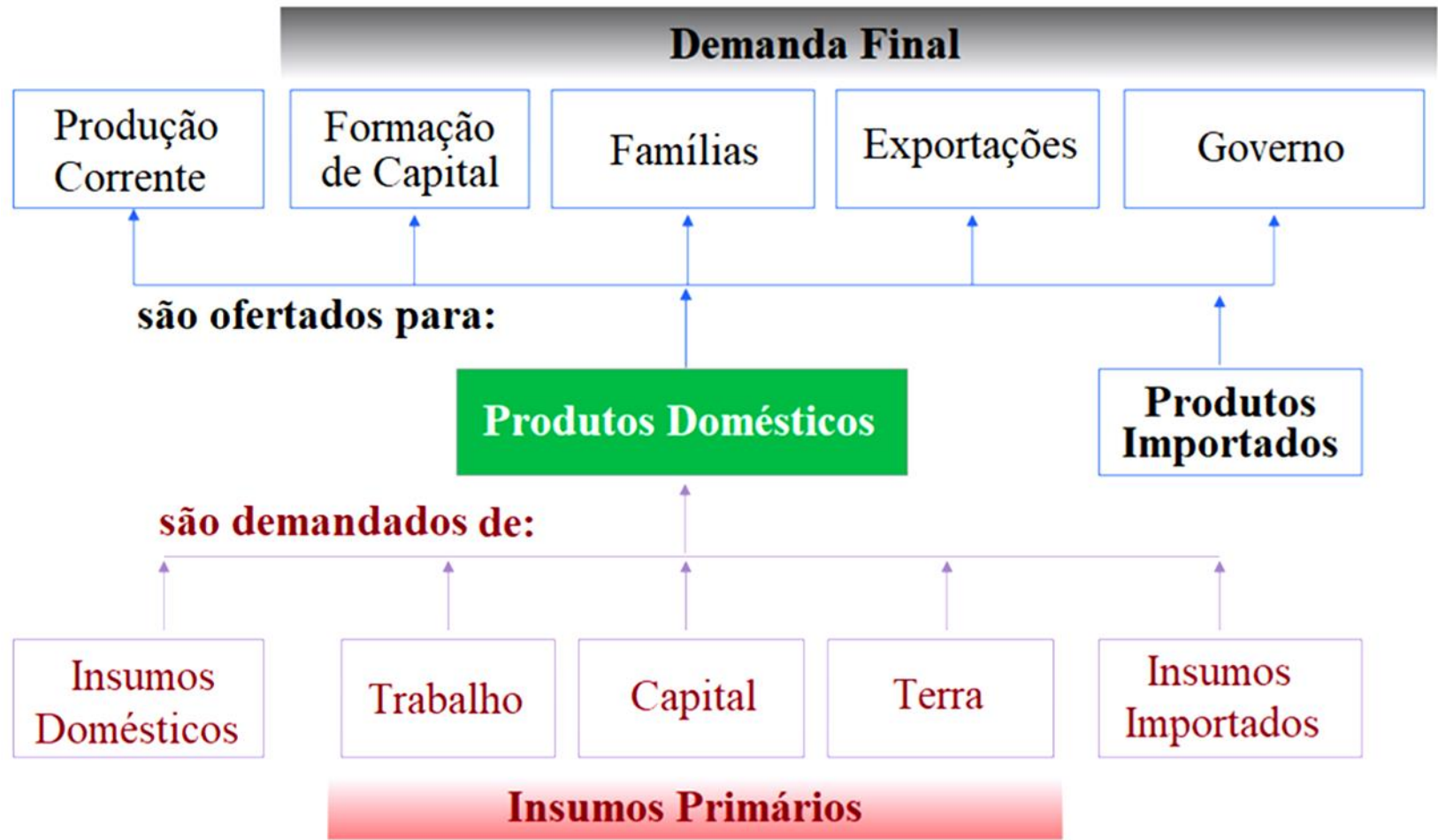
The University of São Paulo  
Regional and Urban Economics Lab

# ***Matriz Insumo-Produto (Aspectos Teóricos)***

***Departamento de Economia, FEA-USP  
EAE1102 - Princípios de Macroeconomia***

***Ademir Rocha***

# Fluxos de insumo-produto



# Modelo de insumo-produto

---

- ❑ A tabela de insumo-produto é basicamente um sistema contábil – uma dupla entrada semelhante à preparada para uma empresa em que vendas e compras ou ativos e passivos serão apresentados, mas, neste caso, para uma economia
- ❑ O próximo passo é preparar um modelo econômico para que possamos mapear o impacto das mudanças em um setor no restante da economia
- ❑ Fazemos isso porque a natureza da interdependência entre os setores varia

