

7

LES OSCILLATIONS DE NEUTRINOS

7.1 Les neutrinos du Modèle Standard minimum

⊙ Prédiction:

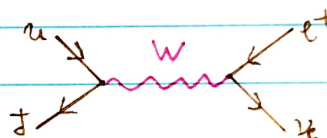
→ Radioactivité β : ${}^3_1\text{H}^+ \rightarrow {}^3_2\text{He}^{2+} + {}^0_{-1}\text{e}^- + \bar{\nu}_e$

Ne semble pas respecter la conservation de p^M

↳ Hypothèse de Pauli (1930): $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$

→ Le neutrino est un lepton de spin 1/2, de masse et de charge électrique nulle (donc pas de moment magnétique), de charge de couleur nulle.

⊙ Premières observations:



→ Cowan et Reines en 1956 via $\bar{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+$
produit par un réacteur nucléaire ↳ Cible d'eau

↳ 2 processus: $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma$ détectés par les photomultiplicateurs
 $n + {}^{108}\text{Cd} \rightarrow {}^{108}\text{Cd} + \gamma$, γ détecté par les photomultiplicateurs

→ On observe par $\nu + n \rightarrow p + e^- \rightsquigarrow \nu \neq \bar{\nu}$?

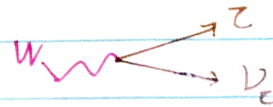
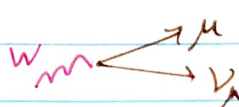
→ Il y a plusieurs types de neutrinos.

→ Hypothèse vérifiée via $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu$ car $\nu_\mu + N \rightarrow \mu^- + X$

$\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}$ mais $\nu_\mu + N \not\rightarrow e^- + X$

DEF Les saveurs d'un neutrino est définie par la nature du lepton qui l'accompagne dans la désintégration du W.

Prop Lors d'une interaction, la saveur d'un neutrino est conservée.



→ On introduit les nombres leptoniques L_e, L_μ, L_τ tous conservés indépendamment.

② Interactions à courant chargé CC :

→ 3 générations de ν couplées au W pour produire $\begin{pmatrix} e \\ \mu \\ \tau \end{pmatrix}$
↳ Les familles ne se mélangent pas

→ Universalité leptonique : même constante de couplage α_W pour les 3 familles.

① Interactions à courant neutre NC :

→ Les leptons neutres et chargés sont couplés au Z^0 .
↳ Les familles ne se mélangent pas

→ Universalité leptonique : $\hat{m} \propto z$ pour les 3 familles.

Chivalité :

→ L'hélicité du neutrino $h_\nu = -1$ et de l'anti-neutrino $h_{\bar{\nu}} = +1$
 $\hookrightarrow \nu_L$ $\hookrightarrow \bar{\nu}_R$
 On observe pas de ν_R ou de $\bar{\nu}_L$

→ On place dans les leptons + neutrinos dans des doublets gauche de $SU(2)$:
 $\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L$ et $\begin{pmatrix} \bar{\nu}_e \\ e^+ \end{pmatrix}_R$ avec e^-_R, e^+_R qui forment chacun un singulet de $U(1)$.

② Masse:

- La masse nulle des ν n'est pas fondamentale
- Tous les fermions sauf les ν ont des champs L et R.
- On observe des oscillations entre ν des \neq familles:

$$\nu_e \leftrightarrow \nu_\mu \leftrightarrow \nu_\tau$$

↳ Extensions possibles du M.S.

