

# Graph Neural Networks



## Tema 4 - GNNs Avanzadas



POLITÉCNICA

UNIVERSIDAD  
POLITÉCNICA  
DE MADRID



Máster  
Deep Learning



Limitaciones de las  
**GCN** para árboles de  
computación similares



**Graph batching:**  
GraphSAGE,  
ClusterSampling y  
GraphSAINT



Tareas sobre **aristas**:  
**GAE y SEAL**

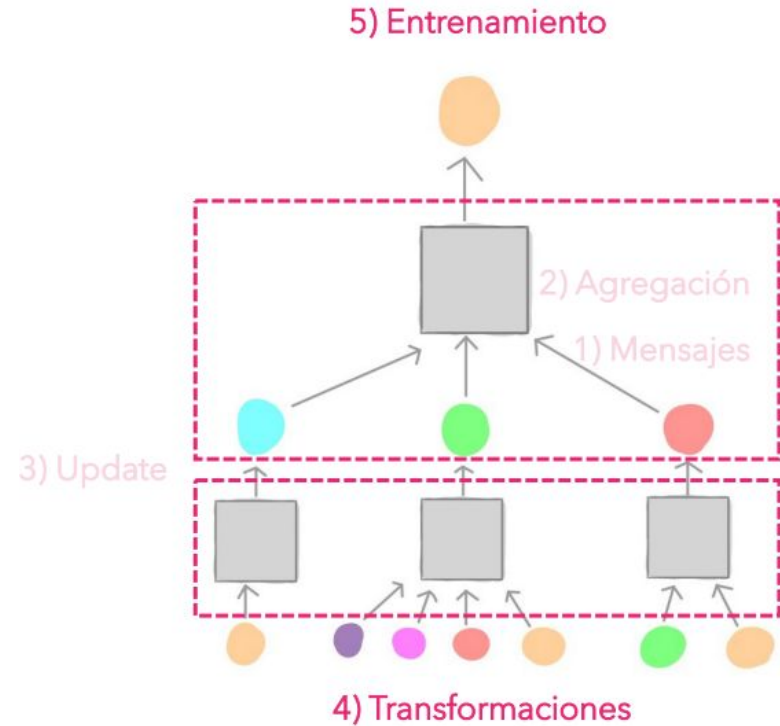


**Crear batches** para  
grafos no es trivial



Tareas sobre **grafos**:  
**Graph pooling**

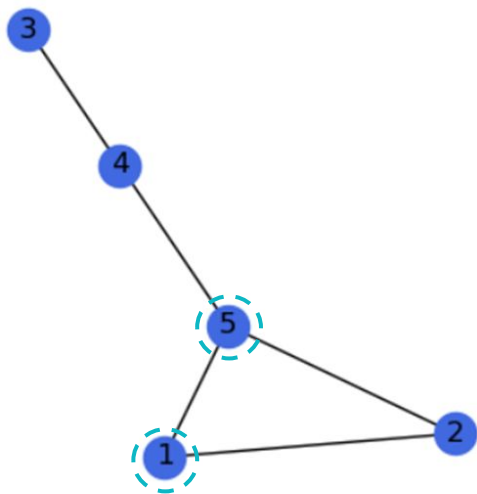
1. **Mensajes** – Cómo transformo los mensajes de los vecinos.
2. **Agregación** – Qué hago para juntar los mensajes.
3. **Update** – Cómo combino los mensajes entre capas.
4. **Transformaciones** – Cambios que se le hacen al grafo antes de entrenar.
5. **Entrenamiento** – Función de pérdida según mi problema y tarea (Nodo, arista, grafo ... etc)



