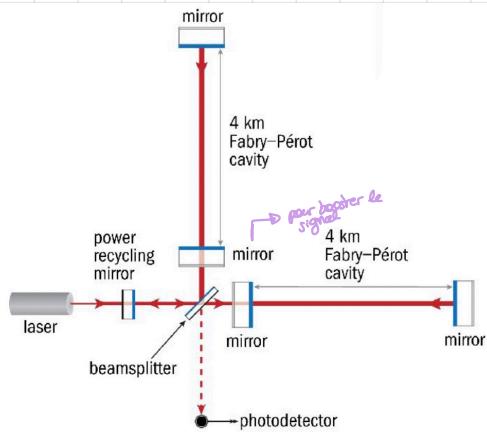


I. OVERVIEW DES MÉTHODES DE DÉTECTION

Ground-based interferometers

On utilise un interféromètre de Michelson à coulter Fabry-Pérot



Quand une onde gravitationnelle passe, elle change l'intensité dans la lumière sur le photodétecteur par la distance propre devant

$$\Delta I = \lambda \frac{\Delta \phi}{2\pi} \sim L \text{ arm }^2$$

et la variation d'intensité est

$$I \propto (1 + \cos \Delta \phi)$$

Pour une cavité Fabry-Pérot,

$$\Delta \phi \rightarrow m \Delta \phi$$

→ Ces phénomènes passent bcp de fois à travers cette cavité

Dans les années 1970, on n'avait que l'interféromètre de Michelson

Les limites se trouvent à 10^{-14} et on a besoin de 10^{-20} pour détecter des GWS.

Pour que le détecteur soit plus sensible, on doit augmenter la longueur du bras. De plus, on attache les miroirs à un système de différents pendules pour réduire le bruit de l'extérieur. Ça a pris plus de 10 ans pour arriver à détecter quelque chose.

La plage des mesures augmente en augmentant le rayon de la sphère des observations pour capturer plus de mergers.

Interferomètres

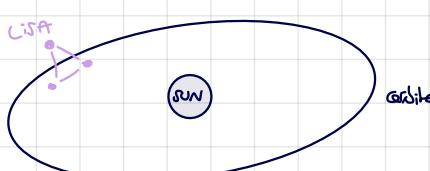
- LIGO / Virgo
- KAGRA : sous le sol, dans une mine et est cryogénique, mais ne sera pas aussi bien que l'E.T.

Space-based interferometers

LISA : basé dans l'espace et sera envoyé en 2035 (hopefully)

Cette technologie aura des bras de 2 500 000 km, avec 3 sondes spatiales en orbite et on regarde au mouvement d'objets en chute libre dans ces sondes. Ils n'utilisent pas de miroir, la taille des bras est très grande. Sa sensibilité est de 0.12 Hz.

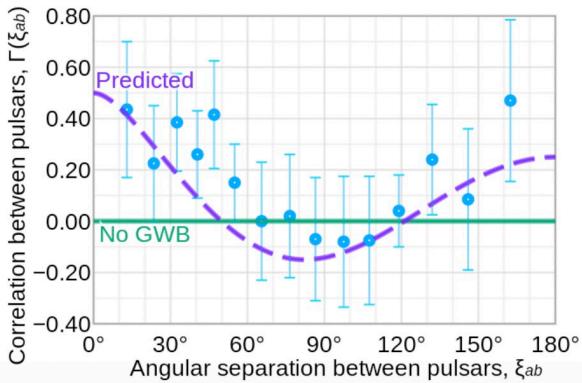
D'autres space-based détecteurs seront envoyés pour compléter le range d'observations de LISA



→ pourra sonder des BH de $10^6 M_\odot$

Pulsar timing arrays (new)

Une GW à basse fréquence change le temps d'arrivée des pulsars d'ondes EM. Cela doit être observé dans plus d'un pulsar pour que ce soit une potentielle GW. Ces pulsars sont éloignés l'un de l'autre. Pour avoir une forte évidence qu'un signal est une GW, on utilise des courbes de corrélation de Hellings - Downs.



En GR, on s'attend à voir une corrélation de la courbe précédente.

Ces signaux pourraient aussi venir de SMBH (supermassive BH) mergers. L'environnement doit être pris en compte quand on étudie ces signaux.

On peut aussi montrer à quel redshift les signaux de fusion de BH sont importants.

B-mode polarisation du CMB

On peut séparer les polarisations des E-modes des B-modes. Les E-modes sont curl-free et peuvent être générés par des perturbations scalaires et les B-modes sont sans divergence déjà mesurée → générés par les GW et non générés par des perturbations tensorielles ou par la distorsion des E-modes par lensing gravitationnel.

Si on mesure le ratio tensor-to-scale, on pourrait mesurer l'échelle d'énergie de l'inflation.

Interférométrie d'atomes dans l'espace

Test de chute libre d'atomes, cheap way de détecter des GWs.

Détecteurs de GW à haute fréquence

Plus de sources comme l'inflation, le preheating. A besoin d'un niveau plus haut de sensibilité.

Quand une GW passe, elle fait vibrer l'objet et on utilise des ondes acoustiques pour rendre la plage 2Hz - 1MHz.

Il y a aussi des détecteurs basés sur l'effet Cerenkov inverse pour rendre la plage 100MHz - THz.

Le pourrait donner accès à l'échelle de GUT $\sim 10^{15}$ GeV.

Nombre effectif de ddl relativistes

L'éq. de Friedmann-Lemaître du taux d'expansion de Hubble est

$$H^2 = \frac{8\pi G}{c^4} (P_r + P_m + P_n)$$

et

$$P_r = P_g + P_o + P_{GW} \rightarrow \text{extra radiation encodée dans le chgt du nombre effectif de ddl } \Delta N_{eff} = 3,046 \text{ pour le JT}$$

De plus,

$$P_{GW} = -\Omega_{GW} P_{cr} (1+z)^4 \rightarrow \Delta N_{eff} = 8,3 \cdot 10^{-4} \Omega_{GW}$$

↳ contrainte sur les GW primordiales intégrées sur hautes fréquences

II. INTERFÉROMÈTRES DE GW - CONTRÔLE DU BRUIT

On étudie les gradients de gravité (bruit newtonien) à partir des variations du champ gravitationnel local.

↳ Impact directement la mkt des miroirs, sans possibilité de construire un système isolé

On a également du bruit sismique : d'onde sismiques, d'activités humaines, environnement bruyant

↳ Impact des miroirs & haubans pour suspension

Solutions

- Aller vers terre pour réduire le bruit sismique
- gravimètres / seismomètres
- Augmenter la lg du bras et la masse des miroirs (pour lourds les bruits), la hauteur des hauts de suspension des miroirs.

Il y a également du bruit thermique de suspension, qui dépend de la température, de la masse des miroirs

$$\text{↳ Mkt de miroir non désiré} \propto \frac{\sqrt{T}}{\sqrt{P} \sqrt{m_{\text{mirr}}} L}$$

Solutions

- Aller cryogénique (bon pour des basses fréquences)
- Augmenter la masse des miroirs et leur taille
- Améliorer les fibres, câbles etc
- Augmenter la lg finale du pendule

On a aussi du bruit brownien du revêtement : mkt brownien des molécules à la surface des miroirs, dépend de $T \propto \frac{\sqrt{T}}{\sqrt{P} R_{\text{geom}}}$

Solutions

- Aller cryogénique (changer miroir substrat & fréquence des lasers)
- Augmenter le rayon du faisceau laser
- Améliorer les matériaux de revêtement

Enfin, on a du bruit quantique :

- basse fréquence : pression de radiation des photons $\propto \frac{\sqrt{P_{\text{opt}}}}{f^2 \sqrt{L} M_{\text{mirr}} L}$
- haute fréquence : bruit de hr des photons (induit du bruit de Poisson) $\propto \frac{\sqrt{f}}{V P_{\text{opt}} L}$

→ more power = more fluctuations

Solutions

- Comprimer la lumière
- Utiliser deux lasers ≠ (différentes puissances)
- augmenter masse des miroirs.

Chapitre 9 : techniques d'analyse de données

I. RECHERCHE DE CBC PAR MATCH FILTERING

CBC search pipelines in LVK

On utilise les 3 codes suivants :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{GSTLal} \\ \text{PyCBC} \\ \text{NBTA} \end{array} \right.$$

qui vont faire toute une série de choses.

On part d'une waveform, c'est-à-dire à quoi ressemble le signal théorique, et on construit une banque de templates.

On va alors convoluer chacune de ces waveforms avec les filtres du détecteur : on calcule alors le rapport signal - bruit (SNR).

On veut connaître la probabilité que les candidats soient de vrais événements de GWs. Pour le savoir, on utilise la "ranking statistics" tq l'on calcule pour chaque candidat son false alarm rate (FAR - FAR)

↳ c'est ce qu'on appelle le match-filtering search !

Après avoir classé les candidats, on veut en étudier les caractéristiques. On fait alors des estimations de paramètres (masses m_1 & m_2 , spin...) pour pouvoir faire une analyse statistique de population

→ VT (Volume Threshold sensitivity) ≡ au volume que l'on doit avoir pour observer une fusion de BH

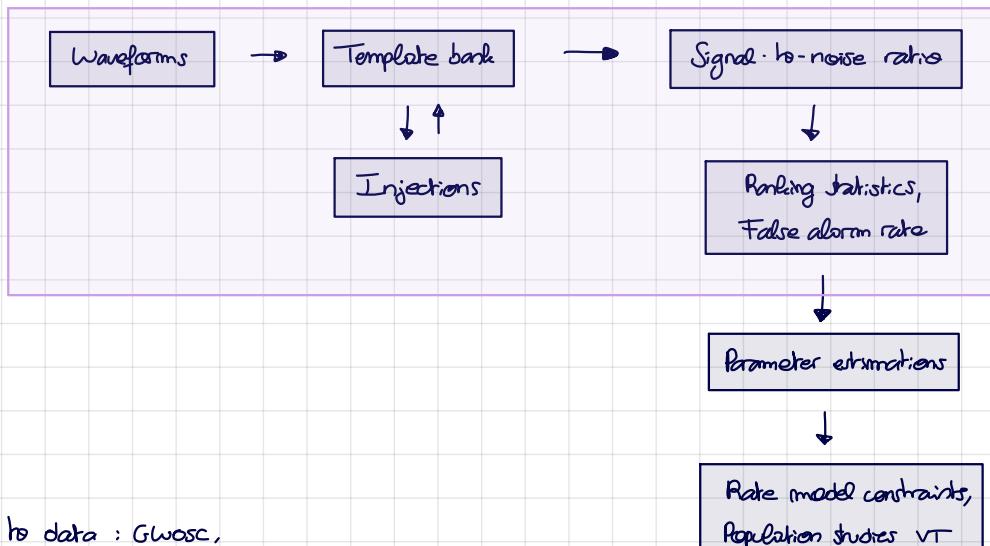
Pour ce faire, on utilise les codes GWpopulation et Popmodels.

Pour étudier jusqu'à quelle distance l'observation est possible, on fait des injections dans les signaux, c'est-à-dire une waveform que l'on injecte dans le bruit du détecteur, en shiftant les données temporales des signaux pour ne pas avoir de coïncidence.

↳ permet de donner des contraintes sur le taux de fusion, VT ...

d'injection je fais avec du bruit réel, avec des données de modéliser.

