Nume:______________________
Grupa:______________________

Probleme

1. Fie morfismul $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^4$ al cărui matrice în raport cu bazele canonice este
$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ 2 & 2 & -1 & -1 & 1 \\ -2 & -1 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$
   (a) Determinați cîte o bază în $Ker(f)$ și $Im(f)$;
   (b) Fie vectorul $v = (1, 3, 1, 3)$ determinați descompunerea acestuia ca suma dintre un vector din $Im(f)$ și unul din $Im(f)^{\perp}$;
   (c) Fie K un corp și fie $L = M_n(K)$. Arătați că pentru orice funcțională $f \in L^*$ există o matrice A astfel încît $f(X) = Tr(AX)$;

2. Fie forma pătratică:
$$Q = 2x_1^2 + 5x_2^2 + 2x_3^2 - 4x_1x_2 - 2x_1x_3 + 4x_2x_3$$
   (a) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin metoda Gauss;
   (b) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin transformări ortogonale;
   (c) Determinați forma biliniară simetrică B asociată lui Q și calculați dimensiunea subspațiului
$$\{x \in \mathbb{R}^3 | B(X, y) = 0, \forall y \in \mathbb{R}^3\}.$$

Nume:______________________
Grupa:______________________

Probleme

1. Fie morfismul $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^4$ al cărui matrice în raport cu bazele canonice este
$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ 2 & 2 & -1 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$
   (a) Determinați cîte o bază în $Ker(f)$ și $Im(f)$;

   (b) Fie vectorul $v = (1, 3, 1, 3)$ determinați descompunerea acestuia ca suma dintre un vector din $Im(f)$ și unul din $Im(f)^{\perp}$;

   (c) Fie K un corp și fie $L = M_n(K)$. Arătați că pentru orice funcțională $f \in L^*$ există o matrice A astfel încît $f(X) = Tr(AX)$;

2. Fie forma pătratică:
$$Q = -x_1^2 + x_2^2 - 5x_3^2 + 3x_1x_3 + 4x_2x_3$$
   (a) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin metoda Gauss;

   (b) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin transformări ortogonale;

   (c) Determinați forma biliniară simetrică B asociată lui Q și calculați dimensiunea subspațiului
$$\{x \in \mathbb{R}^3 | B(X, y) = 0, \forall y \in \mathbb{R}^3\}.$$

Nume:____________________
Grupa:____________________

Probleme

1. Fie morfismul $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^4$ al cărui matrice în raport cu bazele canonice este
$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ 2 & 2 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$
   (a) Determinați cîte o bază în $Ker(f)$ și $Im(f)$;
   (b) Fie vectorul $v = (1, 3, 1, 3)$ determinați descompunerea acestuia ca suma dintre un vector din $Im(f)$ și unul din $Im(f)^{\perp}$;
   (c) Fie K un corp și fie $L = M_n(K)$. Arătați că pentru orice funcțională $f \in L^*$ există o matrice A astfel încît $f(X) = Tr(AX)$;

2. Fie forma pătratică:
$$Q = x_1^2 + 5x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 + 6X_1x_3 + 2x_2x_3$$
   (a) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin metoda Gauss;
   (b) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin transformări ortogonale;
   (c) Determinați forma biliniară simetrică B asociată lui Q și calculați dimensiunea subspațiului
$$\{x \in \mathbb{R}^3 | B(X, y) = 0, \forall y \in \mathbb{R}^3\}.$$

Nume:____________________
Grupa:____________________

Probleme

1. Fie morfismul $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^4$ al cărui matrice în raport cu bazele canonice este

$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ -1 & 2 & 2 & -1 & -2 \\ 0 & -2 & -2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

   (a) Determinați cîte o bază în $Ker(f)$ și $Im(f)$;

   (b) Fie vectorul $v = (1, 3, 1, 3)$ determinați descompunerea acestuia ca suma dintre un vector din $Im(f)$ și unul din $Im(f)^{\perp}$;

   (c) Fie K un corp și fie $L = M_n(K)$. Arătați că pentru orice funcțională $f \in L^*$ există o matrice A astfel încît $f(X) = Tr(AX)$;

2. Fie forma pătratică:

$$Q = x_1^2 - 2x_2^2 + x_3^2 + 4x_1x_2 - 10x_1x_3 + 4x_2x_3$$

   (a) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin metoda Gauss;

   (b) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin transformări ortogonale;

   (c) Determinați forma biliniară simetrică B asociată lui Q și calculați dimensiunea subspațiului

$$\{x \in \mathbb{R}^3 | B(X, y) = 0, \forall y \in \mathbb{R}^3\}.$$

Nume:____________________
Grupa:____________________

Probleme

1. Fie morfismul $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^4$ al cărui matrice în raport cu bazele canonice este

$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & 2 \\ 2 & 2 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

   (a) Determinați cîte o bază în $Ker(f)$ și $Im(f)$;

   (b) Fie vectorul $v = (1, 3, 1, 3)$ determinați descompunerea acestuia ca suma dintre un vector din $Im(f)$ și unul din $Im(f)^{\perp}$;

   (c) Fie K un corp și fie $L = M_n(K)$. Arătați că pentru orice funcțională $f \in L^*$ există o matrice A astfel încît $f(X) = Tr(AX)$;

2. Fie forma pătratică:

$$Q = 2x_1^2 + 5x_2^2 + 2x_3^2 - 4x_1x_2 - 2x_1x_3 + 4x_2x_3$$

   (a) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin metoda Gauss;

   (b) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin transformări ortogonale;

   (c) Determinați forma biliniară simetrică B asociată lui Q și calculați dimensiunea subspațiului

$$\{x \in \mathbb{R}^3 | B(X, y) = 0, \forall y \in \mathbb{R}^3\}.$$

Nume:____________________
Grupa:____________________

Probleme

1. Fie morfismul $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^4$ al cărui matrice în raport cu bazele canonice este
$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & -2 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$
   (a) Determinați cîte o bază în $Ker(f)$ și $Im(f)$;
   (b) Fie vectorul $v = (1, 3, 1, 3)$ determinați descompunerea acestuia ca suma dintre un vector din $Im(f)$ și unul din $Im(f)^{\perp}$;
   (c) Fie K un corp și fie $L = M_n(K)$. Arătați că pentru orice funcțională $f \in L^*$ există o matrice A astfel încît $f(X) = Tr(AX)$;

2. Fie forma pătratică:
$$Q = -x_1^2 + x_2^2 - 5x_3^2 + 3x_1x_3 + 4x_2x_3$$
   (a) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin metoda Gauss;
   (b) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin transformări ortogonale;
   (c) Determinați forma biliniară simetrică B asociată lui Q și calculați dimensiunea subspațiului
$$\{x \in \mathbb{R}^3 | B(X, y) = 0, \forall y \in \mathbb{R}^3\}.$$