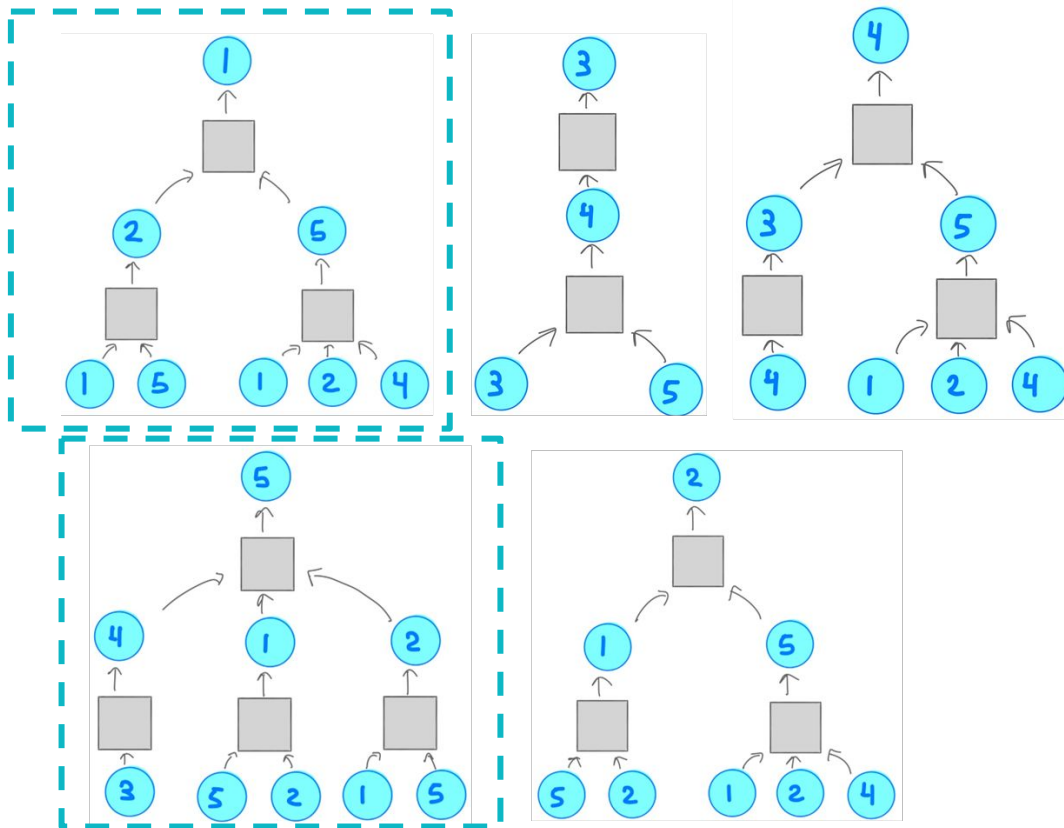
# 1. Limitaciones de las GCN para árboles de computación similares



# Limitaciones de las GCN

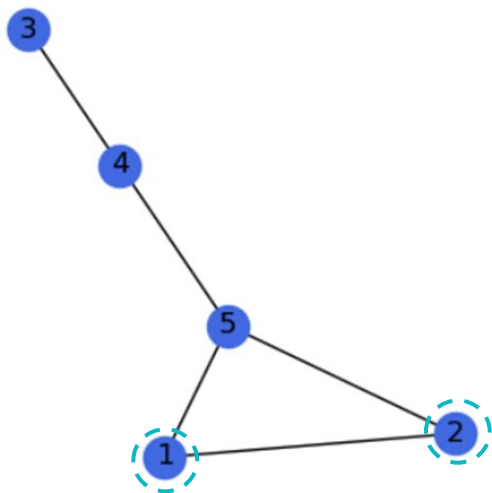


¿Son el nodo **1** y **5**  
**estructuralmente** diferentes si  
analizamos sus **árboles de  
computación** a dos capas de  
distancia?

