Cours de physique des particules
(MA1 ou MA2)
Année académique 2023-24
PHYSF-416 (5ECTS)

CHAPITRE 7 : LES OSCILLATIONS DES NEUTRINOS

Rappel : plan du cours

- I. Introduction et rappels
- II. Symmétries et lois de conservation
- III. Modélisation des interactions fondamentales et prédictions
- IV. Interactions faibles
- V. Interactions électrofaibles
- VI. Violation CP
- VII. Les oscillations des neutrinos
- VIII. Les oscillations des neutrinos: solaires et atmosphériques
- IX. Les oscillations des neutrinos: sources artificielles
- X. Les propriétés des neutrinos

Contenu du chapitre VII: Les oscillations de neutrinos
Motivations et formalisme

- VII.1. Les neutrinos du Modèle Standard minimum
- VII.2. Le problème des neutrinos solaires
- VII.3. Le mélange de neutrinos:
  - VII.3.1. Avec deux neutrinos
  - VII.3.2. Généralisation à trois neutrinos

Chapitre VII: Les oscillations de neutrinos

VII.1. Les neutrinos du Modèle Standard minimum

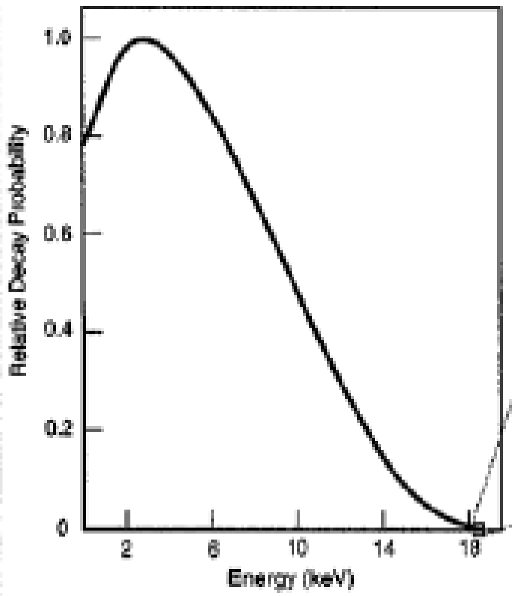
- lepton de spin $\frac{1}{2}$
- masse nulle
- charge électrique nulle

$\left.\begin{array}{l}\text{masse nulle}\\ \text{charge électrique nulle}\end{array}\right\} \Rightarrow \left|\begin{array}{l}\text{pas de moment}\\ \text{magnétique}\end{array}\right.$

- charge de couleur nulle

Radioactivité : Tritium **->**

La désintégration beta
ne semble pas respecter les lois de la conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement



$${}^3_1\mathrm{H}^+ \rightarrow {}^3_2\mathrm{He}^{2+} + {}^{\;0}_{-1}\mathrm{e}^- \boxed{+\ \overline{\nu}\mathrm{e}}$$

→**hypothèse du neutrino (ν) par Pauli (1930) :**

$$n \rightarrow p + e^- + \overline{\nu}$$

Chapitre VII: Les oscillations de neutrinos

VII.1. Les neutrinos du Modèle Standard minimum

1ère observation d'une interaction de ν

Cowan et Reines – 1956:

$$\bar{\nu} + p \rightarrow n + e^{+}$$

Produits par un réacteur nucléaire: $n \rightarrow p + e^{-} + \bar{\nu}$

Cible d'eau

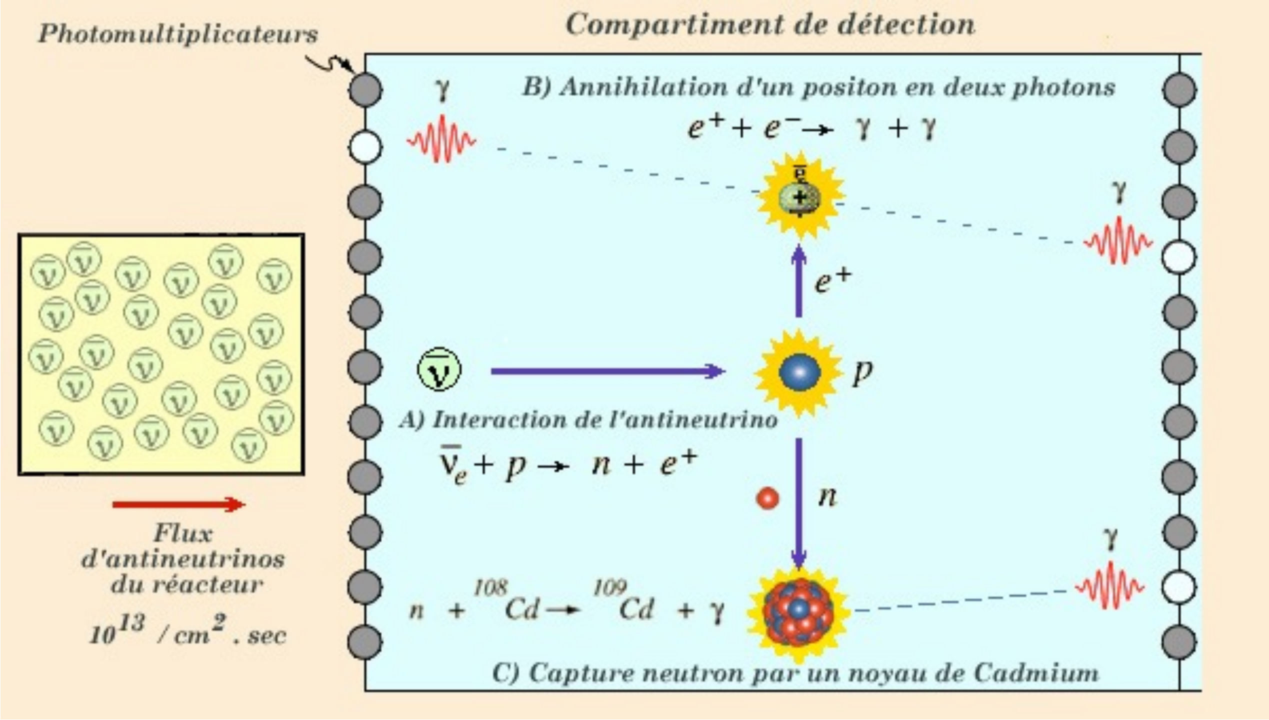
Chapitre VII: Les oscillations de neutrinos

■ VII.1. Les neutrinos du Modèle Standard minimum

1ère observation d'une interaction de ν

Cowan et Reines – 1956:

(Nobel for Reines in 1995)



Chapitre VII: Les oscillations de neutrinos

- ## VII.1. Les neutrinos du Modèle Standard minimum

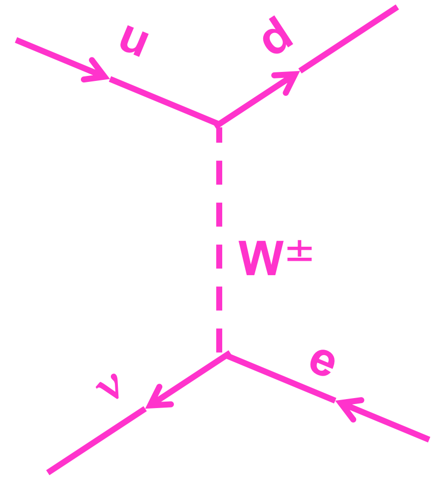
1ère observation d'une interaction de ν

Cowan et Reines – 1956:

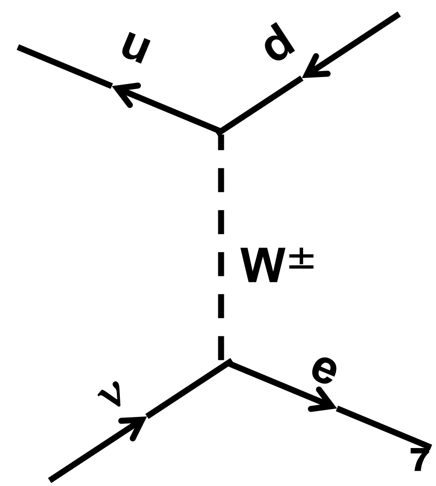
$$\bar{\nu} + p \rightarrow n + e^{+}$$

Produits par un réacteur nucléaire: $n \rightarrow p + e^{-} + \bar{\nu}$

Cible d'eau



$$\nu + \bar{p} \rightarrow \bar{n} + e^{-}$$



Chapitre VII: Les oscillations de neutrinos

- **VII.1. Les neutrinos du Modèle Standard minimum**

1ère observation d'une interaction de ν

Cowan et Reines – 1956:

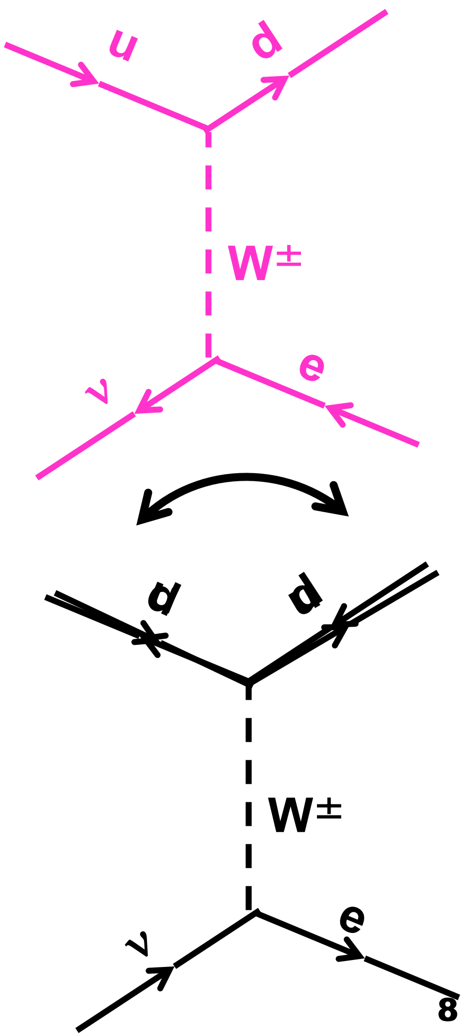
$$\bar{\nu} + p \rightarrow n + e^{+}$$

Produits par un réacteur nucléaire: $n \rightarrow p + e^{-} + \bar{\nu}$

Cible d'eau

$$\nu + \bar{p} \rightarrow \bar{n} + e^{-}$$

$$\nu + n \rightarrow p + e^{-}$$



Chapitre VII: Les oscillations de neutrinos

VII.1. Les neutrinos du Modèle Standard minimum

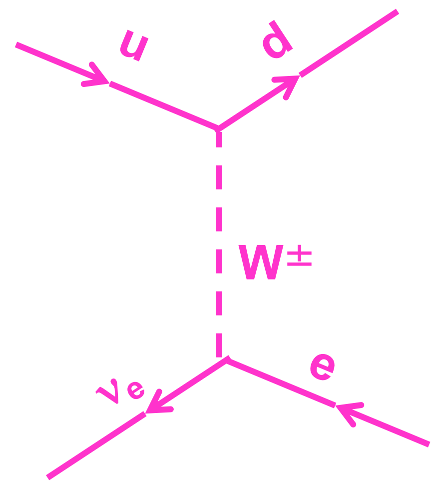
1ère observation d'une interaction de ν

Cowan et Reines – 1956:

$$\bar{\nu} + p \rightarrow n + e^{+}$$

Produits par un réacteur nucléaire: $n \rightarrow p + e^{-} + \bar{\nu}$

Cible d'eau



Le neutrino semble différent de l'antineutrino:

$$\nu + n \rightarrow p + e^{-}$$

Pas observé dans la cuve →

$$\boxed{\nu \neq \bar{\nu}\ ?}$$

Chapitre VII: Les oscillations de neutrinos

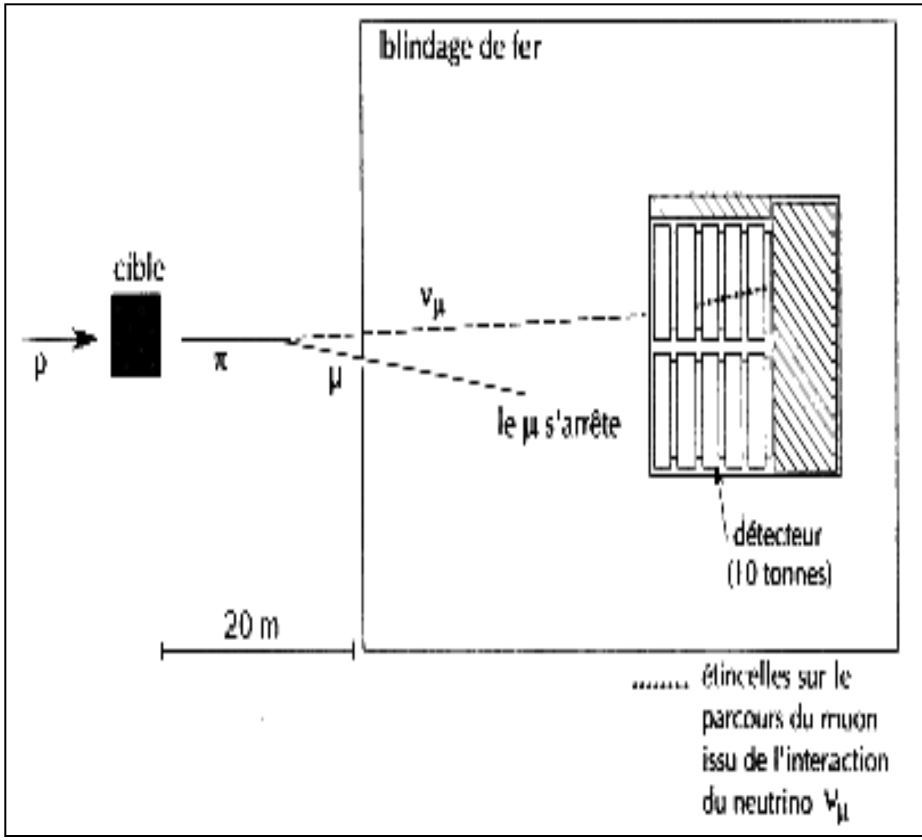
VII.1. Les neutrinos du Modèle Standard minimum

Il existe différentes espèces de neutrinos:

Cette hypothèse a été vérifiée avec le 1er faisceau de ν de Brookhaven (BNL), produit par les désintégrations :

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu$$

$$\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}$$



$$\nu_\mu \neq \nu_e \qquad \nu_\mu + N \rightarrow \mu^- + X$$

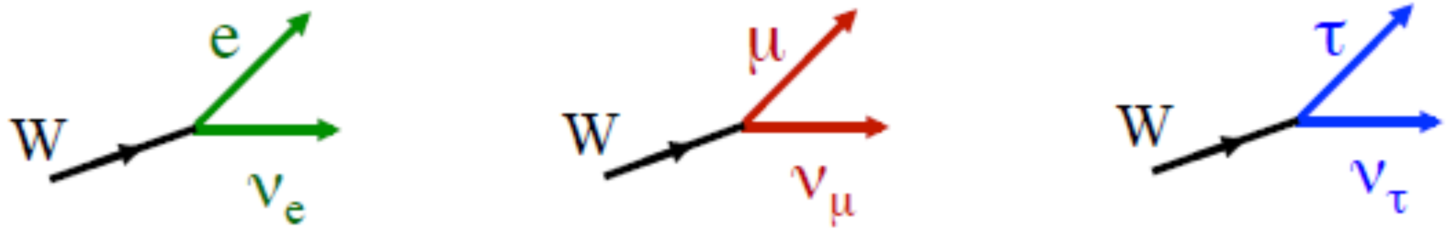
$$\nu_\mu + N \nrightarrow e^- + X$$

Chapitre VII: Les oscillations de neutrinos

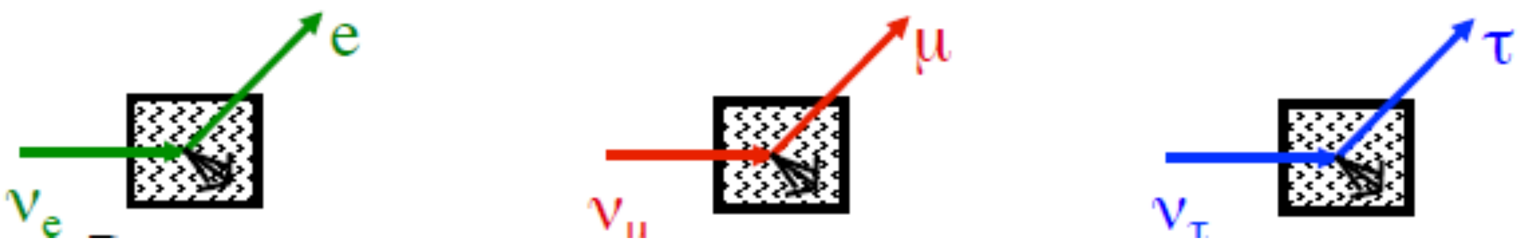
- ## VII.1. Les neutrinos du Modèle Standard minimum