On peut résumer toutes ces étapes :



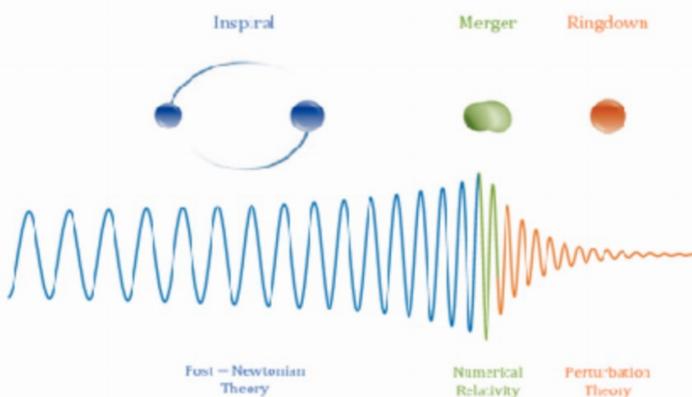
Open access to data : Gwosc,

Waveforms

Il existe différents types de waveforms :

- Post-Newtonien : Taylor F4 \rightarrow là où les autres effets ne sont pas importants
- Précession de spins
- Merger

Une waveform simple est la



Dans la phase de ringdown, on calcule le signal via la théorie des perturbations. Pour la phase de merger, on utilise la numerical rel. On doit alors résoudre l'équation d'ordre d'Einstein. Dans la phase d'inspiral, on peut faire une expansion PN pour obtenir la waveform.

Pour commencer l'analyse, on écrit les polarisations

$$\left\{ \begin{array}{l} h_+ (t) = \frac{2(1 + \cos^2(\zeta))}{D_L} m \gamma \cdot \cos \bar{\Phi}(t) \\ h_\times (t) = -\frac{4 \cos(\zeta)}{D_L} m \gamma \cdot \sin \bar{\Phi}(t) \end{array} \right.$$

(les signaux oscillent)
(noir tourne)

où D_L est la distance de luminosité, ζ (rotat) est un angle et $\gamma = \frac{m_1 + m_2}{m^2}$, avec $m = m_1 + m_2$ et

$$\bar{\Phi}(t) = \bar{\Phi}_{GW}(t) = 2 \bar{\Phi}_{orb.}(t). \quad (\text{lié à la fréquence des GWs, de + en + rapide})$$

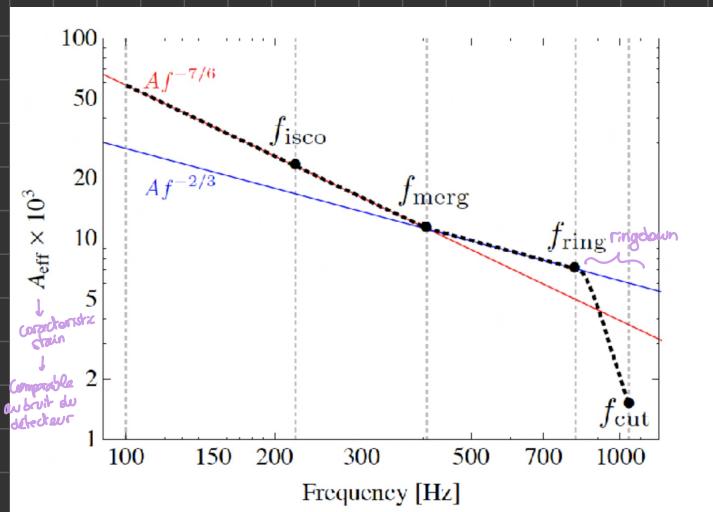
On peut faire une expansion PN de la phase GW en termes d'un petit paramètre $\mathcal{Q} = (f m \pi)^{1/3}$ avec f la fréquence de la GW et $\frac{1}{3}$ correspond à la puissance de la correction v/c .

On peut également définir le chirp mass by

$$\mathcal{Q}_ch = \frac{(m_1 \cdot m_2)^{3/5}}{(m_1 + m_2)^{1/5}}$$

Le utilise dans l'étude de système de binaire compacte pour décrire un signal de GW car elle simplifie la waveform émise à l'inspiral

Cependant, les détecteurs ne sont sensibles qu'à une certaine fréquence et notre approximation n'est valide que dans une certaine limite



Le maximum de la fréquence est donné par

$$f_{\max} = \frac{4400 \text{ Hz}}{(m_1 + m_2) / M_\odot} = f_{\text{isco}}$$

qui est utile pour se rendre compte d'où le signal coupe quand on a \neq binaires.

On passe alors dans Fourier et

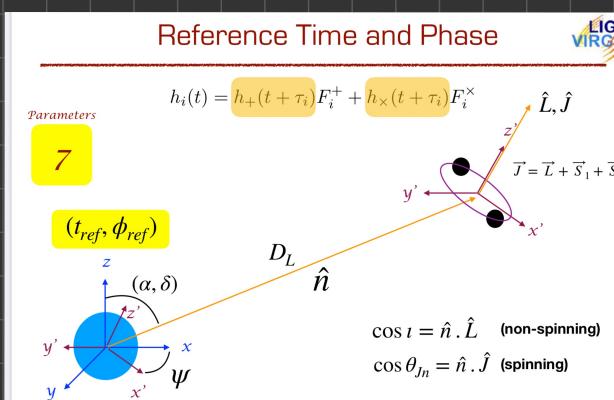
$$\hat{h}(f) \approx \frac{4}{\pi} \left(\frac{G m_\odot}{c^2} \right)^{5/3} \left(\frac{\pi f_{\text{isco}}}{c} \right)^{2/3}$$

Le on ne mesure jamais très bien d , mais on peut améliorer la mesure de d_{ch}

Le $h(t)$ détecté dans le détecteur est

$$h_i(t) = h_+(t) F_+ (\theta, \phi) + h_\times(t) F_\times (\theta, \phi) \quad (\text{approx: } \lambda \gg \text{Larm})$$

Car le détecteur n'est pas sensiblement égal à toutes les directions du ciel, d'où la multiplication par F_i qui est l'antenna pattern.



Antenna pattern

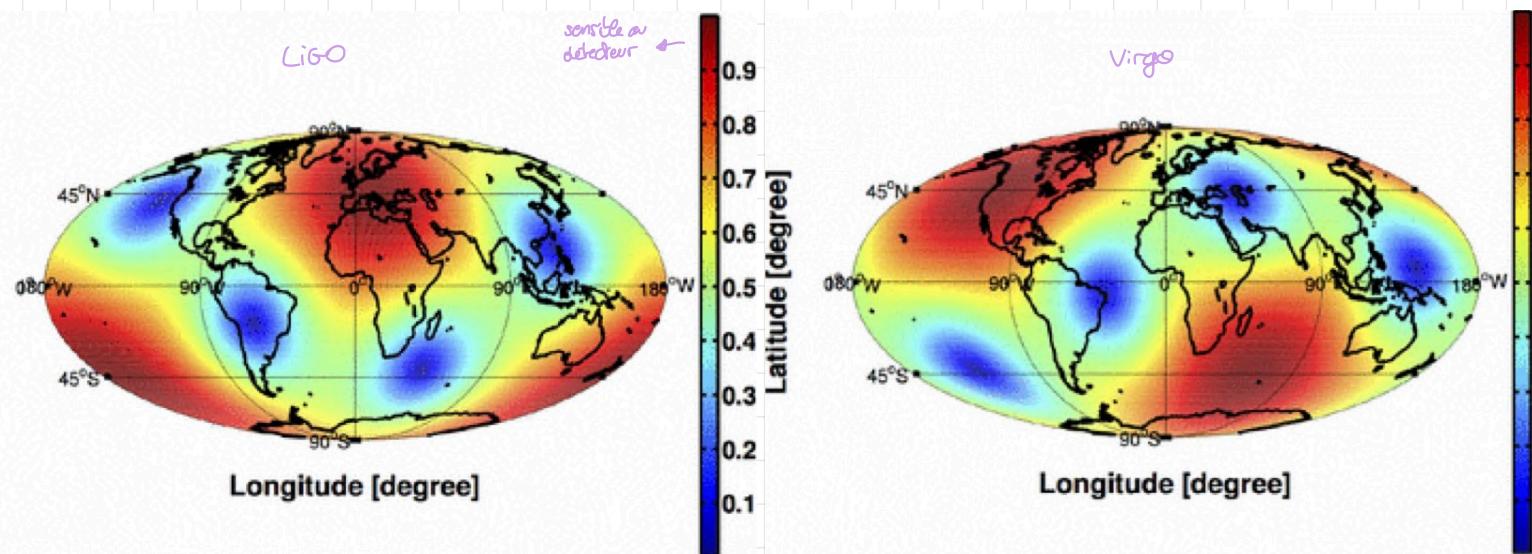
La direction de propagation est donnée par $\vec{n} = (\theta, \phi)$, avec les angles qui encadrent la direction du ciel. Pour les interféromètres à bras \perp , on a

↳ LIGO, Virgo
par ET

$$\begin{cases} F_+ = \frac{1}{2} (1 + \cos^2 \theta) \cdot \cos(\phi) \\ F_\times = \cos \theta \cdot \sin(\phi) \end{cases}$$

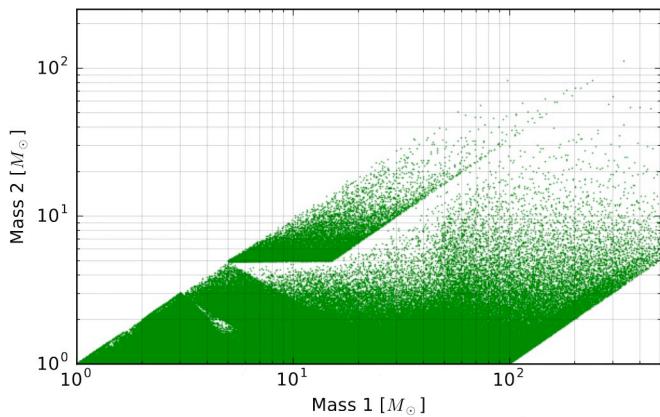
Quand $\phi=0$ et $\theta=0$, le détecteur est plus sensible (ça pointe vers le haut).

Comme LIGO et Virgo sont situés à des endroits différents, il est plus facile de détecter un événement car le signal aura une direction relative différente.



Template bank

Maintenant que l'on a une idée de ce qu'est la waveform, on peut la comparer avec plein de signaux possibles pour pouvoir détecter un message. La template bank est construite pour retrouver $\sim 97\%$ du signal.



Signal-to-noise ratio et match-filtering

On veut extraire le signal de GW rayé dans le bruit. On sait que l'output du détecteur est

$$S(t) = h(t) + m(t)$$

↓ noise, $m \gg h$

$h \equiv \text{strain}$
!
peut mêler de plusieurs sources

En général, pour un système linéaire,

$$h(t) = \sum_i h_i(t)$$

avec \sum_i la tension du détecteur

Si le bruit est stationnaire, quand on passe dans Fourier, ses composantes de Fourier ne sont pas corrélées et

$$\langle \tilde{m}^*(f) \cdot \tilde{m}(f') \rangle = \delta(f-f') \frac{1}{2} S_m(f)$$

Conversion pour avoir $\langle m^*(t) \rangle = \int_0^\infty S_m(f) df$

avec $S_m(f)$ la densité spectrale du bruit.

Comme le signal est réel,

$$\tilde{m}^*(f) = \tilde{m}(-f) \Rightarrow S_m(f) = S_m(-f)$$

et comme le bruit est sans dimension,

$$[S_m] = \text{Hz}^{-\gamma}$$

De plus,

$$\langle m^2(t) \rangle = \int_0^\infty S_m(f) df$$

by

$$\frac{1}{2} S_m(f) = \int_0^\infty dt \cdot \langle m(t) m(t+\tau) \rangle e^{i 2\pi f \tau}$$

Savant, le bruit du détecteur est caractérisé par $\sqrt{S_m(f)}$ en $\text{Hz}^{-1/2}$, on l'appelle la spectral strain sensitivity. On le préfère à S_m car si le bruit a subi un rescaling par un facteur λ :

$$m(t) \rightarrow \lambda m(t) \Rightarrow S_m \rightarrow \lambda^2 S_m, \text{ d'où } \sqrt{S_m} \rightarrow \lambda \sqrt{S_m}.$$

L'idée du matched filtering est la suivante : si T est la période durant laquelle on récolte les données, on considère

$$\frac{1}{T} \int_0^T dt \cdot S(t) h(t) = \underbrace{\frac{1}{T} \int_0^T dt \cdot h^*(t)}_{\approx h_0^2} + \underbrace{\frac{1}{T} \int_0^T dt \cdot m(t) h(t)}_{\text{oscillant, soit comme } \sqrt{T}}$$

Supposons que l'on connaît $h(t)$, alors

$$\frac{1}{T} \int_0^T dt \cdot m(t) h(t) \sim \left(\frac{\tau_0}{T} \right)^{1/2} m_0 h_0 \rightarrow 0 \text{ pd T} \rightarrow \infty \text{ (ie on prend beaucoup de données)}$$

avec τ_0 la durée d'un signal de GW. Ainsi, lorsque le terme d.p. domine quand

$$h_0 > \left(\frac{\tau_0}{T} \right)^{1/2} m_0.$$

$\sim N$ oscillations

Quand on va filtrer le signal avec celui des GW, on va retrouver sur quelque chose qui ne dépend pas du bruit.