Nume:____________________
Grupa:____________________

Probleme

1. Fie morfismul $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^4$ al cărui matrice în raport cu bazele canonice este
$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ -1 & -2 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$
   (a) Determinați cîte o bază în $Ker(f)$ și $Im(f)$;
   (b) Fie vectorul $v = (1, 3, 1, 3)$ determinați descompunerea acestuia ca suma dintre un vector din $Im(f)$ și unul din $Im(f)^{\perp}$;
   (c) Fie K un corp și fie $L = M_n(K)$. Arătați că pentru orice funcțională $f \in L^*$ există o matrice A astfel încît $f(X) = Tr(AX)$;

2. Fie forma pătratică:
$$Q = x_1^2 + 5x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 + 6X_1x_3 + 2x_2x_3$$
   (a) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin metoda Gauss;
   (b) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin transformări ortogonale;
   (c) Determinați forma biliniară simetrică B asociată lui Q și calculați dimensiunea subspațiului
$$\{x \in \mathbb{R}^3 | B(X, y) = 0, \forall y \in \mathbb{R}^3\}.$$

Nume:____________________
Grupa:____________________

Probleme

1. Fie morfismul $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^4$ al cărui matrice în raport cu bazele canonice este

$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ -1 & 1 & 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

   (a) Determinați cîte o bază în $Ker(f)$ și $Im(f)$;

   (b) Fie vectorul $v = (1, 3, 1, 3)$ determinați descompunerea acestuia ca suma dintre un vector din $Im(f)$ și unul din $Im(f)^{\perp}$;

   (c) Fie K un corp și fie $L = M_n(K)$. Arătați că pentru orice funcțională $f \in L^*$ există o matrice A astfel încît $f(X) = Tr(AX)$;

2. Fie forma pătratică:

$$Q = x_1^2 - 2x_2^2 + x_3^2 + 4x_1x_2 - 10x_1x_3 + 4x_2x_3$$

   (a) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin metoda Gauss;

   (b) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin transformări ortogonale;

   (c) Determinați forma biliniară simetrică B asociată lui Q și calculați dimensiunea subspațiului

$$\{x \in \mathbb{R}^3 | B(X, y) = 0, \forall y \in \mathbb{R}^3\}.$$

Nume:____________________
Grupa:____________________

Probleme

1. Fie morfismul $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^4$ al cărui matrice în raport cu bazele canonice este
$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ 1 & 2 & 2 & -1 & -2 \\ -1 & -2 & -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$
   (a) Determinați cîte o bază în $Ker(f)$ și $Im(f)$;
   (b) Fie vectorul $v = (1, 3, 1, 3)$ determinați descompunerea acestuia ca suma dintre un vector din $Im(f)$ și unul din $Im(f)^{\perp}$;
   (c) Fie K un corp și fie $L = M_n(K)$. Arătați că pentru orice funcțională $f \in L^*$ există o matrice A astfel încît $f(X) = Tr(AX)$;

2. Fie forma pătratică:
$$Q = 2x_1^2 + 5x_2^2 + 2x_3^2 - 4x_1x_2 - 2x_1x_3 + 4x_2x_3$$
   (a) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin metoda Gauss;
   (b) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin transformări ortogonale;
   (c) Determinați forma biliniară simetrică B asociată lui Q și calculați dimensiunea subspațiului
$$\{x \in \mathbb{R}^3 | B(X, y) = 0, \forall y \in \mathbb{R}^3\}.$$

Nume:____________________
Grupa:____________________

Probleme

1. Fie morfismul $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^4$ al cărui matrice în raport cu bazele canonice este
$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ -2 & 0 & 0 & 2 & -2 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$
   (a) Determinați cîte o bază în $Ker(f)$ și $Im(f)$;
   (b) Fie vectorul $v = (1, 3, 1, 3)$ determinați descompunerea acestuia ca suma dintre un vector din $Im(f)$ și unul din $Im(f)^{\perp}$;
   (c) Fie K un corp și fie $L = M_n(K)$. Arătați că pentru orice funcțională $f \in L^*$ există o matrice A astfel încît $f(X) = Tr(AX)$;

2. Fie forma pătratică:
$$Q = -x_1^2 + x_2^2 - 5x_3^2 + 3x_1x_3 + 4x_2x_3$$
   (a) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin metoda Gauss;
   (b) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin transformări ortogonale;
   (c) Determinați forma biliniară simetrică B asociată lui Q și calculați dimensiunea subspațiului
$$\{x \in \mathbb{R}^3 | B(X, y) = 0, \forall y \in \mathbb{R}^3\}.$$

Nume:____________________
Grupa:____________________

Probleme

1. Fie morfismul $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^4$ al cărui matrice în raport cu bazele canonice este
$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ 2 & 0 & -2 & -2 & 0 \\ 2 & 2 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$
   (a) Determinați cîte o bază în $Ker(f)$ și $Im(f)$;

   (b) Fie vectorul $v = (1, 3, 1, 3)$ determinați descompunerea acestuia ca suma dintre un vector din $Im(f)$ și unul din $Im(f)^{\perp}$;

   (c) Fie K un corp și fie $L = M_n(K)$. Arătați că pentru orice funcțională $f \in L^*$ există o matrice A astfel încît $f(X) = Tr(AX)$;

2. Fie forma pătratică:
$$Q = x_1^2 + 5x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 + 6X_1x_3 + 2x_2x_3$$
   (a) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin metoda Gauss;

   (b) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin transformări ortogonale;

   (c) Determinați forma biliniară simetrică B asociată lui Q și calculați dimensiunea subspațiului
$$\{x \in \mathbb{R}^3 | B(X, y) = 0, \forall y \in \mathbb{R}^3\}.$$

Nume:____________________
Grupa:____________________

Probleme

1. Fie morfismul $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^4$ al cărui matrice în raport cu bazele canonice este
$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ -1 & 2 & -1 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$
   (a) Determinați cîte o bază în $Ker(f)$ și $Im(f)$;
   (b) Fie vectorul $v = (1, 3, 1, 3)$ determinați descompunerea acestuia ca suma dintre un vector din $Im(f)$ și unul din $Im(f)^{\perp}$;
   (c) Fie K un corp și fie $L = M_n(K)$. Arătați că pentru orice funcțională $f \in L^*$ există o matrice A astfel încît $f(X) = Tr(AX)$;

2. Fie forma pătratică:
$$Q = x_1^2 - 2x_2^2 + x_3^2 + 4x_1x_2 - 10x_1x_3 + 4x_2x_3$$
   (a) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin metoda Gauss;
   (b) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin transformări ortogonale;
   (c) Determinați forma biliniară simetrică B asociată lui Q și calculați dimensiunea subspațiului
$$\{x \in \mathbb{R}^3 | B(X, y) = 0, \forall y \in \mathbb{R}^3\}.$$

Nume:____________________
Grupa:____________________

Probleme

1. Fie morfismul $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^4$ al cărui matrice în raport cu bazele canonice este
$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ 2 & 2 & -1 & 1 & 2 \\ -1 & -1 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
   (a) Determinați cîte o bază în $Ker(f)$ și $Im(f)$;
   (b) Fie vectorul $v = (1, 3, 1, 3)$ determinați descompunerea acestuia ca suma dintre un vector din $Im(f)$ și unul din $Im(f)^{\perp}$;
   (c) Fie K un corp și fie $L = M_n(K)$. Arătați că pentru orice funcțională $f \in L^*$ există o matrice A astfel încît $f(X) = Tr(AX)$;