Il existe différentes espèces de neutrinos:

On définit les différentes saveurs de neutrinos par la nature du lepton qui les accompagne dans la désintégration du W:



Lors d'une interaction de neutrino sa saveur est conservée:



Chapitre VII: Les oscillations de neutrinos

VII.1. Les neutrinos du Modèle Standard minimum

→ introduction des nombres leptoniques, L_e, L_μ et L_τ, différents pour l'électron, le muon et le tau, le même leur neutrino associé et opposés pour les $\bar{\nu}$ et ν. Ces nombres leptoniques sont conservés dans les If et Iém.

Lepton	Q_e	L_e	L_μ	L_τ	B
électron	-1	1	0	0	0
ν_e	0	1	0	0	0
muon	-1	0	1	0	0
ν_μ	0	0	1	0	0
tau	-1	0	0	1	0
ν_τ	0	0	0	1	0

Opposés pour les anti-leptons

L_e, L_μ et L_τ sont conservés séparément.

Chapitre VII: Les oscillations de neutrinos

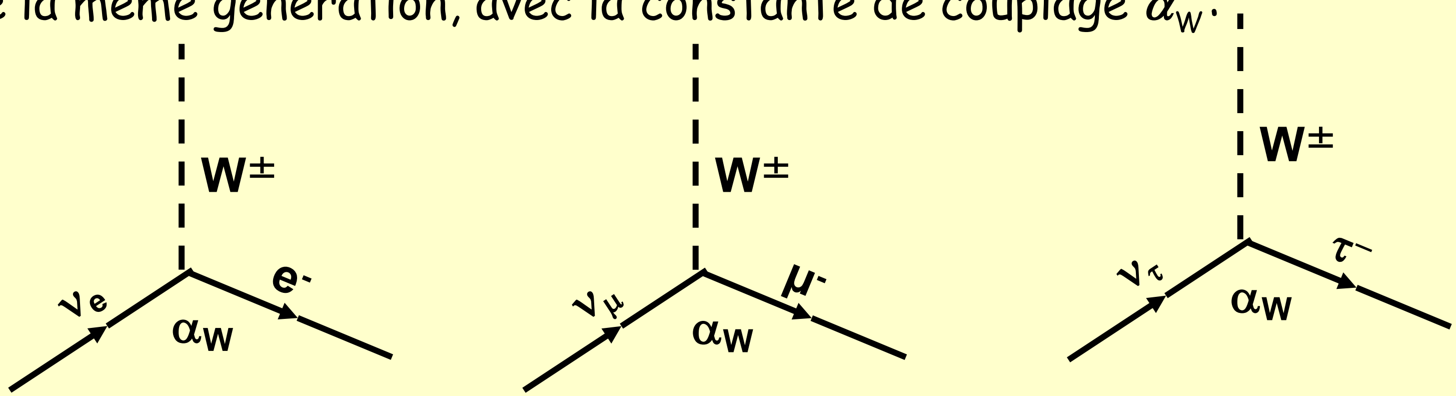
VII.1. Les neutrinos du Modèle Standard minimum

Interactions à courant chargé (CC)

3 générations (ou familles) $\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix}$ couplés au W pour produire $\begin{pmatrix} e^- \\ \mu^- \\ \tau^- \end{pmatrix}$

Les nombres leptoniques L_e, L_μ, L_τ sont conservés indépendamment

$\Rightarrow$ Les familles ne se mélangent pas. Chaque vertex implique 2 leptons de la même génération, avec la constante de couplage α_W:



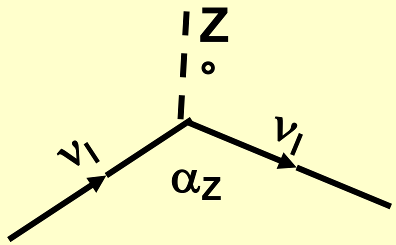
Universalité leptonique : même α_W pour les 3 familles

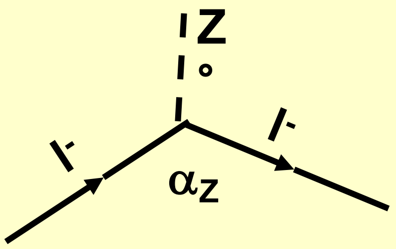
- **VII.1. Les neutrinos du Modèle Standard minimum**

Interactions à courant neutre (NC)

Les leptons neutres ou chargés sont couplés par l'intermédiaire du Z°

Les familles ne se mélangent pas. Chaque vertex implique 2 leptons identiques, avec la constante de couplage α_Z:





Universalité leptonique : même α_Z pour les 3 familles

Chapitre VII: Les oscillations de neutrinos

VII.1. Les neutrinos du Modèle Standard minimum

- $h_\nu = -1 \;\Rightarrow\; \nu_L \qquad h_{\bar{\nu}} = +1 \;\Rightarrow\; \bar{\nu}_R \qquad \cancel{\nu_R} \qquad \cancel{\bar{\nu}_L}$ (ou stériles)
- $\begin{pmatrix} \nu_l \\ l^- \end{pmatrix}_L$ forme un doublet de SU2 de chiralité gauche

  $\begin{pmatrix} \bar{\nu}_l \\ l^+ \end{pmatrix}_R$ forme un doublet de SU2 de chiralité droite

  l_R^- et l_L^+ forment chacun un singulet de U1

Chapitre VII: Les oscillations de neutrinos

- **VII.1. Les neutrinos du Modèle Standard minimum**

Mais la masse des neutrinos est-elle réellement nulle?

- $m_\gamma = 0$ imposé par l'invariance pour le groupe de Poincaré, lorsqu'on impose l'invariance de jauge locale.
- Rien de fondamental n'impose $m_\nu = 0$.

m_ν << masse des autres fermions → $m_\nu = 0$: bonne approximation et le MS minimal "marche" bien, mais:

- Tous les fermions sauf le ν ont des champs L et R
- La plupart des modèles de Grande Unification prédisent $m_\nu \neq 0$
- L'étude des neutrinos émis par le soleil a conduit à des résultats qui ont pu être expliqués par des oscillations entre ν de différentes familles:

$$\nu_e \leftrightarrow \nu_\mu \leftrightarrow \nu_\tau$$

Ces oscillations ont été confirmées dans d'autres situations

et ne sont possibles que si $m_\nu \neq 0$

$\rightarrow$ extensions possibles du M.S.