Plus précisément

Pour formaliser tout ça, on construit

$$\hat{s} = \int_{-\infty}^{+\infty} dt \cdot s(t) K(t)$$

avec $K(t)$ la fonction filtre et $s(t)$ supposé connu.

Pour avoir un rapport signal-bruit maximal, intuitivement, le filtre doit être le signal théorique h

Cherchons mathématiquement ce que vaut $K(t)$ pour maximiser le SNR. Le SNR est donné par

réalisation moyenne $\overline{\frac{S}{N}}$.
de \hat{s} quand le signal
est présent : $\langle \hat{s} \rangle$

→ RIS de \hat{s} quand il n'y a que du bruit

On considère un bruit stationnaire gaussien : $\langle m(t) \rangle = 0$ et dans l'espace de Fourier, on a

$$\begin{aligned} S &= \int_{-\infty}^{+\infty} dt. \langle s(t) \rangle K(t) \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} dt. \langle h(t) \rangle K(t) \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} df. \tilde{h}(f) \tilde{K}^*(f). \end{aligned}$$

D'autre part, on a

$$\begin{aligned} N^2 &= \langle \hat{s}^2(t) \rangle \Big|_{t=0} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} dt dt' \langle K(t) K(t') \rangle \langle m(t) m(t') \rangle \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} dt dt' \langle K(t) K(t') \rangle \int df \int df' e^{2\pi i(f t - f' t')} \underbrace{\langle \tilde{m}^*(f) \tilde{m}(f') \rangle}_{\frac{1}{2} \delta(f-f') \tilde{S}_m(f)} \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} df. \frac{1}{2} \tilde{S}_m(f). |\tilde{K}(f)|^2 \end{aligned}$$

hors que

$$\frac{S}{N} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} df. \tilde{h}(f) \tilde{K}^*(f)}{\left[\int_{-\infty}^{+\infty} df. \frac{1}{2} \tilde{S}_m(f). |\tilde{K}(f)|^2 \right]^{1/2}}$$

avec $\frac{1}{2} \tilde{S}_m(f). |\tilde{K}(f)|^2 = \tilde{J}(f)$

On peut voir ce rapport comme une combinaison de produits scalaires :

$$\langle u | h \rangle = \text{Re} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} df. \frac{\tilde{h}^*. \tilde{u}}{\frac{1}{2} \tilde{S}_m} \right) \quad \begin{array}{l} \text{besoin de réel car lf de Fourier} \\ \text{cf. magistrale} \end{array}$$

et

$$\frac{S}{N} = \frac{\langle u | h \rangle}{\sqrt{\langle u | u \rangle}} \quad \rightarrow \text{norme}$$

et ce rapport est maximum si $u \parallel h$, i.e. si

$$\tilde{K}(f) = c^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{\tilde{h}(f)}{\tilde{S}_m(f)}.$$

La constante est arbitraire et ne change pas le Re (SNR).

Exemple

→ d'où matched-filtering

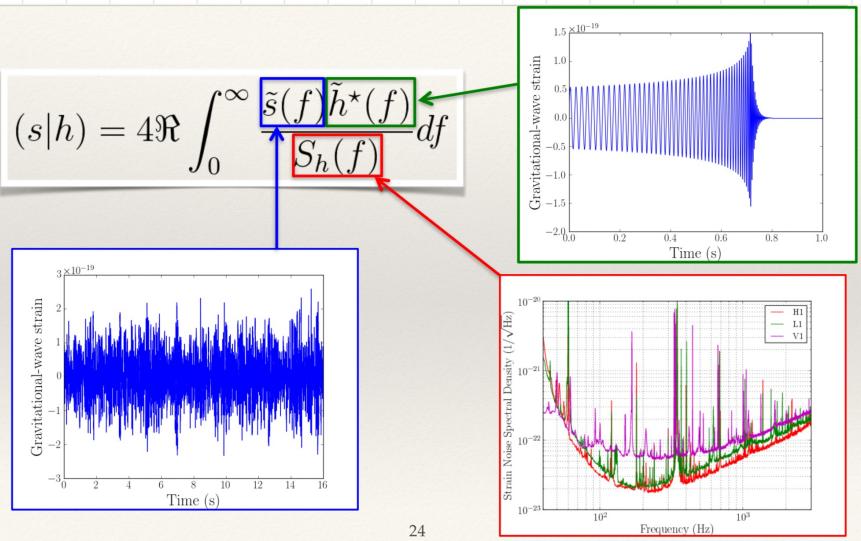
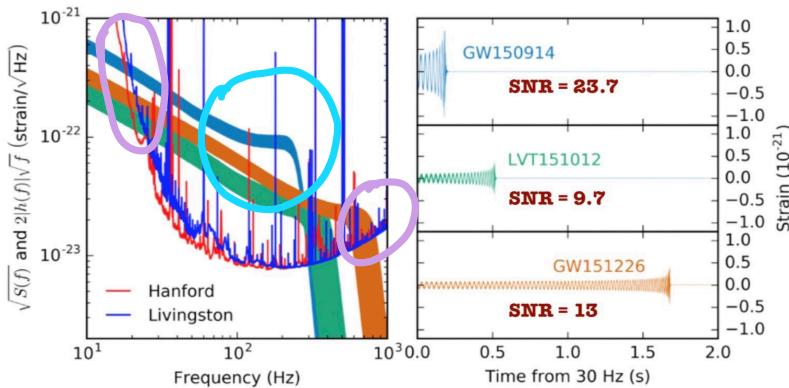
Si $S_m(f)$ est une constante, la meilleure fct de filtre est $\tilde{h}(f) \rightarrow$ on retombe sur l'intuition qu'on avait avant !

On peut donc utiliser comme filtre le signal de CW théorique h que l'on compare avec celui du détecteur :

$$\left(\frac{S}{N} \right)^2 = 4 \int_0^a df. \frac{|\tilde{h}(f)|^2}{\tilde{S}_m(f)} \quad \text{SNR optimal}$$

→ on prend les waveforms de $h(f)$ dans la banque, on les convolue avec le signal observé. Quand le template fit le signal observé, on a le max SNR \Rightarrow template est le signal

WAVEFORM COMPARISONS

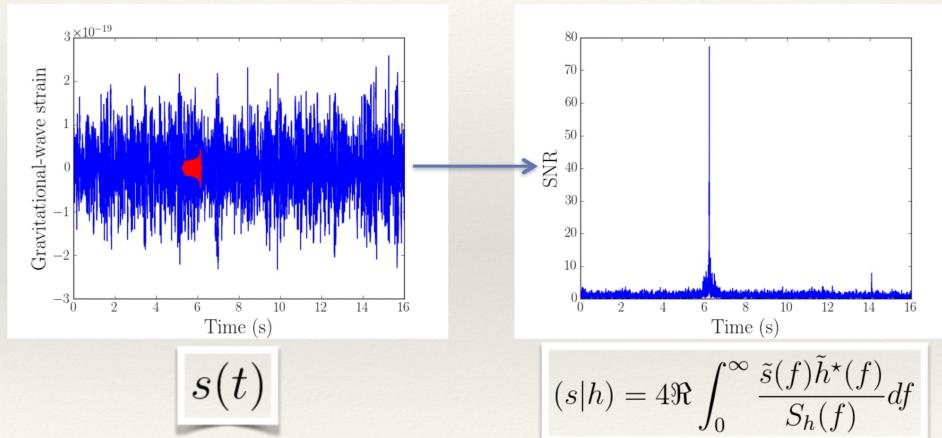


(SNR) donne une autre formulation pour le SNR

$\tilde{S}(f)$ vient dans le détecteur

$S_h(f)$ est la sensibilité du détecteur

$\tilde{h}^*(f)$ est la fenêtre qui contient le template qui filtre le signal



Plots and data courtesy of the GW open-science center: <http://www.gw-openscience.org>

Visualisation, Q-scan

→ l'fft de Fourier, mais en sondant l'espace des freq. logarithmiquement

L'idée du Q-scan est de faire des fft de Fourier du signal que l'on a coupé en petites pièces car la fréquence change avec le temps. L'espace des fréquences est sondé de façon logarithmique → info + pertinente car on peut sonder de la 100 Hz à 1000 Hz en 1 Hz.

→ c'est une Q-transform constante (CQT).

La taille d'un bin de fréquence est

$$\Delta f_Q = (2^{-m})^{\frac{1}{n}} f_{\min}$$

↓
I (C1 → C2)
III

avec m le nombre de filtres par octave et f_{\min} est déterminé par la sensibilité du détecteur
 ↓
 par combien de bin on divise une octave

→ car log

Mathématiquement, on fait comme pour une \mathcal{F} de Fourier, mais avec un filtre qui peut avoir une forme par exemple }
 1) ou ailleurs

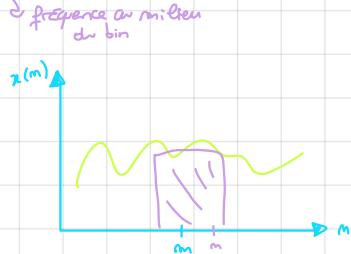
$$X(k, m) = \sum_{n=0}^{N-1} \underbrace{W(n-m)}_{\text{filtre}} \underbrace{x(n)}_{\text{signal de base}} e^{-j\pi k m n / N} \quad (\text{condition})$$

et on définit

$$Q = \frac{f_a}{\delta f_a} \quad (\text{quality factor}) \quad ; \quad N_Q = Q \frac{f_{\text{sample}}}{f_a} \quad (\text{# bins})$$

On a

$$X(k) = \frac{1}{N(Q)} \sum_{m=0}^{N-1} W(k, m) x(m) e^{-j\pi Q m k / N(Q)}.$$



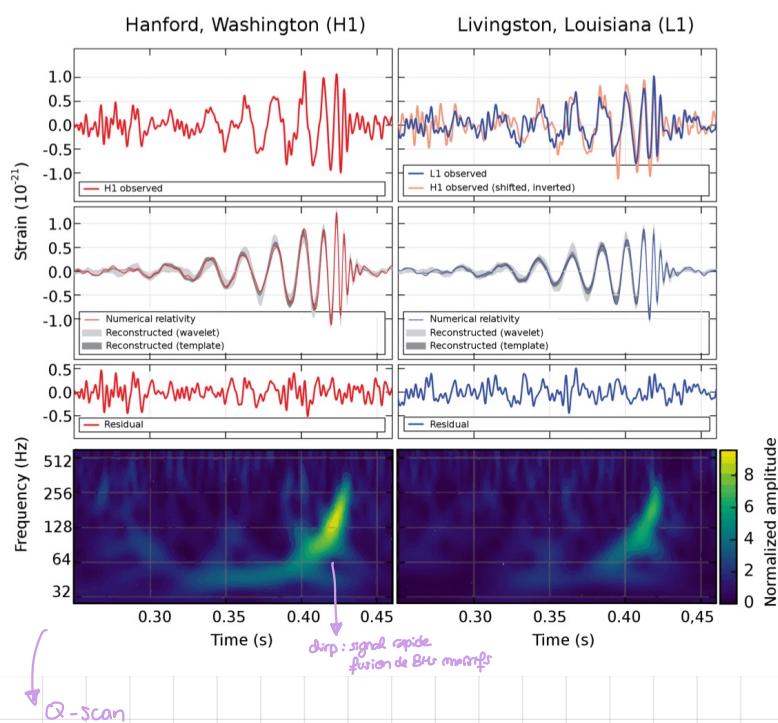
On utilise également cette technique en musique pour reconnaître les notes/instruments.

