

CH4 NUCLEOSYNTHESE PRIMORDIALE

→ Référence: Kolb-Turner, the Early Universe p 87 à 99

4.1 Equilibre statistique nucléaire (NSE)

PROP La densité d'un noyau : avec A nucléons, Z proton, non relatif et en équilibre critique est donné par: $\Leftrightarrow T \ll m_i$

$$n_i = g_i \left(\frac{m_i T}{2\pi} \right)^{3/2} \exp \left\{ \frac{m_i - m_i}{T} \right\}$$

Si en plus, i est en équilibre chimique avec p et n , alors

$$m_i = Z_i m_p + (A_i - Z_i) m_n$$

→ Pour un proton: $n_p = 2 \left(\frac{m_p T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{(m_p - m_p)/T}$ et pour un

$$\text{neutron: } n_n = 2 \left(\frac{m_n T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{(m_n - m_n)/T}$$

DEF L'énergie de liaison nucléaire B_i est définie par

$$B_i = Z_i m_p + (A_i - Z_i) m_n - m_i$$

PROP On peut réexprimer la densité nucléon:

$$n_i = g_i A_i^{3/2} 2^{-A_i} \left(\frac{2\pi}{m_{NT}} \right)^{\frac{3}{2}(A_i-1)} n_p^{Z_i} n_n^{A_i-Z_i} e^{B_i/T}$$

[DEMO] En effet, on a:

$$\exp \left\{ \frac{Z_i m_p}{T} \right\} = \exp \left\{ \frac{Z_i m_p}{T} \right\} n_p^{Z_i} 2^{-Z_i} \cdot \left(\frac{2\pi}{m_{NT}} \right)^{\frac{3}{2} \cdot Z_i}$$

$$\exp \left\{ \frac{(A_i - Z_i) m_n}{T} \right\} = \exp \left\{ \frac{(A_i - Z_i) m_n}{T} \right\} n_n^{A_i - Z_i} 2^{-A_i + Z_i} \left(\frac{2\pi}{m_{NT}} \right)^{\frac{3}{2} \cdot (A_i - Z_i)}$$

On trouve alors:

$$\exp \left\{ \frac{m_i}{T} \right\} = \exp \left\{ \frac{Z_i m_p + (A_i - Z_i) m_n}{T} \right\} = n_p^{Z_i} n_n^{A_i - Z_i} 2^{-A_i} \left(\frac{2\pi}{m_{NT}} \right)^{\frac{3}{2} A_i}$$

Et ainsi,

$$n_i = g_i A_i^{3/2} 2^{-A_i} \left(\frac{2\pi}{m_{NT}} \right)^{\frac{3}{2}(A_i-1)} n_p^{Z_i} n_n^{A_i-Z_i} e^{B_i/T} \times \exp \left[(Z_i m_p + (A_i - Z_i) m_n) / T \right]$$

→ Quelques valeurs d'énergie de liaison:

Z	B _i	B _i /A _i	g _i
D = 2H	2,92 MeV	1,1 MeV	3
3H	8,98 MeV	2,3 MeV	2
³ He	7,72 MeV	2,6 MeV	2
⁴ He	28,3 MeV	7,1 MeV	1

DEF On définit la fraction de masse X_i selon:

$$X_i = \frac{n_i \cdot A_i}{n_N} \text{ avec } n_N = n_n + n_p + \sum_i A_i n_i$$

$$\hookrightarrow \text{On a bien } \sum_i X_i = 1$$

(p23) → Le ratio baryon-photon est $\eta = \frac{n_N}{n_\gamma}$ et la densité de γ est $n_\gamma = \frac{2}{\pi^2} S(3) T^3$

PROP La fraction de masse à l'équilibre statistique nucléaire est donnée par l'équation de Saha:

$$X_i = g_i \left(\frac{g(3)^{A_i-1}}{\pi} \frac{(1-A_i)^{1/2}}{2^{(3A_i-5)/2}} A_i^{5/2} \left(\frac{T}{m_N} \right)^{3(A_i-1)/2} \left(\frac{g_{*s}(T)}{g_{*s}(T_0)} \right)^{A_i-1} \times \eta^{A_i-1} X_p^{Z_i} X_n^{A_i-Z_i} e^{B_i/T} \right)$$