Chapitre VII: Les oscillations de neutrinos

VII.2. Le problème des neutrinos solaires

Le contexte

Dans la 1ère moitié du siècle passé, s'est posée la question de l'origine de l'énergie du soleil et des étoiles. Le détail des différentes réactions de fusion qui transforment 4 protons en une particule α et d'autres produits:

$$\boxed{4\,p \rightarrow {}^4He^{++} + 2\,e^{+} + 2\,\nu_e + 26.7\,MeV}$$

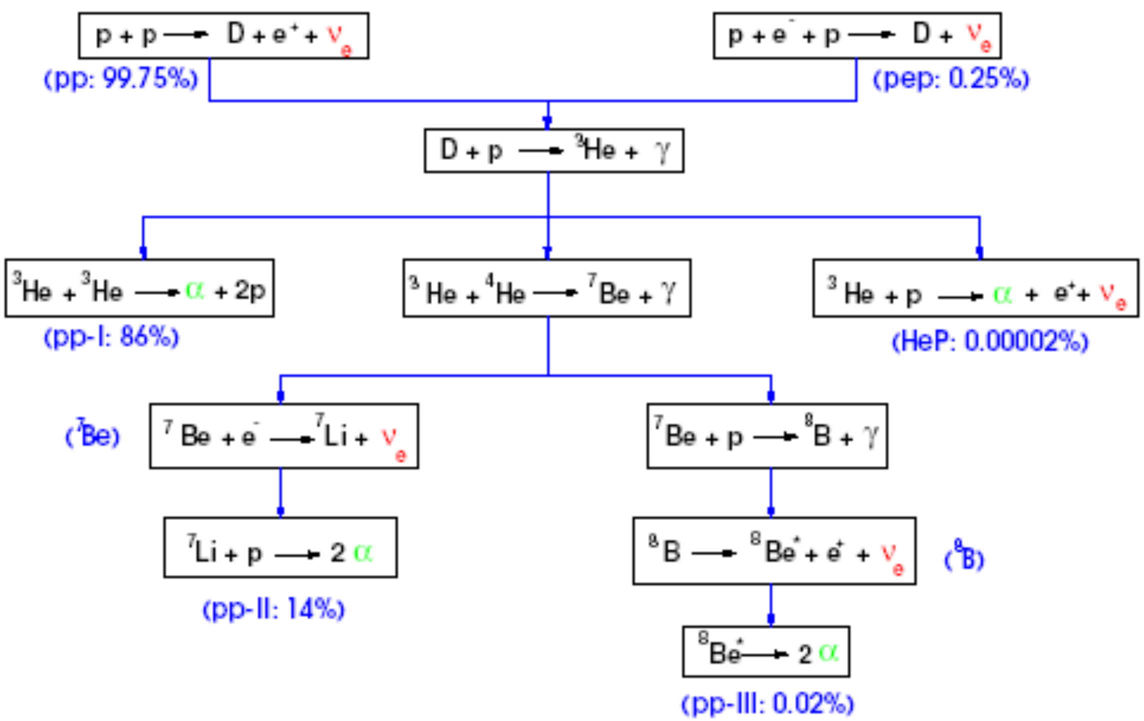
est dû à Hans Bethe (1938) - prix Nobel 1967.

Dans les étoiles ~1,3 x plus lourdes que le soleil, c'est le cycle CNO qui domine. Pour les étoiles de masse comparable à celle du soleil ou plus faible, c'est le cycle proton – proton qui domine.

Chapitre VII: Les oscillations de neutrinos

- ## VII.2. Le problème des neutrinos solaires

Le cycle pp en bref:



Comment tester ce modèle?
γ? ~10 à 170 milliers d'années pour s'échapper
ν_e! Interagissent faiblement. Sonde parfaite pour étudier le cœur du soleil

flux de ν_e solaires :

$9 \cdot 10^{37}$ cycles de fusion $/s$

$\Rightarrow \mathbf{1.8 \cdot 10^{38}}\, \nu_e / s$

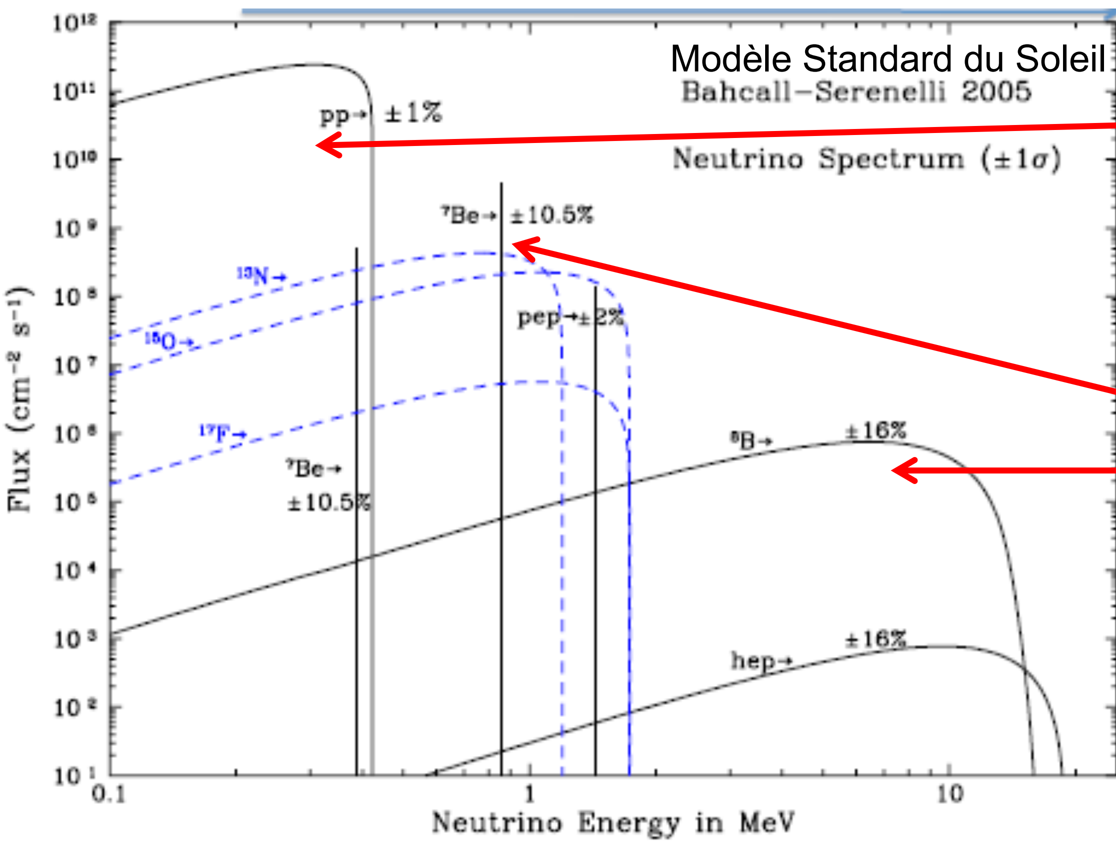
flux de ν_e solaires sur Terre:

$\boxed{6.5 \cdot 10^{10} \nu_e \ cm^{-2} \ s^{-1}}$

Bahcall et Serenelli - 2005

VII.2. Le problème des neutrinos solaires

Le cycle pp en bref :



Très abondants mais énergie < 0.42 MeV, trop basse pour détecter ces ν_e dans la plupart des expériences

La plupart des détecteurs fonctionnent avec le canal B et Be, peu abondants mais plus énergétiques (jusqu'à 19 MeV)

Chapitre VII: Les oscillations de neutrinos

- **VII.2. Le problème des neutrinos solaires**

L'expérience de Homestake

1962: Raymond Davis (prix Nobel 2002) construit le 1er grand détecteur souterrain pour observer les ν_e solaires, dans la mine d'or de Homestake, Sud Dakota,USA.

- Souterrain: pour réduire le bruit de fond dû aux rayons cosmiques
- Grand: pour maximiser la probabilité de capture des neutrinos dans le détecteur, une cuve de 400 000 l de perchloreéthylène (Cl_2C):

$$\nu_e + {}^{37}Cl \rightarrow {}^{37}Ar + e^- \qquad \tau_{^{37}Ar} \approx 50 \text{ days}$$

$$E_{Be} = 0.861\ MeV \ > \ E_{thresh} = 0.813\ MeV \ > \ E_{pp}^{max} = 0.423\ MeV$$

- Toutes les 2 ou 3 semaines, l'Argon est extrait du liquide par des processus chimiques (ε ~90% - 10 à 20 atomes!), transformé en Ar gazeux et envoyé dans une chambre proportionnelle pour identification des désintégrations radioactives (~1/jour!).

Chapitre VII: Les oscillations de neutrinos

- **VII.2. Le problème des neutrinos solaires**

L'expérience de Homestake:

1968: le flux de ν_e mesuré par Davis est ~1/3 de celui prédit par Bahcall (1963) à partir du modèle standard du soleil.

