

# 控制理论课程设计

---

基于MATLAB的  
控制系统分析、设计与仿真

# 课程设计相关要求

---

## ➤ 实习时间

- 11月19日（周四），下午 + 晚上
- 11月22日（周日），上午 + 下午 + 晚上
- 11月29日（周日），上午 + 下午 + 晚上
- 12月03日（周四），下午 + 晚上

➤ 上午：8:30-11:30

➤ 下午：14:30-17:30

➤ 晚上：18:30-21:30

➤ 要签到；有同学确有其它事情不能参加的，需请假，自行找时间完成相关设计任务

# 课程设计相关要求

---

- 现场验收：暂定12月03日
- 报告
  - 1. 内容要求：目的、题目、代码/结果、分析/总结、体会
  - 2. 格式要求：参考本科毕业设计模板
  - 3. 提交方式
    - 1) 纸质：请学委收齐后，交到我办公室 708
    - 2) 电子：请学委收齐后，发到我邮箱 [ckzhang@cug.edu.cn](mailto:ckzhang@cug.edu.cn)
  - 4. 提交时间：放假前

# 课程设计目标

---

- 复习巩固现代控制理论相关基础理论
- 学习利用MATLAB辅助控制系统分析与设计
- .....

# 主要内容

---

- 课程设计相关基础知识与工具
- 倒立摆系统的控制系统设计
- 蔡氏混沌电路的同步控制设计

# 课程设计相关 基础知识与工具

# 主要内容

---

- 课程设计相关基础知识与工具
  - ❑ 课内实验内容（略）
  - ❑ 基于LMI的系统稳定与镇定设计
  - ❑ 基于SIMULINK的仿真验证

# 基于LMI的系统稳定性分析

---

## ➤ 基于LMI的系统稳定判据

对于如下线性定常系统

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x}$$

系统平衡态  $\mathbf{x}_e = 0$  为渐近稳定的充要条件是：存在对称

矩阵  $\mathbf{P}$  满足如下线性矩阵不等式条件：

$$\mathbf{P} > 0, \quad \mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} < 0$$

$$V(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T \mathbf{P} \mathbf{x}$$

如何求解上述线性矩阵不等式？



# 基于LMI的系统稳定性分析

## ➤ 基于YALMIP工具箱的LMI条件求解

### □ YALMIP工具箱



百度为您找到相关结果约128,000个

您可以仅查看: [英文结果](#)

#### YALMIP

查看此网页的中文翻译, 请点击  
A question on the YALMIP forum  
squares solutions which really a  
<https://yalmip.github.io/> - 百度快

为您推荐: [cplex matlab](#) y  
[matlab trace](#) y

#### Yalmip使用学习 - 简书

2018年1月23日 - yalmip学习 0.

### □ MATLAB加载工具箱



百度为您找到相关结果约2,720,000个

#### 给Matlab添加工具箱Toolbox的方法

2013年11月20日 - 虽然庞大的Matlab已经有的要求,常常需要自己添加Toolbox。下面以  
<https://blog.csdn.net/u0127364...> - 百度快

#### Matlab添加toolbox - CongliYin的博文

2017年8月10日 - 由于科研需要,为matlab添  
具包,它专门用于简化最先进的黎曼优化算法  
[https://blog.csdn.net/sinat\\_20...](https://blog.csdn.net/sinat_20...) - 百度快

#### MATLAB2016添加工具箱toolbox方

2016年11月11日 - 自然语言处理入门 - 自然语言处理入门

# 基于LMI的系统稳定性分析

## 实例分析

```
1  %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
2  %%% Chuan-Ke Zhang
3  %%% 2018-01-19
4  %%% 验证系统的稳定性程序
5  %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
6
7  -   clc; clear
8
9  %%% 系统参数
10 -   A = [1 2 4; 1 1 1; 0 2 1];
11
12 %%% 描述待求的LMI
13 -   P = sdpvar(3,3,'symmetric'); % 给出待求矩阵
14 -   Fcond = [P>0,A'*P+P*A<0]; % 列出所有待求LMI
15
16 %%% 求解LMI
17 -   ops = sdpsettings('verbose',0,'solver','sedumi'); % 设置求解环境
18 -   diagnostics = solvesdp(Fcond,[],ops); % 迭代求解
19 -   [m p] = checkset(Fcond); % 返回求解结果
20 -   tmin = min(m); % 验证是否满足
21
22 -   if tmin > 0
23 -       disp('System is stable') % 结论输出
24 -   else
25 -       disp('System is unstable') % 结论输出
26 -   end
```

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} x(t)$$

$P = \text{sdpvar}(n,n,'symmetric');$

%  $P$ 为 $n$ 维\* $n$ 维对称矩阵

$Q = \text{sdpvar}(n,m,'full');$

%  $Q$ 为 $n$ 维\* $m$ 维矩阵

# 基于LMI的系统镇定设计

## ➤ 基于LMI的系统镇定条件及控制器计算公式

对于如下线性定常系统及状态反馈控制器

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ u(t) = Kx(t) \end{cases} \quad \longrightarrow \quad \dot{x}(t) = (A + BK)x(t)$$

系统可由状态反馈控制器镇定的条件是：存在对称矩阵  $L$ ，矩阵  $V$ ，满足如下LMI：

$$\begin{cases} L > 0 \\ AL + LA^T + BV + V^T B^T < 0 \end{cases}$$

$$K = VL^{-1}$$

$$\longleftarrow \begin{cases} P > 0 \\ PA + A^T P < 0 \end{cases}$$

# 基于LMI的系统镇定设计

## 实例分析

```
1 %%%%%%%%%%%%%%%
2 %%% Chuan-Ke Zhang
3 %%% 2018-01-19
4 %%% 设计系统镇定控制程序
5 %%%%%%%%%%%%%%%
6
7 clc; clear
8
9 %%% 系统参数
10 A = [1 2 4; 1 1 1; 0 2 1];
11 B = [1; 2; 1];
12
13 %%% 描述待求的LMI
14 L = sdpvar(3,3,'symmetric'); % 给出待求矩阵
15 V = sdpvar(1,3,'full'); % 给出待求矩阵
16 Fcond = [L>0, A*L+L*A'+B*V+V'*B'<0]; % 列出所有待求LMI
17
18 %%% 求解LMI
19 ops = sdpsettings('verbose',0,'solver','sedumi'); % 设置求解环境
20 diagnostics = solvesdp(Fcond,[],ops); % 迭代求解
21 [m p] = checkset(Fcond); % 返回求解结果
22 tmin = min(m); % 验证是否满足
23
24 if tmin > 0
25     Vh = double(V);
26     Lh = double(L);
27     disp('System can be stabilized, and the control gain is given as') % 结论输出
28     K = Vh*inv(Lh)
29 else
30     disp('System cannot be stabilized using state-feedback controller') % 结论输出
31 end
```

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \\ u(t) = Kx(t) \end{cases}$$