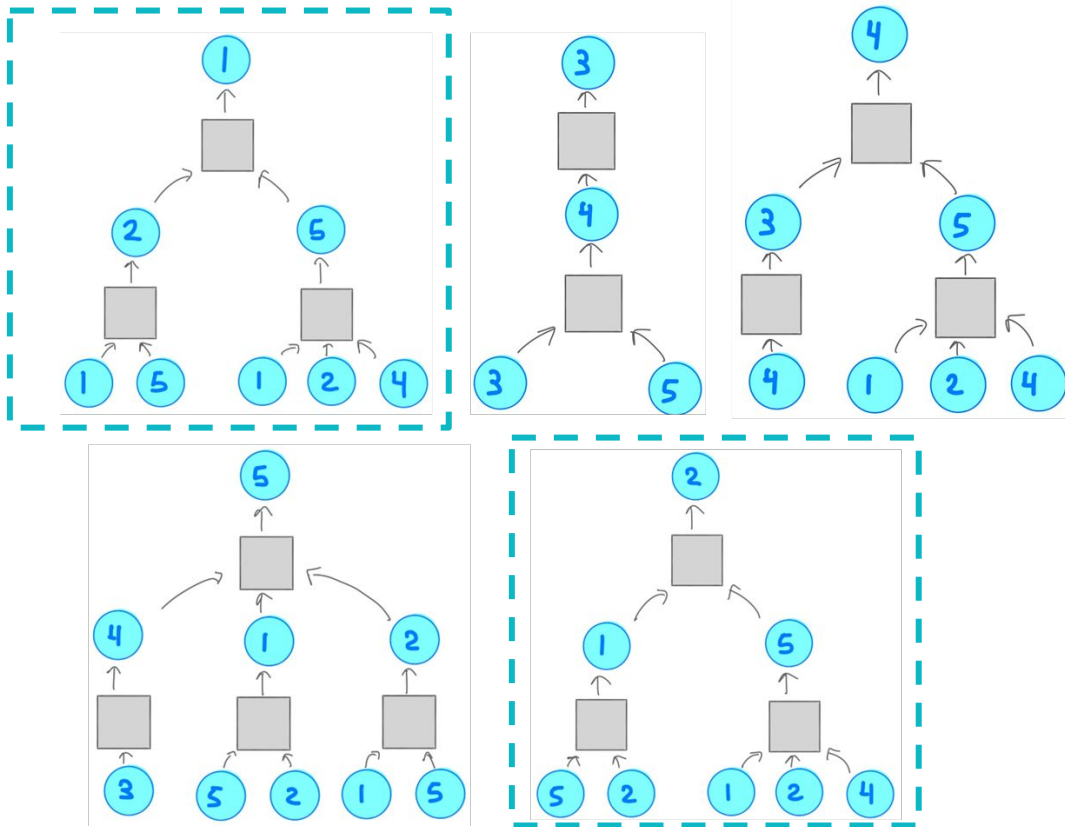




# Limitaciones de las GCN



Sin embargo... ¿Son el nodo **1** y **2** **estructuralmente** diferentes si analizamos sus **árboles de computación** a dos capas de distancia?

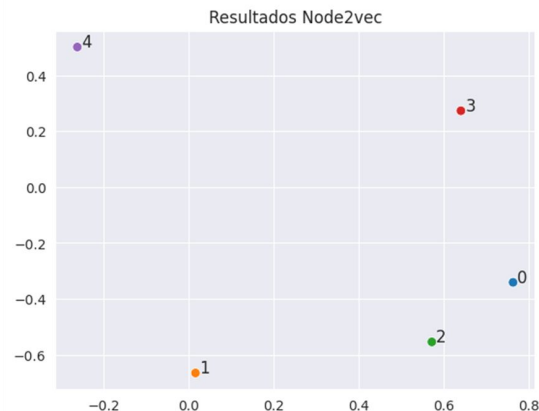
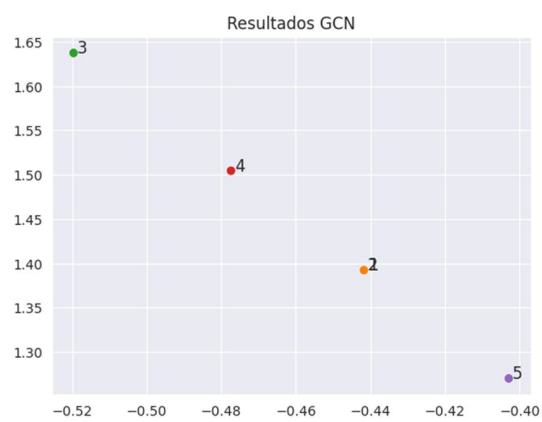
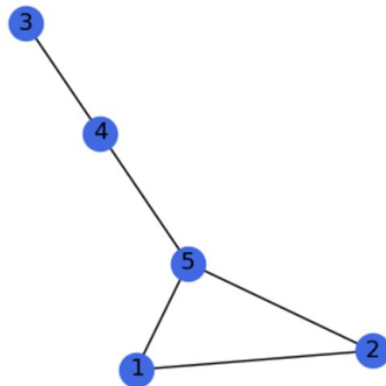




## Limitaciones de las GCN

Si no se incorpora información de los **atributos** de los nodos, una **GCN no sería capaz** de diferenciar un par de nodos con los mismos árboles de computación.