Pas que GWs, on a une fréquence d'échantillonage qui correspond à environ 2 fois la fréquence de sensibilité du détecteur :

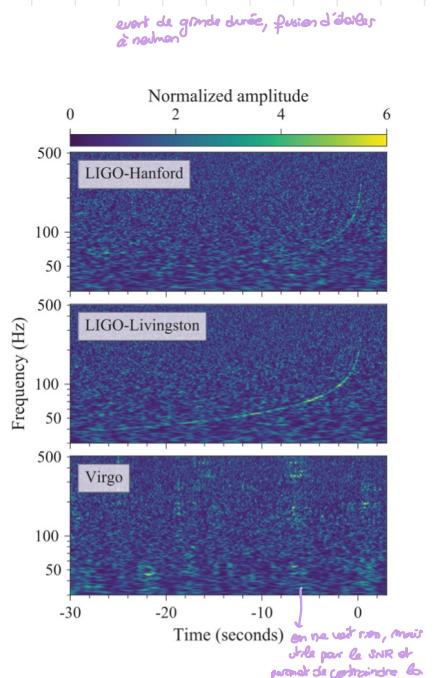
$$\frac{f_{\text{sample}}}{f_a} = 4096 \text{ Hz} \approx 2 f_{\text{min}} \quad ; \quad f_{\text{min}} \sim 10 \text{ Hz}$$

↑ filtre passe-haut ↑ filtre passe-bas

GW150914 (durée →)



GW170817 (durée cc)



False alarm rate et ranking statistics

On veut savoir à quel point le signal est statistiquement significatif et le distinguer d'une grande SWR induite par du bruit.

On distingue plusieurs choses dans le bruit :

- bruit gaussien : la proba de générer un certain p est gaussienne

$$P(p | h=0) dp = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-p^2/2} dp$$

↑ pas de GW

avec $p = \frac{\int_{-\infty}^t S_{\text{noise}}(f) df}{N}$ et si $p_{\text{threshold}}$ est suff. grand, la proba que le signal vienne du bruit est petite

Le on se met souvent dans cette hypothèse

• bruit non-gaussian : loi de puissance, ...

- glitchs : les détecteurs vont générer un gros signal dans le spectrogramme pendant un court temps
On ne comprend pas encore pourquoi.

Pour enlever les glitchs, on étudie leurs formes et on les enlève à la main. Pour le bruit NG, on introduit des veto's : on interdit d'utiliser ces données avec beaucoup de bruit. On enlève ceux qui sont non-correlés entre les détecteurs en comparant les SNR → coïncidences

Bruit gaussian

On peut calculer la proba qu'un grand SNR soit du bruit. La p d'un signal qui arrive dans le détecteur est

$$P = \bar{P} + \frac{\tilde{m}}{N} \xrightarrow{\text{RTS du bruit}} P(p|\bar{p})dp = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(p-\bar{p})^2}{2}} dp$$

signal de \bar{p}
Gén dans le détecteur

$p = \text{SNR}$

Dans ce cas, la proba de faise alarme est

$$\begin{aligned} P_{\text{faise alarme}} &= 2 \int_0^a dp \cdot e^{-\frac{p^2}{2}} \\ &\quad \text{Corr } a > 0 \text{ ou } p < 0 \\ &= 2 \operatorname{erfc} \left(\frac{p_{\text{seuil}}}{\sqrt{2}} \right) \end{aligned} \quad \rightarrow \text{extrêmement sensible à } p_{\text{seuil}}$$

(peu générer des pb)

La p_{seuil} dépend de la durée pendant laquelle on récolte les données, du nombre de templates utilisés pour le match-filtering, du nombre de tests

\downarrow
Corr on a + de proba
d'avoir un événement du bruit

Si $p_{\text{seuil}} > 8$, on est quasi sûr que c'est un événent. Si $p \approx p_{\text{seuil}}$: P_{FA} extrêmement faible car on ne sait pas si c'est du bruit ou non
↳ change fort selon le code utilisé

On veut mettre un seuil tq P_{FA} soit très faible et on veut être sûr à plus que 3σ que ce ne soit pas du bruit. La seconde dépend du nombre de tests que l'on fait car on augmente la proba d'avoir un bruit dans la procédure de match-filtering.

Si on prend une banque de 10^5 templates toutes les 3 ms sur 1 an ($3 \cdot 10^4$ s), on a 10^{15} essais (3ème technique pour éviter de faire $10^{15} \times$ l'intégrale sinon c'est trop long)

Alors, si on veut que le nombre de FA événets < 1 sur l'ensemble du scan,

$$p_{\text{seuil}} \approx 8.$$

Coincidences

Quand on regarde les signaux dans deux détecteurs,

$$P_{\text{hor}}^2 = P_{L1}^2 + P_{H1}^2$$

L1 = Livingston

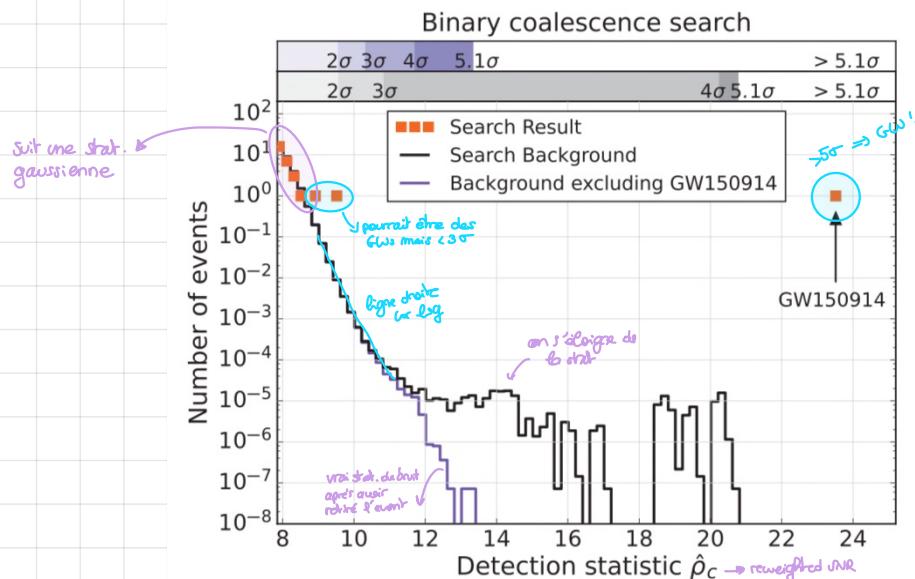
H1 = Hoffmann

et si $p_{L1} = 5$ et $p_{H1} = 6,4$, ils ne passent pas le seuil individuellement mais la somme ok.

On introduit alors le FAR (false alarm rate) qui est le temps attendu pour avoir $N_{\text{FA}} = 1$ (en yr^{-1}) et le seuil correspondant est de 9 yr^{-1} . Il est très sensible à p . La proba totale de FA est

$$\text{FAP} = 1 - e^{-\text{FAR} \cdot T_{\text{obs}}}.$$

Exemple : (GW150914)



on mesure un événement qui est un peu amélioré qui rend la recherche plus petite (reweighting).

on peut faire des analyses de bruit avec des injections, d'où le fait que l'on peut être négatif.

→ h0 est rescale pour que l'événement de GW150914 vaille 1

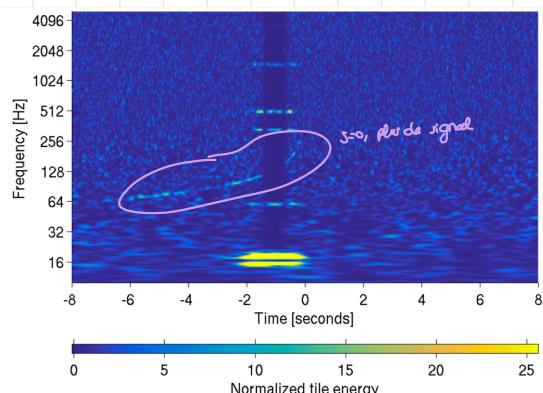
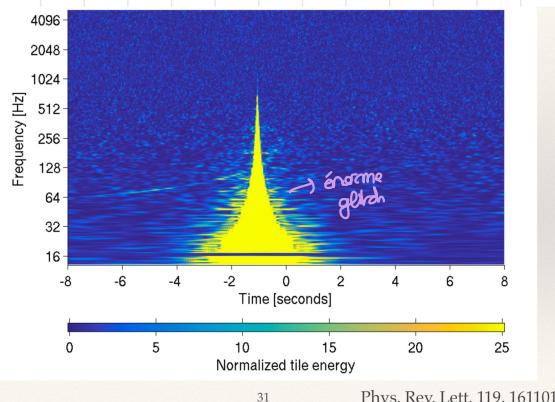
On a

$$\hat{P} = \frac{P}{((1 + (\chi_r^2)^{1/2})/2)^{1/6}} \quad \text{cf TP}$$

avec χ_r , un indicateur auto-corrélation de la constance du signal avec la waveform.

Exemple : (glitch)

GW170817 (fusion d'étoiles à neutrons)



→ après avoir enlevé la glitch

Estimations de paramètres

Analyses des événements knowns. On calcule les odds de proba par des paramètres $(m_1, m_2, \text{spin} \dots)$

Théorème de Bayes

On a

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) P(A)}{P(B)} \quad \text{et} \quad P(B) = \sum_i P(B|A_i) P(A_i)$$

Si on a des paramètres Θ_i et \mathcal{D} data,

$$P(\Theta_i | \mathcal{D}) = \frac{\mathcal{L}(\mathcal{D} | \Theta_i) P(\Theta_i)}{\int d\Theta_1 \dots d\Theta_n \mathcal{L}(\mathcal{D} | \Theta_i) P(\Theta_i)} = \frac{1}{E} \mathcal{L}(\mathcal{D} | \Theta_i) P(\Theta_i)$$

avec L la likelihood, P la distribution prior, et E l'evidence bayésienne (facteur de normalisation) et $P(\cdot | D)$ la distribution de proba postérieure.

Le facteur de Bayes va comparer les E de références avec ceux du modèle

$$\log(E) = \log\left(\frac{E}{E_{ref}}\right).$$

On a un espace de paramètres de grande dimension (> 15). On va donc le vendre de façon intelligente par extraire $\text{Proj}(1D)$. On prend des priors uniformes pour $m_1, m_2, s_1, s_2 \dots$, hypothèse de low ou high spin ...

Likelihood

Pour une réalisation gaussienne et stationnaire de bruit n_o , on a

$$P(n_o(t)) = P(r - h(\omega_t)) \propto \exp\left(-\frac{1}{2} \int dp \frac{|h_o(p)|^2}{\sigma_n(p)/2}\right)$$

$$\propto e^{-\frac{1}{2}(m_o|m_o|)}$$

$$\propto e^{-\frac{1}{2}(r - h|\tau - h|)}$$

$$\downarrow S = h \tau m$$

et on a

$$L(s|\omega_t) \propto e^{(h_1 s) - \frac{1}{2}(h_1 h)} \quad \text{absorb dans } M$$

$$\propto e^{(h_2 s) - \frac{1}{2}(h_2 h)}$$

↳

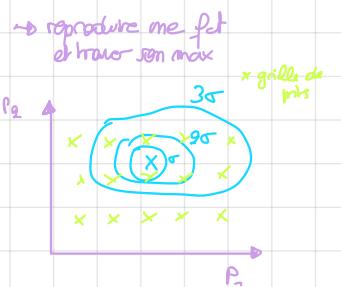
$$L(s|\omega_t) = M e^{(h_1 s) - \frac{1}{2}(h_1 h)}$$

calculable

Pour vendre l'espace des paramètres pour avoir des distri. postérieur, on utilise 2 méthodes :

- Monte-Carlo-Markov-chain (MCMC) avec un algorithme de Metropolis-Hastings

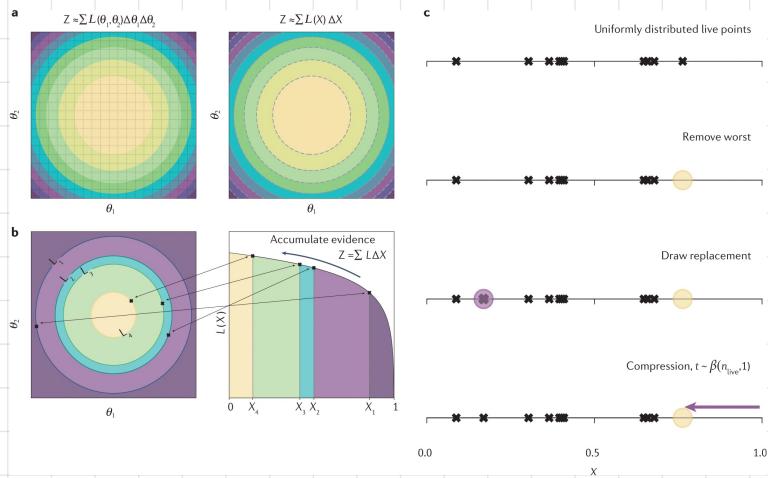
↳ distance, angle θ dans le ciel



- Nested Sampling : on retire des points au fur et à mesure par des étapes.