$$\begin{cases} L > 0 \\ AL + LA^T + BV + V^T B^T < 0 \end{cases}$$

$$K = VL^{-1}$$

# 基于LMI的系统稳定性分析

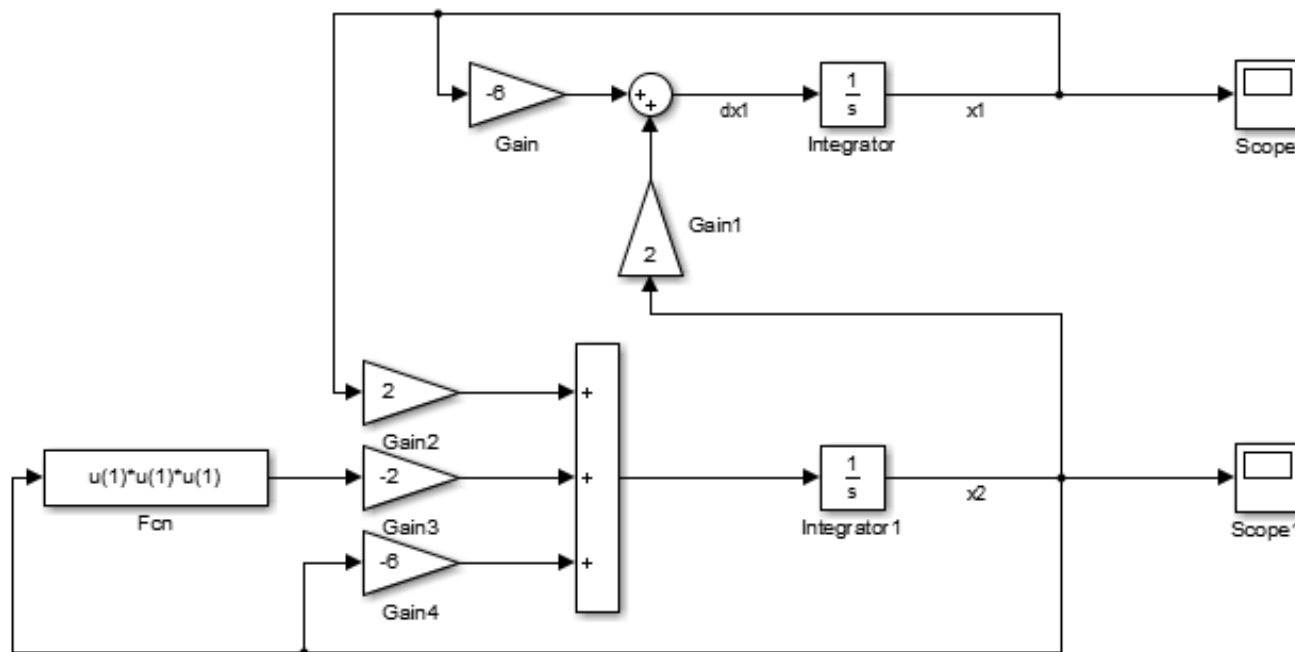
---

- 基于LMI工具箱的LMI求解
  - LMI工具箱（Matlab自带）
  - 万老师准备视频讲解

# 基于SIMULINK的系统响应曲线绘制

## ➤ 基于状态空间方程的系统SIMULINK搭建(1)

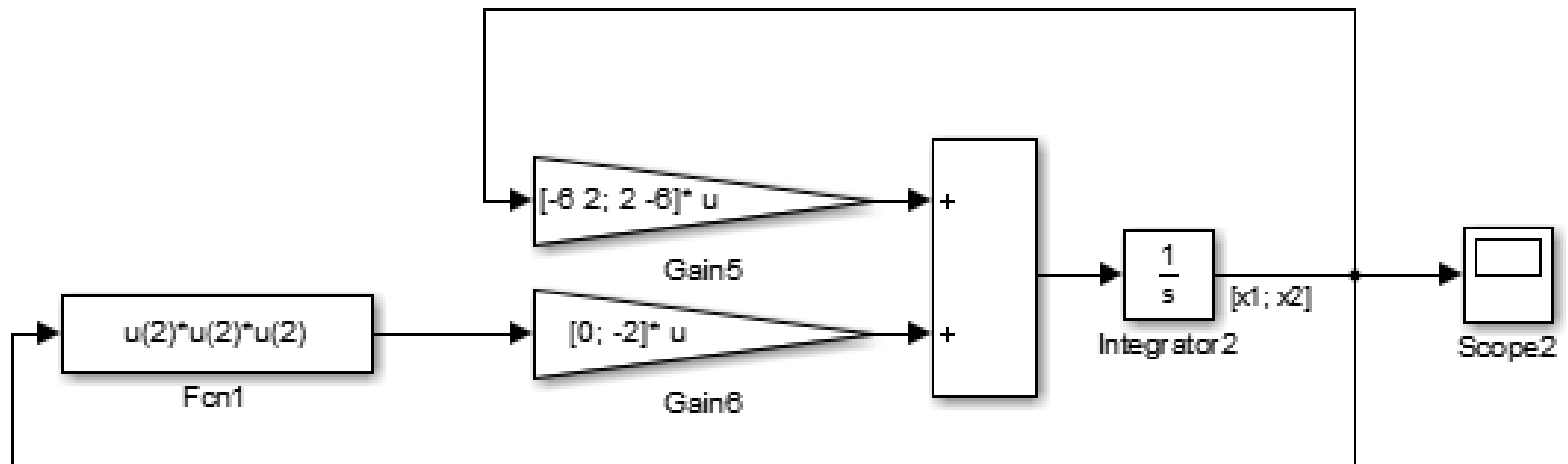
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -6x_1 + 2x_2 \\ \dot{x}_2 = 2x_1 - 6x_2 - 2x_2^3 \end{cases}$$



# 基于SIMULINK的系统响应曲线绘制

## ➤ 基于状态空间方程的系统SIMULINK搭建 (2)

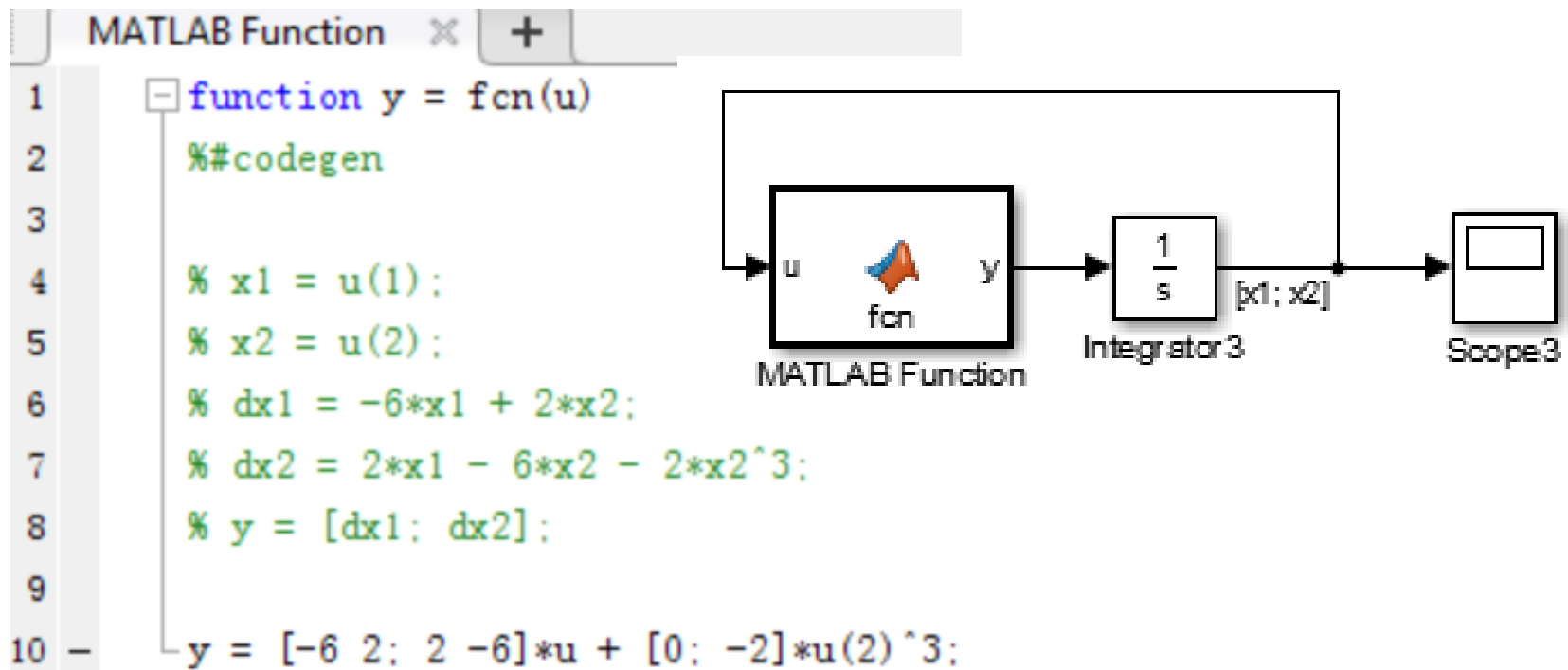
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -6x_1 + 2x_2 \\ \dot{x}_2 = 2x_1 - 6x_2 - 2x_2^3 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 & 2 \\ 2 & -6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix} x_2^3$$



# 基于SIMULINK的系统响应曲线绘制

## ➤ 基于状态空间方程的系统SIMULINK搭建 (3)

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -6x_1 + 2x_2 \\ \dot{x}_2 = 2x_1 - 6x_2 - 2x_2^3 \end{cases} \quad \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 & 2 \\ 2 & -6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix} x_2^3$$





# 基于SIMULINK的系统响应曲线绘制

---

## ➤ 基于状态空间方程的系统SIMULINK搭建

- S-函数

- 创建子系统

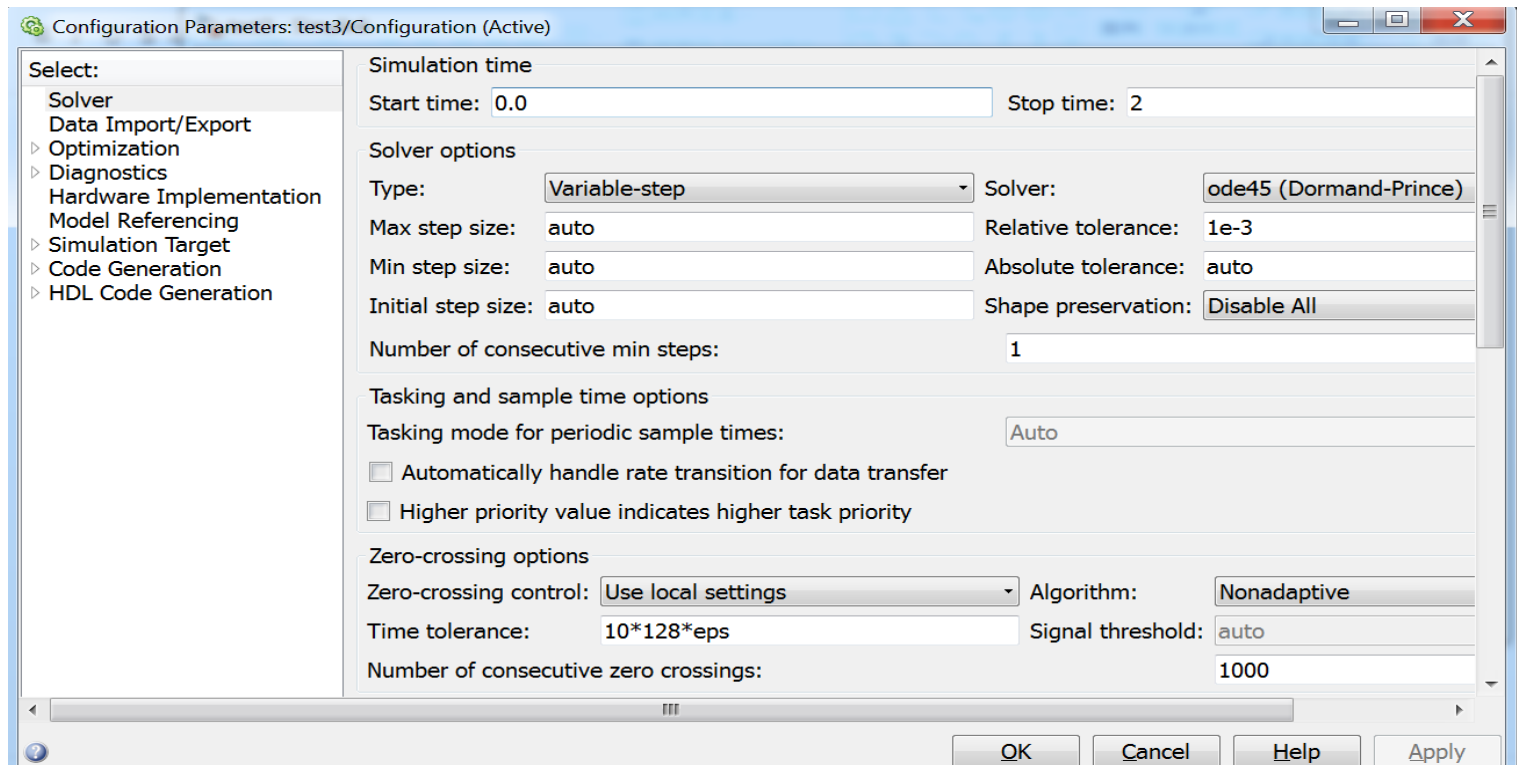
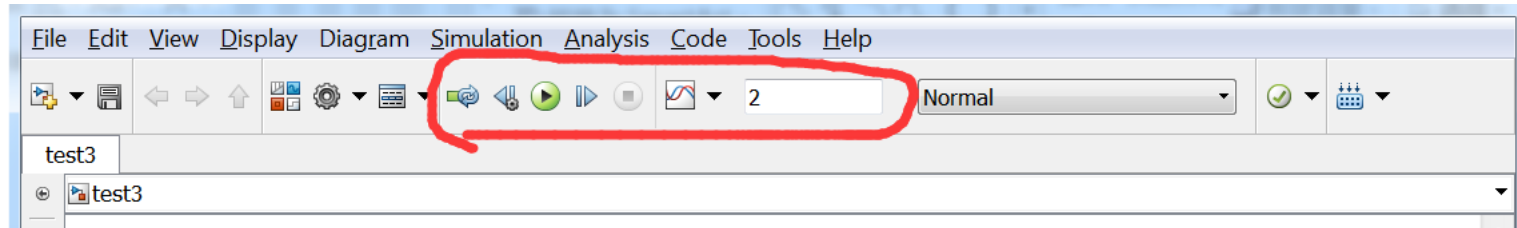
- 封装子系统