DÉMO En partant de la définition, on a:

$$X_i = \frac{n_i A_i}{n_N} = g_i A_i^{3/2} 2^{-A_i} \left(\frac{2\pi}{m_N T} \right)^{3/2(A_i-1)} n_p^{Z_i} n_n^{A_i-Z_i} e^{B_i/T} \cdot \frac{A_i}{n_N}$$

Or, $n_p = n_N \cdot X_p$ et $n_n = n_N \cdot X_n$. Ainsi,

$$n_p^{Z_i} n_n^{A_i-Z_i} = X_p^{Z_i} X_n^{A_i-Z_i} \cdot n_N^{A_i}$$

$$\text{De plus, } n_N^{-1+A_i} = (\eta \cdot n_\gamma)^{A_i-1} = \eta^{A_i-1} \cdot \left(\frac{g_{*s}(T)}{g_{*s}(T_0)} \right)^{A_i-1} \cdot \left(\frac{2}{\pi^2} S(3) T^3 \right)^{A_i-1}$$

Ainsi,

$$X_i = g_i \cdot A_i^{3/2} \cdot 2^{-A_i + \frac{3}{2}(A_i-1) + A_i-1} \cdot \pi^{\frac{3}{2}(A_i-1) - 2(A_i-1)} \cdot \left(\frac{1}{m_N} \right)^{3/2(A_i-1)} \cdot T^{3/2(1-A_i) + 3(A_i-1)}$$

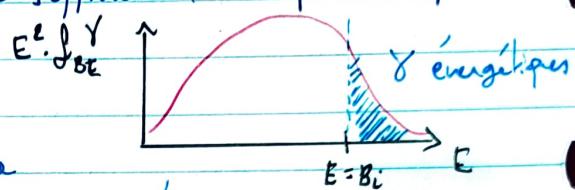
$$\times X_p^{Z_i} X_n^{A_i-Z_i} \cdot S(3)^{A_i-1} \cdot \eta^{A_i-1} \cdot e^{B_i/T} = g_i A_i^{3/2} 2^{(3A_i-5)/2} \cdot \pi^{(1-A_i)/2} \cdot \left(\frac{1}{m_N} \right)^{3/2(A_i-1)} \cdot T^{3/2(A_i-1)} \cdot X_p^{Z_i} \cdot X_n^{A_i-Z_i}$$

$$\times g(3)^{A_i-1} \cdot \eta^{A_i-1} \cdot e^{B_i/T} \cdot \left(\frac{g_{*s}(T)}{g_{*s}(T_0)} \right)^{A_i-1}$$

→ À l'équilibre nucléaire statistique, pour $m_N \gg T > B_i$, on a
 $X_i \approx \eta^{A_i-1} e^{-B_i/T} \ll 1$

Il y a trop de photons d'énergie $T > B_i$ qui cassent les noyaux.
 → Il n'y a que des neutrons et protons.

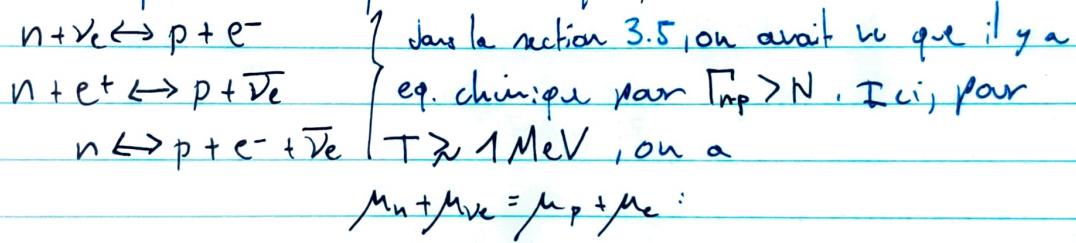
→ Pour avoir $X_i \approx 1$, la température doit bien en dessous de B_i car η est petit (\Leftrightarrow bcp de photons). Si bcp de photon, la queue de la distribution f_{BE}^Y contient encore suffisamment de photons pour casser les noyaux:



→ Remarque: $\eta \ll 1$ car $T \ll m_{p,n}$: la catastrophe d'annihilation pour les baryons a déjà eu lieu.

