1. **Construya la matriz G de un código Hamming con m=3 (es decir, (7,4)). Genere las palabras de código correspondientes a todas las posibles combinaciones de datos de entrada y numérelas desde 0 hasta 15. Llame c a la palabra de código k-ésima, donde k representa la suma de los últimos dígitos de los números de carnet de los miembros del grupo (módulo 16). Encuentre de la distancia Hamming entre c y todas las demás**

Una forma de la matriz de Hamming es:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Número del bloque | Mensaje | Bits de paridad | Distancia de Hamming |
| 0 | 0000 | 000 | 4 |
| 1 | 0001 | 011 | 3 |
| 2 | 0010 | 110 | 3 |
| 3 | 0011 | 101 | 4 |
| 4 | 0100 | 111 | 4 |
| 5 | 0101 | 100 | 3 |
| 6 | 0110 | 001 | 3 |
| 7 (c) | 0111 | 010 | 0 |
| 8 | 1000 | 101 | 7 |
| 9 | 1001 | 110 | 4 |
| 10 | 1010 | 011 | 4 |
| 11 | 1011 | 000 | 3 |
| 12 | 1100 | 010 | 3 |
| 13 | 1101 | 001 | 4 |
| 14 | 1110 | 100 | 4 |
| 15 | 1111 | 111 | 3 |

1. **Tome la palabra código c de la pregunta 1, inserte un error en la posición 2, y encuentre la distancia Hamming entre la palabra errada y todas las palabras del código. Decodifique el bloque eligiendo la palabra código de menor distancia a la recibida. Repita insertando errores en las posiciones 2 y 4. Explique y concluya sobre estos resultados con el mayor detalle posible.**

C = 0011010

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Número del bloque | Mensaje | Bits de paridad | Distancia de Hamming |
| 0 | 0000 | 000 | 3 |
| 1 | 0001 | 011 | 2 |
| 2 | 0010 | 110 | 2 |
| 3 | 0011 | 101 | 3 |
| 4 | 0100 | 111 | 5 |
| 5 | 0101 | 100 | 4 |
| 6 | 0110 | 001 | 4 |
| 7 | 0111 | 010 | 1 |
| 8 | 1000 | 101 | 6 |
| 9 | 1001 | 110 | 3 |
| 10 | 1010 | 011 | 3 |
| 11 | 1011 | 000 | 2 |
| 12 | 1100 | 010 | 4 |
| 13 | 1101 | 001 | 5 |
| 14 | 1110 | 100 | 5 |
| 15 | 1111 | 111 | 4 |

La menor distancia de Hamming ocurre para la palabra 7 por lo tanto, al decodificar, se corrige el error y se obtiene la palabra esperada.

Con dos errores, C = 0010010

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Número del bloque | Mensaje | Bits de paridad | Distancia de Hamming |
| 0 | 0000 | 000 | 2 |
| 1 | 0001 | 011 | 3 |
| 2 | 0010 | 110 | 1 |
| 3 | 0011 | 101 | 4 |
| 4 | 0100 | 111 | 4 |
| 5 | 0101 | 100 | 5 |
| 6 | 0110 | 001 | 3 |
| 7 | 0111 | 010 | 2 |
| 8 | 1000 | 101 | 5 |
| 9 | 1001 | 110 | 4 |
| 10 | 1010 | 011 | 2 |
| 11 | 1011 | 000 | 3 |
| 12 | 1100 | 010 | 3 |
| 13 | 1101 | 001 | 6 |
| 14 | 1110 | 100 | 4 |
| 15 | 1111 | 111 | 5 |

En este caso, la palabra con menor distancia de Hamming es la 2 y se decodifica erróneamente la palabra.

1. **Matlab tiene funciones que le permiten encontrar la matriz G de un código Hamming, generar las palabras códigos y decodificarlas. Encuentre usando la función correspondiente la matriz G de un código Hamming (7,4), genere las palabras códigos y diseñe un ejemplo para verificar que la decodificación es correcta (para este último punto debe insertar un error de 1 bit en alguna de las palabras recibidas y decodificar, repita para un error de 2 bits).**

La función es [H,G,n,k] = hammgen(m), donde

* H: la matriz verificadora de paridad
* G: la matriz generadora del código
* n: la longitud final de la palabra codificada
* k: la longitud de la palabra original (sin codificar)
* m: el número de bits de paridad

Según las definiciones de Matlab, G = [ P | I ] y , por lo que hay que hacer modificaciones para tenerlas expresadas como en las formas conocidas, G = [ I | P ] y ,

Para el código Hamming (7,4) se ejecuta hammgen(3) y se obtiene

Nota: la matriz G es diferente a la de la parte 1, por lo tanto, la codificación anterior no es válida para esta G.

Como ejemplo se selecciona el mensaje M = 1010, los bits de paridad son

Luego, X = [ 1 0 1 0 0 0 1]

Se verifica que el síndrome para el mensaje sin errores es cero:

Si el segundo bit esta errado, Y = [ 1 1 0 1 0 0 1], el síndrome resulta

El síndrome corresponde a la segunda columna de H, indicando que el segundo bit es el errado y se procede a su correcta decodificación.

Si se produce un error tanto en la segunda como en la cuarta posición, se tiene Z = [1 1 1 1 0 0 1] y el síndrome resulta en

El resultado obtenido indica que el error ocurrió en el primer bit y, por lo tanto, la palabra se decodifica erróneamente.

1. **Suponga que la probabilidad de error de bit sobre el canal es p. Calcule la probabilidad de que en un bloque del código Hamming (7,4) haya 1 error de canal. Repita para 2 errores. Usando estos resultados, obtenga una expresión teórica para la efectividad de corrección de bloques en función de p (suponiendo que la probabilidad de tener más de 2 errores por bloque es despreciable).**
2. **Usando de la expresión hallada en la parte anterior, calcule la tasa teórica de efectividad de corrección de bloques para el código Hamming (7,4) y para valores de Eb/No entre 4 y 8 dB (señalización ortogonal). Recuerde que el Eb/No de los bits codificados de canal es una fracción k/n del Eb/No de los bits "crudos" sin codificar.**
3. **Escriba versiones de las matrices P para los códigos Hamming con m=4 y m=5, use la función correspondiente de Matlab para agilizar el trabajo, tenga en cuenta que deberá hacer ajustes para que G tenga la forma dada en (2). Calcule en cada caso la tasa del código y el incremento porcentual en la velocidad de transmisión de bits que implica el uso del código.**
4. **Investigue el concepto de ganancia de codificación.**