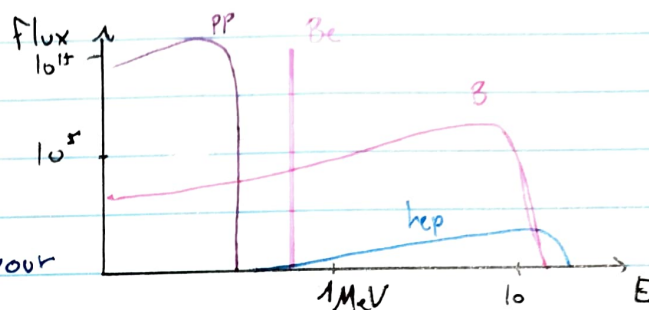
7.2 Le problème des neutrinos solaires

① Le contexte :

- Cycle de fusion du soleil : $4p \rightarrow {}^4\text{He}^{2+} + 2e^+ + 2\nu_e + \text{Energie}$
Mais que les γ prennent $\sim 10^5$ ans à sortir du Soleil, les neutrinos s'échappent directement. On reçoit $\sim 10^{10} \nu_e / \text{cm}^2 / \text{s}$

② Cycle pp :

- ν issue de pp nombreux mais trop peu énergétique
- On utilise les canaux Be et B pour les expériences.



③ L'expérience de Homestake :

- Détecteur souterrain (- du bruit de fond des rayons cosmique) pour observer les ν_e solaires
- 400 000 L de Cl_2C : $\nu_e + {}^{37}\text{Cl} \rightarrow {}^{37}\text{Ar} + e^-$ et $\tau_{\text{Ar}} \sim 50$ jours
- Et les ν_μ ? non car $m_\mu \sim 100 \text{ MeV}$ et $E_{\nu \text{ solaire}} < 19 \text{ MeV}$
Il faut 0,8 MeV pour déclencher la réaction et $E_{\nu, \text{Be}} = 0,86 \text{ MeV}$
- Toutes les 20 jours, on extrait l'argon de la cuve par des processus chimique. On trouve 10 ~ 20 atomes d'argon.
- Le flux mesuré par Davis est 1/3 de celui prédit par le modèle standard du soleil. → problème des neutrinos solaires

④ La solution :

- Pendant 30 ans : vérification, calibration, ≠ détection
- En 2002, on démontre l'existence d'oscillations $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ et $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$.

7.3 Le mélange de neutrinos

→ En 1963, un mécanisme d'oscillation est proposé.

DEF On définit les états propres de masse ν_1, ν_2, ν_3 reliés aux états propres de saveurs ν_e, ν_μ, ν_τ par une matrice 3×3 de mélange des neutrinos, unitaire U . C'est la matrice P-MNS.

$$\begin{bmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu 1} & U_{\mu 2} & U_{\mu 3} \\ U_{\tau 1} & U_{\tau 2} & U_{\tau 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{bmatrix}$$

→ En supposant que les masses des états propres de masse soit distinctes, la fonction d'onde d'un ν_e évolue selon:

$$|\nu(t=0)\rangle = |\nu_e\rangle = U_{e1}|\nu_1\rangle + U_{e2}|\nu_2\rangle + U_{e3}|\nu_3\rangle$$

$$|\nu(t>0)\rangle = U_{e1}e^{-iE_1t}|\nu_1\rangle + U_{e2}e^{-iE_2t}|\nu_2\rangle + U_{e3}e^{-iE_3t}|\nu_3\rangle \neq |\nu_e\rangle$$

↳ Oscillation $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ (par exemple).

7.3.1 Mélange avec 2 neutrinos:

→ Pour simplifier, considérons seulement 2 neutrinos: ν_e et ν_μ .

$$\hookrightarrow \text{On a: } |\nu\rangle = \sum_{k=1}^2 U_{ek} |\nu_k\rangle$$

$$|\nu_e\rangle = \cos\theta |\nu_1\rangle + \sin\theta |\nu_2\rangle \Leftrightarrow |\nu_1\rangle = \cos\theta |\nu_e\rangle - \sin\theta |\nu_\mu\rangle$$

$$|\nu_\mu\rangle = \sin\theta |\nu_1\rangle + \cos\theta |\nu_2\rangle$$

→ On suppose un ν_e en $t=0$. $|\nu_e(0)\rangle = |1\rangle$ $|\nu_\mu(0)\rangle = |0\rangle$

$$\hookrightarrow |\nu_1(0)\rangle = \cos\theta |1\rangle \quad |\nu_2(0)\rangle = \sin\theta |1\rangle$$