2. Fie forma pătratică:
$$Q = 2x_1^2 + 5x_2^2 + 2x_3^2 - 4x_1x_2 - 2x_1x_3 + 4x_2x_3$$
   (a) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin metoda Gauss;
   (b) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin transformări ortogonale;
   (c) Determinați forma biliniară simetrică B asociată lui Q și calculați dimensiunea subspațiului
$$\{x \in \mathbb{R}^3 | B(X, y) = 0, \forall y \in \mathbb{R}^3\}.$$

Nume:______________________
Grupa:______________________

Probleme

1. Fie morfismul $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^4$ al cărui matrice în raport cu bazele canonice este
$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ -2 & 0 & -1 & -2 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$
   (a) Determinați cîte o bază în $Ker(f)$ și $Im(f)$;
   (b) Fie vectorul $v = (1, 3, 1, 3)$ determinați descompunerea acestuia ca suma dintre un vector din $Im(f)$ și unul din $Im(f)^{\perp}$;
   (c) Fie K un corp și fie $L = M_n(K)$. Arătați că pentru orice funcțională $f \in L^*$ există o matrice A astfel încît $f(X) = Tr(AX)$;

2. Fie forma pătratică:
$$Q = -x_1^2 + x_2^2 - 5x_3^2 + 3x_1x_3 + 4x_2x_3$$
   (a) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin metoda Gauss;
   (b) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin transformări ortogonale;
   (c) Determinați forma biliniară simetrică B asociată lui Q și calculați dimensiunea subspațiului
$$\{x \in \mathbb{R}^3 | B(X, y) = 0, \forall y \in \mathbb{R}^3\}.$$

Nume:____________________
Grupa:____________________

Probleme

1. Fie morfismul $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^4$ al cărui matrice în raport cu bazele canonice este
$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ -2 & -2 & 2 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$
   (a) Determinați cîte o bază în $Ker(f)$ și $Im(f)$;
   (b) Fie vectorul $v = (1,3,1,3)$ determinați descompunerea acestuia ca suma dintre un vector din $Im(f)$ și unul din $Im(f)^{\perp}$;
   (c) Fie K un corp și fie $L = M_n(K)$. Arătați că pentru orice funcțională $f \in L^*$ există o matrice A astfel încît $f(X) = Tr(AX)$;

2. Fie forma pătratică:
$$Q = x_1^2 + 5x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 + 6X_1x_3 + 2x_2x_3$$
   (a) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin metoda Gauss;
   (b) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin transformări ortogonale;
   (c) Determinați forma biliniară simetrică B asociată lui Q și calculați dimensiunea subspațiului
$$\{x \in \mathbb{R}^3 | B(X,y) = 0, \forall y \in \mathbb{R}^3\}.$$

Nume:____________________
Grupa:____________________

Probleme

1. Fie morfismul $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^4$ al cărui matrice în raport cu bazele canonice este
$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ 2 & 2 & -1 & 1 & 2 \\ -2 & -1 & 1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$
   (a) Determinați cîte o bază în $Ker(f)$ și $Im(f)$;
   (b) Fie vectorul $v = (1, 3, 1, 3)$ determinați descompunerea acestuia ca suma dintre un vector din $Im(f)$ și unul din $Im(f)^{\perp}$;
   (c) Fie K un corp și fie $L = M_n(K)$. Arătați că pentru orice funcțională $f \in L^*$ există o matrice A astfel încît $f(X) = Tr(AX)$;

2. Fie forma pătratică:
$$Q = x_1^2 - 2x_2^2 + x_3^2 + 4x_1x_2 - 10x_1x_3 + 4x_2x_3$$
   (a) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin metoda Gauss;
   (b) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin transformări ortogonale;
   (c) Determinați forma biliniară simetrică B asociată lui Q și calculați dimensiunea subspațiului
$$\{x \in \mathbb{R}^3 | B(X, y) = 0, \forall y \in \mathbb{R}^3\}.$$

Nume:____________________
Grupa:____________________

Probleme

1. Fie morfismul $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^4$ al cărui matrice în raport cu bazele canonice este
$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ 2 & -1 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
   (a) Determinați cîte o bază în $Ker(f)$ și $Im(f)$;
   (b) Fie vectorul $v = (1, 3, 1, 3)$ determinați descompunerea acestuia ca suma dintre un vector din $Im(f)$ și unul din $Im(f)^{\perp}$;
   (c) Fie K un corp și fie $L = M_n(K)$. Arătați că pentru orice funcțională $f \in L^*$ există o matrice A astfel încît $f(X) = Tr(AX)$;

2. Fie forma pătratică:
$$Q = 2x_1^2 + 5x_2^2 + 2x_3^2 - 4x_1x_2 - 2x_1x_3 + 4x_2x_3$$
   (a) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin metoda Gauss;
   (b) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin transformări ortogonale;
   (c) Determinați forma biliniară simetrică B asociată lui Q și calculați dimensiunea subspațiului
$$\{x \in \mathbb{R}^3 | B(X, y) = 0, \forall y \in \mathbb{R}^3\}.$$

Nume:____________________
Grupa:____________________

Probleme

1. Fie morfismul $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^4$ al cărui matrice în raport cu bazele canonice este

$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

   (a) Determinați cîte o bază în $Ker(f)$ și $Im(f)$;

   (b) Fie vectorul $v = (1, 3, 1, 3)$ determinați descompunerea acestuia ca suma dintre un vector din $Im(f)$ și unul din $Im(f)^{\perp}$;

   (c) Fie K un corp și fie $L = M_n(K)$. Arătați că pentru orice funcțională $f \in L^*$ există o matrice A astfel încît $f(X) = Tr(AX)$;

2. Fie forma pătratică:

$$Q = -x_1^2 + x_2^2 - 5x_3^2 + 3x_1x_3 + 4x_2x_3$$

   (a) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin metoda Gauss;

   (b) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin transformări ortogonale;

   (c) Determinați forma biliniară simetrică B asociată lui Q și calculați dimensiunea subspațiului

$$\{x \in \mathbb{R}^3 | B(X, y) = 0, \forall y \in \mathbb{R}^3\}.$$

Nume:____________________
Grupa:____________________

Probleme

1. Fie morfismul $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^4$ al cărui matrice în raport cu bazele canonice este
$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ -1 & -2 & -2 & -2 & 1 \\ 2 & 2 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$
   (a) Determinați cîte o bază în $Ker(f)$ și $Im(f)$;
   (b) Fie vectorul $v = (1, 3, 1, 3)$ determinați descompunerea acestuia ca suma dintre un vector din $Im(f)$ și unul din $Im(f)^{\perp}$;
   (c) Fie K un corp și fie $L = M_n(K)$. Arătați că pentru orice funcțională $f \in L^*$ există o matrice A astfel încît $f(X) = Tr(AX)$;