- 模型库

- .....

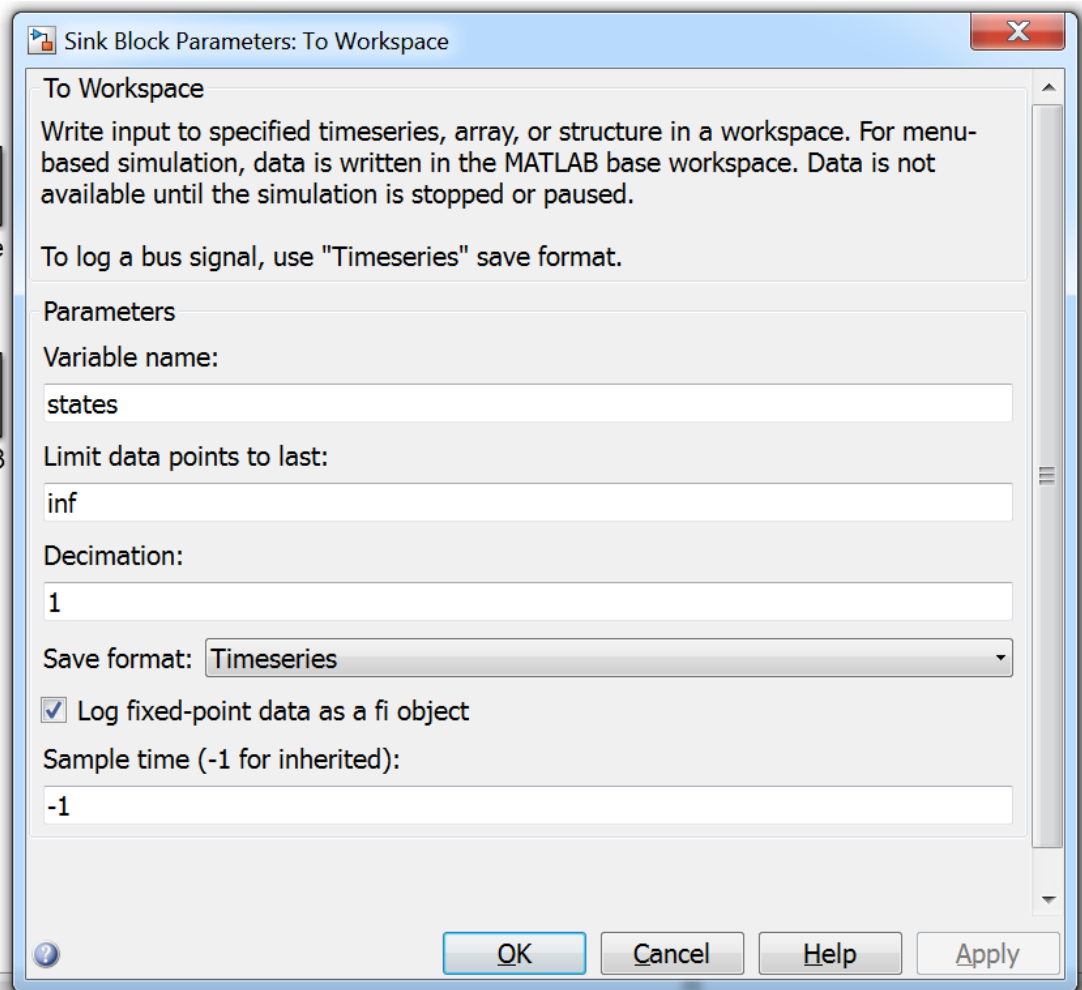
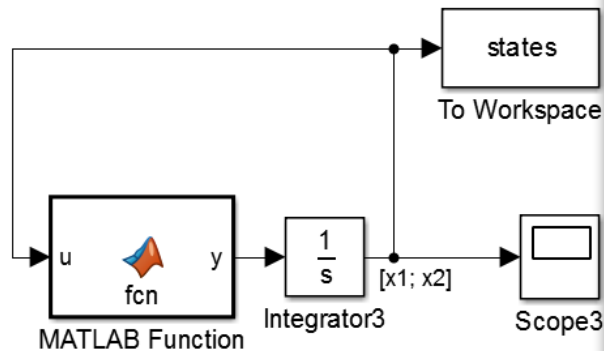
# 基于SIMULINK的系统响应曲线绘制