En cambio, **alternativas basadas en caminos aleatorios** como Node2Vec sí que **son capaces** de hacer esta distinción ya que capturan patrones globales



## 2. Crear batches para grafos no es trivial

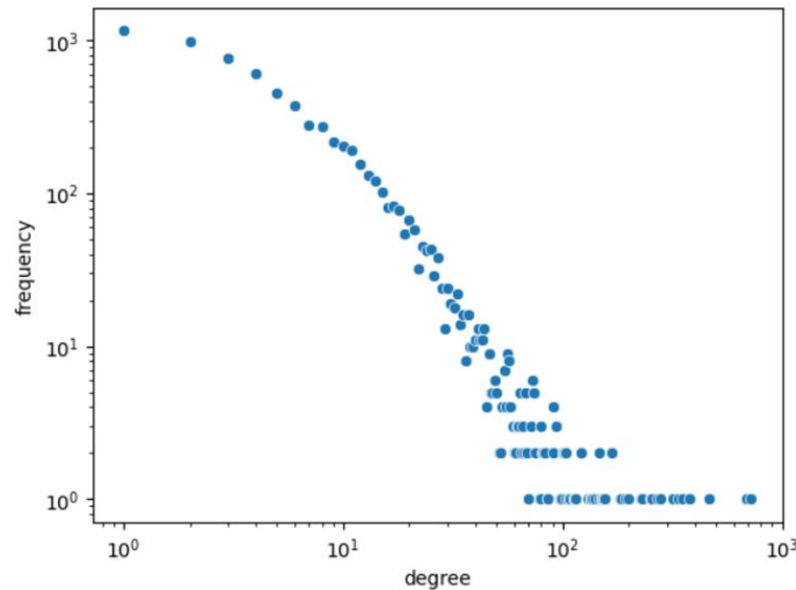




## ¿Por qué batchear un grafo?

Simplemente porque si el grafo tiene muchos nodos **no cabrá en GPU**.

Si existe **un nodo con un grado muy alto**, hacer el paso de mensajes será computacionalmente costoso.





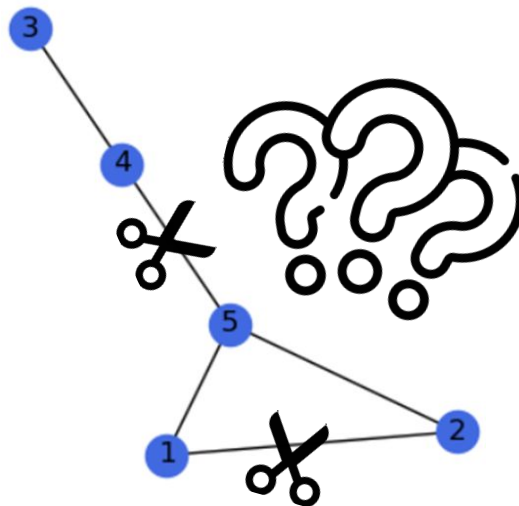
## Batchear un grafo no es trivial

Para **datos tabulares** → agrupar varias filas de la tabla.

Para **imágenes** → agrupar varias imágenes.

Para **datos secuenciales** → tomar varias ventanas temporales.

Para **grafos** → ???

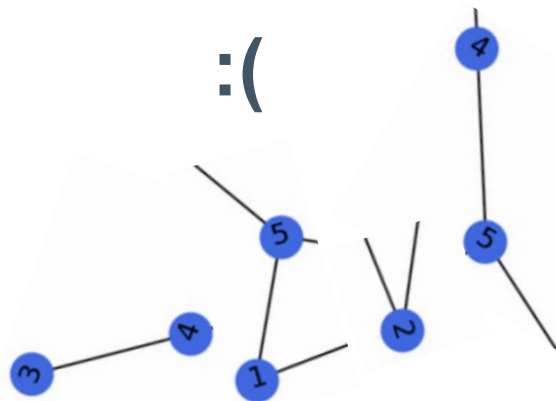




## Batchear un grafo no es trivial

Todos los elementos de un grafo **están relacionados entre sí...**  
¿Cómo los *separo*?

