LABORATOR#4

EX#1 Fie $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 2x - 3$, şi formula de aproximare a derivatei $f'(x)$ cu *diferenţe finite ascendente*

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h}, \quad h > 0\,. \tag{1}$$

Scrieţi un fişier script în MATLAB® care listează într-un tabel, atât în fereastra de comenzi, cât şi într-un fişier, valorile lui $h \in \{10^{-1}, 10^{-2}, \ldots, 10^{-20}\}$, $f'(2)$, *formula de aproximare cu diferenţe finite ascendente* corespunzătoare (1) şi erorile absolută şi relativă asociate acestei formule. Comentaţi rezultatele obţinute.

Precizări suplimentare: Valorile derivatei şi ale formulei de aproximare a sa prin diferenţte finite se vor afişa în virgulă mobilă cu 5 zecimale, iar valorile lui h şi cele ale erorilor se vor afişa în formă exponenţială.

EX#2 Reluaţi **EX#1** pentru aceeaşi funcţie şi pentru formula de aproximare a derivatei $f'(x)$ cu *diferenţe centrale*

$$\frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}, \quad h > 0\,. \tag{2}$$

În plus, comentaţi valorile erorilor obţinute la **EX#1** şi la **EX#2** pentru aceeaşi valoare a lui $h > 0$.

EX#3 Fie $p, q \in \mathbb{R}$ şi ecuaţia de gradul doi

$$x^2 + p\,x + q = 0\,. \tag{3}$$

(a) Scrieţi un fişier script în MATLAB® care determină şi afişează un mesaj corespunzător dacă ecuaţia de gradul doi (3) are soluţii reale, numărul acestor soluţii reale şi valorile soluţiilor respective în cazul în care acestea există.

(b) Testaţi programul pentru $p = 4$ şi $q = 5$, i.e. nu există soluţii reale.

(c) Testaţi programul pentru $p = -4$ şi $q = 4$, i.e. $x_1 = x_2 = 2$.

(d) Testaţi programul pentru $p = 1$ şi $q = -6$, i.e. $x_1 = -3$ şi $x_2 = 2$.

(e) Testaţi programul pentru $p = -10^9 + 2 \times 10^{-9}$ şi $q = -2$, i.e. $x_1 = -2 \times 10^{-9}$ şi $x_2 = 10^9$.

(f) Testaţi programul pentru $p = 10^{200} - 1$ şi $q = -10^{200}$, i.e. $x_1 = -10^{200}$ şi $x_2 = 1$.

EX#4 Folosind seria

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!} = \mathrm{e}^x\,, \tag{4}$$

scrieţi un fişier script în MATLAB® care calculează *stabil* e^x, $x \in \mathbb{R}$.

Testaţi programul pentru $x \in \{\pm 1, \pm 10, \pm 20\}$ şi comparaţi rezultatele obţinute cu funcţia predefinită MATLAB® `exp`, listând într-un tabel valorile x, e^x calculat de programul de mai sus, $\texttt{exp}(x)$ dat de funcţia predefinită MATLAB® `exp` şi erorile absolute şi relative corespunzătoare.

EX#5 Scrieţi un fişier script în MATLAB® care calculează $\operatorname{arctg}(x)$, $x \in (-1, 1)$, folosind seria

$$\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{2k+1} = \operatorname{arctg}(x)\,, \quad x \in (-1, 1)\,. \tag{5}$$

Testaţi programul pentru un vector MATLAB® $x \in (-1, 1)$ şi comparaţi rezultatele obţinute cu funcţia predefinită MATLAB® `atan`, listând într-un tabel valorile x, $\operatorname{arctg}(x)$ calculat de programul de mai sus, $\operatorname{arctg}(x)$ dat de funcţia predefinită MATLAB® `atan` şi erorile absolute şi relative corespunzătoare.

EX#6 Scrieţi un fişier script în MATLAB® care calculează media aritmetică, deviaţia standard şi mediana unei liste de note (de la 1 la 100), precum şi numarul de note din lista respectivă.

Programul trebuie să îi ceară utilizatorului, folosind comanda `input`, să introducă notele ca elemente ale unui vector. Se pot folosi funcţii predefinite MATLAB® corespunzătoare.

Programul trebuie să afişeze rezultatele atât în fereastra de comenzi (Command Window), cât şi într-un fişier, sub forma:

"În total, sunt XX note." (XX este numărul total de note)

"Media notelor este XX.XX." (XX.XX este media aritmetică a notelor)

"Deviaţia standard este XX.XX." (XX.XX este deviaţia standard a notelor)

"Mediana notelor este XX.XX." (XX.XX este mediana notelor)

Rulaţi programul si inserati de la tastatură notele: 81, 65, 61, 78, 94, 80, 65, 76, 77, 95, 82, 49 şi 75.

EX#7 Scrieţi un fişier script în MATLAB® care calculează soluţia numerică a ecuaţiei neliniare $f(x) = 0$, $x \in [a, b]$, unde $f : [a, b] \longrightarrow \mathbb{R}$ este o funcţie continuă a.i. $f(a)\,f(b) < 0$ şi $a, b \in \mathbb{R}$ sunt cunoscute, prin *metoda bisecţiei*, cu precizia $\epsilon > 0$ dată.

Testaţi programul pentru $f : [1, 2] \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^6 - x - 1$ şi $\epsilon = 10^{-6}$ prin listarea la fiecare pas al metodei a pasului respectiv, k, valorii aproximării numerice a soluţiei la pasul k, x_k, $|f(x_k)|$ şi a lungimii intervalului în care se găsesc soluţia exactă $x^\star$ şi x_k, i.e. $b_k - a_k$.