## ➤ 基于SIMULINK运行数据的曲线绘制：运行simulink模块



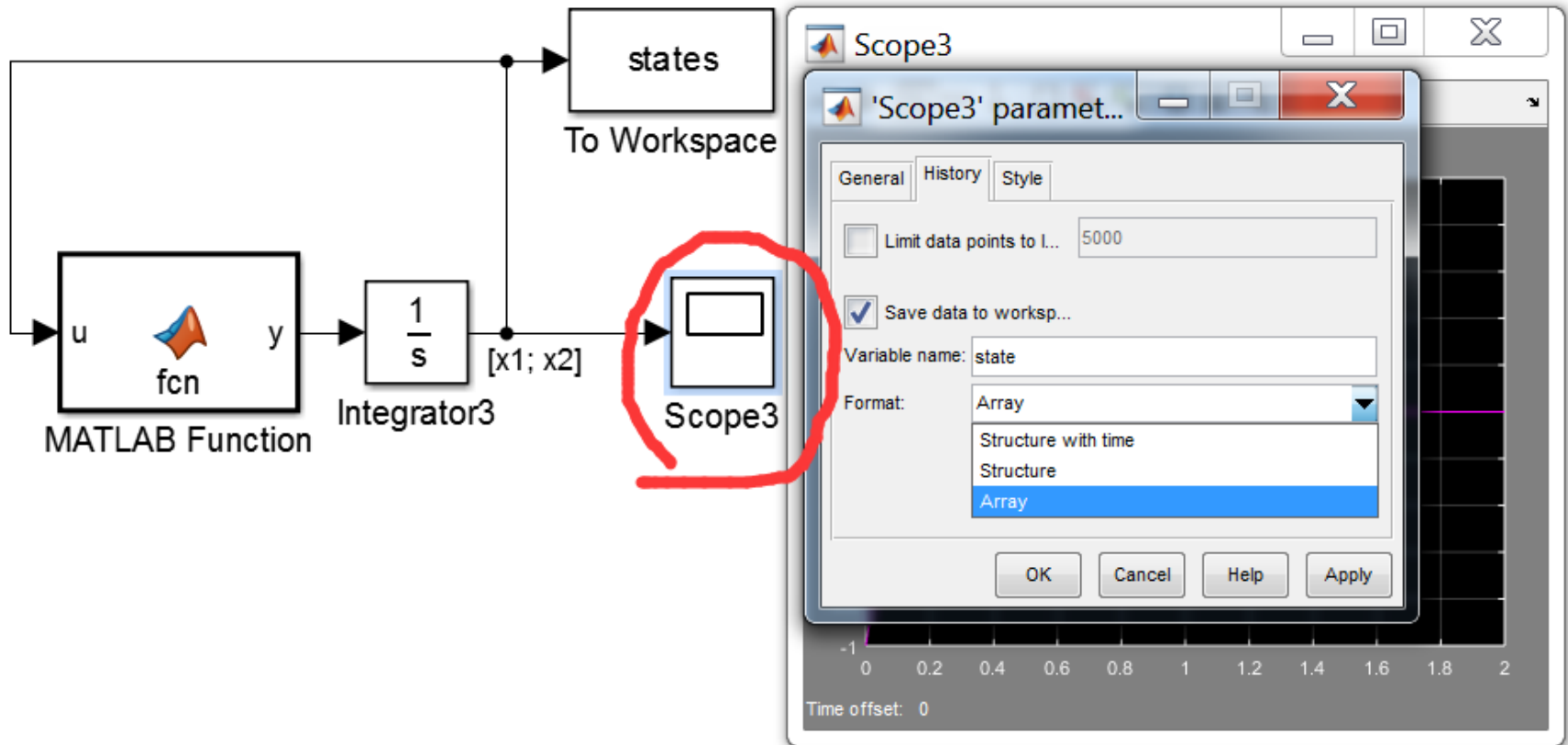
# 基于SIMULINK的系统响应曲线绘制

## ➤ 基于SIMULINK运行数据的曲线绘制：导入WORKSPACE（1）



# 基于SIMULINK的系统响应曲线绘制

## ➤ 基于SIMULINK运行数据的曲线绘制：导入WORKSPACE（2）



# 基于SIMULINK的系统响应曲线绘制

➤ 基于SIMULINK运行数据的曲线绘制：WORKSPACE中数据

The image displays the MATLAB environment during a SIMULINK simulation. The top-left window shows the 'Workspace' with variables 'states' (1x1 struct) and 'tout' (52x1 double). The top-right window, 'Editor - MATLAB Function', shows the 'states' variable expanded into a 1x1 struct with three fields: 'time' (52x1 double), 'signals' (1x1 struct), and 'blockName' (string). The bottom-left window shows the 'states.signals' variable expanded into a 1x1 struct with three fields: 'values' (52x2 double), 'dimensions' (2), and 'label' ('[x1; x2]'). The bottom-right window shows the 'states.signals.values' variable expanded into a 52x2 double matrix, with the first few rows visible.

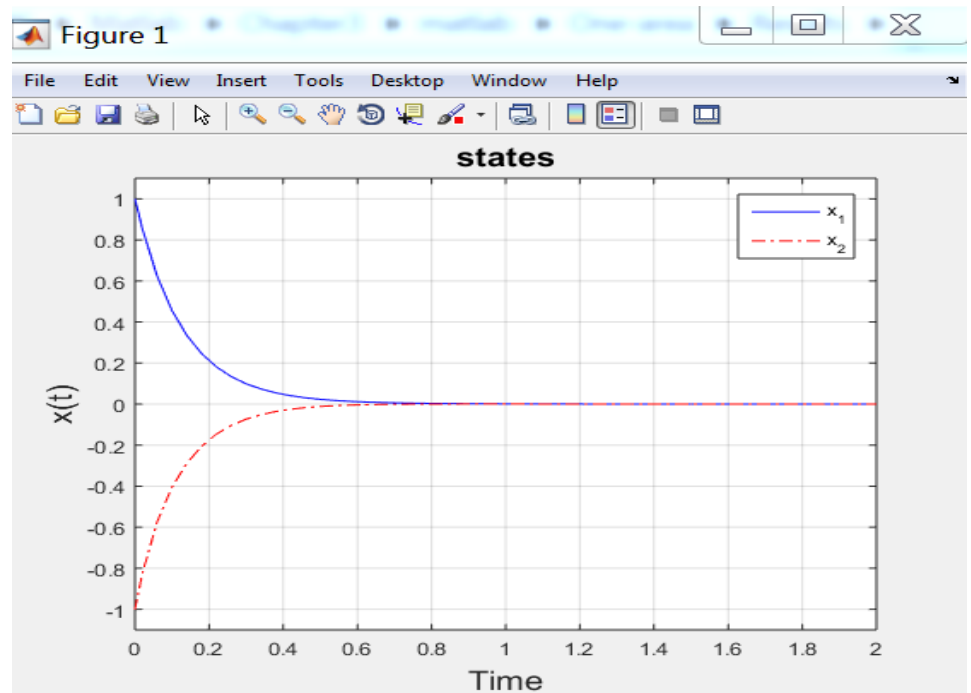
	1	2	3	4
1	1	-1		
2	0.8521	-0.8231		
3	0.6217	-0.5723		
4	0.4549	-0.4044		
5	0.3336	-0.2876		

```
>> plot(states.time, states.signals.values(:, 1))
```

# 基于SIMULINK的系统响应曲线绘制

## ➤ 基于SIMULINK运行数据的曲线绘制：绘图（1）

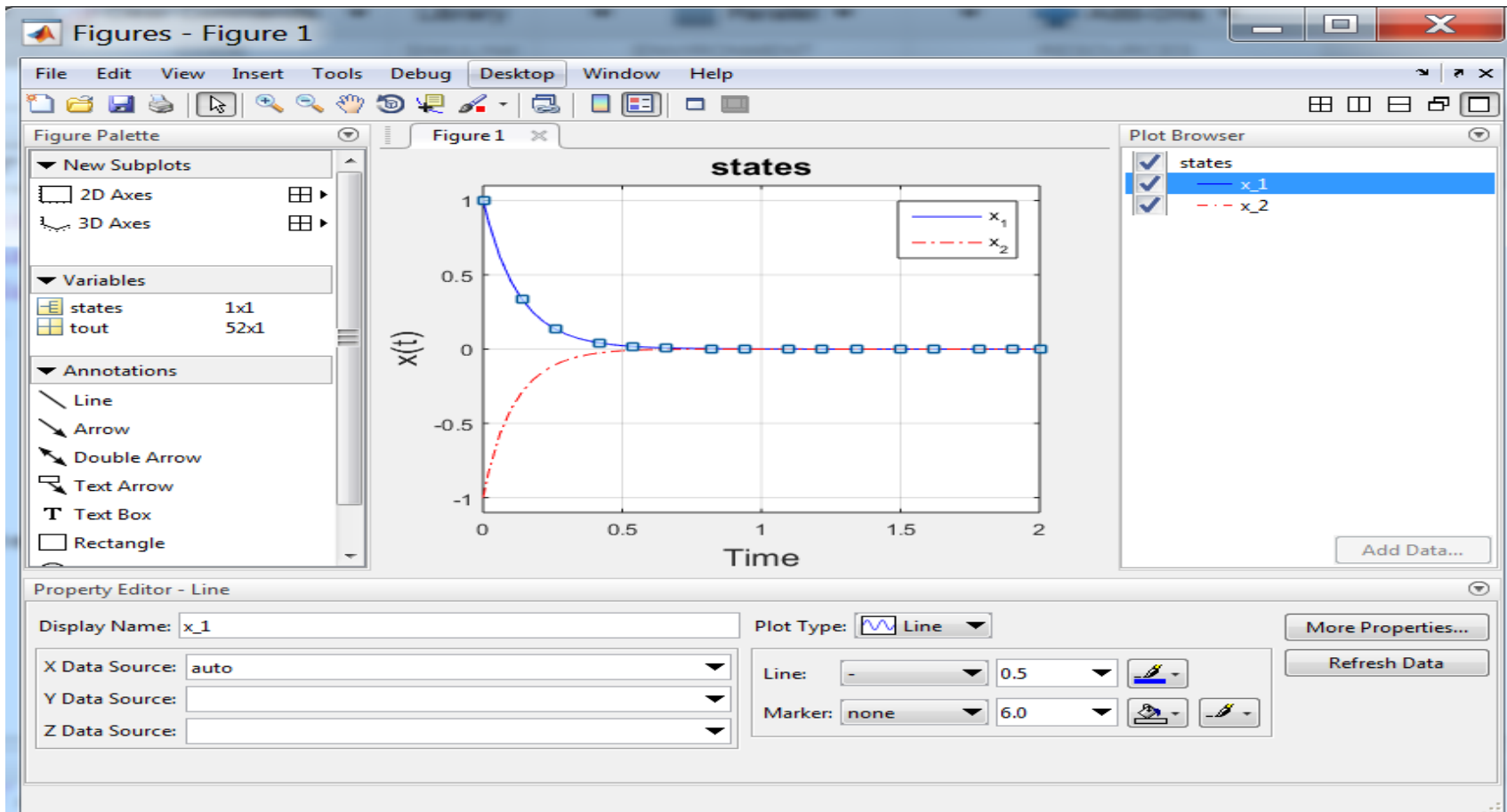
```
figure(1)
set(gca,'FontSize',15,'FontName','Times New Roman')
plot(states.time,states.signals.values(:,1),'b-',...
      states.time,states.signals.values(:,2),'r-.')
xlabel('Time','FontSize',15);
ylabel('x(t)','FontSize',15);
title('states','FontSize',15)
axis([0 2 -1.1 1.1]);
grid on
legend('x_1','x_2')
```



