

CALCUL NUMERIC – TEMA #9

- Ex. 1** a) Să se construiască în Matlab procedura **MetRichardson**, având sintaxa $[df] = \text{MetRichardson}(f, x, h, n)$, conform algoritmului (Formula de extrapolare Richardson).
- b) Să se construiască grafic funcția $f'(x)$ și derivata aproximativă determinată în baza procedurii **MetRichardson** pe intervalul $[a, b]$. Considerați x o discretizare a intervalului $[a, b]$ cu 100 de noduri și construiți vectorul df apelând procedura **MetRichardson** în fiecare nod al discretizării.

Se vor considera următoarele date:

- $a = -3; b = 3;$
- $f(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4;$
- $n = 4, 6, 8;$
- $\phi(x, h) = \frac{f(x+h) - f(x)}{h}.$

- c) Să se construiască grafic într-o altă figură eroarea pe intervalul $[a, b]$ reprezentând diferența dintre valoarea exactă a derivatei $f'(x)$ și valoarea aproximativă calculată cu ajutorul procedurii **MetRichardson**.
- d) Să se calculeze derivata aproximativă $f''(x)$ prin Met. Richardson cu ordinul de aproximare $O(n)$ apelând aceeași procedură, i.e.

$$[d2f] = \text{MetRichardson}(f, x, h, n-1) \text{ și } \phi(x, h) = \frac{f(x+h) - 2f(x) + f(x-h)}{h^2}.$$

Obs.: Datorită faptului că formula de aproximare pentru $f''(x)$ este de ordinul doi am suprimat o coloană, astfel că matricea Q_{ij} va avea $n-1$ linii și $n-1$ coloane.

- e) Să se reprezinte grafic pe intervalul $[a, b]$, $d2f$ calculat prin Met. Richardson și eroarea, i.e. $f''(x) - d2f$. Considerați x o discretizare a intervalului $[a, b]$ cu 100 de noduri și construiți vectorul $d2f$ apelând procedura **MetRichardson** în fiecare nod al discretizării.

- Ex. 2** Să se deducă formula cuadraturii Newton-Cotes închisă ($n = 3$). Această formulă se mai numește și formula de cuadratură Newton. Să se deducă formula de cuadratură sumată Newton.

Obs.: Pentru calculul coeficienților w_k folosiți calculul simbolic prevăzut în Matlab.

- Ex. 3** a) Să se construiască în Matlab procedura **Integrare**, având sintaxa $I = \text{Integrare}(f, a, b, m, metoda)$, care calculează valoarea aproximativă a integralei $I(f) = \int_a^b f(x)dx$ conform formulelor de cuadratură sumate a (dreptunghiului, trapezului, Simpson, Newton), i.e. $I_{0,m}, I_{1,m}, I_{2,m}, I_{3,m}$.

- b) Să se calculeze erorile absolute $|I(f) - I_{0,m}|, |I(f) - I_{1,m}|, |I(f) - I_{2,m}|, |I(f) - I_{3,m}|$, unde integrala $I(f)$ o puteți calcula simbolic cu ajutorul procedurii predefinite de Matlab **int**.

Se vor considera următoarele date:

- $a = -3; b = 3;$
- $f(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4;$
- $m = 100;$
- $metoda \in \{ 'dreptunghi', 'trapez', 'Simpson', 'Newton' \}.$