

Théorie de la gravitation

ULB MA | 2023-2024 | Prof. Stéphane DETOURNAY

Chapitre 1: Introduction

Notes manuscrites (scannées)

Antoine Dierckx • ant.dierckx@gmail.com

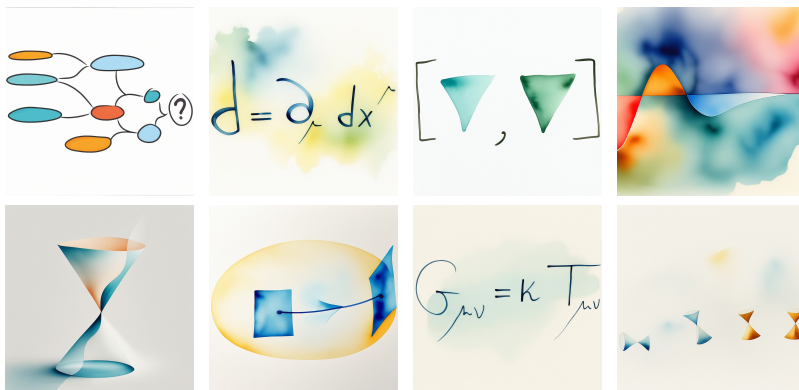
Attention: uniquement le chapitre 1 ici. Ce document DocHub contient **uniquement le premier chapitre**. L'ensemble des chapitres, des notes personnelles, des corrections d'exercices et une liste d'ouvrages de référence se trouvent sur mon site web.

- **Tous les chapitres :** voir la page du cours
- **Corrections d'exercices & travaux personnels :** voir la page principale.
- **Ouvrages de référence :** voir la section bouquin.

Accéder au reste : scannez ou cliquez ici



<https://adierckx.github.io/NotesAndSummaries/Master/MA1/PHYS-F-432>



Avertissement. Les notes publiées ici sont basées sur ma compréhension des cours et n'ont pas fait l'objet d'un examen ou d'une vérification indépendante. J'espère qu'elles sont utiles, mais il peut y avoir des erreurs ou des inexactitudes. Si vous trouvez des erreurs ou si vous avez des suggestions d'amélioration, n'hésitez pas à me contacter à l'adresse suivante : ant.dierckx@gmail.com. Merci !

THEORIE DE LA GRAVITATION

PHYS-F 432 - Stéphane Détournay

Rien n'est établi

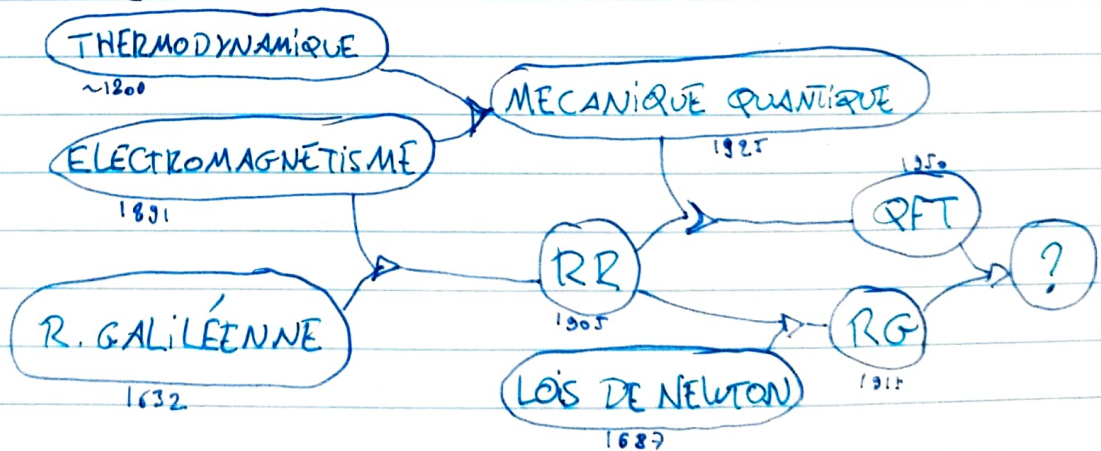
I INTRO - CONTEXTE - OBJECTIF

① Intro:

- But du cours: fournir une intro à la RG (relativité générale) (1915) d'Einstein.
 - Description moderne de l'interaction gravitationnelle.
 - gravitation se manifeste par une courbure de l'ET (espace-temps).
 - Forme générique: $G_{\mu\nu} = \kappa T_{\mu\nu}$

② Nécessité de la RG:

- La RR (relativité restreinte) est née d'une contradiction entre les équations de Maxwell (vitesse de la lumière absolue) et les lois du mouvement de Galilée (addition des vitesses)
- La GR résout la contradiction entre la RR et la gravitation newtonienne.



③ Contradictions entre la RR et Newton:

① Propagation instantanée:

② Invariance de Lorentz:

La force $\vec{F} = G \frac{m \cdot M}{r^2} \cdot \vec{Tr} = m \cdot \vec{g}_M$ est invariante sous

les transformations de Galilée:

$$\begin{cases} t' = t & y' = y & \text{puisque } |\vec{v}|^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 \\ x' = x - vt & z' = z & = \Delta x'^2 + \Delta y'^2 + \Delta z'^2 = |\vec{v}'|^2 \end{cases}$$

Mais cette force n'est pas invariante sous les transformations de Lorentz reliant 2 observateurs inertiels :

$$\begin{cases} t' = \gamma(t - vx/c^2) & y' = y & \text{où } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\ x' = \gamma(x - vt) & z' = z \end{cases}$$

③ Non linéarité d'une théorie relativiste de la gravitation

D'après la RR, la masse est une forme d'énergie. Or, la gravité couple à la masse \Rightarrow elle doit aussi coupler à l'énergie, et donc en particulier à l'énergie gravitationnelle, donc à elle-même. Or, la loi Newtonienne est linéaire :

$$\Delta \Phi = 4\pi G \rho$$

④ Comparaison avec l'EM :

La force coulombienne entre 2 charges ponctuelles et stationnaires est :

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{|\vec{r}|^2} \cdot \vec{r} \equiv q_1 \vec{E}_2$$

\rightarrow Même reprocher qu'à la loi de Newton. \leadsto équations de Maxwell :

$$\begin{cases} \partial_\mu F^{\mu\nu} = \mu_0 J^\nu \\ F_{[\mu\nu, \lambda]} = 0 \end{cases}$$

où $F_{\mu\nu}$ est le tenseur de Faraday : $F_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & E_x/c & E_y/c & E_z/c \\ -E_x/c & 0 & -B_z & B_y \\ -E_y/c & B_z & 0 & -B_x \\ -E_z/c & B_y & B_x & 0 \end{pmatrix}$
 et $J^\mu = (c\rho, \vec{J})$

\rightarrow La force coulombienne est alors changée pour la force de Lorentz :

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) ; F^\mu = q u_\nu F^{\mu\nu}$$

avec : $F^\mu \equiv dp^\mu/d\tau$, $p^\mu \equiv (\gamma mc, m\vec{v})$ et $u_\mu \equiv dx_\mu/d\tau$

\hookrightarrow La force de Lorentz est covariante

\rightarrow Formulation en terme de potentiel :

$(\vec{E}, \vec{B}) \leftrightarrow A_\mu \equiv (-\phi/c, \vec{A})$. On a $\vec{E} = -\nabla\phi - \partial_t \vec{A}$ et

$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$, ou en formulation covariante :

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$$

Principe d'équivalence

"L'idée la plus heureuse de ma vie".

→ Découle de 2 observations :

① L'effet de la gravité est universel.

② La gravité est toujours attractive. On ne peut pas écranter la gravitation (en EM, on a la cage de Faraday).

→ La gravité est partout et affecte tout les corps de la même manière.

→ Élément central du principe d'équivalence : égalité entre masse inerte m_i et masse gravitationnelle m_g .

Masse inertielle

$$\vec{F} = m_i \cdot \vec{a}$$

Masse gravitationnelle

$$\vec{F} = m_g \cdot \vec{g}$$

$$\rightarrow \vec{a} = \frac{m_g}{m_i} \cdot \vec{g}$$

Experimentalement, on trouve $|1 - m_i/m_g| \leq 10^{-14}$.