# Coeficientes técnicos

- Assumimos que cada um dos setores produz bens e serviços segundo uma “receita” fixa (formalmente conhecida como função de produção):

$$a_{ij} = \frac{z_{ij}}{x_j} \quad \forall \quad i, j = 1, 2, \dots, n$$

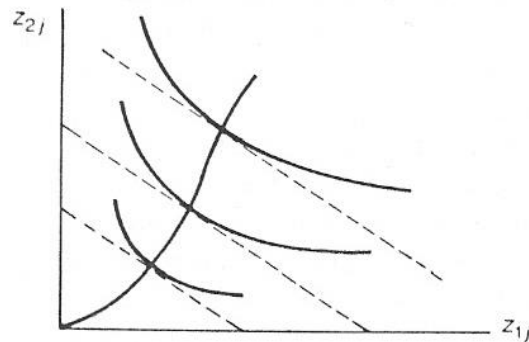
- Retornos constantes de escala
- Setores usam insumos em proporções fixas

**OBS: No tópico de insumo-produto,  $x$  representa a variável de valor bruto da produção (não confundir com exportações)**

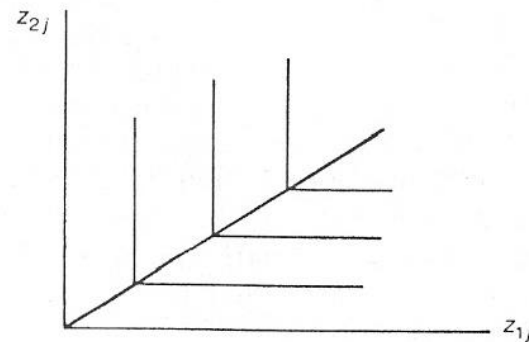
# Função de produção tipo Leontief

$$x_j = f(z_{1j}, \dots, z_{nj}, W_j, M_j)$$

$$x_j = \min\left(\frac{z_{1j}}{a_{1j}}, \dots, \frac{z_{nj}}{a_{nj}}\right)$$



(a) Classical Production Function



(b) Leontief Production Function

**FIGURE 2-1** Production functions in input space.

# Modelo baseado em variação da demanda

---

- ❑ Os insumos são expressos em termos monetários, uma vez que seria difícil, por exemplo, combinar toneladas de minério de ferro com megawatts de eletricidade ou com horas de trabalho de forma consistente
- ❑ Esta receita fixa nos permite expressar as transações em forma proporcional, também conhecidas como coeficientes diretos
- ❑ O pressuposto final é de que a **economia é impulsionada por variações da demanda final** (consumidores, governo, exportações) - esta é a parte exógena da economia, enquanto as transações interindustriais respondem a esses sinais e, portanto, são endógenas



# Relações básicas

---

$$\sum_{j=1}^n z_{ij} + y_i \equiv x_i \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, n$$

- $z_{ij}$  = fluxos de consumo intermediário do setor  $i$  para o setor  $j$
- $y_i$  = demanda final do setor  $i$
- $x_i$  = oferta total do setor  $i$

# Matriz de Leontief

- Substituindo  $a_{ij} = \frac{z_{ij}}{x_j}$  na equação anterior, tem-se:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j + y_i = x_i \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, n$$

$$\begin{aligned}\mathbf{A}x + y &= x \\ x &= (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}y \\ \mathbf{B} &= (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\end{aligned}$$

- **A** = matriz de coeficiente técnicos diretos
- **B** = matriz inversa de Leontief

# Informações contidas na matriz B

- A **matriz inversa de Leontief B** capta a relação de dependência da produção bruta de cada setor em relação aos valores de demanda final de cada setor:

$$x = (I - A)^{-1}y$$
$$\begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & \cdots & b_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11}y_1 & \cdots & b_{1n}y_n \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1}y_1 & \cdots & b_{nn}y_n \end{bmatrix}$$

- Os elementos da i-ésima coluna da matriz B representam o impacto direto e indireto da demanda final do i-ésimo setor sobre a produção de cada setor da economia. A soma na coluna gera os **multiplicadores de produção**

# Análise de impacto

---

- Assumindo que a tecnologia (matriz  $A$ ) é mantida constante, então a matriz  $B$  pode ser usada para **mensurar o impacto de mudanças na demanda final sobre a produção** de todo o sistema econômico

$$\Delta x = B\Delta y$$

$$(x^1 - x^0) = B(y^1 - y^0)$$

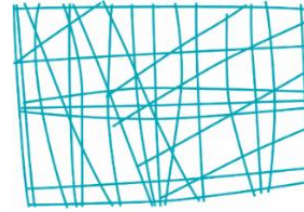
## Leitura recomendada

---

- ❑ Paulani, L. M. & Braga, M. B. (2020). A Nova Contabilidade Social. Editora Saraiva.
- ❑ Guilhoto, J. J. M. (2011). Análise de insumo-produto: teoria e fundamentos.
- ❑ Miller, R. E., & Blair, P. D. (2009). Input-output analysis: foundations and extensions. Cambridge University Press.