/

on fixe $\#pt$,
on enlève les
mauvais pour les
remplacer par des
autres aléatoirement
on espère qu'ils
soient mieux



On vend l'espace de façon intelligente
l'espace car sinon trop de pts.
On pris d'un pt au hasard puis on
le compare avec un autre et si l'autre est
meilleur, on le garde, avec sa proba associée

Paramètres à sender

- masse : $m_1, m_2, q = \frac{m_2}{m_1}$
- spin : $S_1, S_2, \sigma_{LS_1}, \sigma_{LS_2}, \chi_p, \chi_{\text{eff}}$ (effective spin)
- ciel : paramètres de localisation dans le ciel
- distance de luminosité D_L .

Exemple : (GW190521)

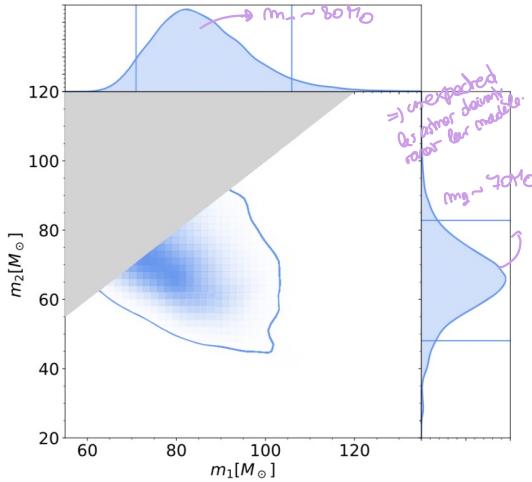


FIG. 2. Posterior distributions for the progenitor masses of GW190521 according to the NRSur7dq4 waveform model. The 90% credible regions are indicated by the solid contour in the joint distribution and by solid vertical and horizontal lines in the marginalized distributions.

TABLE I. Parameters of GW190521 according to the NRSur7dq4 waveform model. We quote median values with 90% credible intervals that include statistical errors.

Parameter	
Primary mass	$85^{+21}_{-14} M_\odot$
Secondary mass	$66^{+17}_{-18} M_\odot$
Primary spin magnitude	$0.69^{+0.27}_{-0.62}$
Secondary spin magnitude	$0.73^{+0.24}_{-0.64}$
Total mass	$150^{+29}_{-17} M_\odot$
Mass ratio ($m_2/m_1 \leq 1$)	$0.79^{+0.19}_{-0.29}$
Effective inspiral spin parameter (χ_{eff})	$0.08^{+0.27}_{-0.36}$
Effective precession spin parameter (χ_p)	$0.68^{+0.25}_{-0.37}$
Luminosity Distance	$5.3^{+2.4}_{-2.6} \text{ Gpc}$
Redshift	$0.82^{+0.28}_{-0.34}$
Final mass	$142^{+28}_{-16} M_\odot$
Final spin	$0.72^{+0.09}_{-0.12}$
$P (m_1 < 65 M_\odot)$	0.32%
\log_{10} Bayes factor for orbital precession	$1.06^{+0.06}_{-0.06}$
\log_{10} Bayes factor for nonzero spins	$0.92^{+0.06}_{-0.06}$
\log_{10} Bayes factor for higher harmonics	$-0.38^{+0.06}_{-0.06}$

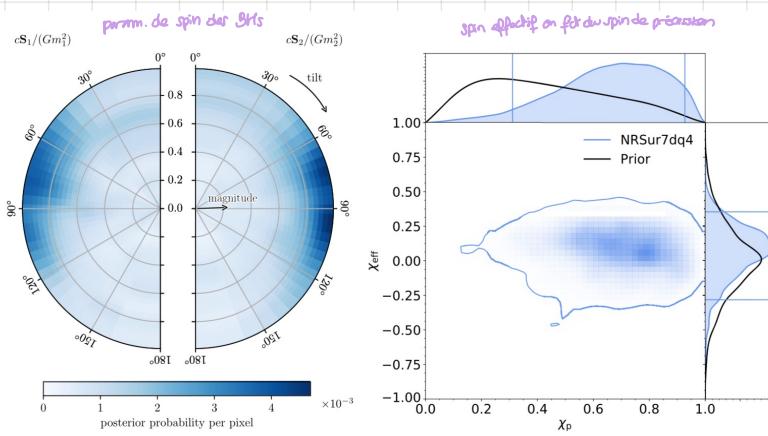


FIG. 3. Left: posterior distribution for the individual spins of GW190521 according to the NRSur7dq4 waveform model. The radial coordinate in the plot denotes the dimensionless spin magnitude, while the angle denotes the spin tilt, defined as the angle between the spin and the orbital angular momentum of the binary at reference frequency of 11 Hz. A tilt of 0° indicates that the spin is aligned with the orbital angular momentum. A nonzero magnitude and a tilt away from 0° and 180° imply a precessing orbital plane. All bins have equal prior probability. Right: posterior distributions for the effective spin and effective in-plane spin parameters. The 90% credible regions are indicated by the solid contour in the joint distribution, and by solid vertical and horizontal lines in the marginalized distributions. The large density for tilts close to 90° leads to large values for χ_p and low values for χ_{eff} .

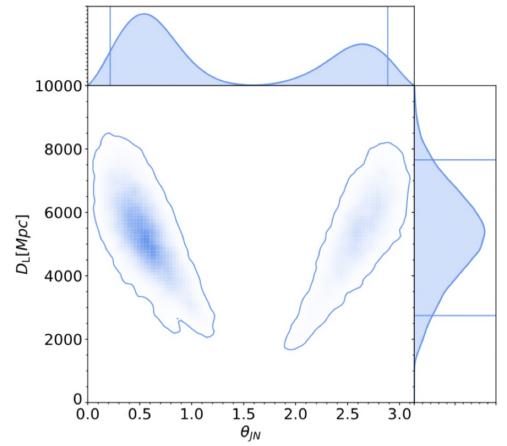


FIG. 4. Posterior distributions for the luminosity distance and the inclination angle of GW190521, according to the NRSur7dq4 waveform model. The inclination angle indicates the angle between the line-of-sight and the total angular momentum of the binary. For nonprecessing binaries, this is equal to the angle between the orbital angular momentum and the line of sight. We find the total angular momentum is likely to be closer to the line

Analyse de population

Merge rates

La merger rate est donnée par $R(m_1, m_2)$ en $\text{yr}^{-1} \text{Gpc}^{-3}$ et

$$N_{\text{events}} = R(m_1, m_2) \cdot V_T$$

avec des intervalles
de confiance

mergé,
~ stat. de Poisson

V_T dépend de m_1 et m_2

survey time

obtenu avec des injections

VT estimation (analytique)

Distance de visibilité :

Le signal doit avoir cette forme

$$\tilde{R}(f) = \left(\frac{5}{6}\right)^{1/2} \frac{1}{g\pi^{4/3}} \cdot \frac{c}{D} \left(\frac{G \cdot J_{\text{rc}}}{c^3}\right)^{5/6} f^{-4/3} e^{i\phi} Q(\theta, \phi, L)$$

inspiral

avec $Q = F_+ \frac{1 + \cos^2(L)}{2} + i F_x \cos(L) \text{ by}$ \Rightarrow le SNR est donc de la forme

phase shift

$$\left(\frac{S}{N}\right)^2 = \frac{5}{6} \frac{1}{\pi^{4/3}} \cdot \frac{c^2}{D^2} \left(\frac{G \cdot J_{\text{rc}}}{c^3}\right)^{5/3} |Q|^2 \int_0^{f_{\text{max}}} df \cdot \frac{f^{-4/3}}{S_m}$$

average value

$$\Rightarrow d_{\text{signal}} = \frac{2}{5} \left(\frac{5}{6}\right)^{1/2} \frac{c}{\pi^{4/3}} \left(\frac{G \cdot J_{\text{rc}}}{c^3}\right)^{5/6} \left[\int_0^{f_{\text{max}}} df \cdot \frac{f^{-4/3}}{S_m} \right]^{1/2} \left(\frac{S}{N}\right)^{-1}$$

on peut alors calculer le
range du détecteur

\Rightarrow donne BNS distance ou "reach plots"

ou à partir des injections VT \rightarrow à m_1, m_2

\rightarrow dans des bins autour de m_1, m_2 : $\frac{dR}{dm_1 dm_2} \dots$

Exemple :

Taux d'intervalles aps GW150914 : $R_{90\%} = 2 - 400 \text{ yr}^{-1} \text{ Gpc}^{-3}$ \rightarrow intervalle de confiance du taux de fusion à 90%

\hookrightarrow la redshift dependence \rightarrow un peu plus compliqué.

pour des BHs massifs, la redshift $\sim z$ et l'expansion de l'Univers est à prendre en compte

• Analyse de population

• Rate model $R(m_1, q, z)$ aux des paramètres. Ex : truncated, power law + pic, ..

• Spin model

• Contraintes sur les paramètres avec MCMC ou nested sampling.

on peut faire des comparaisons de modèles avec le facteur de Bayes.

Pour ça, on a besoin de la likelihood :

$$\mathcal{L}(d; \lambda, N) \propto N^{\text{Ndet}} e^{-N\bar{\epsilon}(\lambda)} \quad \text{distri. de Poisson}$$

avec $N_{\text{det}} = \# \text{ détecteurs}, \lambda \text{ des hyper-paramètres (rate model...)}$

$$\frac{N_{\text{det}}}{\prod_{i=1}^{N_{\text{det}}} \int \mathcal{L}(d_i; \theta) \pi(\theta | \lambda) d\theta} \quad \text{distri. prior sur } \theta$$

$\frac{N_{\text{det}}}{\prod_{i=1}^{N_{\text{det}}} \int \mathcal{L}(d_i; \theta) \pi(\theta | \lambda) d\theta}$ évidence bayésienne pour un événement de PE

III
car on doit tenir compte que chaque observation a sa propre incertitude

La likelihood prend cette forme car elle suit une statistique de Poisson. Le nombre moyen de sources $\lambda = \# \text{ d'i-méres} \times \text{prob. de détection } \bar{\epsilon}$

Le nombre observé $k \rightarrow N_{\text{det}}$ est

$$P(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \quad \text{distri. de Poisson}$$

et chaque événement pondéré par sa proba. postérieure

$$\frac{\prod_{i=1}^{N_{\text{det}}} \int \mathcal{L}(d_i; \theta) \pi(\theta | \lambda) d\theta}{q}$$

(*)

Si notre détecteur mesure les masses de manière ultra précise, on peut construire la likelihood by sa reproduire le bon # événent observés, alors on a juste la distri. de Poisson.

En pratique, on a des incertitudes sur les masses, d'où on inclut la $\prod \mathcal{L}$ → ce qui permet de tenir en compte l'incertitude sur la mesure

↓
Convolution sur les distri. postérieure des param.