2. Fie forma pătratică:
$$Q = x_1^2 + 5x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 + 6X_1x_3 + 2x_2x_3$$
   (a) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin metoda Gauss;
   (b) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin transformări ortogonale;
   (c) Determinați forma biliniară simetrică B asociată lui Q și calculați dimensiunea subspațiului
$$\{x \in \mathbb{R}^3 | B(X, y) = 0, \forall y \in \mathbb{R}^3\}.$$

Nume:____________________
Grupa:____________________

Probleme

1. Fie morfismul $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^4$ al cărui matrice în raport cu bazele canonice este
$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & -2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$
   (a) Determinați cîte o bază în $Ker(f)$ și $Im(f)$;
   (b) Fie vectorul $v = (1, 3, 1, 3)$ determinați descompunerea acestuia ca suma dintre un vector din $Im(f)$ și unul din $Im(f)^{\perp}$;
   (c) Fie K un corp și fie $L = M_n(K)$. Arătați că pentru orice funcțională $f \in L^*$ există o matrice A astfel încît $f(X) = Tr(AX)$;

2. Fie forma pătratică:
$$Q = x_1^2 - 2x_2^2 + x_3^2 + 4x_1x_2 - 10x_1x_3 + 4x_2x_3$$
   (a) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin metoda Gauss;
   (b) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin transformări ortogonale;
   (c) Determinați forma biliniară simetrică B asociată lui Q și calculați dimensiunea subspațiului
$$\{x \in \mathbb{R}^3 | B(X, y) = 0, \forall y \in \mathbb{R}^3\}.$$

Nume:____________________
Grupa:____________________

Probleme

1. Fie morfismul $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^4$ al cărui matrice în raport cu bazele canonice este
$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ 2 & 2 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
   (a) Determinați cîte o bază în $Ker(f)$ și $Im(f)$;
   (b) Fie vectorul $v = (1, 3, 1, 3)$ determinați descompunerea acestuia ca suma dintre un vector din $Im(f)$ și unul din $Im(f)^{\perp}$;
   (c) Fie K un corp și fie $L = M_n(K)$. Arătați că pentru orice funcțională $f \in L^*$ există o matrice A astfel încît $f(X) = Tr(AX)$;

2. Fie forma pătratică:
$$Q = 2x_1^2 + 5x_2^2 + 2x_3^2 - 4x_1x_2 - 2x_1x_3 + 4x_2x_3$$
   (a) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin metoda Gauss;
   (b) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin transformări ortogonale;
   (c) Determinați forma biliniară simetrică B asociată lui Q și calculați dimensiunea subspațiului
$$\{x \in \mathbb{R}^3 | B(X, y) = 0, \forall y \in \mathbb{R}^3\}.$$

Nume:____________________
Grupa:____________________

Probleme

1. Fie morfismul $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^4$ al cărui matrice în raport cu bazele canonice este
$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ 2 & -1 & -1 & 2 & -2 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$
   (a) Determinați cîte o bază în $Ker(f)$ și $Im(f)$;
   (b) Fie vectorul $v = (1, 3, 1, 3)$ determinați descompunerea acestuia ca suma dintre un vector din $Im(f)$ și unul din $Im(f)^{\perp}$;
   (c) Fie K un corp și fie $L = M_n(K)$. Arătați că pentru orice funcțională $f \in L^*$ există o matrice A astfel încît $f(X) = Tr(AX)$;

2. Fie forma pătratică:
$$Q = -x_1^2 + x_2^2 - 5x_3^2 + 3x_1x_3 + 4x_2x_3$$
   (a) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin metoda Gauss;
   (b) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin transformări ortogonale;
   (c) Determinați forma biliniară simetrică B asociată lui Q și calculați dimensiunea subspațiului
$$\{x \in \mathbb{R}^3 | B(X, y) = 0, \forall y \in \mathbb{R}^3\}.$$

Nume:____________________
Grupa:____________________

Probleme

1. Fie morfismul $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^4$ al cărui matrice în raport cu bazele canonice este

$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & 0 & -2 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

   (a) Determinați cîte o bază în $Ker(f)$ și $Im(f)$;

   (b) Fie vectorul $v = (1, 3, 1, 3)$ determinați descompunerea acestuia ca suma dintre un vector din $Im(f)$ și unul din $Im(f)^{\perp}$;

   (c) Fie K un corp și fie $L = M_n(K)$. Arătați că pentru orice funcțională $f \in L^*$ există o matrice A astfel încît $f(X) = Tr(AX)$;

2. Fie forma pătratică:

$$Q = x_1^2 + 5x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 + 6X_1x_3 + 2x_2x_3$$

   (a) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin metoda Gauss;

   (b) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin transformări ortogonale;

   (c) Determinați forma biliniară simetrică B asociată lui Q și calculați dimensiunea subspațiului

$$\{x \in \mathbb{R}^3 | B(X, y) = 0, \forall y \in \mathbb{R}^3\}.$$

Nume:____________________
Grupa:____________________

Probleme

1. Fie morfismul $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^4$ al cărui matrice în raport cu bazele canonice este
$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ 2 & 2 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$
   (a) Determinați cîte o bază în $Ker(f)$ și $Im(f)$;
   (b) Fie vectorul $v = (1, 3, 1, 3)$ determinați descompunerea acestuia ca suma dintre un vector din $Im(f)$ și unul din $Im(f)^{\perp}$;
   (c) Fie K un corp și fie $L = M_n(K)$. Arătați că pentru orice funcțională $f \in L^*$ există o matrice A astfel încît $f(X) = Tr(AX)$;

2. Fie forma pătratică:
$$Q = x_1^2 - 2x_2^2 + x_3^2 + 4x_1x_2 - 10x_1x_3 + 4x_2x_3$$
   (a) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin metoda Gauss;
   (b) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin transformări ortogonale;
   (c) Determinați forma biliniară simetrică B asociată lui Q și calculați dimensiunea subspațiului
$$\{x \in \mathbb{R}^3 | B(X, y) = 0, \forall y \in \mathbb{R}^3\}.$$

Nume:____________________
Grupa:____________________

Probleme

1. Fie morfismul $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^4$ al cărui matrice în raport cu bazele canonice este
$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & -2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$
   (a) Determinați cîte o bază în $Ker(f)$ și $Im(f)$;
   (b) Fie vectorul $v = (1,3,1,3)$ determinați descompunerea acestuia ca suma dintre un vector din $Im(f)$ și unul din $Im(f)^{\perp}$;
   (c) Fie K un corp și fie $L = M_n(K)$. Arătați că pentru orice funcțională $f \in L^*$ există o matrice A astfel încît $f(X) = Tr(AX)$;

2. Fie forma pătratică:
$$Q = 2x_1^2 + 5x_2^2 + 2x_3^2 - 4x_1x_2 - 2x_1x_3 + 4x_2x_3$$
   (a) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin metoda Gauss;
   (b) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin transformări ortogonale;
   (c) Determinați forma biliniară simetrică B asociată lui Q și calculați dimensiunea subspațiului
$$\{x \in \mathbb{R}^3 | B(X,y) = 0, \forall y \in \mathbb{R}^3\}.$$