**FEAUSP**



**NEREUS**

Núcleo de Economia Regional e Urbana  
da Universidade de São Paulo

The University of São Paulo  
Regional and Urban Economics Lab

# ***Matriz Insumo-Produto (Aspectos Práticos)***

***Departamento de Economia, FEA-USP  
EAE1102 - Princípios de Macroeconomia***

***Ademir Rocha***

# Tabela de insumo-produto



# Fluxo de insumo-produto

IO Matrix	S1	S2	Y	X
S1	150	500	350	1000
S2	200	100	1700	2000
W	650	1400		
X	1000	2000		
Employment	300	800		



# Relações básicas

---

$$\sum_{j=1}^n z_{ij} + y_i \equiv x_i \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, n$$

- $z_{ij}$  = fluxos de consumo intermediário do setor  $i$  para o setor  $j$
- $y_i$  = demanda final do setor  $i$
- $x_i$  = oferta total do setor  $i$

# Matriz de Leontief

- Substituindo  $a_{ij} = \frac{z_{ij}}{x_j}$  na equação anterior, tem-se:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j + y_i = x_i \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, n$$

$$\begin{aligned}\mathbf{A}x + y &= x \\ x &= (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}y \\ \mathbf{B} &= (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\end{aligned}$$

- **A** = matriz de coeficiente técnicos diretos
- **B** = matriz inversa de Leontief

# Matriz A

- Para o exemplo numérico anterior, a matriz **A** é mostrada abaixo:

A		1	2
	1	0,150	0,250
	2	0,200	0,050

- Esses valores revelam os **impactos diretos** de necessidade de insumo dado um aumento de produção

# Matriz B e multiplicadores de produção

- Para o exemplo numérico anterior, a matriz  $\mathbf{B} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$  é mostrada abaixo:

$(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$	1	2
1	1,254	0,330
2	0,264	1,122
Total	1,518	1,452

- As entradas revelam os **impactos diretos e indiretos** em um setor quando a demanda final do setor no topo da coluna muda em \$1 (ou \$1 milhão ou \$100 milhões)
- Observe que a entrada na diagonal principal é sempre  $> 1$  sendo que o valor unitário representa o aumento da demanda final nesse setor. A parte restante é o impacto direto e indireto da expansão

# Multiplicadores de produção

---

- ❑ Na parte inferior da tabela com os multiplicadores, há uma linha denominada “total”. Observe que esses valores variam de 1,45 (setor 2) a 1,52 (setor 1)
  
- ❑ **Como esses valores devem ser interpretados?**
  - Eles fornecem informações sobre o impacto no restante da economia (incluindo o setor em questão) de uma mudança unitária na demanda final em qualquer setor
  
  - O valor de 1,45 para o setor 2 nos diz que, para cada aumento de \$ 1 na demanda final desse setor, um valor adicional de \$ 0,45 de atividade é gerado para um valor total de produção de 1,45

# Análise de impacto

---

- ❑ Vamos supor que um **choque de demanda final (Y)** leve ao aumento na demanda em \$150 por bens do setor 1 e \$100 por bens do setor 2
- ❑ **Qual será o impacto sobre a produção total?**
- ❑ Podemos usar a estrutura insumo-produto para fazer uma análise de impacto

# Fluxo de insumo-produto

IO Matrix	S1	S2	Y	X	
S1	150	500	350	500	1000 ?
S2	200	100	1700	1800	2000 ?
W	650	1400			
X	1000	2000			
Employment	300	800			

# Análise de impacto

---

- Assumindo que a tecnologia (matriz  $A$ ) é mantida constante, então a matriz  $B$  pode ser usada para **mensurar o impacto de mudanças na demanda final sobre a produção** de todo o sistema econômico

$$\Delta x = B\Delta y$$

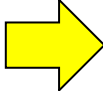
$$(x^1 - x^0) = B(y^1 - y^0)$$



# Encontrando a nova produção

$(I-A)^{-1}$			
		1	2
1	1,254	0,330	
2	0,264	1,122	

	$Y'$
500	
1800	



	$X'$
1221	
2152	

- ❑  $Y'$  representa o novo vetor de demanda final
- ❑  $X'$  representa o novo vetor de produção dado um choque exógeno de demanda final
- ❑  $X'$  é resultado da multiplicação da matriz de Leontief (B) pelo vetor  $Y'$

## Fluxo de insumo-produto

IO Matrix	S1	S2	Y	X
S1	150	500	350	1000
S2	200	100	1700	2000
W	650	1400		
X	1000	2000		
Employment	300	800		

## Leitura recomendada

---

- ❑ Paulani, L. M. & Braga, M. B. (2020). A Nova Contabilidade Social. Editora Saraiva.
- ❑ Guilhoto, J. J. M. (2011). Análise de insumo-produto: teoria e fundamentos.
- ❑ Miller, R. E., & Blair, P. D. (2009). Input-output analysis: foundations and extensions. Cambridge University Press.

# Agradecimentos

---

- ❑ Estes slides foram adaptados do material elaborado pelo Prof. Joaquim Guilhoto para o curso “Análise de Insumo-Produto”, ministrado no Departamento de Economia da Universidade de São Paulo (USP)
- ❑ Os slides também incluem material preparado pelo Prof. Eduardo Haddad para o curso “Modelos Aplicados de Equilíbrio Geral”, oferecido anualmente no Programa de Pós-Graduação do Departamento de Economia da Universidade de São Paulo (USP)