Chapitre 3 : observations d'ondes gravitationnelles

I. Coalescences de binaires compactes

Première détection d'un BH merger (GW150914) ~ 0.95

Le spin du BH formé est non-nul. Dans cette détection, plusieurs choses étaient inattendues by far 3 observations principales :

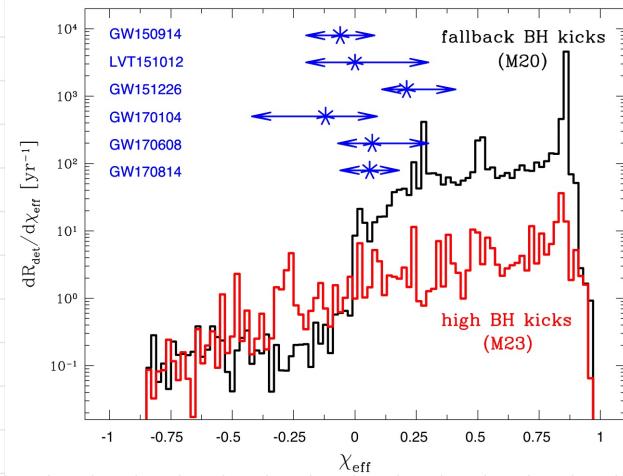
- masse : binaire $\sim 10 - 15 M_{\odot}$ \rightarrow plus grande que par des EN BHs
- spin : le spin effectif est donné par

$$\chi_{\text{eff}} = \frac{c}{G\pi} \left(\frac{\tilde{J}_1}{m_1} + \frac{\tilde{J}_2}{m_2} \right) \cdot \frac{c}{|L|} \approx 0 \quad \rightarrow \text{inattendu}$$

On s'intéresse alors au modèle de Gondeau : taux de fusion / an et on regarde la distribution en fait de χ_{eff} .

Les deux modèles hypothétiques prédisent une distribution avec un pic vers $-1 \Rightarrow$ spin très élevé des deux BHs et

spins alignés car $\cos = 1$



\rightarrow les deux distri. sont relativement plates et on tendance à dévaloriser les spins anti-alignés (< 0)

C'est donc surprenant d'avoir un spin = 0. Le fait que ce soit aligné sur 0 suggère que les 2 spins des BHs soient positifs, ou anti-alignés

par possible via simulations et donner

- Taux de fusion : VT (volume-time sensitivity) et le % avant est

$$N_{\text{av}} = VT \cdot R$$

avec R la rate (taux de fusion).

\rightarrow Les taux de fusion obtenus étaient plus élevés que ce qu'on avait pour des modèles qui peuvent expliquer les masses.

\rightarrow peut-être un autre mécanisme ?

étoiles avec environnement
o faible métallicité

gross BH avec un
environnement dense

(amas globulaires, AGN...)

\hookrightarrow spin non-aligné $\Rightarrow \chi_{\text{eff}} \neq 0$

PBH : cluster \Rightarrow odd BH
binaires \Rightarrow 1% DN

taux de fusion de, mais c'est limite

Canal dynamique : fusion dans des clusters

Entre 55 et $130 M_{\odot}$: BH ne peuvent pas être générés à cause de la pair instability \rightarrow FAUX

Gaix a trouvé un BH de $33 M_{\odot}$, alors que l'on pensait $M_{BH} < 20 M_{\odot}$

Première détection d'une coalescence de BNS (GW170817)

\hookrightarrow détecté 1 ou 2 jours après l'allumage de Virgo.

La détection a eu lieu dans 3 détecteurs. Les masses sont alors contondues par deux étoiles à neutron, et le spin doit être petit \Rightarrow grande dégénérescence entre m_1 et m_2 . Le taux de fusion est

$$R \approx 1540 \text{ yr}^{-1} \text{ Gpc}^{-3}$$

La masse est suffisamment localisée que pour avoir des contreparties élm. De plus,

$$f_{ISCO} \sim \frac{4400}{m_1 + m_2} \sim 2 \text{ Hz} \quad \rightarrow \text{détecteur moins sensible, la fusion a eu lieu plus près} \rightarrow \text{taux de fusion plus grand}$$

Ce n'est donc pas étonnant d'avoir un taux de fusion $>$ BH. Le signal est plus long car les 2 étoiles font beaucoup de cycles dans la zone de sensibilité du détecteur. 1,7 s après, on a un signal de Fermi de γ -ray bursts que l'on peut associer au taux d'étoiles à neutron.

\hookrightarrow donne naissance à l'astronomie multrimessagère.

Avantages de GW170817

Test de la gravité

Grâce à la contre-partie ET, on peut comparer les signaux ET avec les GW, comme ils viennent du même événement :

- vitesse des ondes grav : la détection simultanée de GW et γ -ray (et/ou ET) permet de vérifier que les GW voyagent à $v=c$.
 \rightarrow temps d'arrivée des signaux consistants avec les prédictions
- violations de Lorentz : meilleures contraintes
- contraint le principe d'équivalence à partir du Shapiro time delay : masses gravitationnelle et matérielle sont les mêmes
- le fait que les 2 soient arrivés presque en même temps suggère qu'ils ont suivi la même courbe d'espace-temps
- modèles de gravité modifiée : pleins de clasher de modèles exclusifs.
- beaucoup de cycle dans les waveworms qui contraintent mieux à GR.

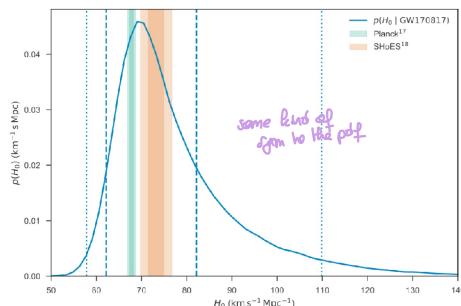
\rightarrow pic entre Pbands de SHoES

Mesure du taux d'expansion de Hubble - Lemaître - Sénéne standard

Il a fourni une mesure indép. de H_0 via la méthode de sirène standard :

- Détection de la GW fournit une mesure de D_L de la source
- La contre-partie ET permet de préciser la localisation dans le ciel

\hookrightarrow identification de l'host galaxy

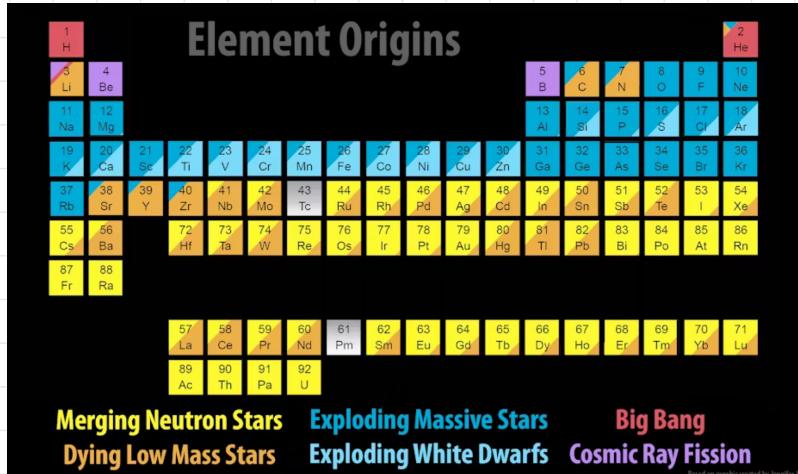


- On trouve alors le redshift z_g

$$D_L = \frac{1}{a} \int da \cdot \frac{c}{a^2 \cdot H(a)} = (1+z) X_{\text{com.}}$$

↳ on n'a pas spécialement besoin du D_L , on peut faire ça avec les fusions de BH.

Origine des éléments comme car et platine ($10 M_{\odot}$ crée en une fraction d'heure)



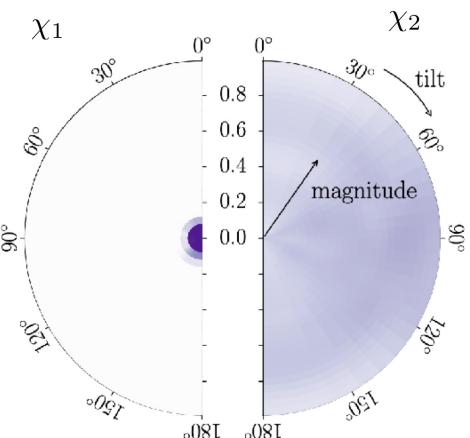
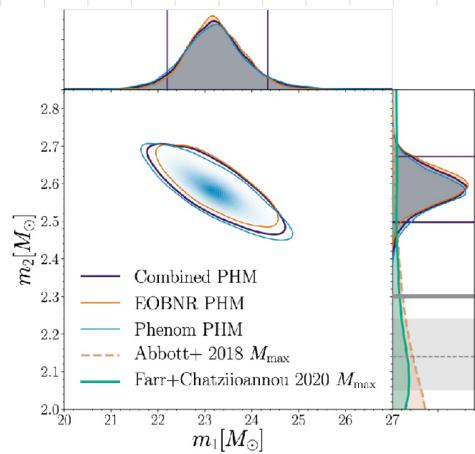
Merge asymétrique - GW190814

On considère un objet asymétrique de masse $2,6 M_{\odot}$, ce qui est bizarre car en général, pas de NS au-delà de $2,5 M_{\odot}$ et on n'a pas de BH non plus. De plus, les taux de fusion ne sont pas petits, c'est aussi inattendu.

Grâce à cet évènement, on a pu mesurer le spin du BH le plus massif et

$$\chi_{\text{eff}} = \frac{\tilde{x}_1 + q \tilde{x}_2}{1+q} \xrightarrow{q \ll 1} \chi_{\text{eff}} \sim \chi_1 \text{ quand } q \text{ est petit}$$

$$q = \frac{m_2}{m_1}$$



→ on voit que le spin ~ 0
↳ on ne s'attend pas à ce que le spin soit si petit

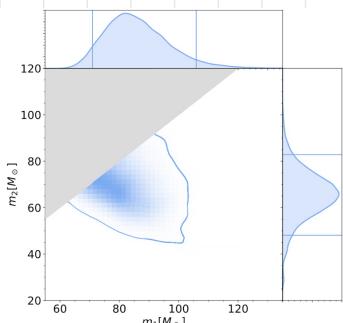
⇒ à cause de ça, on a souvent retiré les événements simulations pqg si on mettrait à mal les analyses

BH dans le pair-instability mass gap (GW190521)

Il y a au moins un BH dans le pair-instability mass gap ($> 50 M_{\odot}$). L'origine d'étoile à faible métallicité est exclue. velocity kick pb : la vitesse du BH formé est plus grande que ça

↳ est-ce que ça vient d'une fusion secondaire, mais pourquoi les 9 objets seraient dû à des mergers secondaires ? Normalement, le BH des merger doit être éjecté de l'amas globulaire

Par le seul événement de ce type.



Candidat BH de sub-solar-mass (SSM900308)

Pour prouver l'existence de PBHs, on doit trouver un SSM BH. 5 candidats ont été identifiés dans 2 détecteurs LVC. Ils passent les seuils classiques de détection : $\text{SNR} > 8$ et $\text{FAR} < 2$.

SSM900308

$$m_1 = 0.48 M_\odot \rightarrow \text{étoile à neutron très petite ?}$$

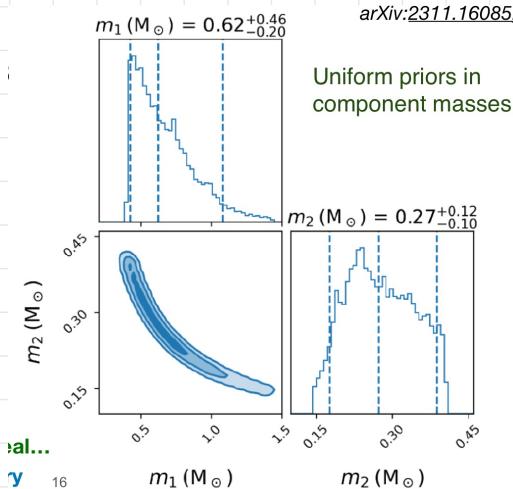
$$P(m_1 < M_\odot) = 92\%$$

$$m_2 = 0.23 M_\odot \rightarrow \text{sûr que c'est un SSM BH, PBH ?}$$

$$P(m_2 < M_\odot) = 100\%$$

$$\text{FAR} : 6\% \text{ de chance de FA} = (0,065)$$

\succcurlyeq à SSM130401, au moins une composante SSM est garantie, si le signal est réel.