C'est le début du problème des neutrinos solaires!

Chapitre VII: Les oscillations de neutrinos

- **VII.2. Le problème des neutrinos solaires**

La solution:

Pendant plus de 30 ans:

- Nombreuses vérifications expérimentales des détecteurs.
- Rafinement des procédures de calibration
- Développement de techniques de détection différentes
- Vérifications et mises au point du MSS

Le résultat expérimental est confirmé en 1995 après l'observation de quelque 2200 interactions de neutrinos

Ce n'est qu'en 2002 que le problème fut élucidé en démontrant l'existence d'oscillations des ν_e vers des ν_μ et des ν_τ.

Chapitre VII: Les oscillations de neutrinos

- ## VII.3. Le mélange de neutrinos:

La possibilité que les ν puissent osciller d'une espèce vers une autre a été introduite par Bruno Pontecorvo en 1957; il avait proposé un mécanisme d'oscillations entre neutrinos et antineutrinos. Toutefois, ce type d'oscillations n'a jamais été observé.

Après la 1ère observation du ν_μ, en 1962, Z. Maki, M. Nakagawa et S. Sakata, appliquent ce mécanisme d'oscillations aux neutrinos de saveurs différentes connus à l'époque, le ν_e et le ν_μ (62-63)

C'est une idée assez simple qui fait appel à la MQ des mélanges d'états.

Chapitre VII: Les oscillations de neutrinos

- ## VII.3. Le mélange de neutrinos:

Les ν produits dans les If ont une saveur déterminée:

$$\nu_e,\ \nu_\mu \text{ ou } \nu_\tau$$

mais ce ne sont pas à priori des états propres de masse, ceux-ci sont:

$$\nu_1,\ \nu_2,\ \nu_3$$

Un ν de saveur est une superposition de ν de masse:

$$\begin{aligned}
|\nu_e\rangle &= U_{e1}\,|\nu_1\rangle + U_{e2}\,|\nu_2\rangle + U_{e3}\,|\nu_3\rangle \\
|\nu_\mu\rangle &= U_{\mu 1}\,|\nu_1\rangle + U_{\mu 2}\,|\nu_2\rangle + U_{\mu 3}\,|\nu_3\rangle \\
|\nu_\tau\rangle &= U_{\tau 1}\,|\nu_1\rangle + U_{\tau 2}\,|\nu_2\rangle + U_{\tau 3}\,|\nu_3\rangle
\end{aligned}$$

U est la matrice 3 x 3 de mélange des neutrinos, unitaire s'il n'y a pas de 4ème ν; elle est appelée matrice P-MNS.

(Matrice Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata)

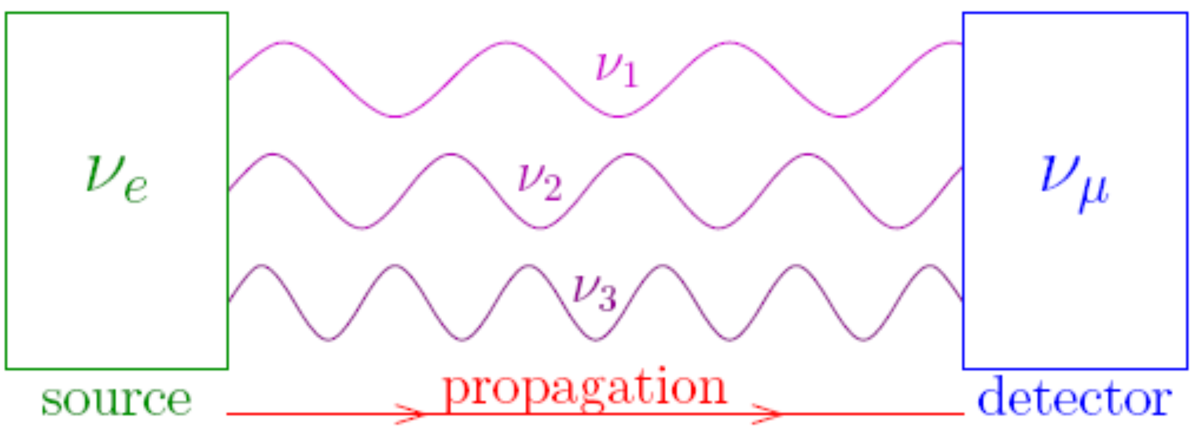
Chapitre VII: Les oscillations de neutrinos

- **VII.3. Le mélange de neutrinos:**

  Si les ν états de masse ne sont pas dégénérés en masse, leur fonction d'onde évolue différemment avec le temps:

$$|\nu(t=0)\rangle = |\nu_e\rangle = U_{e1}\,|\nu_1\rangle + U_{e2}\,|\nu_2\rangle + U_{e3}\,|\nu_3\rangle$$

$$|\nu(t>0)\rangle = U_{e1}\,e^{-iE_1 t}\,|\nu_1\rangle + U_{e2}\,e^{-iE_2 t}\,|\nu_2\rangle + U_{e3}\,e^{-iE_3 t}\,|\nu_3\rangle \neq |\nu_e\rangle$$



Au détecteur, il y a une probabilité non nulle d'oberver le ν comme ν_μ, par exemple: oscillation $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$

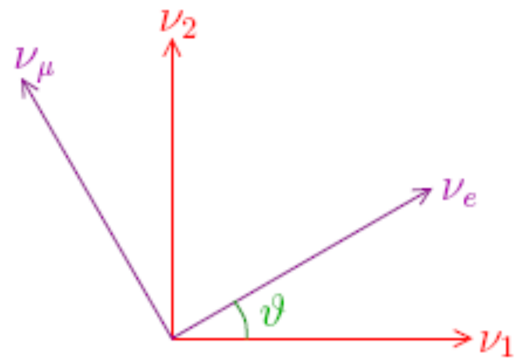
Chapitre VII: Les oscillations de neutrinos

- ## VII.3. Le mélange de neutrinos:

VII.3.1. Avec deux neutrinos

(pour comprendre les implications dans une situation plus simple)

$$\left|\nu_\ell\right\rangle = \sum_{k=1}^{2} U_{\ell k} \left|\nu_k\right\rangle \qquad (\ell = e, \mu)$$



$$U = \begin{pmatrix} \cos\vartheta & \sin\vartheta \\ -\sin\vartheta & \cos\vartheta \end{pmatrix}$$

$$\boxed{\begin{aligned} |\nu_e\rangle &= \cos\vartheta\, |\nu_1\rangle + \sin\vartheta\, |\nu_2\rangle \\ |\nu_\mu\rangle &= -\sin\vartheta\, |\nu_1\rangle + \cos\vartheta\, |\nu_2\rangle \end{aligned}}$$

ou, en inversant
Ces relations:

$$\left|\nu_1\right\rangle = \cos(\theta)\left|\nu_e\right\rangle - \sin(\theta)\left|\nu_\mu\right\rangle$$

$$\left|\nu_2\right\rangle = \sin(\theta)\left|\nu_e\right\rangle + \cos(\theta)\left|\nu_\mu\right\rangle$$

Chapitre VII: Les oscillations de neutrinos

- **VII.3. Le mélange de neutrinos:**
  - **VII.3.1. Avec deux neutrinos**

Suposons qu'en t = 0, un ν_e soit crée:

$$\left|\nu_e(0)\right\rangle = \left|1\right\rangle \qquad \left|\nu_\mu(0)\right\rangle = \left|0\right\rangle \quad \text{Donc:}$$

$$\left|\nu_1(0)\right\rangle = \cos(\theta)\left|1\right\rangle \qquad \left|\nu_2(0)\right\rangle = \sin(\theta)\left|1\right\rangle$$

$$\left|\nu_\mu(t)\right\rangle = -\sin(\theta)\left|\nu_1(t)\right\rangle + \cos(\theta)\left|\nu_2(t)\right\rangle$$

$$= -\sin(\theta)e^{-iE_1t}\left|\nu_1(0)\right\rangle + \cos(\theta)e^{-iE_2t}\left|\nu_2(0)\right\rangle$$

$$= \frac{1}{2}\sin(2\theta)\left(e^{-iE_2t} - e^{-iE_1t}\right)\left|1\right\rangle$$