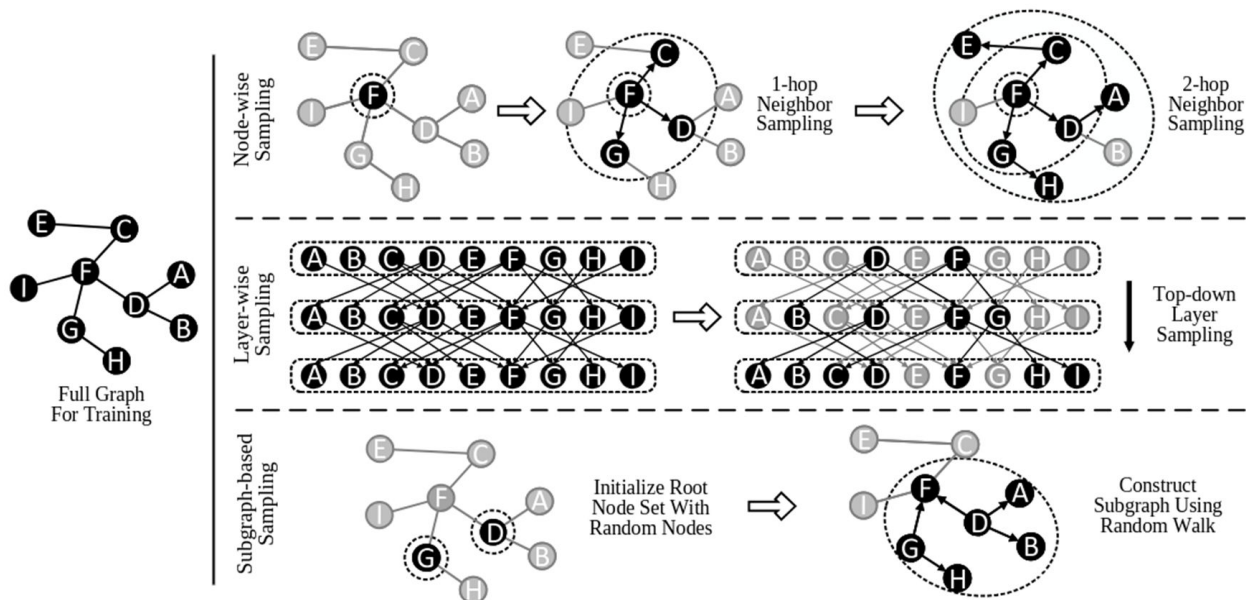
Si elijo solo **ciertos nodos o aristas...** ¿Cómo mantengo la **estructura original** del grafo?  
¿Cómo sé que el sub-grafo que obtengo es **equivalente**?



# 3. Graph Batching



Los métodos basados en *capas* no están implementados en PyTorchGeometric!



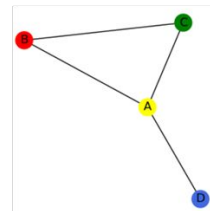
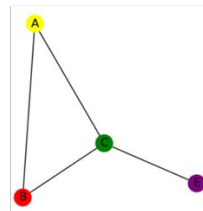
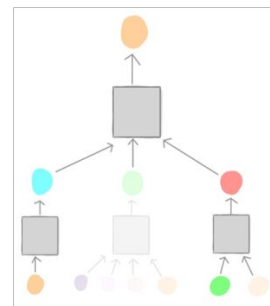
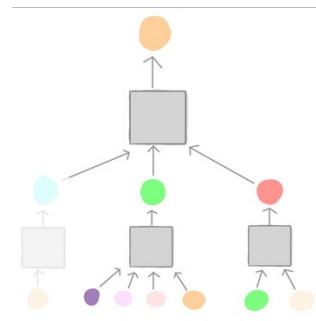
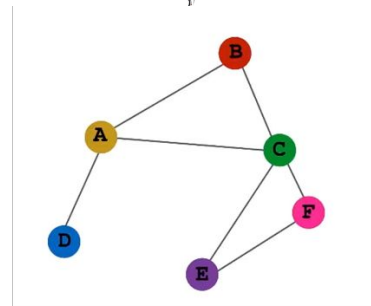


## Node-level: GraphSAGE (Neighbor sampling)

En cada capa **se eligen N vecinos al azar**.

**Cada vez que se visita un nodo** el árbol de computación cambia.

Cada **batch** es un **subgrafo del original** que incluye los nodos y aristas elegidos durante el sampleo.