Catalogue GWTC-3

Contient ~ 100 détection de BH

Binary neutron star range : quand on augmente d'un facteur 2 la range, on augmente de 2^3 le # nant cor-sphère

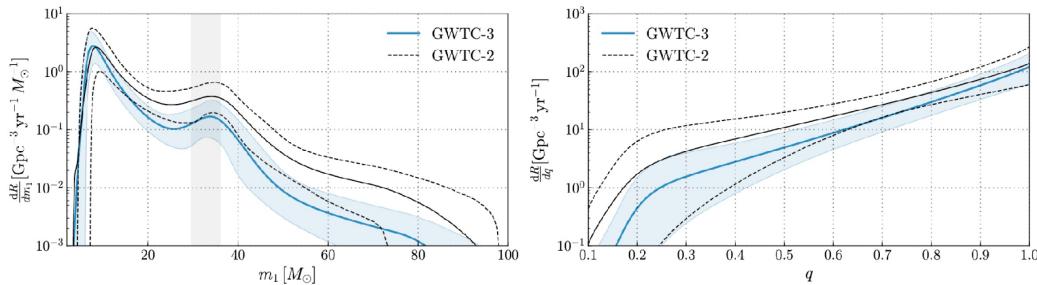


FIG. 10. The astrophysical BBH primary mass (left) and mass ratio (right) distributions for the fiducial PP model, showing the differential merger rate as a function of primary mass or mass ratio. The solid blue curve shows the posterior population distribution (PPD) with the shaded region showing the 90% credible interval. The black solid and dashed lines show the PPD and 90% credible interval from analyzing GWTC-2 as reported in [11]. The vertical gray band in the primary mass plot shows 90% credible intervals on the location of the Gaussian peak for the fiducial model.

power law + pic gaussien à $30 M_\odot$ car la plupart est à $30 M_\odot$

Le marche le mieux

Cependant, le modèle en power-law + peak ne reproduit pas les événements pour GWTC-3

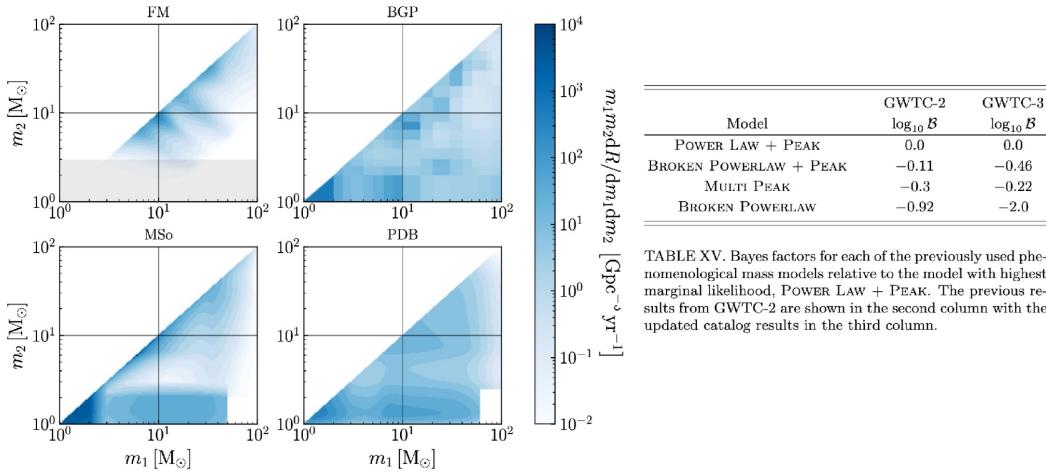


TABLE XV. Bayes factors for each of the previously used phenomenological mass models relative to the model with highest marginal likelihood, POWER LAW + PEAK. The previous results from GWTC-2 are shown in the second column with the updated catalog results in the third column.

Redshift distribution

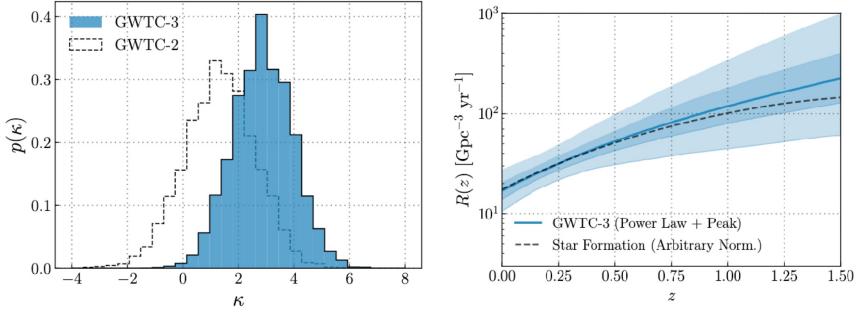
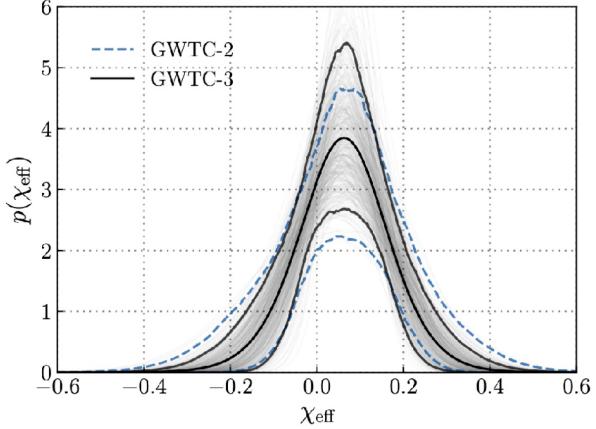


FIG. 13. Constraints on the evolution of the BBH merger rate with redshift. *Top:* Posterior on the power-law index κ governing the BBH rate evolution, which is presumed to take the form $\mathcal{R}(z) \propto (1+z)^\kappa$. The blue histogram shows our latest constraint using GWTC-3 ($\kappa = 2.9^{+1.7}_{-1.8}$), while the dashed distribution shows our previous constraint under GWTC-2. *Bottom:* Central 50% (dark blue) and 90% (light blue) credible bounds on the BBH merger rate $\mathcal{R}(z)$. The dashed line, for reference, is proportional to the rate of cosmic star formation [188]; we infer that $\mathcal{R}(z)$ remains consistent with evolution tracing star formation.

Effective spin distribution

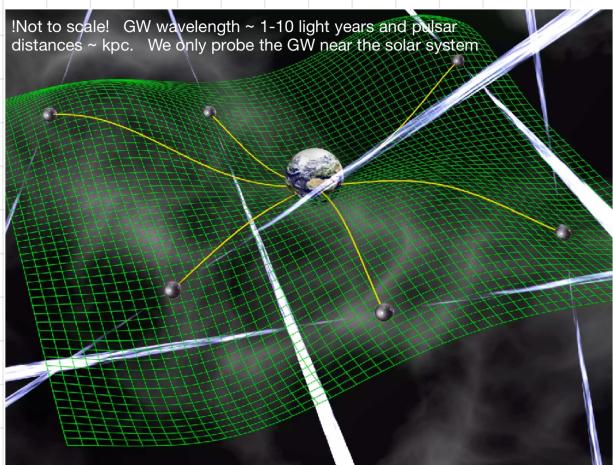


La distri des spins est proche de 0. Avoir des spins proches de 0 est biaisé pour la channel dynamique plus légèrement asymétrique $\Rightarrow \chi_{eff} > 0$ favorisé

↓
favorisé par les événements de mass-gap défavorisé ici.

II. PULSAR TIMING ARRAYS

Méthodes et courbes de Hellings-Jeans



On prend un réseau et on veut faire des corrélations entre les pulsars.

ordre des distances : kpc

Fréquences到位 au temps d'observation : $\sim 10 - 90 \text{ yr}^{-1}$

La fréquence des Grws est associée à ce temps de survey ($1 - 10 \text{ light yr}$)

↳ on voit la Grw relativement proche du système solaire.

Les réseaux de pulsars sont dans la 10-90-aire de pulsar, jusqu'à une vingtaine d'années.

Des effets qui peuvent réduire le signal sont la mvt des planètes → il faut être prudent dans l'analyse.

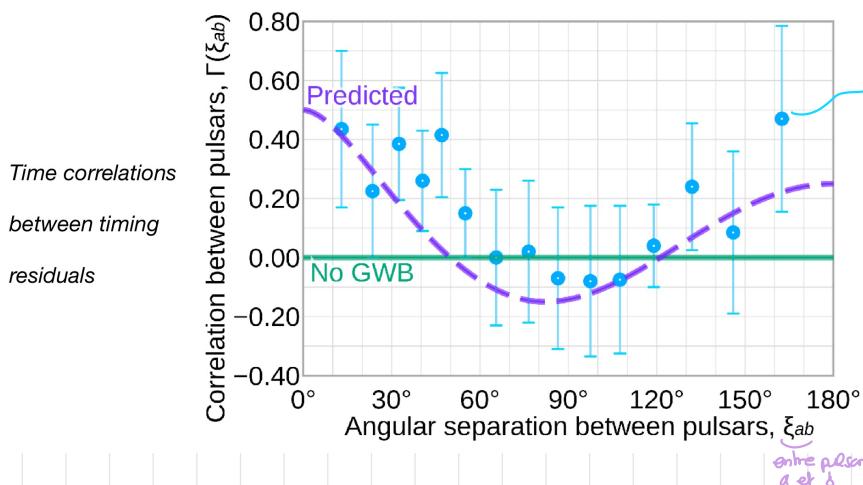
On cherche des corrélations avec les Grws. Pour ce faire, on utilise les courbes de Hellings-Jeans : forme de vague prédict par la GR pour apparaître dans un plot des corrélations résiduelles temporelles en fonction de l'angle de séparation entre les pulsars de pulsars.

Collaborations, observations, interprétations

On utilise des radio-télescopes. Avant 2009, on avait seulement des limites sur les fréquences $\sim 10^8 \text{ Hz}$.

En 2020, grâce à des données de NANOGrav, on a des preuves solides que ce soit un processus stochastique en loi de puissance avec une amplitude de déformation (strain) et un indice spectral communs, mais pas de preuve stat. pour des corrélations Hellings-Jeans. En 2023, toutes les collabs annoncent une forte preuve ($\sim 3\sigma$) pour un signal de Grw, incluant des corrélations de H-J.

La source de cette Grw n'est pas encore identifiée, mais beaucoup de chance que ce soit des événements BH. Cependant, les prédictions les plus simples d'indice spectral sont faiblement compatibles avec les données → on doit inclure les effets environnementaux pour mieux prédire le signal.



On regarde le hème drift dans l'arrivée des signaux et on voit une différence entre les temps d'arrivée des pulsars et de ce qui est attendu.