4.2 Rapport neutron-proton

→ Les processus permettant l'équilibre chimique p-n sont:



→ Le rapport des densités est alors

$$\frac{n_n}{n_p} = \exp \left\{ \frac{m_n - m_p - (\mu_p - \mu_n)}{T} \right\} = \exp \left\{ -\frac{Q}{T} + \frac{\mu_e - \mu_{\nu_e}}{T} \right\}$$

$$\text{où } Q \equiv m_n - m_p \approx 1,3 \text{ MeV}$$

→ Potentiel chimique des électrons:

Si on a $\frac{n_e}{n_\gamma} = \frac{n_p}{n_\gamma} \approx 1$ (aujourd'hui), alors lorsque $T \gtrsim m_e$:

$$n_e \sim n_{e^+} \Rightarrow n_{e^-} \sim n_{e^+} \quad (\text{comme } n_b \sim n_{\bar{b}} \gg n_l - n_{\bar{l}} \text{ lorsque } T \gtrsim m_p)$$

→ Puisque $T \gtrsim 1 \text{ MeV}$, on a également $e^+ e^- \leftrightarrow \gamma\gamma$, alors $\mu_{e^+} = -\mu_{e^-}$

$$\text{Alors } m_e \ll T \sim Q \Rightarrow Q/T \gg m_e/T$$

→ lorsque $T \ll m_e$, on a $\mu_e \rightarrow m_e$ car $N \propto \exp(m_e - \mu_e)/T$

$$\text{on peut négliger } m_e: \quad \frac{n_n}{n_p} \approx \exp \left\{ -\frac{Q}{T} - \frac{m_{\nu_e}}{T} \right\}$$

→ Potentiel chimique des neutrinos:

↳ Les neutrinos n'ont pas de catastrophe d'annihilation car ce sont des reliques chaudes (on a tjs $\nu \sim n_\gamma$ aujourd'hui) mais on assume $m_\nu \approx 0$

→ On a alors le ratio neutron-proton suivant:

$$\frac{n_n}{n_p} = e^{-Q/T}$$

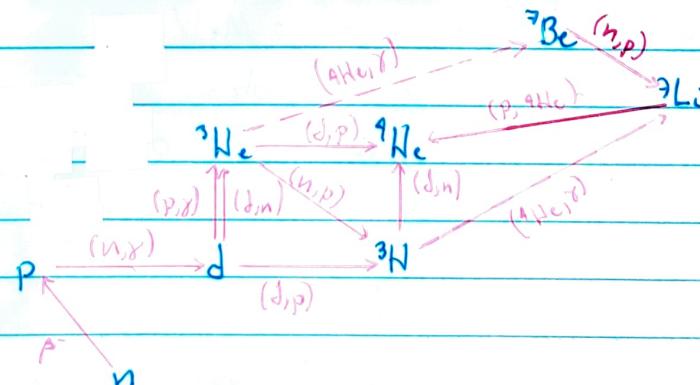
↳ Une fois que $T < Q = m_n - m_p$, l'énergie cinétique des p, e, ν est insuffisante pour créer $p \rightarrow n + \dots$, sauf en queue de distribution
⇒ suppression de Boltzmann

↳ Cette formule reste valable s'il y a équilibre chimique entre n et p : $\Gamma_{n-p} > N$, c'est à dire jusqu'à $T \approx 0,6$ MeV quand $\Gamma \approx N$

→ Remarque: on peut avoir suppression de Boltzmann et eq. chimique simultanément. C'est juste que les processus $n \rightarrow p$ sont plus fréquents que les $p \rightarrow n$

4.3 Chaînes de réactions nucléaires

→ Lorsque $q \ll 1$, il n'y a plus assez de baryons pour avoir des réactions à plus de 2 baryons. Le seul processus dans l'équilibre statique nucléaire est $n + p \rightarrow d + \gamma$ (d = deutérium). Ensuite:



↳ $d + p \rightarrow ^3He + \gamma$ et $d + d \rightarrow ^3H + p$: 3He et 3H formés seulement après d

↳ il y a un effet de goulot d'étranglement pour former du 7Be et du 7Li . Avant $T \approx 0,1$ MeV, le deutérium formé se sépare vers la fin, là où 4He est déjà stable à $T \approx 0,3$ MeV.

