

7 CHROMODYNAMIQUE QUANTIQUE

7.1 Introduction

→ Les interactions fortes expliquent :

- 1) les forces nucléaires de liaison au sein des noyaux
- 2) la diffusion nucléon-nucléon
- 3) la résonance forte $\rho \rightarrow \pi\pi$ (grand Γ)
- 4) les états liés des quarks.

→ Principe de jauge se basant sur $SU(3)_c$, où chaque quark q forme un triplet $q = \begin{pmatrix} q_r \\ q_g \\ q_b \end{pmatrix}$ de $SU(3)_c$.

DEF On définit le tenseur de force de champ des gluons $G_{\mu\nu a}$ selon

$$G_{\mu\nu a} \equiv \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu + g_s f_{abc} A_\mu^b A_\nu^c$$

où $a = 1, \dots, 8$ (rep. adjointe de $SU(3)_c$) pour les 8 gluons, et $[T_a, T_b] = i f_{abc} T_c$ où $\{T_a\}$ sont les 3×3 générateurs de $SU(3)_c$ et f_{abc} ses constantes de structure antisymétriques.

Les générateurs sont reliés aux matrices de Gellman λ_a selon

$$T_a \equiv \lambda_a / 2$$

Prop On a $\text{tr}(\lambda_a \lambda_b) = 2 \delta_{ab}$

DEF Le Lagrangien de QCD \mathcal{L}_{QCD} est

$$\mathcal{L}_{QCD} = -\frac{1}{4} G_{\mu\nu a} G^{\mu\nu a} + \sum_{k=u,d,s,c,b,t} \bar{q}_k (i \gamma_\mu D_\mu - m_k) q_k$$

où $D_\mu \equiv \partial_\mu - i g_s T_a A_\mu^a$

7.2 Commentaires

7.2.1 QCD : une théorie vectorielle :

→ Comme QED, QCD ne distingue pas la gauche et la droite : les quarks L comme R forment un triplet.

DEF On explicite les composantes gauches et droites dans le triplet de quark:

$$q_k \equiv \begin{pmatrix} q_k^L + q_k^R \\ q_k^L + q_k^R \\ q_k^L + q_k^R \end{pmatrix}, k \in \{u, d, s, c, b, t\}$$

→ La masse des quarks provient du secteur électrofaible.
 m_{q_k} est une masse de Dirac: $m_q \propto \bar{q}_L q_R + \bar{q}_R q_L$

7.2.2 $SU(3)_c$ exacte:

→ La symétrie $SU(3)_c$ de QCD est locale et exacte: il n'y a pas de brisure spontanée qui brise $SU(3)_c$. Ainsi, les 8 gluons sont sans masse (comme le photon dans QED)

7.2.3 Confinement et liberté:

→ Les corrections quantiques impliquent une variation de la constante de couplage avec l'énergie:

$$g_s^{\text{eff}} \Leftrightarrow \text{diagrammes de Feynman} + \dots$$

Or, les boucles dépendent des impulsions externes. On obtient:

$$g_s^{\text{eff}}(\mu) \begin{cases} \nearrow \text{lorsque } \mu \nearrow & \text{Quand } \mu \rightarrow \infty : g_s^{\text{eff}} \rightarrow 0 \\ \searrow \text{lorsque } \mu \searrow & \text{Quand } \mu \rightarrow 0 : g_s^{\text{eff}} \rightarrow \infty \end{cases}$$

PROP QCD est asymptotiquement libre pour des courtes distances et fortement couplé pour de longues distances ($\mu \rightarrow 0$)

→ Cette dépendance en l'énergie du couplage effectif est décrite par la fonction β : $\beta \equiv \frac{dg_s^{\text{eff}}}{d \ln \mu} = \frac{-g_s^3}{16\pi^2} \left(11 N_c - \frac{2 N_f}{3} \right) < 0$
 avec $N_c^2 - 1 = 8$ > 0 avec $N_c=3$ et $N_f=6$

→ Lorsque $\mu \sim 1 \text{ GeV} \sim \Lambda_{\text{QCD}}$: régime en deçà duquel $\alpha_{\text{QCD}} > 1$, c'est-à-dire où QCD n'est plus calculable perturbativement.

7.2.4 Couplage fort à longue distance:

DEF Un hadron est un état lié de quarks singlet de $SU(3)_c$.

↳ Les hadrons n'attirent pas les quarks à grande distance.