Probabilité d'oscillation du ν_e vers un ν_μ:

$$P_{e\to\mu} = \left|\nu_\mu(t)\right|^2 = \sin^2(2\theta)\sin^2\left(\frac{E_2 - E_1}{2}t\right)$$

sin(2a) = 2 sin a cos a

$$e^{-i\,x} = \cos(x) - i\,\sin(x)$$

$$\sin^2 A = \frac{1-\cos(2A)}{2}$$

$$\cos(A-B) = \cos A\cos B + \sin A\sin B$$

Chapitre VII: Les oscillations de neutrinos

- ## VII.3. Le mélange de neutrinos:
  - ### VII.3.1. Avec deux neutrinos

Soit m_1 et m_2 les masses des états de masse $|\nu_1>$ et $|\nu_2>$.
$m_i \sim \varepsilon$ → $\beta \sim 1$ (particules ultra-relativistes) →

$$E^2 = p^2 + m^2 = p^2\left(1 + \frac{m^2}{p^2}\right)$$

$$E \approx p\left(1 + \frac{1}{2}\frac{m^2}{p^2}\right) = p + \frac{1}{2}\frac{m^2}{p}$$

$$\text{Donc: } E_2 - E_1 \approx \frac{m_2^2 - m_1^2}{2p} \approx \frac{m_2^2 - m_1^2}{2E}$$

Chapitre VII: Les oscillations de neutrinos

- **VII.3. Le mélange de neutrinos:**
  - **VII.3.1. Avec deux neutrinos**

On obtient finalement:

$$P_{e\to\mu} = \left|\nu_\mu(t)\right|^2 = \sin^2(2\theta)\sin^2\left(\frac{m_2^2 - m_1^2}{4E}t\right)$$

ou en faisant apparaître $\hbar \neq 1$ et $c \neq 1$:

$$P_{e\to\mu} = \left|\nu_\mu(t)\right|^2 = \sin^2(2\theta)\sin^2\left(\frac{\left(m_2^2 - m_1^2\right)c^4}{4\hbar E}t\right)$$

ou en faisant apparaître la distance L parcourue pdt t: $L \simeq c\,t$

$$P_{e\to\mu} = \left|\nu_\mu(t)\right|^2 = \sin^2(2\theta)\sin^2\left(\frac{\left(m_2^2 - m_1^2\right)c^3}{4\hbar E}L\right)$$

$$L_{osc} \equiv \frac{\lambda_{osc}}{2} = \frac{2\pi\hbar E}{\left(m_2^2 - m_1^2\right)c^3}$$

Remarque pour la suite:

$$\frac{\Delta m_{21}^2\, c^3 L}{4\hbar E} = 1.27\frac{\Delta m_{21}^2\, L}{E}$$

si $\left[\Delta m_{21}^2\right] = eV^2/c^4, \left[E\right] = GeV$

et $\left[L\right] = km$

Chapitre VII: Les oscillations de neutrinos

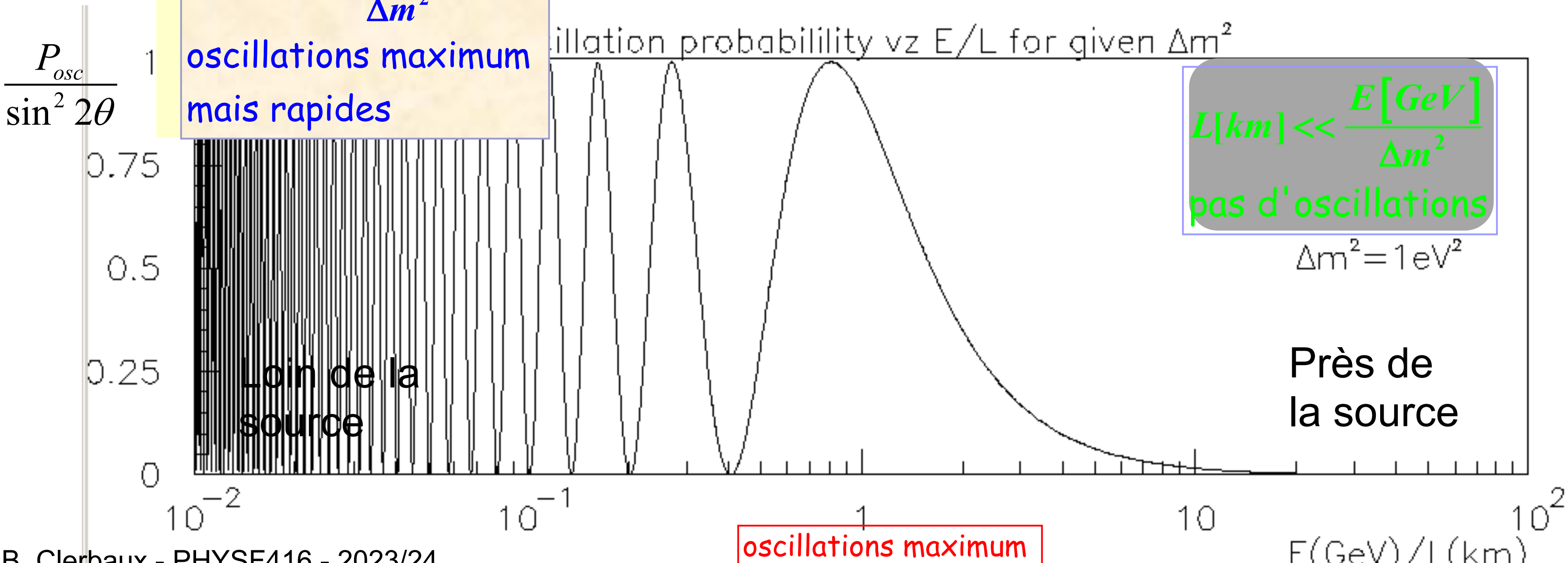
- **VII.3. Le mélange de neutrinos:**
  - **VII.3.1. Avec deux neutrinos**

$$P_{e\to\mu} = \left|\nu_\mu(t)\right|^2 = \sin^2(2\theta)\sin^2\left(\frac{\left(m_2^2 - m_1^2\right)c^3}{4\hbar E}L\right)$$

Donc après avoir parcouru une distance: $L_{osc} = \dfrac{2\pi\hbar E}{\left(m_2^2 - m_1^2\right)c^3}$ la probabilité d'oscillation atteint sin²(2θ), son maximum; après $2L_{osc}$, les ν sont retournés dans leur état initial.

$L[km] >> \dfrac{E[GeV]}{\Delta m^2}$

oscillations maximum mais rapides



$L[km] << \dfrac{E[GeV]}{\Delta m^2}$

pas d'oscillations

oscillations maximum identifiables

Chapitre VII: Les oscillations de neutrinos

VII.3. Le mélange de neutrinos:

VII.3.1. Avec deux neutrinos

$$\boxed{P_{e\to\mu} = \left|\nu_\mu(t)\right|^2 = \sin^2(2\theta)\sin^2\left(\frac{\left(m_2^2 - m_1^2\right)c^3}{4\hbar E}L\right)}$$

Remarques:

1) 2 choses sont nécessaires pour avoir des oscillations:

- Un angle de mélange $\theta \neq 0$, c'-à-d. que les états propres de masse soient différents des états propres de saveur.
- Une différence de masse $m_1 \neq m_2$, ce qui implique qu'au moins un des 2 états propres de masse soit non nul. On ne peut plus parler de la masse des ν de saveur qui ne sont pas états propres de masse.

2) A cause de la dépendance $\sin^2(2\theta)$ de l'amplitude d'oscillation, il y a ambiguïté θ , $\pi/2 - \theta$

Chapitre VII: Les oscillations de neutrinos

- ## VII.3. Le mélange de neutrinos:
  - ### VII.3.2. généralisation à trois neutrinos

U: matrice 3 x 3, unitaire si pas de 4ème ν: $\sum_{k=1}^{3} |U_{\ell k}|^2 = 1$

Il y a différentes manières de paramétriser la matrice U.