4.4 Barrière de Coulomb

- Lorsque la température atteint $T \approx 30$ keV, les nucléons n'ont plus une énergie suffisante pour passer la barrière de Coulomb et former des éléments plus lourds: c'est la fin de la nucléosynthèse primordiale.
- L'univers se comporte comme un réacteur à fusion nucléaire entre $T \approx 10$ MeV et $T \approx 30$ keV ($T \approx 10^9$ K comme à ITER).

4.5 Chronologie de la BBN (nucléosynthèse primordiale)

o) Pour $T \lesssim 22$ MeV :

$$\rightarrow (n_n + n_p).V = \text{cste} \text{ et } n_p = n_n = 0$$

→ post catastrophe d'annihilation des baryons

1) Pour $T \approx 10$ MeV $\ll m_{p,n}$

$$\rightarrow \text{Il n'y a que des n et p : } X_n = X_p = 1/2$$

La diff de masse $\Delta m = m_n - m_p$ est négligeable, les n et p sont en équilibre thermique

$$\rightarrow \text{Il n'y a presque pas de deutérium d : } X_d \propto \gamma e^{8iT} \approx 10^{-11}$$

Les γ ont suffisamment d'énergie pour dissocier d. Il y a NSE $p + n \rightleftharpoons d + \gamma$

2) Pour $T \approx 1$ MeV jusqu'à $T \approx 0,2$ MeV :

a) Découplage neutron - proton

$$\rightarrow n \leftrightarrow p \text{ découpent à } T_{n-p}^{\text{dec}} \approx 0,8 \text{ MeV lorsque } T = N$$

$$\rightarrow \frac{n_n}{n_p} = e^{-Q/T} \approx 1/6 \text{ lorsque } T = T_{p,n}^{\text{dec}}$$

$$\text{Donc } X_n \approx 1/6 \text{ et } X_p \approx 1 - X_n = 5/6 \text{ et } X_d \ll 1$$

b) Désintégration lente des neutrons

$$\rightarrow \text{Lorsque } T \lesssim 0,8 \text{ MeV, on a } n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e \text{ avec un temps de vie (non-relativiste) } \tau \approx 15 \text{ min, et donc une fraction de masse de } X_n = X_n \Big|_{T=T_{np}^{\text{dec}}} \cdot \exp \left\{ -\frac{(t - t_{n-p}^{\text{dec}})}{\tau} \right\}. \text{ On observe } X_n \rightarrow$$

c) Catastrophe d'annihilation des électrons

→ Lorsque $T \lesssim m_e$, on a $e^+ e^- \rightarrow \gamma\gamma$: annihilation.

On a un sursaut de température : $T_f \gg T_0$, vite contrebalancé par l'inflation.

→ Lorsque $T \approx 0,2 \text{ MeV}$, les e^\pm ont transféré la plupart de leur entropie en radiation :

$$g_* \approx 3,36 = g_*|_{t_0} \quad \text{et} \quad g_*^S \approx 3,91 = g_*^S|_{t_0}$$

→ Lorsque $T \approx 0,1 \text{ MeV}$, on a $X_n \approx 1/7$, $X_p \approx 6/7$ et $X_d \ll 1$

3) Pour $T \approx 0,15 \text{ MeV}$ jusqu'à $T \approx 0,05 \text{ MeV}$

C'est la nucléosynthèse primordiale

a) gâchot d'étranglement du deutérium.

→ Du ^4He aurait déjà pu être formé à $T \approx 0,3 \text{ MeV}$

(c'est à dire $X_{^4\text{He}}|_{T=0,3 \text{ MeV}} \approx 1$) mais n'a pas pu car il n'y

avait pas assez de deutérium $X_d \ll 1$. Ainsi, le ^4He n'était pas en équilibre statistique nucléaire. On avait que $n + p \leftrightarrow d + \gamma$

b) Formation de ^3He , ^3H , puis de ^4He

→ Une fois qu'il y a suffisamment de deutérium, $X_{^3\text{He}} \gg 1$ et $X_{^3\text{H}} \gg 1$, ce qui entraîne $X_{^4\text{He}} \gg 1$ (Il n'y a pas de γ suffisamment énergétique pour les dissocier puisqu'on avait déjà $X_{^3\text{He}}^{NSE} \approx X_{^4\text{He}}^{NSE} \approx 1$ avant)