$$\hookrightarrow |\nu_\mu(t)\rangle = -\sin\theta |\nu_1(t)\rangle + \cos\theta |\nu_2(t)\rangle$$

$$= -\sin\theta e^{-iE_1t} |\nu_1(0)\rangle + \cos\theta e^{-iE_2t} |\nu_2(0)\rangle$$

$$= -\sin\theta e^{-iE_1t} \cos\theta |1\rangle + \cos\theta e^{-iE_2t} \sin\theta |1\rangle$$

$$= \frac{1}{2} \sin(2\theta) (e^{-iE_1t} - e^{-iE_2t}) |1\rangle$$

$$2\sin\theta \cos\theta = \sin(2\theta)$$

$$\hookrightarrow P_{e \rightarrow \mu} = |\nu_\mu(t)|^2 = \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\frac{E_2 - E_1}{2} t\right)$$

$$\text{En effet, } |e^{-iE_1t} - e^{-iE_2t}|^2 = 2 - 2\cos(\Delta E t) = 4\sin^2\left(\frac{\Delta E t}{2}\right)$$

→ Dans le cas de particules ultrarelativistes, on a :

$$\left. \begin{aligned} E^2 &= p^2 + m^2 = p^2 \left(1 + \frac{m^2}{p^2} \right) \\ E &\approx p \left(1 + \frac{m^2}{2p^2} \right) = p + \frac{m^2}{2p} \end{aligned} \right\} E_2 - E_1 \approx \frac{m_2^2 - m_1^2}{2E}$$

On obtient finalement :

$$P_{e \rightarrow \mu} = \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\frac{m_2^2 - m_1^2}{4E} L\right)$$

Si on pose $L \approx ct$ la distance parcourue, on a :

$$P_{e \rightarrow \mu} = \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\frac{(m_2^2 - m_1^2)c^3}{4\hbar E} L\right) \quad \text{où} \quad L \equiv \lambda_{\text{osc}} = \frac{2\pi E}{m_2^2 - m_1^2}$$

→ Après avoir parcouru une distance L_{osc} , la proba d'oscillation atteint son maximum.

→ 2 ingrédients nécessaires pour avoir des oscillations :

$$\theta \neq 0$$

$$m_1 \neq m_2$$

→ A cause de la dépendance en $\sin^2\theta$, il y a une ambiguïté en $(\theta, \frac{\pi}{2} - \theta)$

7.3.2 Généralisation à 3 neutrinos :

→ On considère une matrice 3×3 unitaire $\left(\sum_{k=1}^3 |U_{ek}|^2 = 1\right)$. On peut la paramétriser, par exemple PMNS (comme la matrice CKM).

→ On suppose un ν_e crée en $L=0$: $|\nu_e(L=0)\rangle = \sum_{k=1}^3 U_{ek} |\nu_k(L=0)\rangle$

Les états propres de masse ν_k évoluent selon :

$$|\nu_k(L)\rangle = \exp\left\{-i\left(\frac{m_k^2}{2E}\right)L\right\} |\nu_k(L=0)\rangle. \text{ Donc :}$$

$$|\nu_e(L)\rangle = \sum_{k=1}^3 U_{ek} \exp\left\{-i\left(\frac{m_k^2}{2E}\right)L\right\} |\nu_k\rangle$$

$$\text{Or, } |\nu_k\rangle = \sum_{e'} U_{e'k}^* |\nu_{e'}\rangle. \text{ Ainsi,}$$

$$|\nu_e(L)\rangle = \sum_{k=1}^3 \left(U_{ek} e^{-i\frac{m_k^2}{2E}L} \sum_{e'} U_{e'k}^* |\nu_{e'}\rangle \right) \text{ et donc}$$

$$\begin{aligned} P(\nu_e(L=0) \rightarrow \nu_{e'}(L)) &= |\langle \nu_{e'} | \nu_e(L) \rangle|^2 \\ &= \left| \sum_{k=1}^3 U_{ek} e^{-i\frac{m_k^2}{2E}L} U_{e'k}^* \right|^2 \end{aligned}$$