→ Un peu de théorie des groupes

→ état $q\bar{q}$: pas singlet car $\underline{3} \times \underline{\bar{3}} = \underline{6} + \underline{\bar{3}}$

→ état qqq : peut être singlet car $\underline{3} \times \underline{3} \times \underline{3} = \underline{10} + \underline{8} + \underline{8} + \underline{1}$

↳ ce sont des baryons

↳ la symétrie $SU(3)_c$ résout le problème du $\Omega^{++} = (sss)$ où tout les spins sont \uparrow (symétrique sous permutation de 2 quarks \Rightarrow stat. de Bose-Einstein & avec son caractère fermionique). La sol. est l'antisymétrisation des couleurs: $s_{\uparrow 1} + s_{\uparrow 2} + s_{\uparrow 3} + \text{antisym}(1, 2, 3)$.

→ état $q\bar{q}$: $\underline{3} \times \underline{\bar{3}} = \underline{1} + \underline{8} \Rightarrow$ mésons

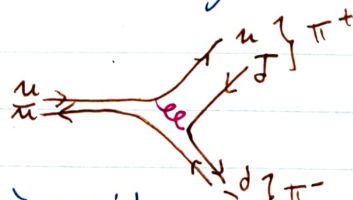
→ Le confinement rend impossible l'isolement d'un quark. Si on sépare 2 quarks, un moment l'énergie potentielle se transforme en énergie de masse sous la forme d'une nouvelle paire $q\bar{q}$.

7.2.5 QCD conserve la saveur:



→ Il n'y a pas de processus changeant la saveur en QCD

→ Exemple: $\rho \rightarrow \pi^+ \pi^-$



↳ Désintégration très rapide: $\tau_\rho \sim 10^{-24} \text{ s} \Leftrightarrow \Gamma_\rho \sim 150 \text{ MeV}$

7.2.6 Moment angulaire des mésons:

→ Les états liés $q\bar{q}$ peuvent avoir différent L

→ $L=0$ (fondamental): $\begin{cases} \text{spin } \parallel : J^{PC} = 0^{-+} & \rho^\pm, \omega, \phi, K^{*0}, \dots \\ \text{spin anti-} \parallel : J^{PC} = 1^{--} & \pi^\pm, K^\pm, \bar{K}^0, \eta, \dots \end{cases}$

→ $L=1$ (état excité): ...

⋮

7.2.7 Symétrie chirale et masse des quarks:

→ Experimentalement, on trouve $m_u, m_d \ll \Lambda_{\text{QCD}}$
 $m_s \ll \Lambda_{\text{QCD}}$

En 1^{re} approx., on peut négliger $m_{u,d,s}$ dans la dynamique des états liés.

→ Lorsqu'on prend $m_{u,d,s} \rightarrow 0$, le Lagrangien du QCD \mathcal{L}_{QCD} se muni d'une symétrie chirale $SU(3)_L \times SU(3)_R$:

$$\begin{pmatrix} u_L \\ d_L \\ s_L \end{pmatrix} \mapsto U_L \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \\ s_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{u}_L \\ \tilde{d}_L \\ \tilde{s}_L \end{pmatrix} \text{ et } \begin{pmatrix} u_R \\ d_R \\ s_R \end{pmatrix} \mapsto U_R \begin{pmatrix} u_R \\ d_R \\ s_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{u}_R \\ \tilde{d}_R \\ \tilde{s}_R \end{pmatrix}$$

↳ Si $m_{u,d,s} = 0$, le lagrangien est:

$$\mathcal{L} \ni \sum_{u,d,s} \bar{q}_k (i \gamma^\mu D_\mu) q_k$$

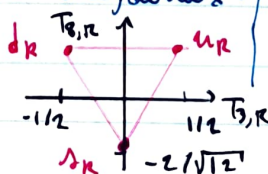
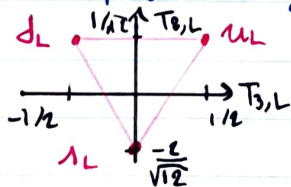
$$= \sum_{u,d,s} \bar{q}_{kL} (i \not{D}) q_{kL} + \bar{q}_{kR} (i \not{D}) q_{kR}$$

$$= \sum_{u,d,s} \bar{q}_{kL} U_{Lk}^\dagger (i \not{D}) U_{Lk} q_{kL} + \bar{q}_{kR} U_{Rk}^\dagger (i \not{D}) U_{Rk} q_{kR}$$

$$= \sum_{u,d,s} \bar{\tilde{q}}_{kL} (i \not{D}) \tilde{q}_{kL} + \bar{\tilde{q}}_{kR} (i \not{D}) \tilde{q}_{kR}$$