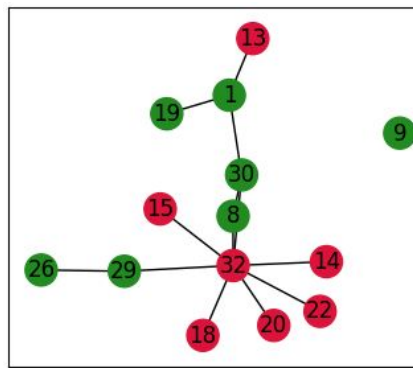
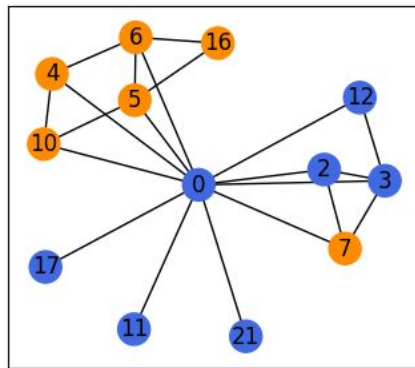
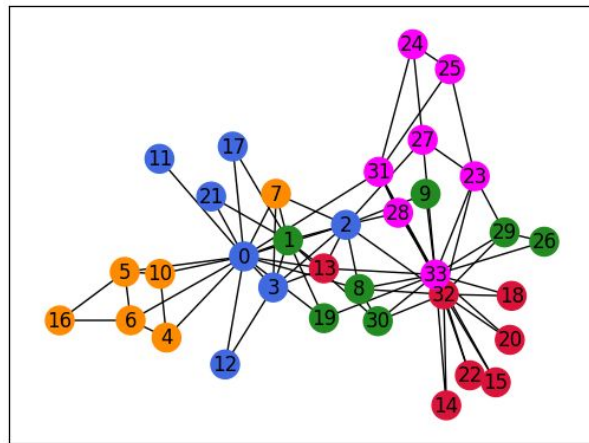




## Graph-level: Cluster Sampling

Ejecuta un algoritmo de **detección de comunidades** para dividir el grafo en muchas comunidades relativamente pequeñas.

Cada batch se crea **incluyendo los nodos de N comunidades** y todos los enlaces entre ellos. Tanto intra- como inter-comunidad.





## Graph-level: GraphSAINT







## Graph-level: GraphSAINT



### Node Sampling

Se selecciona un conjunto de nodos aleatoriamente y se extraen todas las aristas asociadas a esos nodos para formar un subgrafo.

### Edge Sampling

Se seleccionan bordes aleatoriamente, y los nodos conectados por esos bordes se incluyen en el subgrafo.

### Random Walk Sampling

Se realizan caminatas aleatorias para construir subgrafos que capturen mejor las dependencias locales en la estructura del grafo.



## Graph-level: GraphSAINT

Para garantizar que las estadísticas del **subgrafo sigan las propiedades del grafo completo** cada nodo o arista en el subgrafo tiene un peso ajustado para compensar la probabilidad de haber sido seleccionado durante el muestreo.

Genera dos coeficientes de corrección:

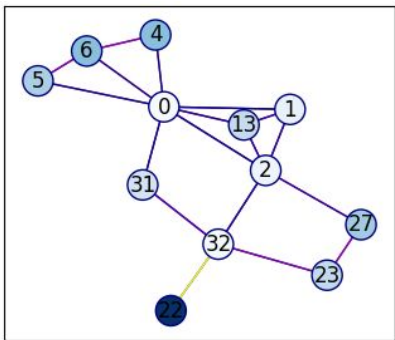
- $\alpha$ : para la **agregación** (aristas)
- $\lambda$ : para la **función de pérdida** (nodos)





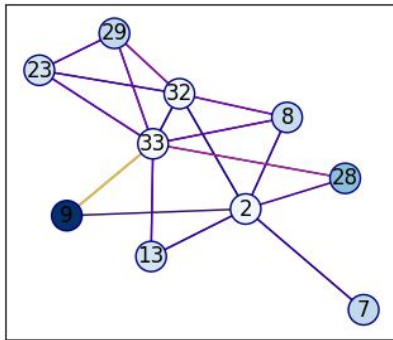
# Graph-level: GraphSAINT

Node Sampling



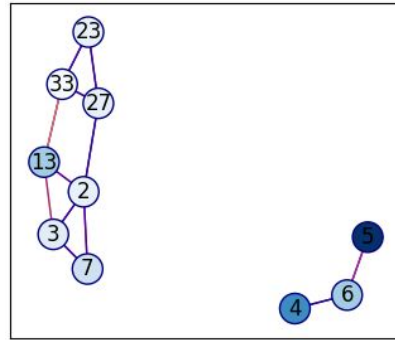
$$P(u) \propto \left\| \tilde{A}_{:,u} \right\|^2$$