Amplitude du signal exprimée en termes de Ω_{GW} (= densité) \rightarrow background de GWs / signal PTA

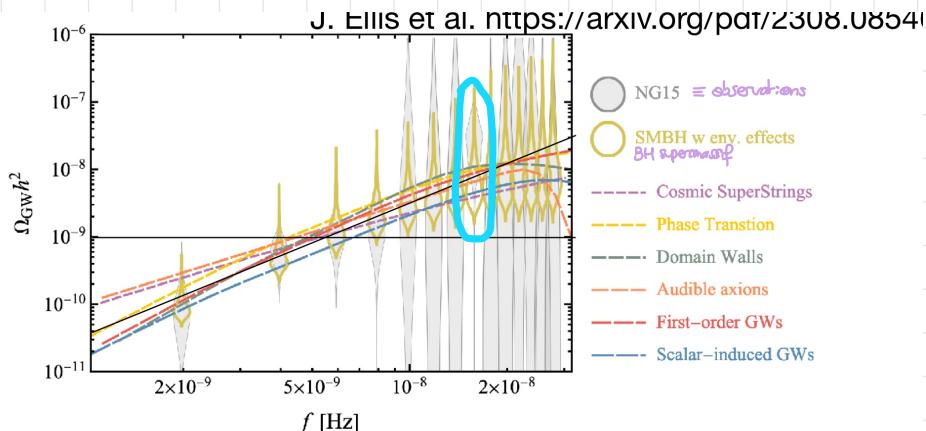


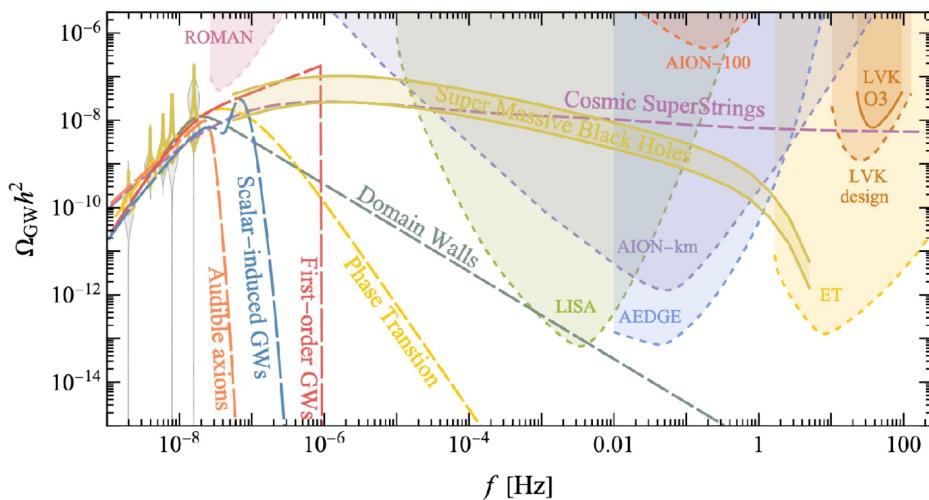
FIG. 16. Comparison of the best fits to the NG15 data for SMBH binaries with environmental effects and in the indicated BSM cosmological models.

Les observations sont étrange car on a pas fait à fait une power law. Il y a au moins une ligne où ça a l'air d'être shifté vers le haut, comme si il y avait des fluctuations intrinsèques entre les lignes.

Le SMBH est diffusé si on ne tient pas en compte les effets environnementaux.

Le scalar-induced GW est celui qui fit le mieux, le reste, c'est bcp ..

Types de GWs qui peuvent être sondés par des types de détecteurs



ET = Einstein Telescope

Principes de détection (fond d'onde stochastique)

On n'a plus à faire à un merger, mais à un fond de GWs. Il y a plein de fusion qui vont en-dedans du seuil du signal mais qui vont induire un bruit corréle. On ne peut pas les détecter individuellement, mais on peut le faire via l'amplitude du fond de GW du détecteur.

On peut donc les détecter en étudiant les corrélations temporelles entre les détecteurs 1 et 2 sur une longue période de temps (survey time).

$$\begin{cases} d_1(t) = h_1(t) + m_1(t) \\ d_2(t) = h_2(t) + m_2(t) \end{cases}$$

et si les bruits ne sont pas corrélos (ex: train près du détecteur non-corrélo) (+ variable R si ce n'est pas corrélo)

$$x(f) = \tilde{J}_1(f) \tilde{J}_2(f) \Rightarrow \langle x(f) \rangle = \langle \tilde{h}_1(f) \tilde{h}_2^*(f) \rangle = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \tilde{h}_1(t) \tilde{h}_2^*(t) S_R(f) \rightarrow \text{dépend de GW et du temps pendant lequel on effectue la mesure.}$$

augmenter avec une durée totale T et dépend de la fréq d'overlap des détecteurs R_{12} . Je pens,

$$\langle \tilde{m}_1(f) \tilde{m}_2^*(f') \rangle = \frac{1}{2} P_{m_1}(f) \delta(f-f').$$

On peut alors essayer de définir un SNR

$$P = \sqrt{T} \left[\int_{-\infty}^{\infty} df \cdot \frac{P_m^2(f) S_h^2(f)}{P_{GW}(f) P_m(f)} \right]^{1/2}$$

et grâce à ça, on peut mettre une limite sur les GWs à une certaine fréquence f .

On mesure cela en terme de la densité relative des GW car on peut voir une GW comme une certaine densité d'énergie

$$\rho_{GW} = \frac{\langle \dot{h}_{1d}(z, t) \dot{h}_{1d}^*(z, t) \rangle}{2\pi G}$$

qd h passe en Fourier, le f sort de e^{2\pi i ft} quand on dérive, d'où la $f^2 h_c^2(f)$ d'après

On passe celles dans Fourier pour regarder

$$\Omega_{GW} = \frac{1}{P_c} \cdot \frac{dP_{GW}}{d\log(f)}$$

↳

$$P_{GW} = \int_0^{\infty} \frac{\pi}{4} \frac{c^2}{G} f^3 h_c^2(f) \frac{df}{f}$$

$\frac{4\pi^2}{3g\pi}$ et $\frac{\pi}{4}$ cor 2 polarisations de GW

$$\Rightarrow \Omega_{GW} = \frac{1}{P_c} \cdot \frac{\pi}{4G} f^3 h_c^2(f).$$

Par exemple, pour l'effondrement de binaires en orbite circulaire (CBC), la somme d'énergie perdue par chaque source est

$$\frac{dE_{GW}}{df_r} = \frac{\pi^{2/3}}{3G} (GM_c)^{5/3} f_r^{-1/3}$$

chip process

$\frac{d\rho_{GW}}{d\log f} = \frac{1}{c^2} \int_0^{\infty} N(z) \frac{1}{1+z} f_r \frac{dE_{GW}}{df_r} dz,$

sources

La fréquence des GWs est aussi redressée

en intégrale sur tous les redshifts par toute l'univers

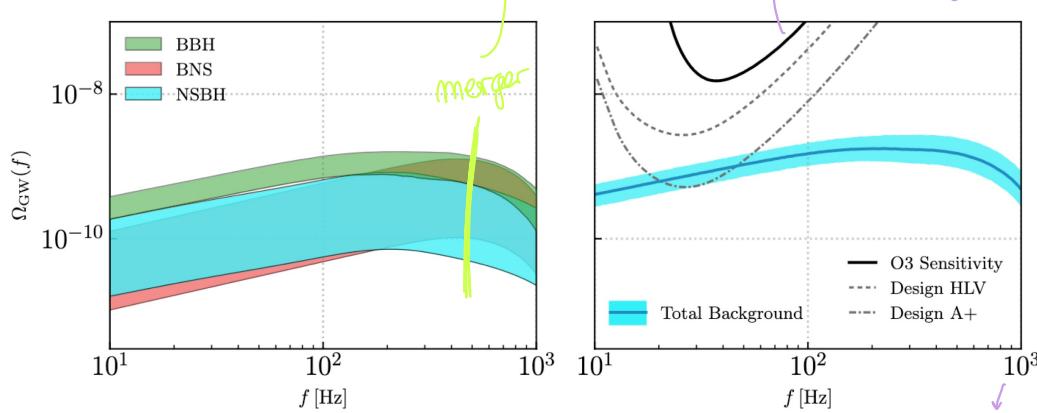
The number density of GW events $N(z)$ within the redshift interval $[z, z + dz]$ is related to the merging rate $\tau_{\text{merg}}(z)$ through [30]

$$N(z) = \frac{\tau_{\text{merg}}(z)}{H(z)(1+z)^3} \quad (7)$$

integrated over CBC masses

m_m et m_f sont les deux de fusion.

Limits LIGO/Virgo/Kagra



La coupure est moins prononcée pour le rouge que pour le vert. ↗ aux masses

Le total BG est stochastique et donne une meilleure sensibilité pour des fréquences + basses

O3 : actuel ; HLV ≡ O5 ; A+ : si on améliore encore Virgo

BNS : les taux de fusion sur les NS ne

sont connus que dans une certaine fourchette

NSBH : taux de fusion pas très connu non plus.

Chapitre 4 : sources cosmologiques

I. MOTIVATIONS ET RELATIONS GÉNÉRALES

Motivations

- Les GW sont un moyen génial de sonder l'univers primordial car il devient opaque au-dessus d'un redshift de 1000.
L'univers est transparent aux GWs.
- De la nouvelle physique est attendue dans l'univers primordial : (pré)-inflation, (p)reheating, transition de phase, défauts topologiques (GST)
baryogénération, dark matter

Le on s'attend à de nouvelles choses pour les avoir

Les sources possibles de GW

(corde cosmique : on brise une symétrie $U(1) \rightarrow$ d'un endroit, la symétrie doit être restaurée et on a + de densité d'énergie = corde cosmique)

Relations générales

- Équation de Friedmann-Lemaitre (hypothèse homogénéité et isotropie) durant l'ère de radiation

$$H^2 = \frac{8\pi G}{c^4} \rho_r = \frac{8\pi G}{c^4} \cdot \frac{\pi^2}{30} g_* (+) \cdot T^4$$

- Horizon de Hubble ~ Horizon de particules : distance comobile (maximum voyagée par une particule)

$$x_{pe} = \int_{t_i}^t c \frac{dt'}{a} = \frac{c}{a(t) H(t)}$$

c'est si plat
et pas en expansion

$$x_H = \frac{c}{a H} = c \frac{t}{H} ; [H] = s^{-1}$$

- Densité / fréquence de GW associée à un phénomène d'horizon-site

$$\Omega_{GW} h^2 = \left[\frac{a(\tau)}{a_0} \right]^4 \left[\frac{H(\tau)}{H_0 / R} \right]^2 \Omega_{GW} (\tau)$$

$$f_H (\tau) = \frac{a(\tau)}{a_0} \cdot \frac{H(\tau)}{2\pi}$$

II. INFLATION ET PRÉ-HEATING

- Champ scalaire avec un potentiel plat (slow roll inflation)
- Fluctuations du champ scalaire \Rightarrow GW primordial à haute fréquence

Les GW peuvent induire un B-mode : type de polarisation de la lumière qui vient du CMB \rightarrow donne accès à l'échelle d'énergie de l'inflation

- Pre-heating après l'inflation \Rightarrow résonance paramétrique qui source les GW

III. TROUS NOIRS PRIMORDIAUX

→ si les fluctuations scalaires de densité excèdent un seuil et se effondrent et forment un PBH

Les fluctuations du CMB sont d'environ 1/100 000 et ne peuvent pas engendrer de PBH

→ exponentiellement sensible à l'amplitude du spectre

Duble fine-tuning et problème de coïncidence

Pour des perturbations gaussiennes, la densité d'un PBH dépend exponentiellement de S_8 (threshold)

Il y a un pic de PBH quand les neutrinos et photons deviennent NR

GW à partir des PBHs

- fusion de binaires primordiales
- PBH évaporation (Hawking radiation)
- scalar induced GW
- fusion de binaires dans des clusters
- PBH formation

On a une contrainte sur sa fraction de DM en fonction de la masse du PBH

IV. SCALAR INDUCED GWs (possible origine de PBH)

→ GW générées par des perturbations scalaires de l'Univers primordial (ex: inflation)

During l'inflation cosmique, les fluctuations quantiques dans le champ de l'inflation crée des perturbations (tenseur perturb = GW). Les perturbations du tenseur primaire crée des GWs. Les perturbations scalaires peuvent induire des GW à travers un effet de 2nd ordre

La crée indirectement des GW : leur interaction avec la matière des perturbations source des GWs. → LISA, E.T.

V. TRANSITION DE PHASE DU PREMIER ORDRE

Génération de GW via des instabilités, collision de bulle → échelle de l'ordre de l'horizon de Hubble

VI. EFFETS TOPOLOGIQUES

↳ cosmic strings : font des petites bulles quand elles se croisent et se rétractent en émettant une GW

↳ domain wall : peuvent s'effondrer pour former des PBHs en émettant des GWs.