② L'ascenseur d'Einstein :

→ On suppose une personne dans un cabine d'ascenseur fermée.

① La personne sent une force l'attire vers le bas :



L'ascenseur se trouve dans un champ de pesanteur. Cette force est la gravité.

L'ascenseur est accélérée vers le haut, en dehors de tout champ gravitationnel.

② La personne ne sent aucune force agissant sur elle.



L'ascenseur est en chute libre dans le champ de gravitation terrestre.

L'ascenseur est dans l'espace, loin de tout champ gravitationnel.

→ Dans ce référentiel, les lois physiques en l'absence de gravité doivent être applicables.

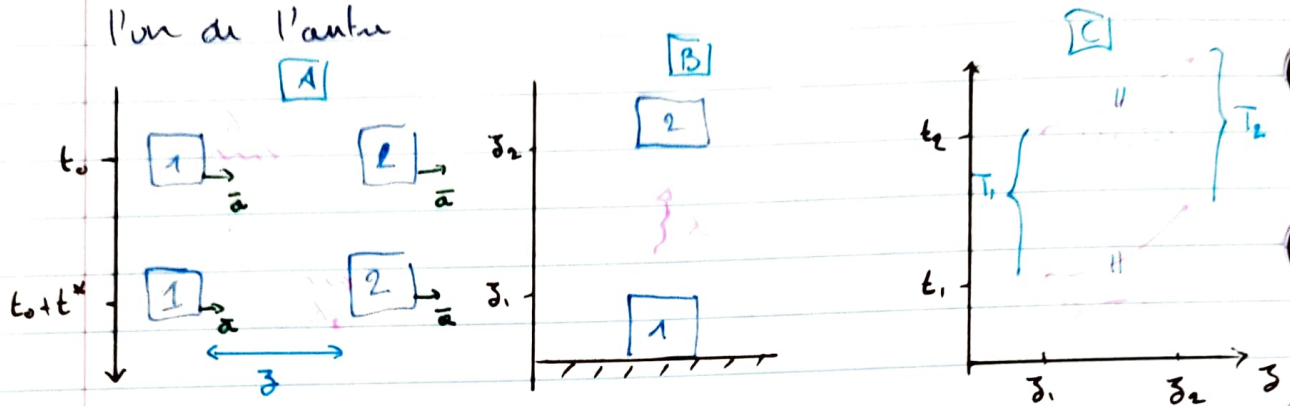
DEF

Principe d'équivalence (1) : En tout point de l'E-T, il est possible de choisir un système de coordonnées, tel que, localement, autour de ce point, les lois de la Nature prennent la même forme qu'en l'absence de gravitation dans un référentiel inertiel. [Weinberg]

DEF : Principe d'équivalence (2): Localement, aucune expérience ne permet de faire la distinction entre un champ de gravitation et une accélération uniforme [Hawking]

② Conséquence du Principe d'Équivalence (PE):

Considérons 2 fusées d'accélération \vec{a} situées à une distance z l'une de l'autre



→ à l'instant t_0 , un γ est émis par 1. Au 1^{er} ordre en v/c , le γ est réceptionné en $t^* = z/c$.

→ La vitesse de 2 lorsqu'il reçoit le γ est: $v_r = v_{em} + a \cdot z/c$. Par effet Doppler, on a:

$$\text{redshift } z = \frac{\lambda_r - \lambda_e}{\lambda_e} = \frac{v_r - v_e}{c} = \frac{a \cdot z}{c^2}$$

→ En vertu de PE, [A] est équivalent à [B]:

$$\frac{\lambda_r - \lambda_e}{\lambda_e} = \frac{g \cdot z}{c^2}$$

→ Si après une période, on renvoie un 2^e flash ([C]), on s'aperçoit que les périodes sont \neq : $T_2 > T_1$

→ Conclusion: le temps s'écoule plus rapidement quand on s'éloigne d'un champ de gravitation. C'est le redshift gravitationnel