Or, si on avait un terme de masse $m_q (\bar{q}_{kL} q_{kR} + \bar{q}_{kR} q_{kL})$, cela briserait l'invariance sous $SU(3)_L \times SU(3)_R$

→ $SU(3)$ possède 2 générateurs diagonaux: $T_3 = \frac{\lambda_3}{2} = \text{diag}(1/2, 0, -1/2)$
 $T_8 = \frac{\lambda_8}{2} = \text{diag}(\frac{1}{2\sqrt{3}}, \frac{1}{2\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}})$



→ On veut séparer la symétrie qui agit identiquement sur les quarks gauches et droits de celle qui agit de manière opposée.

DEF On définit la symétrie axiale et vectorielle $SU(3)_A$ et $SU(3)_V$ telle que:

$$SU(3)_V : U_L \equiv U_R \text{ et } q \mapsto \exp(i \frac{\lambda_a}{2} \theta_a) q$$

$$SU(3)_A : U_L = U_R^\dagger \text{ et } q \mapsto \exp(i \frac{\lambda_a}{2} \gamma_5 \theta_a) q$$

- Le courant vectoriel est conservé même si $m_q \neq 0$, mais il faut que $m_u = m_d = m_s$. Il est donné par $J_V^\mu = \bar{q}_i \gamma^\mu (\lambda_a)_{ij} q_j$

Le courant axial est conservé si $m_u = m_d = m_s = 0$. Il est donné par $J_A^\mu = \bar{q}_i \gamma^\mu \gamma_5 (\lambda_a)_{ij} q_j$

Rappel: γ_5 agit différemment sur les q_L que sur les q_R (un signe de différence):
 $2\gamma_5 P_R = \gamma_5(1 + \gamma_5) = \gamma_5 + 1 = 2P_R$ et $2\gamma_5 P_L = \gamma_5(1 - \gamma_5) = \gamma_5 - 1 = -2P_L$

- Le lagrangien $\mathcal{L}_{QCD}|_{u,d,s}$ est invariant sous la symétrie globale $SU(3)_L \times SU(3)_R$ si les masses $m_u = m_d = m_s = 0$. Il y a une brisure explicite de symétrie issue du secteur électrofaible.
- Les quarks u et d étant encore plus légers que le s , ils forment une symétrie mais brisée: la symétrie d'isospin $SU(2)_V$

7.2.8 Spectre des hadrons:

- On observe $m_\pi \sim m_\eta \sim m_\rho \sim \Lambda_{QCD}$ (normal), mais $m_{\pi^\pm}, m_{K^\pm}, m_{K^0}, m_{\bar{K}^0}, m_\eta < \Lambda_{QCD}$. Pourquoi une masse si petite pour les mésons pseudoscalaires?
- En fait, $SU(3)_L \times SU(3)_R$ est brisé spontanément en $SU(3)_V$ par la dynamique non perturbative du QCD. Le vide du QCD est difficile à déterminer (non perturbatif), mais il pourrait l'être en théorie. Dans ce cas, il y aurait BSS de $SU(3)_A$, dont les 8 générateurs donneraient lieu à 8 bosons de Goldstone, avec P_- (puisque $SU(3)_A$ brisé). Ils forment un octet de $SU(3)_A$, donc il y a prédiction de 8 états légers pseudoscalaires.
- La BSS implique une mer d'un champ scalaire. Mais il n'y a pas de champ scalaire fond. en QCD. C'est le condensat de quarks $\langle \bar{q}q \rangle$ qui est le seul champ scalaire (composé) de parité $P=+$. Similaire à $\langle \phi^0 \rangle = v/\sqrt{2} \neq 0$

- Ces 8 états pseudo scalaires seraient sans masse si $m_u, m_s = 0$ (par le théorème de Goldstone). Cependant, la masse non nulle de u, d, s brise explicitement la symétrie chirale, ce qui génère une masse faible mais non nulle à ces 8 états $\pi^{\pm 0}, K^{\pm}, K^0, \bar{K}^0, \eta$.

