UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR
DEPARTAMENTO DE ELECTRÓNICA Y CIRCUITOS
TRIMESTRE SEPTIEMBRE DICIEMBRE 2016
EC3423COMUNICACIONES DIGITALES.
PROF Renny Badra, renny@usb.ve

PRÁCTICA4. CODIFICACIÓN DE CANAL

OBJETIVOS

- Simular en Matlab la codificación y decodificación para control de errores (Código Hamming)
- Aprender el concepto de ganancia de codificación

SOFTWARE:

- MATLAB

REFERENCIAS:

- CARLSON, A. Bruce; Communication Systems, 4ª Edición, McGraw-Hill, New York, 2002.
- HAYKIN, Simon; "Communication Systems", 4ª Edición, John Wiley & Sons, New York.
- SKLAR, Bernard; "Digital Communications: Fundamentals and Applications", 2 ª Edición, Prentice Hall, New Jersey, 2001.

El programa usado para las simulaciones de esta práctica fue elaborado por el Prof. Renny Badra, el material de las secciones de preparación y trabajo práctico es una modificación de las prácticas del laboratorio de comunicaciones digitales elaboradas también por el Prof. Badra.

REVISIÓN TEÓRICA

CÓDIGOS HAMMING

Uno de los códigos de canal más sencillos de implementar es el llamado Código Hamming. Se trata de una familia de códigos de bloque lineales en los cuales se cumple que:

$$(n,k) = (2^m - 1, 2^m - 1 - m) \qquad (1)$$

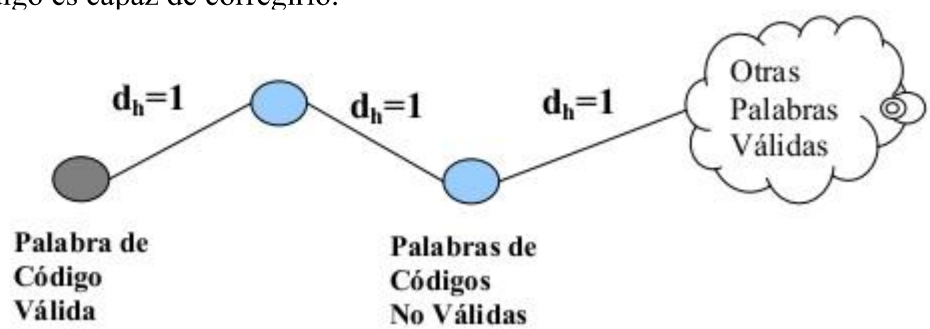
donde k es el número de bits de datos de cada bloque de entrada, n es el número de bits de canal de cada bloque de salida, y m es un entero positivo llamado índice del código. Por ejemplo, si $m=3$, tenemos un código $(7,4)$. La tasa del código es k/n, y representa la relación entre la velocidad de bits de data del usuario transmitidos y la velocidad de bits que viaja sobre el canal.

La diferencia *n-k* representa el numero de bits de "paridad" en cada bloque o palabra de código.

Como todo código lineal, los códigos Hamming se definen a través de una matriz generadora **G**, la cual permite encontrar los bits codificados a partir de los bits de data. Premultiplicando la matriz **G** por un vector fila de datos de entrada, se obtiene el vector fila de datos codificados correspondiente. Una estructura posible para la matriz generadora, **G**, de un código Hamming del tipo sistemático es

$$\mathbf{G} = [\mathbf{I} \;\; \mathbf{P}] \qquad (2)$$

donde **I** es una matriz identidad de *kxk* y **P** es una matriz binaria *kxm* cuyas filas son todas las palabras binarias de longitud *m* que contienen al menos dos dígitos '1' (un total de *k* de ellas), en cualquier orden. Así, la dimensión de la matriz generadora **G** es *kxn* bits. Puede demostrarse que cualquier palabra de código válida obtenida a partir de **G** tiene al menos tres bits de diferencia respecto a cualquier otra, lo cual se expresa a través una *distancia Hamming* (d_h) *mínima* entre palabras código igual a tres. Esto quiere decir que cualquier código Hamming tiene la capacidad de corregir hasta un máximo de un error por cada bloque, es decir, si se recibe un bloque con un bit errado, el código es capaz de corregirlo.