# 基于SIMULINK的系统响应曲线绘制

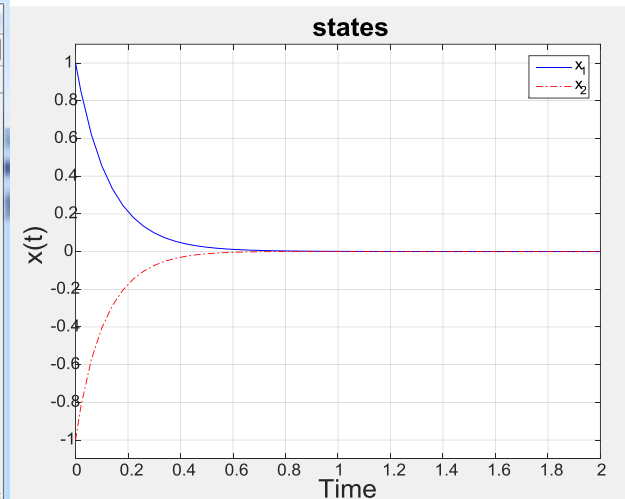
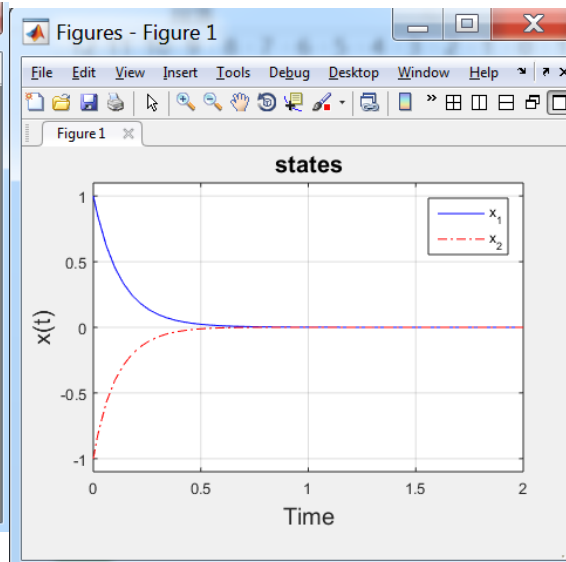
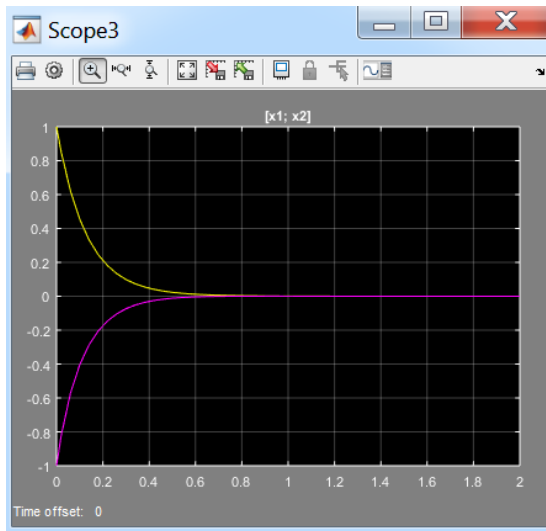
## ➤ 基于SIMULINK运行数据的曲线绘制：绘图（2）

```
plot(states.time, states.signals.values(:, 1), states.time, states.signals.values(:, 2))
```



# 基于SIMULINK的系统响应曲线绘制

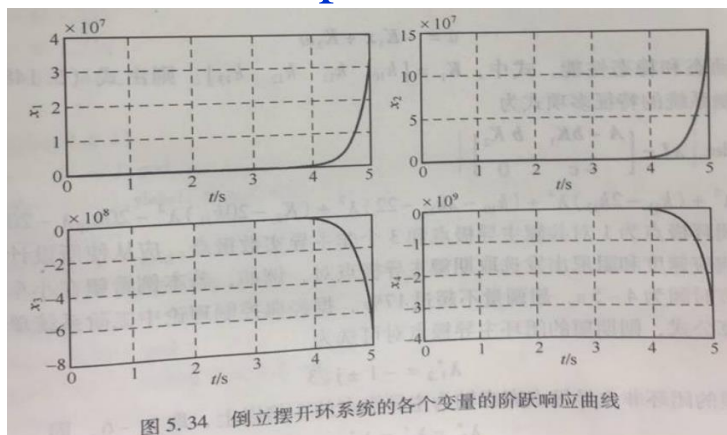
➤ 基于SIMULINK运行数据的曲线绘制：取出曲线结果





# 绘图

## □ 子图 (subplot)



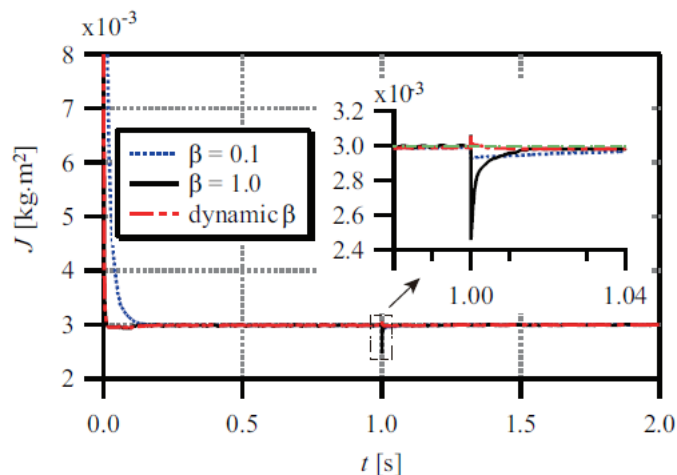
MATLAB 子图

网页 资讯 贴吧 知道 视频 音乐

百度为您找到相关结果约1,330,000个

[Matlab绘制子图subplot使用攻略\\_百度经验](#)

## □ 图中图



MATLAB 图中图 matlab 图中图

网页 资讯 贴吧 知道 视频 音乐

百度为您找到相关结果约2,940,000个

[在MATLAB的figure图中画局部放大的图中图](#)

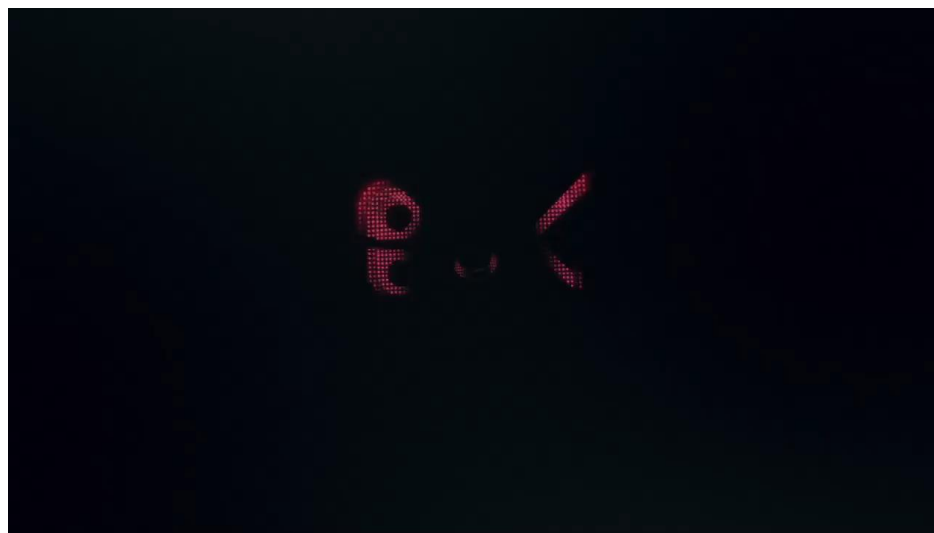
2017年11月12日 -

[https://blog.csdn.net/schwein\\_...](https://blog.csdn.net/schwein_...) - 百度快照

[matlab\\_图中图\\_百度经验](#)

# 倒立摆的控制系统设计

## (设计作业1)



# 主要内容

---

## ➤ 倒立摆系统的控制设计

- ❑ 模型：机理→状态空间表达式
- ❑ 分析1：开环系统的稳定性（稳定性判别 + 仿真验证）
- ❑ 分析2：能控性、能观性（控制设计的条件验证）
- ❑ 设计：状态反馈设计、基于全维观测器的状态反馈设计、等
- ❑ 验证：ODE或SIMULINK；简化后线性系统验证、基于原始非线性系统验证

# 倒立摆系统

## ➤ 情景假设与分析

在无外力作用时，倒立摆不能保持在垂直位置而会左右倾倒，为此需给小车在水平方向上施加适当的作用力  $u$ 。为简化问题，一般忽略摆杆质量、伺服电动机惯性，以及摆轴、轮轴与接触面之间的摩擦力和风力。控制目标为保持倒立摆垂直且使小车可停留在任意给定但可变更的位置上。

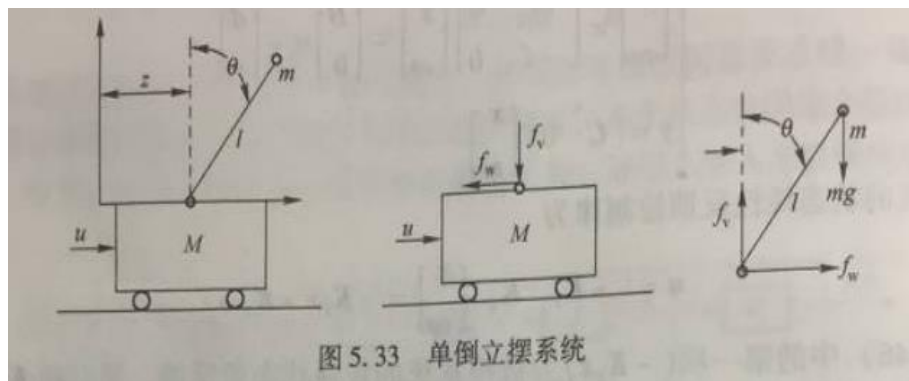


图 5.33 单倒立摆系统

定义以下变量：

$\theta$ ：摆杆偏离垂线的角度 (rad)。

$z$ ：小车水平方向的瞬时位置坐标。

$f_w$ ：小车通过铰链作用于摆杆的力的水平分量。

$f_v$ ：小车通过铰链作用于摆杆的力的垂直分量。

# 倒立摆系统

## ➤ 模型：机理方程

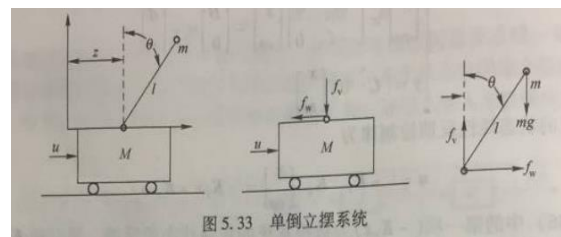


图 5.33 单倒立摆系统

则摆锤重心的水平、垂直坐标分别为  $(z + l\sin\theta)$ 、 $l\cos\theta$ 。忽略摆杆质量，则系统的重心近似位于摆锤重心，且系统围绕其重心的转动惯量  $J \approx 0$ 。此时倒立摆系统的运动可分解为重心的水平运动、重心的垂直运动及绕重心的转动这 3 个运动。根据牛顿动力学，可得

$$f_w = m \frac{d^2}{dt^2}(z + l\sin\theta) \quad (5.149)$$

$$f_v - mg = m \frac{d^2}{dt^2}(l\cos\theta) \quad (5.150)$$

$$f_v l \sin\theta - f_w l \cos\theta = J \frac{d^2\theta}{dt^2} \approx 0 \quad (5.151)$$