Exemple: paramétrisation PMNS (Pontecorvo, Maki, Nakagawa, Sakata), calquée sur celle de la matrice CKM, faisant apparaître les angles d'Euler θ_{ij} de la rotation:

$$|\nu_1\rangle, |\nu_2\rangle, |\nu_3\rangle \quad \rightarrow \quad |\nu_e\rangle, |\nu_\mu\rangle, |\nu_\tau\rangle$$

Cette rotation se décompose alors en 3 rotations successives:

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

avec: $c_{ij} \equiv \cos(\theta_{ij}), \quad s_{ij} \equiv \sin(\theta_{ij})$

Chapitre VII: Les oscillations de neutrinos

- ## VII.3. Le mélange de neutrinos:
  - ### VII.3.2. généralisation à trois neutrinos

La matrice de la page précédente est réelle, nous avons vu que cela implique l'invariance pour CP. Pour permettre la violation de CP, on introduit un facteur complexe avec une phase δ:

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & e^{-i\delta} s_{13} \\ 0 & 1 & 0 \\ -e^{i\delta} s_{13} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow$$

$$U = \begin{pmatrix} c_{12}\ c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}\ e^{-i\delta} \\ \left(-s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}\ s_{13}e^{i\delta}\right) & \left(c_{12}c_{23} - s_{12}\ s_{23}s_{13}\ e^{i\delta}\right) & s_{23}c_{13} \\ \left(s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta}\right) & \left(-c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}\ e^{i\delta}\right) & c_{23}\ c_{13} \end{pmatrix}$$

Remarque: δ non observable si $\theta_{13} = 0$

Chapitre VII: Les oscillations de neutrinos

- **VII.3. Le mélange de neutrinos:**
  - **VII.3.2. généralisation à trois neutrinos**

    Supposons un ν_l créé en L = 0: $|\nu_\ell(L=0)> = \sum_{k=1}^{3} U_{\ell k} |\nu_k(L=0)>$

    Les états propres de masse ν_k évoluent suivant:

    $|\nu_k(L)> = e^{-i(m_k^2/2E)L} |\nu_k(L=0)>$, donc:

$$|\nu_\ell(L)> = \sum_{k=1}^{3} U_{\ell k}\, e^{-i(m_k^2/2E)L} \, |\nu_k>$$

$$= \sum_{k=1}^{3}\left(U_{\ell k} e^{-i(m_k^2/2E)L} \sum_{\ell'=e,\mu,\tau} U^*_{\ell' k} |\nu_{l'}> \right)$$ vu que $|\nu_k> = \sum_{\ell'=e,\mu,\tau} U^*_{\ell' k} |\nu_{l'}>$

$$\Downarrow$$

$$P\left(\nu_\ell(L=0) \to \nu_{\ell'}(L)\right) = |<\nu_{\ell'}|\nu_\ell(L)>|^2$$

$$= |\sum_{k=1}^{3} U_{\ell k} e^{-i(m_k^2/2E)L} \; U^*_{\ell' k}|^2$$

Chapitre VII: Les oscillations de neutrinos

- **VII.3. Le mélange de neutrinos:**
  - **VII.3.2. généralisation à trois neutrinos**

$$P(\nu_\ell(L=0) \to \nu_{\ell'}(L)) = \delta_{\ell\ell'}$$

$$-4\sum_{k'>k}^{1,3} \underbrace{\Re\left(U^*_{\ell' k'} U_{\ell' k} U_{\ell k'} U^*_{\ell k}\right)}_{\text{Probabilité maximum définie par les angles de mélange } \theta_{ij}} \qquad \underbrace{\sin^2 \frac{\Delta m^2_{k'k} L}{4E}}_{\text{Terme d'oscillation en } L/E \text{ et } \Delta m^2}$$

$$+2\sum_{k'>k}^{1,3} \Im\left(U^*_{\ell' k'} U_{\ell' k} U_{\ell k'} U^*_{\ell k}\right) \sin \frac{\Delta m^2_{k'k} L}{2E} \quad = 0 \text{ si pas de violation CP}$$

$$\Delta m^2_{k'k} = m^2_{k'} - m^2_k \qquad \Delta m^2_{21} + \Delta m^2_{32} + \Delta m^2_{13} = 0$$

6 paramètres : 3 angles de mélange θ_{12}, θ_{23}, θ_{13},

2 termes de masse : $\Delta m^2_{kk'}$, et le terme de violation CP

Chapitre VII: Les oscillations de neutrinos

- **VII.3. Le mélange de neutrinos:**
  - **VII.3.3. Effets dus à la matière traversée**

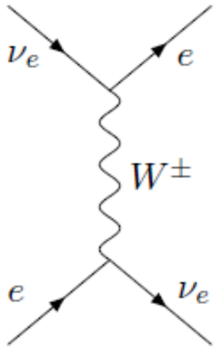
Ce qui précède concerne des neutrinos qui évoluent dans le vide. Pour des ν qui traversent une grande quantité de matière dense, tels que les neutrinos solaires, il y a des effets additionnels dus à leurs interactions avec la matière, connus sous le nom d'effets Wolfenstein, Mikheyev et Smirnov (MSW).

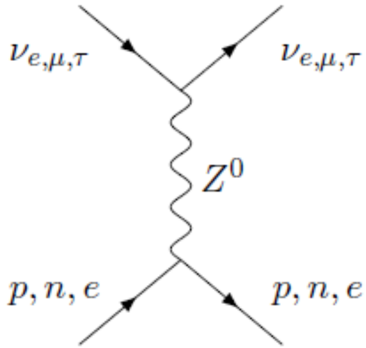
C'est assez complexes et nous ne verrons que quelques idées et les principaux résultats

Chapitre VII: Les oscillations de neutrinos

- **VII.3. Le mélange de neutrinos:**
  - **VII.3.3. Effets dus à la matière traversée**

    Toutes les saveurs de neutrinos peuvent interagir avec la matière par courant neutre (droite) tandis que seuls les ν_e interagissent par courant chargé (gauche), avec les électrons atomiques (pas de μ^- ou de τ^- dans la matière).





Aucun de ces processus ne modifie la saveur des ν et ne peut être rendu responsable de la disparition des ν_e.

Chapitre VII: Les oscillations de neutrinos

- ## VII.3. Le mélange de neutrinos:
  - ### VII.3.3. Effets dus à la matière traversée

Les interactions CC donnent lieu à un terme de potentiel d'interaction V_W qui concerne les seuls ν_e. Par contre, les interactions NC agissent également sur toutes les saveurs avec un potentiel V_Z. Dans le cas plus simple, à 2 saveurs l'Hamiltonien devient:

$$H_{mat} = H_{vide} + V_W \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + V_Z \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= H_{vide} + V_W \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + V_W \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + V_Z \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Seul le $2^{ème}$ terme peut modifier les probabilités d'oscillation, les 2 derniers étant proportonnels à l'identité.

Chapitre VII: Les oscillations de neutrinos

- ## VII.3. Le mélange de neutrinos:
  - ### VII.3.3. Effets dus à la matière traversée

Les valeurs propres de H_{mat} sont différentes de celles de H_{vide} et conduisent à des valeurs différentes de l'angle de mélange et de la différence de masses. Les valeurs apparentes, θ_{mat} et Δm^2_{mat} sont données par:

$$\Delta m^2_{mat} = \Delta m^2 \sqrt{\sin^2 2\theta + (\cos 2\theta - x)^2} \quad \text{avec} \quad x = \frac{V_W/2}{\Delta m^2/4E}$$

$$\sin^2 2\theta_{mat} = \frac{\sin^2 2\theta}{\sin^2 2\theta + (\cos 2\theta - x)^2}$$

Il y a un effet de résonance si $x = \cos(2\theta)$, avec l'amplitude d'oscillation à 1 à une énergie E_R. La matière peut augmenter considérablement les oscillations mais pas les créer. L'importance de l'effet de matière dépend de l'énergie E des ν et de Δm^2.