PREPARACIÓN

1. Construya la matriz **G** de un código Hamming con $m=3$ (es decir, (7,4)). Genere las palabras de código correspondientes a todas las posibles combinaciones de datos de entrada y numérelas desde 0 hasta 15. Llame `c` a la palabra de código *k*-ésima, donde *k* representa la suma de los últimos dígitos de los números de carnet de los miembros del grupo (módulo 16). Encuentre de la distancia Hamming entre `c` y todas las demás.

2. Tome la palabra código `c` de la pregunta 1, inserte un error en la posición 2, y encuentre la distancia Hamming entre la palabra errada y todas las palabras del código. Decodifique el bloque eligiendo la palabra código de menor distancia a la recibida. Repita insertando errores en las posiciones 2 y 4. Explique y concluya sobre estos resultados con el mayor detalle posible.

3. Matlab tiene funciones que le permiten encontrar la matriz **G** de un código Hamming, generar las palabras códigos y decodificarlas. Encuentre usando la función correspondiente la matriz **G** de un código Hamming (7,4), genere las palabras códigos y diseñe un ejemplo para verificar que la decodificación es correcta (para este último punto debe insertar un error de 1 bit en alguna de las palabras recibidas y decodificar, repita para un error de 2 bits).

4. Suponga que la probabilidad de error de bit sobre el canal es *p*? Calcule la probabilidad de que en un bloque del código Hamming (7,4) haya 1 error de canal. Repita para 2 errores. Usando estos resultados, obtenga una expresión teórica para la efectividad de corrección de bloques en función de *p* (suponiendo que la probabilidad de tener más de 2 errores por bloque es despreciable).

5. Usando de la expresión hallada en la parte anterior, calcule la tasa teórica de efectividad de corrección de bloques para el código Hamming (7,4) y para valores de Eb/No entre 4 y 8 dB (señalización ortogonal).Recuerde que el Eb/No de los bits codificados de canal es una fracción k/n del Eb/No de los bits "crudos" sin codificar.

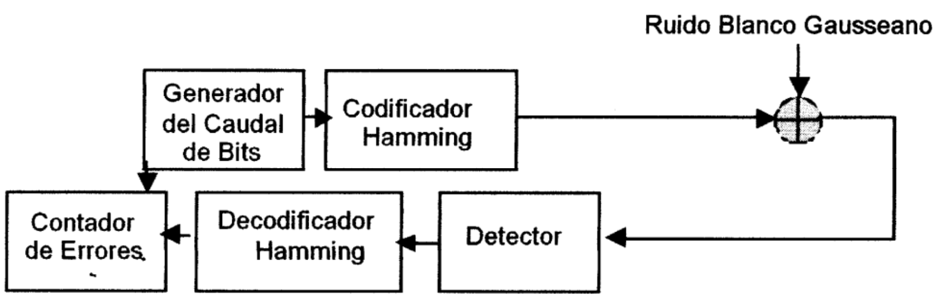
6. Escriba versiones de las matrices P para los códigos Hamming con m=4 y m=5, use la función correspondiente de Matlab para agilizar el trabajo, tenga en cuenta que deberá hacer ajustes para que G tenga la forma dada en (2). Calcule en cada caso la tasa del código y el incremento porcentual en la velocidad de transmisión de bits que implica el uso del código.

7. Investigue el concepto de ganancia de codificación.

TRABAJO PRÁCTICO

DESCRIPCIÓN DE LA SIMULACIÓN

En esta práctica se usa una pareja codificador/decodificador Hamming, la cual se programa a través del índice *m* y la matriz **P**. el tiempo de simulación es reducido, porque se implementa una (1) muestra por bit. El decodificador Hamming realiza automáticamente la corrección de errores de canal. El conteo de errores de bit se hace después de la decodificación.