On obtient une probabilité :

$$P(\nu_e(L=0) \rightarrow \nu_e(L)) = \delta_{ee'} - 4 \sum_{k' > k}^{1,3} \text{Re} \{ U_{ek'}^* U_{ek} U_{ek'} U_{ek}^* \} \\ \times \sin^2 \frac{\Delta m_{k'k}^2 L}{4E} + 2 \sum_{k' > k}^{1,3} \text{Im} \{ U_{ek'}^* U_{ek} U_{ek'} U_{ek}^* \} \sin \frac{\Delta m_{k'k}^2 L}{2E}$$

= 0 si pas de violation CP

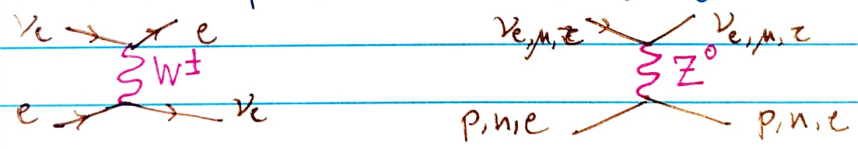
avec $\Delta m_{k'k}^2 \equiv m_{k'}^2 - m_k^2$

→ Il y a 6 paramètres : 3 angles de mélange $\theta_{12}, \theta_{23}, \theta_{13}$,
2 termes de masse : $\Delta m_{k'k}^2$ et le terme de violation CP.

7.3.3 Effets dus à la matière traversée

DEF Les effets de matière sont des effets supplémentaires dus aux interactions entre la matière et les neutrinos, qui modifient l'oscillation.

→ Toutes les saveurs de neutrinos peuvent interagir avec la matière
? par courant neutre (droite), mais seuls les ν_e interagissent avec les e^- atomique par courant chargé (gauche).



→ Ces processus ne modifient pas la saveur des neutrinos.

→ Les interactions à CC ajoute un terme de potentiel V_W (propre aux ν_e) et celle à CN ajoute V_Z (pour tout le monde).

Dans le cas à 2 saveurs, on a :

$$H_{mat} = H_{vide} + V_W \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + V_Z \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ = H_{vide} + \underbrace{V_W \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}}_{\text{seul terme pouvant modifier les probas. d'oscillation}} + V_W \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + V_Z \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

→ Les gaps de H_{mat} sont \neq de celles de H_{vide} et conduisent à des valeurs différentes de différence de masse et d'angle de mélange.

En effet, on a: $\Delta m_{mat}^2 = \Delta m^2 \sqrt{\sin^2 2\theta + (\cos 2\theta - x)^2}$

avec $x = \frac{V_W / 2}{\Delta m^2 / 4E}$

et $\sin^2 2\theta_{mat} = \frac{\sin^2 2\theta}{\sin^2 2\theta + (\cos 2\theta - x)^2} \rightarrow \text{résonance si } x = \cos(2\theta)$

↳ La matière peut augmenter énormément les oscillations, mais pas les créer.

↳ La forme fonctionnelle des proba. de transition se change pas:

$$P_{\alpha\beta} = \sin^2(2\theta_{mat}) \sin^2\left(\frac{(m_L^2 - m_S^2)_{mat} c^3 L}{4\hbar E}\right)$$

↳ Il existe une énergie de résonance E_R pour laquelle le mélange est maximum, même si l'amplitude de mélange est faible dans le vide.

[8] OSCILLATIONS DES NEUTRINOS SOLAIRES ET ATMOSPHERIQUES

8.1 Caractéristiques des sources et des détecteurs

→ Les expériences d'oscillations de ν sont fjs souterrains (muons cosmiques) et avec des cibles massives ($\sim 10^5 \text{ kg}$, car $\sigma_{\nu} \ll 1$)

→ On peut classer les sources de neutrinos en fonction de leur énergie.