小车的动力学方程为

$$u - f_w = M \frac{d^2 z}{dt^2} \quad (5.152)$$

将式 (5.149) 代入式 (5.152)、将式 (5.149) 和式 (5.150) 代入式 (5.151) 有

$$u = m \frac{d^2}{dt^2}(z + l\sin\theta) + M \frac{d^2 z}{dt^2} \quad (5.153)$$

$$\left( m \frac{d^2}{dt^2}(l\cos\theta) + mg \right) l \sin\theta - \left( m \frac{d^2}{dt^2}(z + l\sin\theta) \right) l \cos\theta = J \frac{d^2\theta}{dt^2} \approx 0 \quad (5.154)$$

# 倒立摆系统

## ➤ 模型：简化的线性系统

将式 (5.149) 代入式 (5.152)、将式 (5.149) 和式 (5.150) 代入式 (5.151) 有

$$u = m \frac{d^2}{dt^2}(z + l \sin \theta) + M \frac{d^2 z}{dt^2} \quad (5.153)$$

$$\left( m \frac{d^2}{dt^2}(l \cos \theta) + mg \right) l \sin \theta - \left( m \frac{d^2}{dt^2}(z + l \sin \theta) \right) l \cos \theta = J \frac{d^2 \theta}{dt^2} \approx 0 \quad (5.154)$$

式 (5.153)、式 (5.154) 因存在  $\sin \theta$ 、 $\cos \theta$  项，为非线性方程，需进行近似线性化处理。当  $\theta$  很小时，有  $\sin \theta \approx \theta$ ， $\cos \theta \approx 1$ 。则式 (5.153)、式 (5.154) 近似线性化为

$$u = m \cdot \frac{d^2 z}{dt^2} +$$

$$(M + m) \ddot{z} + ml \ddot{\theta} = u$$

$$ml \ddot{z} + ml^2 \ddot{\theta} = mgl\theta$$

整理可得

$$Ml \ddot{\theta} = (M + m) g \theta - u$$

$$M \ddot{z} = u - mg\theta$$

# 倒立摆系统

## ➤ 模型：状态空间方程

$$\begin{aligned} Ml \ddot{\theta} &= (M+m)g\theta - u \\ M \ddot{z} &= u - mg\theta \end{aligned}$$

定义状态变量

$$\begin{cases} x_1 = z \\ x_2 = \dot{z} \\ x_3 = \theta \\ x_4 = \dot{\theta} \end{cases} \quad y = z$$

则倒立摆系统的状态空间表达式为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-mg}{M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{(M+m)g}{Ml} & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \\ 0 \\ -\frac{1}{Ml} \end{bmatrix} u \\ y = [1 \ 0 \ 0 \ 0] \mathbf{x} \end{cases} \quad (5.155)$$

已知小车质量为  $M = 1 \text{ kg}$ ，摆杆的质量  $m = 0.1 \text{ kg}$ ，摆杆的长度  $l = 0.5 \text{ m}$ ，将数据代入式 (5.155) 可以得到

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 22 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix} u \\ y = [1 \ 0 \ 0 \ 0] \mathbf{x} \end{cases} \quad (5.156)$$



# 倒立摆系统

- 模型：原始非线性系统（与前面线性系统的状态顺序不同）

## A.2.2 倒立摆问题的数学模型

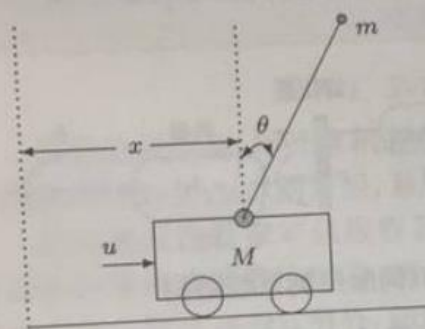


图 A-4 倒立摆系统结构

倒立摆系统是控制系统实验中经常使用的系统<sup>[7]</sup>,一级倒立摆系统的示意图在图 A-4 中给出。

倒立摆系统的控制目标是通过实时给出控制量  $u$  来控制小车位置与速度,使得摆处于倒立的平衡状态。假设小车的质量为  $M$ ,摆的质量为  $m$ ,摆长为  $l$ ,可以推导出系统的数学模型为<sup>[7]</sup>

$$\ddot{x} = \frac{u + ml \sin \theta \dot{\theta}^2 - mg \cos \theta \sin \theta}{M + m - m \cos^2 \theta} \quad (\text{A-2-4})$$

$$\ddot{\theta} = \frac{u \cos \theta - (M + m)g \sin \theta + ml \sin \theta \cos \theta \dot{\theta}}{ml \cos^2 \theta - (M + m)l} \quad (\text{A-2-5})$$

选择状态变量  $x_1 = \theta$ ,  $x_2 = \dot{\theta}$ ,  $x_3 = x$ ,  $x_4 = \dot{x}$ ,则可以得出倒立摆系统对应的状态方程模型为

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ \frac{u \cos x_1 - (M + m)g \sin x_1 + ml \sin x_1 \cos x_1 x_2^2}{ml \cos^2 x_1 - (M + m)l} \\ x_4 \\ \frac{u + ml \sin x_1 x_2^2 - mg \cos x_1 \sin x_1}{M + m - m \cos^2 x_1} \end{bmatrix}$$



# 倒立摆系统

## ➤ 分析：非线性系统的线性化【选做】

□ 利用Matlab对非线性系统进行线性化，得到线性系统方程



MATLAB linear analysis

[利用MATLAB自带的工具提取系统线性化总模型\\_百度经验](#)



1  
本人用的matlab版本为r2012a，首先利用...



2  
担架完系统，利用Tools选项下的contro...



3  
查看系统属性，就可以看到整个系统的整...

[jingyan.baidu.com](http://jingyan.baidu.com)

[Linearize Simulink models - MATLAB](#)

查看此网页的中文翻译，请点击 [翻译此页](#)

The **Linear Analysis** Tool lets you perform **linear analysis** of nonlinear Sir

<https://www.mathworks.com/help...> - [百度快照](#)

# 倒立摆系统

---

## ➤ 开环系统稳定性分析：【必做】

### □ 基于稳定性判别理论方法

- ✓ 特征值法、李亚普洛夫方程法
- ✓ 通过MATLAB判断开环系统稳定性

### □ 通过画出开环系统( $u=0$ )的响应曲线（ODE或SIMULINK），观察系统的响应曲线是否稳定

- ✓ 基于简化后的线性系统方程，绘制状态响应曲线
- ✓ 基于原始的非线性系统，绘制状态响应曲线
- ✓ 比较并分析两种模型下的曲线差异

# 倒立摆系统

---

## ➤ 控制设计条件验证分析：【必做】

- ❑ 验证系统的能控性，判断系统是否可以进行任意极点配置
- ❑ 验证系统的能观性，判断系统是否可以设计状态观测器

# 倒立摆系统

---

- 状态反馈控制设计：【必做】
  - ❑ 分析状态反馈设计原理，设置合适极点
  - ❑ 利用MATLAB设计状态反馈增益
  - ❑ 利用Simulink验证控制效果（线性系统、非线性系统）

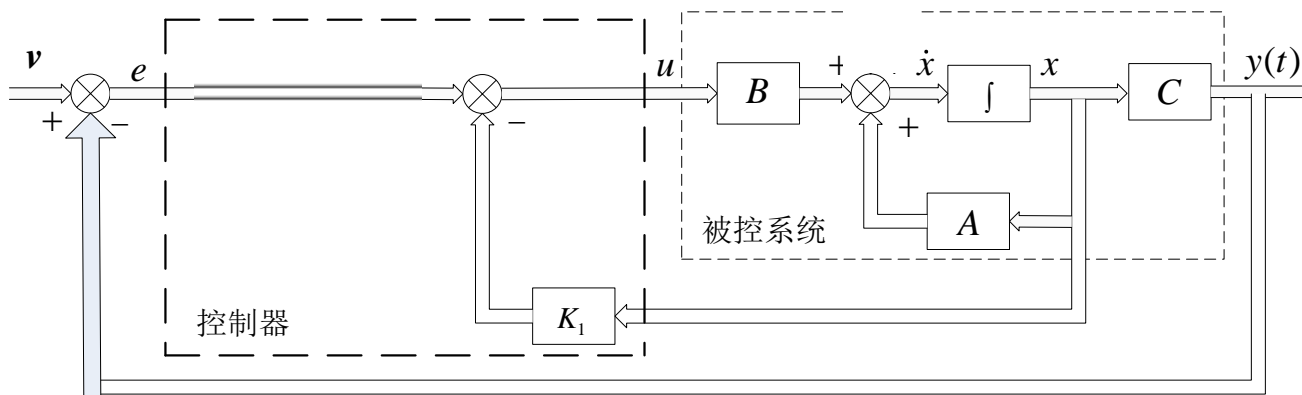
# 倒立摆系统

---

- 基于状态观测器的状态反馈设计：【必做】
  - ❑ 分析相关原理，选择合适的状态观测器和反馈闭环系统极点
  - ❑ 利用MATLAB设计状态观测器、和状态反馈控制器
  - ❑ 利用Simulink验证控制效果（线性系统、非线性系统）
  