La salida del programa es la probabilidad de error de bits (a nivel de destino final). También es posible conocer la distribución del número de errores por bloque en los bits de data de los bloques errados antes y después de la corrección (vectores Nerr_a, Nerr_I). El programa también ofrece el cociente de Efectividad en la corrección de errores de bloque, el cual se define como la cantidad de bloques corregidos exitosamente sobre la cantidad de bloques recibidos con error.

El parámetro EbNo_dB ajusta el cociente Eb/No, con la particularidad de que la energía de bit aquí se refiere a bits de data "crudos" (no codificados) y no a bits de canal. El programa es capaz también de simular el caso sin codificación, sólo para fines de comparación, basta con hacer m=0 en la línea 22 del script de Matlab.

El número de bits a simular es ajustable a través del parámetro NBIT, al igual que el parámetro m (índice del código), EbNo_dB y la matriz P. El resto de los parámetros debe permanecer sin modificación. Inicialmente el script está programado para ejecutar el código Hamming (7,4).

Los bits de datos del usuario (información) se almacenan en las primeras *k* posiciones de cada bloque de *n* bits. El resto de los bits constituyen los llamados bits de "paridad", y se emplean sólo para calcular el "síndrome" que permite apuntar a la posición del error dentro del bloque.

EXPERIENCIAS PRÁCTICAS

1. Personalice la simulación introduciendo los números de carnet de los integrantes del grupo en las líneas 15 y 16.

2. Obtenga experimentalmente las Probabilidades de Error de bit y bloque, y las Efectividades de corrección de bloque que describen el desempeño del código Hamming con m=3 (7,4) para los siguientes valores de Eb/No:

Eb/No (dB)	Número de Bits a simular
4	50 000
5	20 000
6	50 000
7	100 000
8	1 000 000

Verifique que la ganancia de codificación aumenta al disminuir la probabilidad de error. Obtenga la probabilidad de error de bit también para el caso sin codificador (*m=0*).

3. Haga *m=4* en la línea 22, cargue la matriz P respectiva en la línea 25, y repita la experiencia 2 para este otro código. ¿Cómo es éste código en relación al código anterior en cuanto a desempeño y ancho de banda?

4. Haga *m=5* en la línea 22, cargue la matriz P respectiva en la línea 25, y repita la experiencia 2 para este tercer código. Discuta y explique las tendencias que observa en el desempeño de los tres códigos simulados.

5. Para el código Hamming con *m=5*, y con Eb/No=6 dB, observe el histograma del número de errores por bloque antes y después de la decodificación (vectores Nerr_a, Nerr_l). Explique detalladamente la forma de estos histogramas.

ANÁLISIS DE RESULTADOS

Realice las siguientes actividades para facilitar el análisis de los resultados y la evaluación de las actividades de laboratorio

1. Muestre en una sola gráfica las curvas de probabilidad de error sin codificación, y con codificación para los tres códigos simulados. Emplee escala logarítmica en el eje de probabilidad de error. ¿Cuál código tiene mejor desempeño? ¿A qué precio?

2. Sobre la gráfica de la pregunta 1, encuentre la ganancia de codificación para los tres códigos cuando se opera a una probabilidad de error de 10^{-3} y también para 10^{-4} y 10^{-5}. Explique cualitativamente por qué la ganancia de codificación mejora al operar con un mayor Eb/No.

3. Grafique y explique de la manera más detallada posible los resultados del Experimento 5. Después de la corrección ¿Cuántos errores tienen la mayoría de los bloques errados? ¿Por qué?

4. Grafique la Efectividad de corrección de bloques para los tres códigos y para los valores de Eb/No estudiados. Explique las tendencias que observa en las gráficas.