Nume:____________________
Grupa:____________________

Probleme

1. Fie morfismul $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^4$ al cărui matrice în raport cu bazele canonice este

$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ 2 & 2 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

   (a) Determinați cîte o bază în $Ker(f)$ și $Im(f)$;

   (b) Fie vectorul $v = (1, 3, 1, 3)$ determinați descompunerea acestuia ca suma dintre un vector din $Im(f)$ și unul din $Im(f)^{\perp}$;

   (c) Fie K un corp și fie $L = M_n(K)$. Arătați că pentru orice funcțională $f \in L^*$ există o matrice A astfel încît $f(X) = Tr(AX)$;

2. Fie forma pătratică:

$$Q = -x_1^2 + x_2^2 - 5x_3^2 + 3x_1x_3 + 4x_2x_3$$

   (a) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin metoda Gauss;

   (b) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin transformări ortogonale;

   (c) Determinați forma biliniară simetrică B asociată lui Q și calculați dimensiunea subspațiului

$$\{x \in \mathbb{R}^3 | B(X, y) = 0, \forall y \in \mathbb{R}^3\}.$$

Nume:____________________
Grupa:____________________

Probleme

1. Fie morfismul $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^4$ al cărui matrice în raport cu bazele canonice este

$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ 2 & 2 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

   (a) Determinați cîte o bază în $Ker(f)$ și $Im(f)$;

   (b) Fie vectorul $v = (1, 3, 1, 3)$ determinați descompunerea acestuia ca suma dintre un vector din $Im(f)$ și unul din $Im(f)^{\perp}$;

   (c) Fie K un corp și fie $L = M_n(K)$. Arătați că pentru orice funcțională $f \in L^*$ există o matrice A astfel încît $f(X) = Tr(AX)$;

2. Fie forma pătratică:

$$Q = x_1^2 + 5x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 + 6X_1x_3 + 2x_2x_3$$

   (a) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin metoda Gauss;

   (b) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin transformări ortogonale;

   (c) Determinați forma biliniară simetrică B asociată lui Q și calculați dimensiunea subspațiului

$$\{x \in \mathbb{R}^3 | B(X, y) = 0, \forall y \in \mathbb{R}^3\}.$$

Nume:____________________
Grupa:____________________

Probleme

1. Fie morfismul $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^4$ al cărui matrice în raport cu bazele canonice este
$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ 2 & 2 & -1 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$
   (a) Determinați cîte o bază în $Ker(f)$ și $Im(f)$;
   (b) Fie vectorul $v = (1, 3, 1, 3)$ determinați descompunerea acestuia ca suma dintre un vector din $Im(f)$ și unul din $Im(f)^{\perp}$;
   (c) Fie K un corp și fie $L = M_n(K)$. Arătați că pentru orice funcțională $f \in L^*$ există o matrice A astfel încît $f(X) = Tr(AX)$;

2. Fie forma pătratică:
$$Q = x_1^2 - 2x_2^2 + x_3^2 + 4x_1x_2 - 10x_1x_3 + 4x_2x_3$$
   (a) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin metoda Gauss;
   (b) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin transformări ortogonale;
   (c) Determinați forma biliniară simetrică B asociată lui Q și calculați dimensiunea subspațiului
$$\{x \in \mathbb{R}^3 | B(X, y) = 0, \forall y \in \mathbb{R}^3\}.$$

Nume:____________________
Grupa:____________________

Probleme

1. Fie morfismul $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^4$ al cărui matrice în raport cu bazele canonice este
$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2 \\ 2 & -1 & -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$
   (a) Determinați cîte o bază în $Ker(f)$ și $Im(f)$;
   (b) Fie vectorul $v = (1, 3, 1, 3)$ determinați descompunerea acestuia ca suma dintre un vector din $Im(f)$ și unul din $Im(f)^{\perp}$;
   (c) Fie K un corp și fie $L = M_n(K)$. Arătați că pentru orice funcțională $f \in L^*$ există o matrice A astfel încît $f(X) = Tr(AX)$;

2. Fie forma pătratică:
$$Q = 2x_1^2 + 5x_2^2 + 2x_3^2 - 4x_1x_2 - 2x_1x_3 + 4x_2x_3$$
   (a) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin metoda Gauss;
   (b) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin transformări ortogonale;
   (c) Determinați forma biliniară simetrică B asociată lui Q și calculați dimensiunea subspațiului
$$\{x \in \mathbb{R}^3 | B(X, y) = 0, \forall y \in \mathbb{R}^3\}.$$

Nume:______________________
Grupa:______________________

Probleme

1. Fie morfismul $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^4$ al cărui matrice în raport cu bazele canonice este

$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ 2 & -1 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

   (a) Determinați cîte o bază în $Ker(f)$ și $Im(f)$;

   (b) Fie vectorul $v = (1,3,1,3)$ determinați descompunerea acestuia ca suma dintre un vector din $Im(f)$ și unul din $Im(f)^{\perp}$;

   (c) Fie K un corp și fie $L = M_n(K)$. Arătați că pentru orice funcțională $f \in L^*$ există o matrice A astfel încît $f(X) = Tr(AX)$;

2. Fie forma pătratică:

$$Q = -x_1^2 + x_2^2 - 5x_3^2 + 3x_1x_3 + 4x_2x_3$$

   (a) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin metoda Gauss;

   (b) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin transformări ortogonale;

   (c) Determinați forma biliniară simetrică B asociată lui Q și calculați dimensiunea subspațiului

$$\{x \in \mathbb{R}^3 | B(X, y) = 0, \forall y \in \mathbb{R}^3\}.$$

Nume:____________________
Grupa:____________________

Probleme

1. Fie morfismul $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^4$ al cărui matrice în raport cu bazele canonice este
$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & -2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$
   (a) Determinați cîte o bază în $Ker(f)$ și $Im(f)$;
   (b) Fie vectorul $v = (1, 3, 1, 3)$ determinați descompunerea acestuia ca suma dintre un vector din $Im(f)$ și unul din $Im(f)^{\perp}$;
   (c) Fie K un corp și fie $L = M_n(K)$. Arătați că pentru orice funcțională $f \in L^*$ există o matrice A astfel încît $f(X) = Tr(AX)$;

2. Fie forma pătratică:
$$Q = x_1^2 + 5x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 + 6X_1x_3 + 2x_2x_3$$
   (a) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin metoda Gauss;
   (b) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin transformări ortogonale;
   (c) Determinați forma biliniară simetrică B asociată lui Q și calculați dimensiunea subspațiului
$$\{x \in \mathbb{R}^3 | B(X, y) = 0, \forall y \in \mathbb{R}^3\}.$$

Nume:____________________
Grupa:____________________

Probleme

1. Fie morfismul $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^4$ al cărui matrice în raport cu bazele canonice este

$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

   (a) Determinați cîte o bază în $Ker(f)$ și $Im(f)$;