On a: $X_4 = \frac{A_{^4\text{He}}}{n_N} = \frac{4(n_n/2)}{n_n + n_p} = \frac{2(\overbrace{n_n/n_p}^{\approx 1/7})}{1 + (\overbrace{n_n/n_p}^{\approx 1/7})} \approx 1/4$

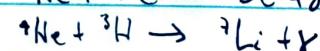
$$\text{et } n_{^4\text{He}}/n_{\text{proton}} \approx 1/12 ; \frac{n(p \text{ et } ^4\text{He})}{n(p \text{ free})} \approx 1/6$$

→ La densité de ^4He est limitée par le # de neutron disponibles, qui est seulement de $1/7 \cdot n_p$

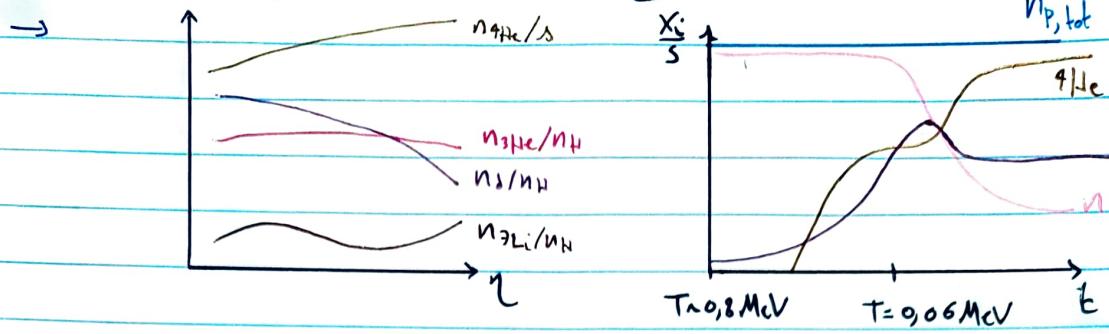
c) Barrière de Coulomb

→ Lorsque les ^4He sont formés, on pourrait s'attendre à $^4\text{He} \rightarrow ^{12}\text{C}$ (car Bi (^{12}C) important) mais en fait non: barrière de Coulomb et pas d'élément stable 5 et 8 (on ne peut pas former de ^{12}C en ajoutant un et p 1 pour 1).

→ On a seulement quelques $^4\text{He} + ^3\text{He} \rightarrow ^7\text{Be} + \gamma$



4) Équations de Boltzmann fonctions de $\eta = n_B/n_H$



↳ Lorsque $\eta \gg 1$, $n_p \gg n_n$ et $n_H \gg 1$, et donc $n_{^4\text{He}} \gg 1$ (car $x_{^4\text{He}}^{\text{NSE}} \approx 1$)

↳ Lorsque $\eta \ll 1$, $n_D \gg n_{^3\text{He}}$ car $n_{^4\text{He}} \gg 1$

→ Observaionnellement, on mesure $n_3/n_H = (2,53 \pm 0,04) \cdot 10^{-5}$

$$5 \cdot 10^{-10} < \eta < 6,6 \cdot 10^{-10} \Leftrightarrow 0,021 < R_B h^2 < 0,024$$

$$\Leftrightarrow 4,7\% < R_B < 5,3\%$$

→ En accord avec les anisotropies du CMB

→ En principe, les équations dépendent aussi de N_ν . On avait supposé que $N_\nu - N_{\bar{\nu}} = 0$. Si il y a une asymétrie, cela change la BBN ⇒ on peut mettre un borne supérieure sur cette asymétrie. (si $N_\nu \gg 1$, alors $g_\nu \gg 1$ et par ailleurs $g_\nu = N_\nu^{\text{eff}} \cdot 2$. On mesure $N_\nu^{\text{eff}} = 3,13 \pm 0,31$ consistent avec ν_e , ν_μ et ν_τ).

→ L'abondance des éléments légers permettent de tester l'univers primordial, jusqu'à l'époque de la BBN.