

מבני נתונים - 89-120 תרגיל 6 *

אבישי ינאי שי גולן

ד' בסיון, תשע"ו
10 ביוני 2016

תאריך הגשה: ט"ז סיון התשע"ו, 22/06/16

הוראות הגשה: ההגשה ביחידים. כל סטודנט נדרש לחשוב, לפתור ולכתוב את התרגיל בעצמו. מותר להתייעץ עם סטודנטים אחרים אך חל איסור מוחלט להחזיק ולהעזר בתרגיל כתוב של סטודנט אחר. חובה על כל סטודנט לכתוב את התרגיל בעצמו. חצי מהשאלות ייבדקו אך נדרש לענות על כל השאלות.

ההגשה תתבצע לכתובת המייל ds.biu.2016@gmail.com
עליכם לשלוח את התרגיל במדויק ע"פ ההוראות הללו:

1. כותרת המייל תהיה בפורמט:

Ex6#Id number#Student name

לדוגמא, אם מספר ת"ז של הסטודנט ישראלי הוא 123456789, כותרת המייל שעליו לשלוח היא:

Ex6#123456789#Israel Israeli

2. המייל יכיל קובץ מצורף אחד בדיוק בפורמט PDF שבו התשובות לתרגיל. ע"מ ליצור קובץ PDF מתמונות סרוקות ניתן ליצור מסמך word ולשומרו כ-PDF, להיעזר במדפסות PDF מקומיות או באתרי אינטרנט המציעים שירות שכזה.

תרגיל שלא יוגש בדיוק ע"פ ההוראות הללו פסגכן באי בדיקה. כאשר אתם מתבקשים לתאר אלגוריתם, עליכם להסביר היטב מדוע האלגוריתם שכתבתם פותר את הבעיה שנתבקשתם לפתור (כלומר להוכיח נכונות) ולנתח את זמן הריצה שלו במקרה הגרוע.

מומלץ לעבור על הסיכומים המופיעים באתר טרם פתרון התרגיל. לשאלת הבונוס מוקצות 100 נקודות, הנקודות יתחלקו בין הפותרים נכונה.

*השאלון מנוסח בלשון זכר אך מכוון לסטודנטיות באותה המידה, עמכן הסליחה.

שאלה 1 נתון עץ- B . הוכח או הפרך:

1. העץ המתקבל לאחר שתי הפעולות: הכנסה של איבר חדש x ומחיקה של x , זהה לעץ המקורי B .
2. העץ המתקבל לאחר שתי הפעולות: מחיקה של איבר הקיים בעץ x והכנסתו מחדש, זהה לעץ B המקורי.

שאלה 2 ראינו בתרגול מספר 3 כיצד לממש תור Q באמצעות שתי מחסניות S_1, S_2 . נזכיר את הרעיון:

- $\text{ENQUEUE}(Q, x)$ מבוצע ע"י $\text{PUSH}(S_1, x)$.
- $\text{DEQUEUE}(Q)$ מבוצע כך:
 - אם S_2 לא ריקה - מוחזר $\text{POP}(S_2)$.
 - אחרת מעבירים את כל האיברים השמורים ב S_1 ל S_2 ומחזירים $\text{POP}(S_2)$.

הראינו את נכונות האלגוריתם בתרגול.
כל פעולת POP ו PUSH על כל אחת מהמחסניות לוקחת יחידת זמן אחת.

1. מה זמן הריצה של כל אחת מפעולות התור במקרה הגרוע?
2. נתח את העלות לשיעורין של כל פעולה הנעשית על המבנה בשיטת הצבירה.
3. נתח את העלות לשיעורין של כל פעולה הנעשית על המבנה בשיטת החיובים.
4. נתח את העלות לשיעורין של כל פעולה הנעשית על המבנה בשיטת הפוטנציאל.

שאלה 3 למדתם בהרצאה אלגוריתם דטרמיניסטי למציאת חציון בזמן $O(n)$ (האלגוריתם של פלויד וריבסט - 1975).
הציעו אלגוריתם למציאת ערך המיקום ה- k (כלומר המספר ה- k בגודלו) במערך נתון A בזמן מהיר ככל הניתן.

שאלה 4 ראיתם בהרצאה שזמן הריצה של האלגוריתם למציאת חציון הוא:

$$T(n) \leq T\left(\frac{3n}{4}\right) + T\left(\frac{n}{5}\right) + O(n)$$

הוכיחו באופן כללי, שנוסחת הנסיגה $T(n) = 1$ עבור כל $n \leq n_0$:

$$T(n) = T(an) + T(bn) + n$$

עבור $n > n_o$ כך ש $a + b < 1$ פתרונה הוא $T(n) = O(n)$.
הדרכה: הוכיחו באינדוקציה ש $T(n) \leq cn$ עבור c מתאים.

שאלה 5 שאלת בונוס:

למדתם בהרצאה על ביצוע פעולת הכנסה לערימה בינומית בתור מיזוג (MELD) של ערימה עם איבר אחד והערימה המקורית. הפעולה הזו היא כמו הוספה של 1 למונה בינארית ולכן עולה לשיעורין $O(1)$ זמן, כפי שראינו בתרגול.

הציעו שיטה לדח-אמורטיזציה, כלומר ערימה בינומית בה הכנסה תקח **במקרה הגרוע** זמן קבוע, ללא פגיעה בזמן הריצה (בסדר גודל) של שאר פעולות הערימה (הכנסה, הוצאת מינימום, מיזוג שתי ערימות).