   (b) Fie vectorul $v = (1, 3, 1, 3)$ determinați descompunerea acestuia ca suma dintre un vector din $Im(f)$ și unul din $Im(f)^{\perp}$;

   (c) Fie K un corp și fie $L = M_n(K)$. Arătați că pentru orice funcțională $f \in L^*$ există o matrice A astfel încît $f(X) = Tr(AX)$;

2. Fie forma pătratică:

$$Q = x_1^2 - 2x_2^2 + x_3^2 + 4x_1x_2 - 10x_1x_3 + 4x_2x_3$$

   (a) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin metoda Gauss;

   (b) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin transformări ortogonale;

   (c) Determinați forma biliniară simetrică B asociată lui Q și calculați dimensiunea subspațiului

$$\{x \in \mathbb{R}^3 | B(X, y) = 0, \forall y \in \mathbb{R}^3\}.$$

Nume:____________________
Grupa:____________________

Probleme

1. Fie morfismul $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^4$ al cărui matrice în raport cu bazele canonice este
$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$
   (a) Determinați cîte o bază în $Ker(f)$ și $Im(f)$;
   (b) Fie vectorul $v = (1, 3, 1, 3)$ determinați descompunerea acestuia ca suma dintre un vector din $Im(f)$ și unul din $Im(f)^{\perp}$;
   (c) Fie K un corp și fie $L = M_n(K)$. Arătați că pentru orice funcțională $f \in L^*$ există o matrice A astfel încît $f(X) = Tr(AX)$;

2. Fie forma pătratică:
$$Q = 2x_1^2 + 5x_2^2 + 2x_3^2 - 4x_1x_2 - 2x_1x_3 + 4x_2x_3$$
   (a) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin metoda Gauss;
   (b) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin transformări ortogonale;
   (c) Determinați forma biliniară simetrică B asociată lui Q și calculați dimensiunea subspațiului
$$\{x \in \mathbb{R}^3 | B(X, y) = 0, \forall y \in \mathbb{R}^3\}.$$

Nume:____________________
Grupa:____________________

Probleme

1. Fie morfismul $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^4$ al cărui matrice în raport cu bazele canonice este

$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ 2 & 2 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

   (a) Determinați cîte o bază în $Ker(f)$ și $Im(f)$;

   (b) Fie vectorul $v = (1, 3, 1, 3)$ determinați descompunerea acestuia ca suma dintre un vector din $Im(f)$ și unul din $Im(f)^{\perp}$;

   (c) Fie K un corp și fie $L = M_n(K)$. Arătați că pentru orice funcțională $f \in L^*$ există o matrice A astfel încît $f(X) = Tr(AX)$;

2. Fie forma pătratică:

$$Q = -x_1^2 + x_2^2 - 5x_3^2 + 3x_1x_3 + 4x_2x_3$$

   (a) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin metoda Gauss;

   (b) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin transformări ortogonale;

   (c) Determinați forma biliniară simetrică B asociată lui Q și calculați dimensiunea subspațiului

$$\{x \in \mathbb{R}^3 | B(X, y) = 0, \forall y \in \mathbb{R}^3\}.$$

Nume:____________________
Grupa:____________________

Probleme

1. Fie morfismul $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^4$ al cărui matrice în raport cu bazele canonice este

$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ 2 & 2 & -1 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & -2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

   (a) Determinați cîte o bază în $Ker(f)$ și $Im(f)$;

   (b) Fie vectorul $v = (1, 3, 1, 3)$ determinați descompunerea acestuia ca suma dintre un vector din $Im(f)$ și unul din $Im(f)^{\perp}$;

   (c) Fie K un corp și fie $L = M_n(K)$. Arătați că pentru orice funcțională $f \in L^*$ există o matrice A astfel încît $f(X) = Tr(AX)$;

2. Fie forma pătratică:

$$Q = x_1^2 + 5x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 + 6X_1x_3 + 2x_2x_3$$

   (a) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin metoda Gauss;

   (b) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin transformări ortogonale;

   (c) Determinați forma biliniară simetrică B asociată lui Q și calculați dimensiunea subspațiului

$$\{x \in \mathbb{R}^3 | B(X, y) = 0, \forall y \in \mathbb{R}^3\}.$$

Nume:____________________
Grupa:____________________

Probleme

1. Fie morfismul $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^4$ al cărui matrice în raport cu bazele canonice este
$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ -2 & -1 & -1 & 0 & -2 \\ 2 & -2 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$
   (a) Determinați cîte o bază în $Ker(f)$ și $Im(f)$;

   (b) Fie vectorul $v = (1, 3, 1, 3)$ determinați descompunerea acestuia ca suma dintre un vector din $Im(f)$ și unul din $Im(f)^{\perp}$;

   (c) Fie K un corp și fie $L = M_n(K)$. Arătați că pentru orice funcțională $f \in L^*$ există o matrice A astfel încît $f(X) = Tr(AX)$;

2. Fie forma pătratică:
$$Q = x_1^2 - 2x_2^2 + x_3^2 + 4x_1x_2 - 10x_1x_3 + 4x_2x_3$$
   (a) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin metoda Gauss;

   (b) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin transformări ortogonale;

   (c) Determinați forma biliniară simetrică B asociată lui Q și calculați dimensiunea subspațiului
$$\{x \in \mathbb{R}^3 | B(X, y) = 0, \forall y \in \mathbb{R}^3\}.$$

Nume:____________________
Grupa:____________________

Probleme

1. Fie morfismul $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^4$ al cărui matrice în raport cu bazele canonice este
$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ 2 & 2 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & -2 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$
   (a) Determinați cîte o bază în $Ker(f)$ și $Im(f)$;
   (b) Fie vectorul $v = (1, 3, 1, 3)$ determinați descompunerea acestuia ca suma dintre un vector din $Im(f)$ și unul din $Im(f)^{\perp}$;
   (c) Fie K un corp și fie $L = M_n(K)$. Arătați că pentru orice funcțională $f \in L^*$ există o matrice A astfel încît $f(X) = Tr(AX)$;

2. Fie forma pătratică:
$$Q = 2x_1^2 + 5x_2^2 + 2x_3^2 - 4x_1x_2 - 2x_1x_3 + 4x_2x_3$$
   (a) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin metoda Gauss;
   (b) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin transformări ortogonale;
   (c) Determinați forma biliniară simetrică B asociată lui Q și calculați dimensiunea subspațiului
$$\{x \in \mathbb{R}^3 | B(X, y) = 0, \forall y \in \mathbb{R}^3\}.$$

Nume:____________________
Grupa:____________________

Probleme

1. Fie morfismul $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^4$ al cărui matrice în raport cu bazele canonice este
$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ 2 & 2 & -1 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$
   (a) Determinați cîte o bază în $Ker(f)$ și $Im(f)$;
   (b) Fie vectorul $v = (1,3,1,3)$ determinați descompunerea acestuia ca suma dintre un vector din $Im(f)$ și unul din $Im(f)^{\perp}$;
   (c) Fie K un corp și fie $L = M_n(K)$. Arătați că pentru orice funcțională $f \in L^*$ există o matrice A astfel încît $f(X) = Tr(AX)$;