Edge Sampling



$$P(e_{u,v}) \propto \frac{1}{\deg(u)} + \frac{1}{\deg(v)}$$

RW Sampling



Desde  $r$  nodos,  
random walks de  
longitud  $h$

Según la visualización, acertar un nodo más *claro* premiaría menos que acertar uno más *oscuro* ( $\lambda$ ).

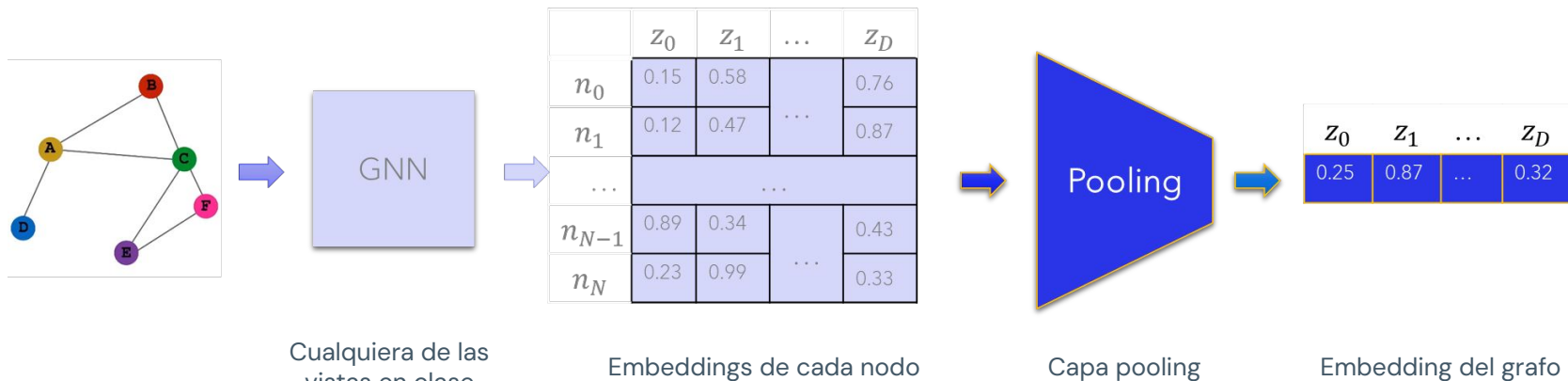


Método	GraphSAGE	Cluster Sampling	GraphSAINT
<b>Eficiencia</b>	<b>Moderada</b> , se computa cada vez que se forma el batch.	<b>Alta</b> , el algoritmo de comunidades se computa una única vez al comienzo del entrenamiento, el resto es selección aleatoria de clústers una vez por época.	<b>Moderada-Alta</b> , se computa al comienzo de cada época.
<b>Generalización</b>	<b>Limitada</b> si los nodos clave no se incluyen en el batch.	<b>Alta</b> generalización para grafos densos, pudiendo <b>fallar</b> en regiones dispersas.	<b>Alta</b> generalización debido a la corrección probabilística de los subgrafos.
<b>Ventajas</b>	<b>Sencillo</b> y eficiente para tareas <b>donde la localidad es clave</b> .	Eficiente para captar patrones <b>locales en grafos densos</b> .	Representa bien tanto características <b>locales como globales</b> .
<b>Limitaciones</b>	Puede <b>fallar en captar patrones globales</b> en grafos especialmente <b>grandes</b> .	Depende fuertemente del algoritmo de <b>detección de comunidades</b> .	Depende del diseño correcto de las <b>probabilidades de muestreo</b> .

## 4. Tareas sobre grafos



Para trabajar a nivel de grafo debemos añadir una **capa de pooling** que transforme los embeddings de los nodos en único vector.





## Función de pooling

Existen múltiples maneras de realizar **graph pooling**.