- 分析并比较两种状态反馈控制下的控制效果【必做】

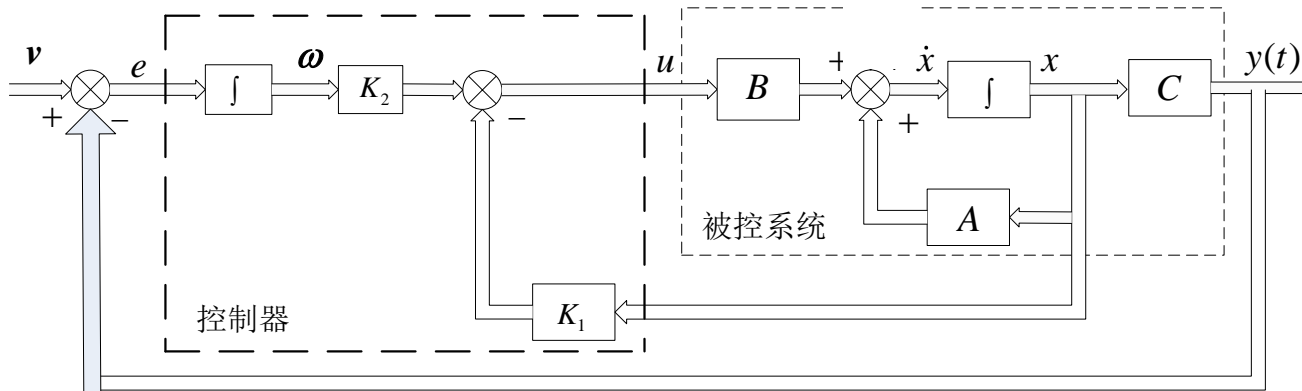
# 倒立摆系统

- 状态反馈 + 输出反馈下的跟踪控制：【必做】
  - ✓ 分析原理
  - ✓ 设计K1：极点配置
  - ✓ 仿真验证（线性系统）



# 倒立摆系统

- 带积分校正的控制设计，跟踪控制：【必做】
  - ✓ 分析原理
  - ✓ 设计 $K_1$  和  $K_2$ ：给定超调量和调节时间
  - ✓ 仿真验证（线性系统、非线性系统）



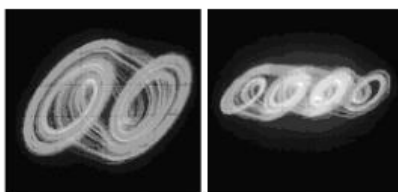
# 倒立摆系统

---

- 带积分校正和状态观测器的状态反馈控制设计，跟踪控制：【选做】
  - ✓ 分析原理
  - ✓ 设计积分增益、反馈增益、观测器增益：给定超调量和调节时间
  - ✓ 仿真验证（线性系统、非线性系统）

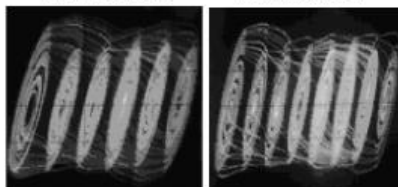


# 蔡氏混沌电路同步控制设计 (设计作业2)



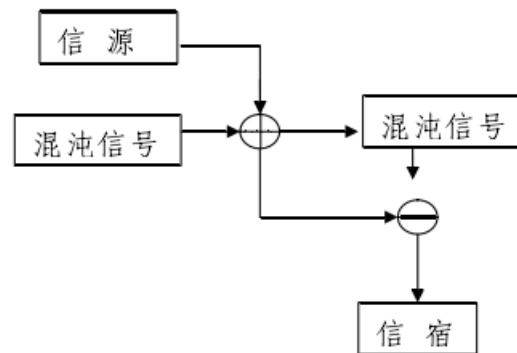
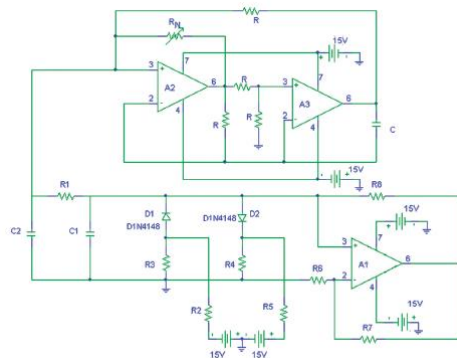
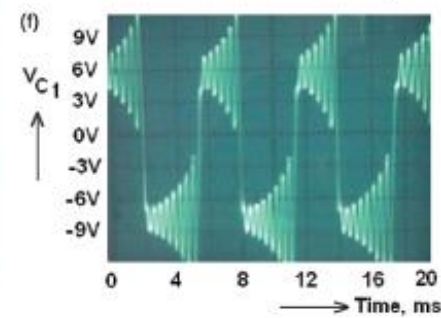
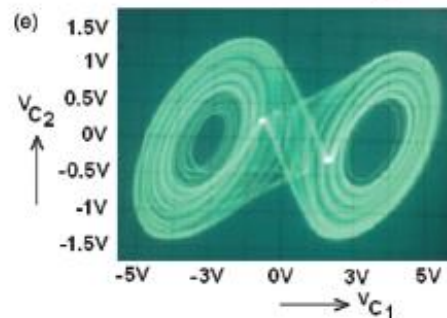
(a) 2倍卷实验结果

(b) 4倍卷实验结果



(c) 6倍卷实验结果

(d) 8倍卷实验结果



# 主要内容

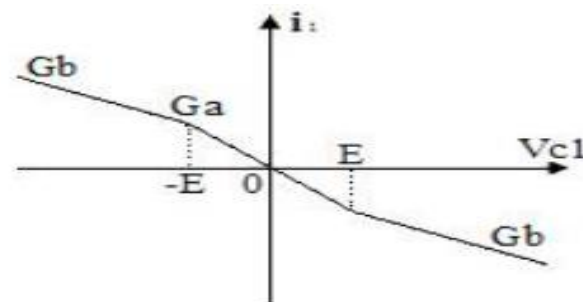
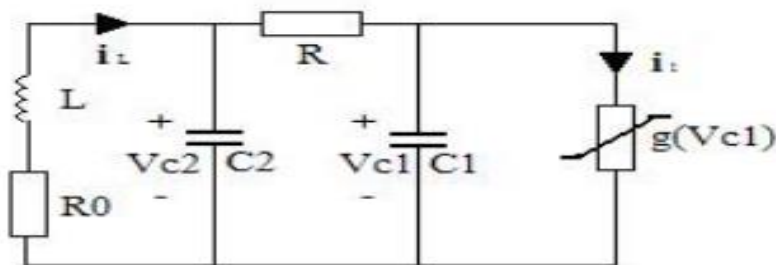
---

## ➤ 蔡氏混沌电路同步控制设计

- ❑ 模型：机理（电路知识）→状态空间表达式【现成】
- ❑ 分析：单个蔡氏电路的混沌现象、两个同构蔡氏电路在不同初始条件下的响应曲线对比
- ❑ 设计：基于状态反馈的同步控制设计（同步：不同初始条件下两个蔡氏电路的状态响应趋于一致）
- ❑ 验证：ODE或SIMULINK
- ❑ 应用：保密通讯、或其它

# 蔡氏电路系统

## ➤ 单个蔡氏电路模型



$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = a [x_2(t) - h(x_1(t))] \\ \dot{x}_2(t) = x_1(t) - x_2(t) + x_3(t) \\ \dot{x}_3(t) = -bx_2(t) \\ p(t) = x_1(t) \end{cases} \quad (23)$$

with the nonlinear characteristics of Chua's diode

$$h(x) = m_1 x_1(t) + \frac{1}{2}(m_0 - m_1)(|x_1(t) + c| - |x_1(t) - c|) \quad (24)$$

and parameters  $a = 9$ ,  $b = 14.28$ ,  $c = 1$ ,  $m_0 = -(1/7)$ ,  $m_1 = 2/7$ , and  $c = 1$ . In this case, Chua's system will obtain the

# 蔡氏电路系统

---

## ➤ 分析：【必做】

- 基于SIMULINK，分析蔡氏电路系统的状态响应
  - ✓ 状态响应（以时间为横坐标、某一状态为纵坐标）
  - ✓ 两两状态之间的关系（以状态变量为X和Y坐标轴）
  - ✓ 三个状态之间的关系（以状态变量为X、Y和Z轴）
- 分析两个同构蔡氏电路系统，在不同初始条件下的状态响应比较

# 蔡氏电路系统

---

## ➤ 设计同步控制器：【必做】

- ❑ 基于状态反馈的同步控制设计（同步：不同初始条件下两个蔡氏电路的状态响应趋于一致）
- ❑ 在一个蔡氏电路系统中增加一个状态反馈控制器，实现两个系统的同步
- ❑ 计算增益矩阵（利用LMI求解）
- ❑ 基于simulink的同步效果验证