2. Fie forma pătratică:
$$Q = -x_1^2 + x_2^2 - 5x_3^2 + 3x_1x_3 + 4x_2x_3$$
   (a) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin metoda Gauss;
   (b) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin transformări ortogonale;
   (c) Determinați forma biliniară simetrică B asociată lui Q și calculați dimensiunea subspațiului
$$\{x \in \mathbb{R}^3 | B(X,y) = 0, \forall y \in \mathbb{R}^3\}.$$

Nume:____________________
Grupa:____________________

Probleme

1. Fie morfismul $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^4$ al cărui matrice în raport cu bazele canonice este
$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$
   (a) Determinați cîte o bază în $Ker(f)$ și $Im(f)$;
   (b) Fie vectorul $v = (1, 3, 1, 3)$ determinați descompunerea acestuia ca suma dintre un vector din $Im(f)$ și unul din $Im(f)^{\perp}$;
   (c) Fie K un corp și fie $L = M_n(K)$. Arătați că pentru orice funcțională $f \in L^*$ există o matrice A astfel încît $f(X) = Tr(AX)$;

2. Fie forma pătratică:
$$Q = x_1^2 + 5x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 + 6X_1x_3 + 2x_2x_3$$
   (a) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin metoda Gauss;
   (b) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin transformări ortogonale;
   (c) Determinați forma biliniară simetrică B asociată lui Q și calculați dimensiunea subspațiului
$$\{x \in \mathbb{R}^3 | B(X, y) = 0, \forall y \in \mathbb{R}^3\}.$$

Nume:____________________
Grupa:____________________

Probleme

1. Fie morfismul $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^4$ al cărui matrice în raport cu bazele canonice este

$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ 2 & 2 & 1 & -1 & 2 \\ -2 & -2 & 2 & -2 & -2 \end{pmatrix}$$

   (a) Determinați cîte o bază în $Ker(f)$ și $Im(f)$;

   (b) Fie vectorul $v = (1, 3, 1, 3)$ determinați descompunerea acestuia ca suma dintre un vector din $Im(f)$ și unul din $Im(f)^\perp$;

   (c) Fie K un corp și fie $L = M_n(K)$. Arătați că pentru orice funcțională $f \in L^*$ există o matrice A astfel încît $f(X) = Tr(AX)$;

2. Fie forma pătratică:

$$Q = x_1^2 - 2x_2^2 + x_3^2 + 4x_1x_2 - 10x_1x_3 + 4x_2x_3$$

   (a) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin metoda Gauss;

   (b) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin transformări ortogonale;

   (c) Determinați forma biliniară simetrică B asociată lui Q și calculați dimensiunea subspațiului

$$\{x \in \mathbb{R}^3 | B(X, y) = 0, \forall y \in \mathbb{R}^3\}.$$

Nume:____________________
Grupa:____________________

Probleme

1. Fie morfismul $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^4$ al cărui matrice în raport cu bazele canonice este
$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ -1 & 2 & 2 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$
   (a) Determinați cîte o bază în $Ker(f)$ și $Im(f)$;
   (b) Fie vectorul $v = (1, 3, 1, 3)$ determinați descompunerea acestuia ca suma dintre un vector din $Im(f)$ și unul din $Im(f)^{\perp}$;
   (c) Fie K un corp și fie $L = M_n(K)$. Arătați că pentru orice funcțională $f \in L^*$ există o matrice A astfel încît $f(X) = Tr(AX)$;

2. Fie forma pătratică:
$$Q = 2x_1^2 + 5x_2^2 + 2x_3^2 - 4x_1x_2 - 2x_1x_3 + 4x_2x_3$$
   (a) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin metoda Gauss;
   (b) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin transformări ortogonale;
   (c) Determinați forma biliniară simetrică B asociată lui Q și calculați dimensiunea subspațiului
$$\{x \in \mathbb{R}^3 | B(X, y) = 0, \forall y \in \mathbb{R}^3\}.$$

Nume:____________________
Grupa:____________________

Probleme

1. Fie morfismul $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^4$ al cărui matrice în raport cu bazele canonice este

$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ 2 & 2 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

   (a) Determinați cîte o bază în $Ker(f)$ și $Im(f)$;

   (b) Fie vectorul $v = (1, 3, 1, 3)$ determinați descompunerea acestuia ca suma dintre un vector din $Im(f)$ și unul din $Im(f)^{\perp}$;

   (c) Fie K un corp și fie $L = M_n(K)$. Arătați că pentru orice funcțională $f \in L^*$ există o matrice A astfel încît $f(X) = Tr(AX)$;

2. Fie forma pătratică:

$$Q = -x_1^2 + x_2^2 - 5x_3^2 + 3x_1x_3 + 4x_2x_3$$

   (a) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin metoda Gauss;

   (b) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin transformări ortogonale;

   (c) Determinați forma biliniară simetrică B asociată lui Q și calculați dimensiunea subspațiului

$$\{x \in \mathbb{R}^3 | B(X, y) = 0, \forall y \in \mathbb{R}^3\}.$$

Nume:____________________
Grupa:____________________

Probleme

1. Fie morfismul $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^4$ al cărui matrice în raport cu bazele canonice este
$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ -1 & -2 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
   (a) Determinați cîte o bază în $Ker(f)$ și $Im(f)$;
   (b) Fie vectorul $v = (1, 3, 1, 3)$ determinați descompunerea acestuia ca suma dintre un vector din $Im(f)$ și unul din $Im(f)^{\perp}$;
   (c) Fie K un corp și fie $L = M_n(K)$. Arătați că pentru orice funcțională $f \in L^*$ există o matrice A astfel încît $f(X) = Tr(AX)$;

2. Fie forma pătratică:
$$Q = x_1^2 + 5x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 + 6X_1x_3 + 2x_2x_3$$
   (a) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin metoda Gauss;
   (b) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin transformări ortogonale;
   (c) Determinați forma biliniară simetrică B asociată lui Q și calculați dimensiunea subspațiului
$$\{x \in \mathbb{R}^3 | B(X, y) = 0, \forall y \in \mathbb{R}^3\}.$$

Nume:____________________
Grupa:____________________

Probleme

1. Fie morfismul $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^4$ al cărui matrice în raport cu bazele canonice este
$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$
   (a) Determinați cîte o bază în $Ker(f)$ și $Im(f)$;
   (b) Fie vectorul $v = (1, 3, 1, 3)$ determinați descompunerea acestuia ca suma dintre un vector din $Im(f)$ și unul din $Im(f)^{\perp}$;
   (c) Fie K un corp și fie $L = M_n(K)$. Arătați că pentru orice funcțională $f \in L^*$ există o matrice A astfel încît $f(X) = Tr(AX)$;

2. Fie forma pătratică:
$$Q = x_1^2 - 2x_2^2 + x_3^2 + 4x_1x_2 - 10x_1x_3 + 4x_2x_3$$
   (a) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin metoda Gauss;
   (b) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin transformări ortogonale;
   (c) Determinați forma biliniară simetrică B asociată lui Q și calculați dimensiunea subspațiului
$$\{x \in \mathbb{R}^3 | B(X, y) = 0, \forall y \in \mathbb{R}^3\}.$$