DEF

On définit la norme du condensat QCD B selon

$$B \equiv \langle 0 | \bar{u} u | 0 \rangle \simeq \langle \bar{d} d \rangle \simeq \langle \bar{s} s \rangle$$

→ La masse des 8 états est $\propto B$:

$$m_{\pi^{\pm 0}}^2 \propto \langle \pi | \frac{1}{f_\pi} m_q \bar{q} q | \pi \rangle \propto (m_u + m_s) \cdot B$$

→ D'autres processus sont liés à cette BSS $SU(3)_L \times SU(3)_R \rightarrow SU(3)_V$.

→ La désintégration du pion :



→ BSS de $SU(3)_A \Rightarrow \langle 0 | J_A^\mu a | G^a \rangle \neq 0$ où G^a sont les bosons de Goldstones : π, \dots

$$\langle 0 | \bar{\psi} \gamma_\mu \gamma_5 \psi | \pi^+ \rangle \equiv i F_\pi p_\mu$$

où F_π est le paramètre d'ordre de la BSS

et p_μ est l'impulsion du π^+

→ Pour $F_\pi \neq 0$, on a



Or, on a

$$\mathcal{L}^{\text{WEAK}} \ni \frac{g}{\sqrt{2}} (W^- J_\mu^- + W^+ J_\mu^+) \text{ avec } J_\mu^- \equiv \sum_{l=e,\mu} \bar{l}_L \gamma^\mu \nu_{lL} + \bar{s}_L \gamma^\mu u_L$$

$$J_\mu^+ \equiv \sum_{l=e,\mu} \bar{\nu}_{lL} \gamma^\mu l_L + \bar{u}_L \gamma^\mu s_L$$

→ $J_\mu^- \ni \bar{s}_L \gamma^\mu u_L \nu_{lL} \ni \bar{s}_L \gamma^\mu u_L$: le courant faible est aussi celui de $SU(3)_A$ modulo V_{CKM} .

$$\rightarrow \langle e^+ \nu_e | \frac{g}{\sqrt{2}} (\bar{u}_L \gamma^\mu s_L \nu_{eL}) \frac{g}{\sqrt{2}} (W_\mu^+ \bar{\nu}_{eL} \gamma^\mu e_L) | \pi^+ \rangle$$

$$\propto \frac{g^2}{2} \underbrace{\langle e^+ \nu_e | \bar{\nu}_{eL} \gamma^\mu e_L | 0 \rangle}_{\text{perturbatif}} \underbrace{\langle 0 | \bar{s}_L \gamma^\mu u_L | \pi^+ \rangle}_{\frac{-i}{2} F_\pi p_\mu^+ : \text{non perturbatif}} \nu_{eL}$$

→ La dynamique forte de QCD donne lieu à une BSS de $SU(3)_A$, qui donne une désintégration du pion $\propto F_\pi^2$, le paramètre d'ordre associé à cette symétrie.

7.2.1 Courant V-A :

→ On a $\Gamma(\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu) \propto m_\mu^2$ et $\Gamma(\pi^+ \rightarrow e^+ \nu_e) \propto m_e^2$
On observe alors un suppression de $\pi^+ \rightarrow e^+ \nu_e$ du à l'hélicité :

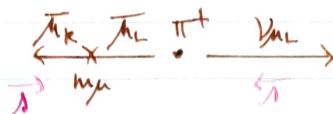
→ Pour $m_\mu = 0$:



Puisque $S(\pi^+) = 0$ et $\bar{\mu}_L$ et μ_R^+ (hélicité +), on a $J=1$

\Rightarrow impossible

→ Pour $m_\mu \neq 0$



on a $J=0$: possible !

→ Experimentalement, on trouve :

$$\frac{\Gamma(\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu)}{\Gamma(\pi^+ \rightarrow e^+ \nu_e)} \propto \frac{m_\mu^2}{m_e^2} \gg 1 \text{ malgré un espace des phases plus important pour } \pi^+ \rightarrow e \nu$$

\hookrightarrow Evidence de la structure V-A du courant faible chargé

→ Le monde hadronique est composé d'états liés de quarks (de $SU(3)_c$) obéissant à la dynamique $SU(3)_L \times SU(3)_R$ avec BSS vers $SU(3)_V$, et en plus une brisure explicite due à la masse non nulle des quarks.

→ L'interaction entre hadrons doit être invariante sous $SU(3)_L \times SU(3)_R$ à des effets de BSI de $SU(3)_A$ près, de $m_q \neq 0$ près et à des effets électro-faibles près (u et d ont des Ie-f \neq due à la BSS de $SU(2)_L \times U(1)_Y$).

→ Les hadrons sont des singlets de $SU(3)_c$, mais pas de symétrie chirale !