# 蔡氏电路系统

## ➤ 同步设计

$$\mathcal{M} : \begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + H\sigma(Dx(t)) \\ p(t) = Cx(t) \end{cases}$$

$$\mathcal{S} : \begin{cases} \dot{z}(t) = Az(t) + H\sigma(Dz(t)) + u(t) \\ q(t) = Cz(t) \end{cases}$$

$$\mathcal{C} : u(t) = K(p(t) - q(t))$$

$$A = \begin{bmatrix} -am_1 & a & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & -b & 0 \end{bmatrix} \quad H = \begin{bmatrix} -a(m_0 - m_1) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
$$C = D = [1 \quad 0 \quad 0]$$

and  $\sigma(x_1) = (1/2)(|x_1(t) + c| - |x_1(t) - c|)$  belongs to

$$W = 1$$

**Theorem 1.** Synchronization of master-slave system can be achieved by the controller  $u(t)$ , if there exist a symmetric matrix  $P$ , a diagonal matrix  $T$ , and any appropriate dimension matrix  $V$  such that the following LMIs holds

$$P > 0, \quad T > 0, \quad \begin{bmatrix} PA - VC + A'P - C'V' & PH + D'WT \\ T'W'D + H'P & -2T \end{bmatrix} < 0 \quad (14)$$

and the control gain can be obtained as

$$K = P^{-1}V$$

上述定理基于李亚普洛夫稳定理论建立

# 蔡氏电路系统

$$\mathcal{M}: \begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + H\sigma(Dx(t)) \\ p(t) = Cx(t) \end{cases}$$

$$\mathcal{S}: \begin{cases} \dot{z}(t) = Az(t) + H\sigma(Dz(t)) + u(t) \\ q(t) = Cz(t) \end{cases}$$

$$\mathcal{C}: u(t) = K(p(t) - q(t))$$

## ➤ 同步设计

$$e(t) = x(t) - z(t)$$



$$y(D(z(t))) = \delta(D(x(t))) - \delta(D(z(t)))$$

$$\dot{e}(t) = Ae(t) + Hy(Dz(t)) - K(e(t)) = (A - KC)e(t) + Hy(Dz(t))$$

$$V(x) = e^T(t)Pe(t), \text{ 其中 } P = P^T > 0$$



$$\begin{aligned} \dot{V}(e(t)) &= 2e^T(t)P[(A - KC)e(t) + Hy(Dz(t))] \\ &= \begin{bmatrix} e(t) \\ y(Dz(t)) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} P(A - KC) + (A - KC)^T P^T & PH \\ H^T P^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e(t) \\ y(Dz(t)) \end{bmatrix} \quad (\text{A}) \end{aligned}$$

# 蔡氏电路系统

$$\begin{aligned} \dot{V}(e(t)) &= 2e^T(t)P[(A-KC)e(t) + Hy(Dz(t))] \\ &= \begin{bmatrix} e(t) \\ y(Dz(t)) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} P(A-KC) + (A-KC)^T P^T & PH \\ H^T P^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e(t) \\ y(Dz(t)) \end{bmatrix} \quad (A) \end{aligned}$$

$$0 \leq \frac{\sigma(y_1) - \sigma(y_2)}{y_1 - y_2} \leq M$$

$$\text{而 } y(D(z(t))) = \sigma(D(x(t))) - \sigma(D(z(t)))$$

则有

$$\frac{y(D(z(t)))}{De(t)} = \frac{\sigma(D(x(t))) - \sigma(D(z(t)))}{Dx(t) - Dz(t)} \in [0, W]$$

由  $0 \leq \frac{y(D(z(t)))}{De(t)} \leq W$  得

$$[y(D(z(t))) - WDe(t)]^T Ty(D(z(t))) < 0$$

翻转得

$$2[WDe(t) - y(D(z(t)))]^T Ty(D(z(t))) > 0$$

此时对于从系统有

$$\begin{bmatrix} e(t) \\ y(Dz(t)) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & P^T W^T T \\ T^T W D & -2T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e(t) \\ y(Dz(t)) \end{bmatrix} \quad (B)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}(e(t)) &= (A) \leq (A) + (B) \\ &\leq \begin{bmatrix} e(t) \\ y(Dz(t)) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} PA - PKC + A^T P - C^T K^T P & PH + D^T W^T T \\ T^T W D + H^T P^T & -2T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e(t) \\ y(Dz(t)) \end{bmatrix} \\ &\triangleq \begin{bmatrix} PA - PKC + A^T P - C^T K^T P & PH + D^T W^T T \\ T^T W D + H^T P^T & -2T \end{bmatrix} = (C) \end{aligned}$$

且有  $V = PK$ , 则  $K = P^{-1}V$ , 代入 (C) 中得

$$\begin{bmatrix} PA - VC + A^T P - C^T V^T & PH + D^T W^T T \\ T^T W D + H^T P^T & -2T \end{bmatrix}$$

其中  $W=1$

此时若  $P > 0$ , 则有  $V(e(t)) > 0$ , (C)  $< 0$ , 则  $\dot{V}(e(t)) < 0$ , 由第二节中的稳定性判据原理, 可得此时系统是渐近稳定的。

**Theorem 1.** Synchronization of master-slave system can be achieved by the controller  $u(t)$ , if there exist a symmetric matrix  $P$ , a diagonal matrix  $T$ , and any appropriate dimension matrix  $V$  such that the following LMIs holds

$$P > 0, \quad T > 0, \quad \begin{bmatrix} PA - VC + A^T P - C^T V^T & PH + D^T W^T T \\ T^T W D + H^T P^T & -2T \end{bmatrix} < 0 \quad (14)$$

and the control gain can be obtained as

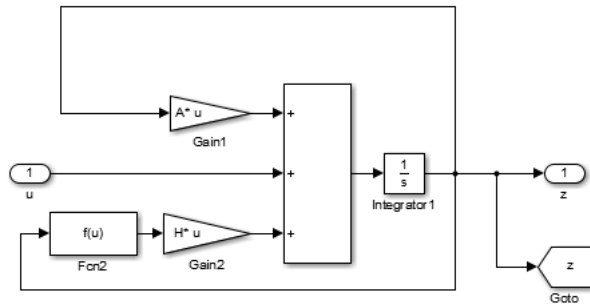
$$K = P^{-1}V$$



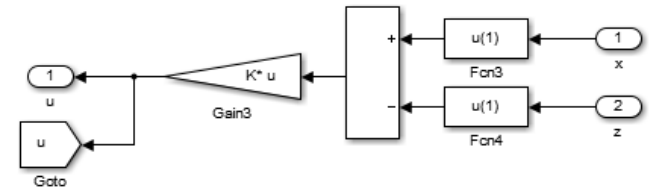
# 蔡氏电路系统

➤ 仿真验证（同时尝试使用子系统建立和封装等功能）

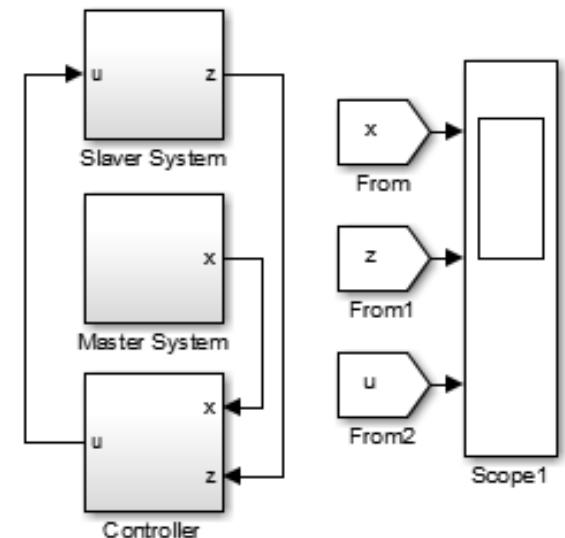
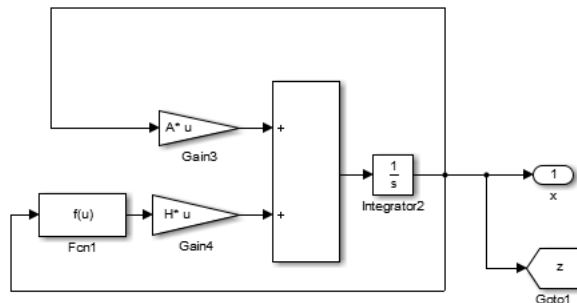
$$\mathcal{M}: \begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + H\sigma(Dx(t)) \\ p(t) = Cx(t) \end{cases}$$



$$\mathcal{C}: u(t) = K(p(t) - q(t))$$



$$\mathcal{S}: \begin{cases} \dot{z}(t) = Az(t) + H\sigma(Dz(t)) + u(t) \\ q(t) = Cz(t) \end{cases}$$



# 蔡氏电路系统

## ➤ 应用：保密通信【选做】

- ❑ 发送端：把混沌信号（主系统产生）加入待发信息中，加密
- ❑ 网络中：传输的混合信号（待发信号+混沌信号）
- ❑ 接收端：把收到混合信号去掉混沌信号（从系统产生），解密
- ❑ 就需要保证主系统和从系统同步

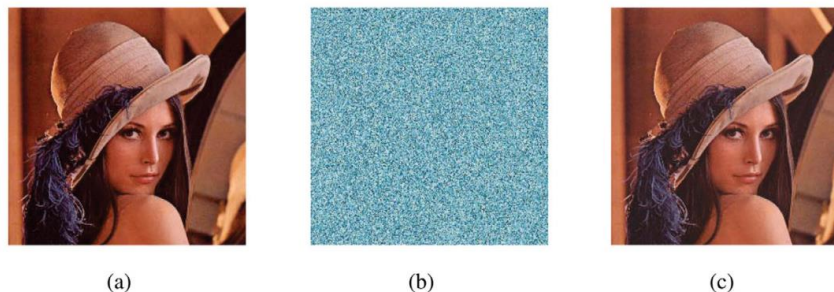
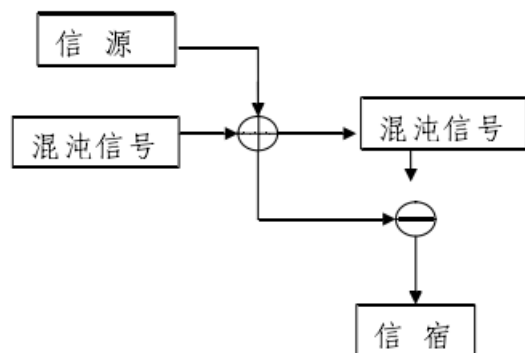


Fig. 7. (a) Original image. (b) Encrypted image. (c) Decrypted image.

# 蔡氏电路系统

---

➤ 电路实现【选做】

**谢谢！**