La función de pooling puede ser **cualquier transformación sobre los embeddings de los nodos** que cumpla:

1.  $f_{pool}(\{z_v \in \mathbb{R}^d \mid v \in V\}) = z_G \in \mathbb{R}^d$  ([num\_nodes, hidden\_dim] a [hidden\_dim]).
2. Que  $f_{pool}$  sea **invariante al orden**

Trivialmente, operaciones como la **suma**, la **media**, el **máximo**, ..., podrían valernos!

## Graph Pooling: RNN y atención

Podemos aplicar el **algoritmo de atención sobre los embedding de los nodos** para estudiar la ***influencia* que unos tienen sobre otros**.

Utilizaremos el **mecanismo de actualización propio de las RNN** para conseguir las *queries* que se irán propagando durante  $T$  iteraciones.

La salida final resultará de la **concatenación de las salidas** del mecanismo de actualización.





## Graph Pooling: RNN y atención

1. Calculamos la **nueva query** a partir de la **antigua salida de atención** y de la **antigua query** (entendemos *query* como *hidden state*) con una red de tipo RNN.
2. Calculamos la **similitud** entre el **embedding de cada nodo** y la nueva *query* (cualquier función  $\mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}$  nos vale, normalmente usaremos el producto escalar).
3. Normalizamos las **similitudes** con una *softmax* obteniendo los **attention scores**.
4. Se multiplica cada **attention score** ( $[0, 1]$ ) por el **valor original del embedding del nodo ponderando su importancia en el contexto del grafo**. La **nueva salida** será la suma de cada embedding ponderado.
5. Se repite del paso 1 al 4  $T$  veces y finalmente se concatenan las salidas obteniendo el embedding del grafo.

$$q_t = \text{RNN}(o_{t-1}, q_{t-1})$$

$o_0$  y  $q_0$  se inicializan a 0!

$$e_{u,t} = f_{\alpha}(z_u, q_t)$$

$$\alpha_{u,t} = \frac{\exp(e_{u,t})}{\sum_{v \in V} \exp(e_{v,t})}$$

$$o_t = \sum_{u \in V} \alpha_{u,t} z_u$$

$$Z_G = (o_1 \oplus o_2 \oplus \dots \oplus o_T)$$

## 5. Tareas sobre aristas



### Técnicas basadas en nodos

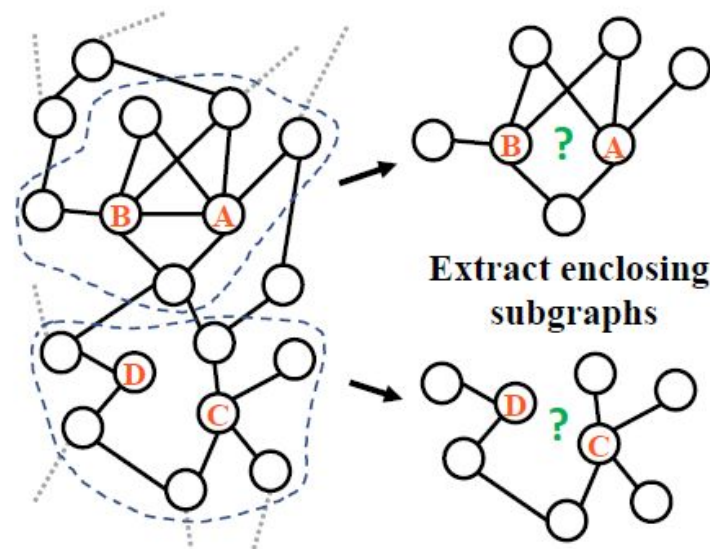
- Uso una GNN para calcular los **embeddings** de cada nodo.
- Se utilizan **pares de nodos** como representaciones de las aristas.

### Técnicas basadas en subgrafos

- Creo un **subgrafo a partir de una pareja de nodos**.
- Genero **etiquetas** para los nodos del subgrafo.
- Entreno una GNN para procesar el subgrafo e identificar si hay arista o no.



1. Sampleo parejas de nodos.
2. Creo un subgrafo para esa pareja de nodos.
3. Etiqueto los nodos del subgrafo.
4. Elimino la arista que conecta la pareja de nodos.
5. Entreno una GNN para predecir si falta o no la arista (a nivel de grafo).



# Graph Neural Networks



## Tema 2 - Shallow Embeddings



POLITÉCNICA

UNIVERSIDAD  
POLITÉCNICA  
DE MADRID



Máster  
Deep Learning