Nume:____________________
Grupa:____________________

Probleme

1. Fie morfismul $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^4$ al cărui matrice în raport cu bazele canonice este
$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 2 & -2 \\ 2 & 2 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$
   (a) Determinați cîte o bază în $Ker(f)$ și $Im(f)$;
   (b) Fie vectorul $v = (1, 3, 1, 3)$ determinați descompunerea acestuia ca suma dintre un vector din $Im(f)$ și unul din $Im(f)^{\perp}$;
   (c) Fie K un corp și fie $L = M_n(K)$. Arătați că pentru orice funcțională $f \in L^*$ există o matrice A astfel încît $f(X) = Tr(AX)$;

2. Fie forma pătratică:
$$Q = 2x_1^2 + 5x_2^2 + 2x_3^2 - 4x_1x_2 - 2x_1x_3 + 4x_2x_3$$
   (a) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin metoda Gauss;
   (b) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin transformări ortogonale;
   (c) Determinați forma biliniară simetrică B asociată lui Q și calculați dimensiunea subspațiului
$$\{x \in \mathbb{R}^3 | B(X, y) = 0, \forall y \in \mathbb{R}^3\}.$$

Nume:____________________
Grupa:____________________

Probleme

1. Fie morfismul $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^4$ al cărui matrice în raport cu bazele canonice este
$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ 2 & 2 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$
   (a) Determinați cîte o bază în $Ker(f)$ și $Im(f)$;
   (b) Fie vectorul $v = (1, 3, 1, 3)$ determinați descompunerea acestuia ca suma dintre un vector din $Im(f)$ și unul din $Im(f)^{\perp}$;
   (c) Fie K un corp și fie $L = M_n(K)$. Arătați că pentru orice funcțională $f \in L^*$ există o matrice A astfel încît $f(X) = Tr(AX)$;

2. Fie forma pătratică:
$$Q = -x_1^2 + x_2^2 - 5x_3^2 + 3x_1x_3 + 4x_2x_3$$
   (a) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin metoda Gauss;
   (b) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin transformări ortogonale;
   (c) Determinați forma biliniară simetrică B asociată lui Q și calculați dimensiunea subspațiului
$$\{x \in \mathbb{R}^3 | B(X, y) = 0, \forall y \in \mathbb{R}^3\}.$$

Nume:____________________
Grupa:____________________

Probleme

1. Fie morfismul $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^4$ al cărui matrice în raport cu bazele canonice este

$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ 2 & 2 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

   (a) Determinați cîte o bază în $Ker(f)$ și $Im(f)$;

   (b) Fie vectorul $v = (1,3,1,3)$ determinați descompunerea acestuia ca suma dintre un vector din $Im(f)$ și unul din $Im(f)^{\perp}$;

   (c) Fie K un corp și fie $L = M_n(K)$. Arătați că pentru orice funcțională $f \in L^*$ există o matrice A astfel încît $f(X) = Tr(AX)$;

2. Fie forma pătratică:

$$Q = x_1^2 + 5x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 + 6X_1x_3 + 2x_2x_3$$

   (a) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin metoda Gauss;

   (b) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin transformări ortogonale;

   (c) Determinați forma biliniară simetrică B asociată lui Q și calculați dimensiunea subspațiului

$$\{x \in \mathbb{R}^3 | B(X,y) = 0, \forall y \in \mathbb{R}^3\}.$$

Nume:____________________
Grupa:____________________

Probleme

1. Fie morfismul $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^4$ al cărui matrice în raport cu bazele canonice este

$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ -2 & 2 & 2 & -1 & -1 \\ -2 & -1 & 2 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

   (a) Determinați cîte o bază în $Ker(f)$ și $Im(f)$;

   (b) Fie vectorul $v = (1, 3, 1, 3)$ determinați descompunerea acestuia ca suma dintre un vector din $Im(f)$ și unul din $Im(f)^{\perp}$;

   (c) Fie K un corp și fie $L = M_n(K)$. Arătați că pentru orice funcțională $f \in L^*$ există o matrice A astfel încît $f(X) = Tr(AX)$;

2. Fie forma pătratică:

$$Q = x_1^2 - 2x_2^2 + x_3^2 + 4x_1x_2 - 10x_1x_3 + 4x_2x_3$$

   (a) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin metoda Gauss;

   (b) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin transformări ortogonale;

   (c) Determinați forma biliniară simetrică B asociată lui Q și calculați dimensiunea subspațiului

$$\{x \in \mathbb{R}^3 | B(X, y) = 0, \forall y \in \mathbb{R}^3\}.$$

Nume:____________________
Grupa:____________________

Probleme

1. Fie morfismul $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^4$ al cărui matrice în raport cu bazele canonice este

$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ 2 & 2 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

   (a) Determinați cîte o bază în $Ker(f)$ și $Im(f)$;

   (b) Fie vectorul $v = (1, 3, 1, 3)$ determinați descompunerea acestuia ca suma dintre un vector din $Im(f)$ și unul din $Im(f)^{\perp}$;

   (c) Fie K un corp și fie $L = M_n(K)$. Arătați că pentru orice funcțională $f \in L^*$ există o matrice A astfel încît $f(X) = Tr(AX)$;

2. Fie forma pătratică:

$$Q = 2x_1^2 + 5x_2^2 + 2x_3^2 - 4x_1x_2 - 2x_1x_3 + 4x_2x_3$$

   (a) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin metoda Gauss;

   (b) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin transformări ortogonale;

   (c) Determinați forma biliniară simetrică B asociată lui Q și calculați dimensiunea subspațiului

$$\{x \in \mathbb{R}^3 | B(X, y) = 0, \forall y \in \mathbb{R}^3\}.$$

Nume:____________________
Grupa:____________________

Probleme

1. Fie morfismul $f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^4$ al cărui matrice în raport cu bazele canonice este
$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & -2 & -2 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$
   (a) Determinați cîte o bază în $Ker(f)$ și $Im(f)$;
   (b) Fie vectorul $v = (1, 3, 1, 3)$ determinați descompunerea acestuia ca suma dintre un vector din $Im(f)$ și unul din $Im(f)^{\perp}$;
   (c) Fie K un corp și fie $L = M_n(K)$. Arătați că pentru orice funcțională $f \in L^*$ există o matrice A astfel încît $f(X) = Tr(AX)$;

2. Fie forma pătratică:
$$Q = -x_1^2 + x_2^2 - 5x_3^2 + 3x_1x_3 + 4x_2x_3$$
   (a) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin metoda Gauss;
   (b) Aduceți forma pătratică la forma canonică prin transformări ortogonale;
   (c) Determinați forma biliniară simetrică B asociată lui Q și calculați dimensiunea subspațiului
$$\{x \in \mathbb{R}^3 | B(X, y) = 0, \forall y \in \mathbb{R}^3\}.$$