Chapitre VII: Les oscillations de neutrinos

- **VII.3. Le mélange de neutrinos:**
  - **VII.3.3. Effets dus à la matière traversée**

Par contre, la forme fonctionnelle des probabilités de transition ne change pas.

$$\boxed{P_{e\to\mu} = \left|\nu_\mu(t)\right|^2 = \sin^2\left(2\theta_{mat}\right)\sin^2\left(\frac{\left(m_2^2 - m_1^2\right)_{mat} c^3}{4\hbar E} L\right)}$$

L'étude expérimentale des oscillations conduit donc éventuellement à une mesure de θ_{mat} et Δm^2_{mat} dont on tire θ et Δm^2 à l'aide de x. V_W est donné par le SM.

VII.3. Le mélange de neutrinos:

3.3. Effets dus à la matière traversée

Par exemple, pour :

$$\textit{hypothèse} : L = 1 \qquad \Delta m^2 = 1$$

$$\cos\theta = 0.9 \rightarrow P_{osc}^{\max} = \sin^2 2\theta = 0.6$$

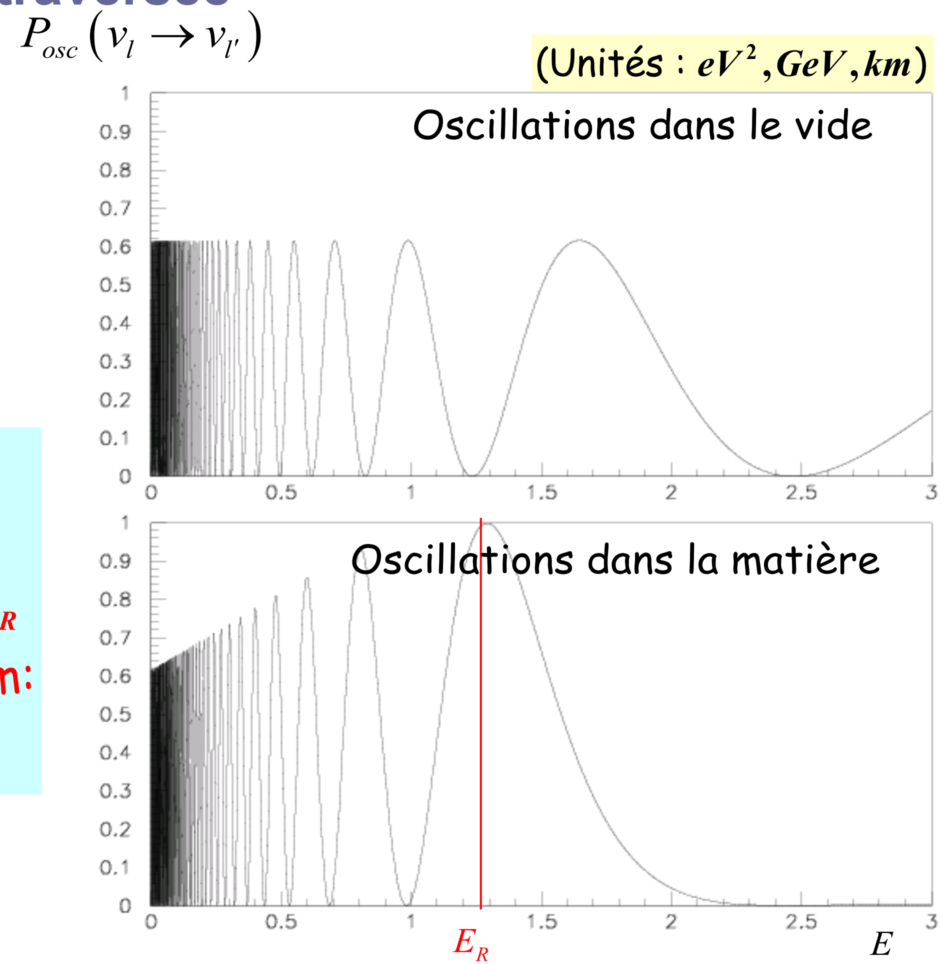
Pour les oscillations dans le vide:

Pour des oscillations dans la matière:

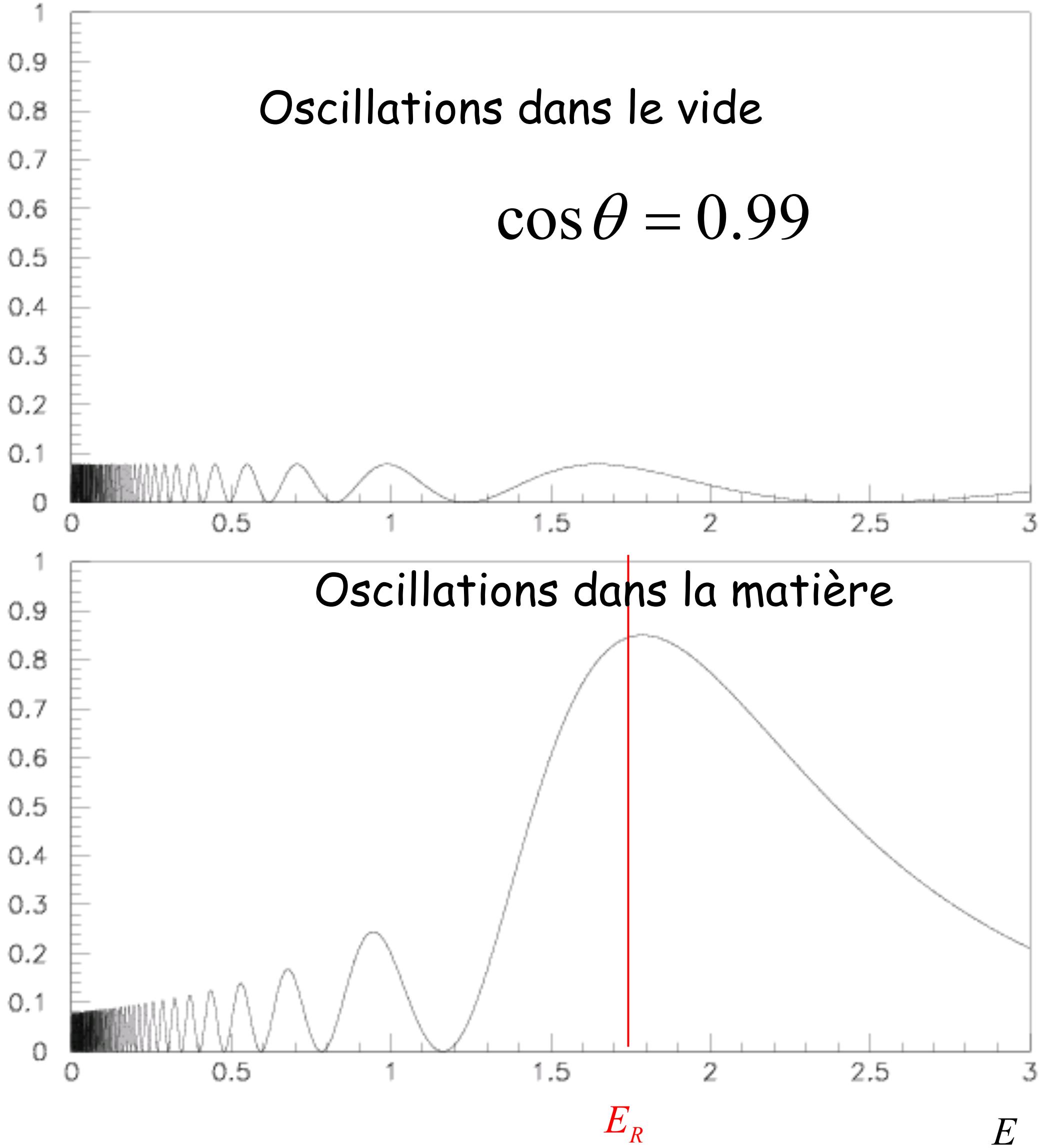
Il existe une énergie de résonance E_R pour laquelle, le mélange est maximum:

$$\theta_m = 45^o \rightarrow P_{osc}^{\max} = 1$$

(Unités : eV^2, GeV, km)



$P_{osc}(\nu_l \rightarrow \nu_{l'})$



L'amplification à la résonance est importante, même si le mélange est faible dans le vide

Chapitre VII: Les oscillations de neutrinos

- **VII.3. Le mélange de neutrinos:**
  - **3.3. Effets dus à la matière traversée**

    Autre exemple, pour les ν émis au centre du soleil: