

Cours de physique des particules (MA1 ou MA2)
Année académique 2023-24
PHYS-F-416 (5 ECTS)

CHAPITRE 4: INTERACTIONS FAIBLES PARTIE 2

Rappel: Plan du cours

- I. Introduction et rappels
- II. Symmétries et lois de conservation
- III. Modélisation des interactions fondamentales et prédictions
- IV. Interactions faibles
- V. Interactions électrofaibles
- VI. Violation CP
- VII. Les oscillations des neutrinos
- VIII. Les oscillations des neutrinos: solaires et atmosphériques
- IX. Les oscillations des neutrinos: sources artificielles
- X. Les propriétés des neutrinos

Chapitre IV: Interactions faibles

- IV.1. Introduction
- IV.2. Opérateur parité qui agit sur les spineurs
- IV.3. Conservation de la parité dans QED (et QCD)
- IV.4. Conséquences de la violation de la parité dans les If
- IV.5. Evidence expérimentale de la structure V A
- IV.6. Universalité leptonique
- IV.7. Constante de couplage faible des quarks et angle de Cabibbo
- IV.8. La nécessité d'un 4ème quark: le charme
- IV.9. La matrice CKM
- IV.10. Le triangle d'unitarité

On a vu:

• Données de désintégration du K chargé et du pion chargé : $\pi^{-}(ud) \rightarrow \mu^{-} + \nu$

Et pour satisfaire: $\alpha_{\mathrm{W}}^{\mathrm{q}} = \alpha_{\mathrm{W}}^{\mathrm{1}}$

Cabbibo introduit un angle de rotation

• Pour satisfaire le très faible Br : $Br(K^0 \to \mu^+ \mu^-)$ On introduit le mécanisme de GIM et -> Quark c

En 1973, observant que la violation de CP ne pouvait pas être expliquée dans un modèle à quatre quarks, Kobayashi et Maskawa généralisèrent la matrice de Cabibbo -> la matrice de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (ou matrice CKM) pour décrire les désintégrations faibles de trois générations de quarks



Parenthèse:

Les paramètres libres d'une matrice nxn unitaire Wikipédia:

To generalize the matrix, count the number of physically important parameters in this matrix V which appear in experiments. If there are N generations of quarks (2N flavours) then

- An $N \times N$ unitary matrix (that is, a matrix V such that $V^{\dagger}V = I$, where V^{\dagger} is the conjugate transpose of V and I is the identity matrix) requires N^2 real parameters to be specified.
- 2N 1 of these parameters are not physically significant, because one phase can be absorbed into each quark field (both of the mass eigenstates, and of the weak eigenstates), but the matrix is independent of a common phase. Hence, the total number of free variables independent of the choice of the phases of basis vectors is $N^2 (2N 1) = (N 1)^2$.
 - Of these, $\frac{1}{2}N(N-1)$ are rotation angles called *quark mixing angles*.
 - The remaining $\frac{1}{2}(N-1)(N-2)$ are complex phases, which cause CP violation.

N = 2 [edit]

For the case N = 2, there is only one parameter, which is a mixing angle between two generations of quarks. Historically, this was the first version of CKM matrix when only two generations were known. It is called the **Cabibbo angle** after its inventor Nicola Cabibbo.

$$N = 3$$
 [edit]

For the Standard Model case (N = 3), there are three mixing angles and one CP-violating complex phase.^[7]

n(families)	Total indep. params. $(n-1)^2$	-	Complex phase factors $\frac{1}{2}(n-1)(n-2)$
2	1	1	0
3	4	3	1
4	9	6	3

Plus tard, la 3^{ème} génération de quarks a été découverte, le b et le t et le mécanisme de GIM a été extrapolé à 3 dimensions, ce qui donne la matrice unitaire V_{ii}, dite CKM car due à Cabibbo, Kobayashi, Maskawa.

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$

Cabbibo

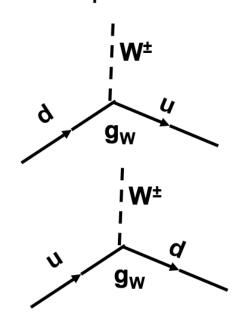
Le courant chargé faible pour les vertex leptoniques était:

$$j_1^{\mu} = \frac{-ig_W}{2\sqrt{2}} \overline{u(p')} \gamma^{\mu} (1 - \gamma^5) u(p)$$

Pour les vertex impliquant des quarks, il devient:

impliquant des quarks, il devient:
$$j_{q}^{\mu} = \frac{-ig_{W}}{2\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \bar{u} & \bar{c} & \bar{t} \end{pmatrix} \gamma^{\mu} (1 - \gamma^{5}) (V) \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$

Par exemple:



$$j_{du}^{\mu} = \frac{-ig_{W}}{2\sqrt{2}} V_{ud} \overline{u} \gamma^{\mu} \left(1 - \gamma^{5}\right) d$$

$$j_{du}^{\mu} = \frac{-ig_{W}}{2\sqrt{2}} V_{ud}^{*} \overline{d} \gamma^{\mu} \left(1 - \gamma^{5}\right) u$$

Lorsque le quark de charge -1/3 participe au courant en tant que spineur, c'est V_{ij} qui intervient (1^{er} exemple).

Lorsque le quark de charge -1/3 participe au courant en tant que spineur adjoint, c'est V*_{ii} qui intervient (2ème exemple).

Il y a différentes manières de paramétriser la matrice CKM.

Si celle-ci est réelle, il s'agit d'une matrice de rotation dans un espace 3D qui peut se décomposer en 3 rotations successives faisant apparaître les angles d'Euler θ_{ii} :

$$V = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

avec:
$$c_{ij} \equiv \cos(\theta_{ij}), s_{ij} \equiv \sin(\theta_{ij})$$

Ces angles θ_{ij} sont une généralisation de l'angle de Cabibbo.

La matrice de la page précédente est réelle, vous verrez que cela implique l'invariance pour CP. Pour permettre la violation de CP, il faut que la matrice soit complexe, ce qui introduit, en principe 9 phases. Toutefois, on peut montrer qu'elles ne sont pas toutes indépendantes et qu'il suffit d'introduire un seul facteur complexe avec une phase δ :

$$V = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & e^{-i\delta}s_{13} \\ 0 & 1 & 0 \\ -e^{i\delta}s_{13} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$V = \begin{pmatrix} c_{12} c_{13} & s_{12} c_{13} & s_{13} e^{-i\delta} \\ (-s_{12} c_{23} - c_{12} s_{23} s_{13} e^{i\delta}) & (c_{12} c_{23} - s_{12} s_{23} s_{13} e^{i\delta}) & s_{23} c_{13} \\ (s_{12} s_{23} - c_{12} c_{23} s_{13} e^{i\delta}) & (-c_{12} s_{23} - s_{12} c_{23} s_{13} e^{i\delta}) & c_{23} c_{13} \end{pmatrix}$$

■ Mesure des V_{ii}:

On ne prédit pas la valeur des éléments de la matrice CKM; on les mesure:

$$egin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}$$

Principe:

On mesure le taux d'une réaction avec un vertex leptonique et un vertex avec la transition de quark souhaitée.

Il y a des corrections QCD à faire!

Exemple: quelle réaction choisir pour mesurer $|V_{ud}|$?

Désintégration β de type $0^+ \rightarrow 0^+$ Désintégration de neutrons polarisés

Mesure des V_{ij}

$$|V_{ud}| = 0.97425 \pm 0.00022$$

Désintégration K° _{L.S} $\rightarrow \pi$ e ν , $\pi \mu \nu$

Désintégration K[±] $\rightarrow \pi$ °e ν , π ° μ ν

$$|V_{us}| = 0.2253 \pm 0.0008$$

Production de particules charmées par $v + d \rightarrow \mu + c$

Désintégration D $\rightarrow \pi I \nu$

$$|V_{cd}| = 0.225 \pm 0.008$$

Désintégration D \rightarrow K I ν , D_s \rightarrow $\mu \nu$, $\tau \nu$

$$|V_{cs}| = 0.986 \pm 0.016$$

Désintégration β de type $0^+ \rightarrow 0^+$ Désintégration de neutrons polarisés

Mesure des V_{ij}

$$|V_{ud}| = \cos(13^{\circ}) = 0.9743$$

$$|V_{ud}| = 0.97425 \pm 0.00022$$

Désintégration K° $_{\text{L.S}} \rightarrow \pi \ \text{e} \ \nu \ , \ \pi \ \mu \ \nu$

Désintégration K[±] $\rightarrow \pi$ °e ν , π ° μ ν

$$|V_{us}| = \sin(13^\circ) = 0.2250$$

$$|V_{us}| = 0.2253 \pm 0.0008$$

Production de particules charmées par $v + d \rightarrow \mu + c$

Désintégration D $\rightarrow \pi I \nu$

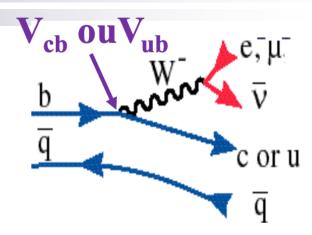
$$|V_{cd}| = 0.225 \pm 0.008$$

Désintégration D \rightarrow K I ν , D_s \rightarrow $\mu \nu$, $\tau \nu$

$$|V_{cs}| = 0.986 \pm 0.016$$

Principalement à PEP-II, KEKB, CESR $e^+e^- \Rightarrow \Upsilon^{4S}(10.58 \text{ GeV}) \Rightarrow B \overline{B} (\sim 100 \%)$

Désintégration semi-leptonique du B



- canaux exclusifs : B→ D* I ν_I ou B→ D I ν_I (I = e ou μ)
- mode inclusif : B→ X_c I ν_I

$$|V_{cb}| = [41.1 \pm 1.3] \times 10^{-3}$$

- canaux exclusifs : $B \rightarrow \pi I \nu_I \text{ ou } B \rightarrow \rho I \nu_I \text{ (I = e ou } \mu)$
- mode inclusif : B→ X_u I ν_I

$$|V_{ub}| = [4.13 \pm 0.49] \times 10^{-3}$$

Les éléments impliquant le quark top sont beaucoup plus difficiles à mesurer.

Se fait à partir des oscillations B $_{\rm B}$ B (voir plus loin) et en supposant $|V_{\rm tb}|=1$

$$|V_{td}| = [8.4 \pm 0.6] \times 10^{-3}$$

$$|V_{ts}| = [40.0 \pm 2.7] \times 10^{-3}$$

En résumé:

- Résultats compatibles avec N = 3

SI on impose l'unitarité, $\sum_{ij}^{3} |V_{ij}|^{2} = 1$

on obtient par un ajustement global, les contraintes sur les modules des éléments de V dont les valeurs centrales

sont:

$$|V| = \begin{vmatrix} |V_{ud}| & |V_{us}| & |V_{ub}| \\ |V_{cd}| & |V_{cs}| & |V_{cb}| \\ |V_{td}| & |V_{ts}| & |V_{tb}| \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0.97427 & 0.22536 & 0.00355 \\ 0.22522 & 0.97343 & 0.0414 \\ 0.00886 & 0.0405 & 0.99914 \end{vmatrix}$$

- Existence d'une hiérarchie

$$|V_{ub}| \ll |V_{cb}| \ll |V_{us}|$$

Les termes non diagonaux sont petits dans la matrice CKM.

Cela signifie que les angles de rotation sont petits:

$$\theta_{12} = 13^{\circ}$$

$$\theta_{23} = 2.3^{\circ}$$

$$\theta_{12} = 13^{\circ}$$
 $\theta_{23} = 2.3^{\circ}$ $\theta_{13} = 0.2^{\circ}$

Et que les interactions de quarks de différentes générations sont peu probables relativement à celles au sein d'une même génération. La suppression est maximale pour les interactions entre la 1ère et la 3ème génération.

Paramétrisation de Wolfenstein:

Exprime la matrice CKM sous forme d'un développement en terme du paramètre $\lambda = \sin\theta_C = .225$ et de 3 autres paramètres:

$$\lambda = V_{us}$$
, $A = V_{cb}/\lambda^2$, ρ , η

Paramétrisation de Wolfenstein:

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{\lambda^2}{2} & \lambda & A\lambda^3 (\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \frac{\lambda^2}{2} & A\lambda^2 \\ A\lambda^3 (1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + O(\lambda^4)$$

Seules les composantes V_{ub} et V_{td} ont encore une contribution imaginaire. Celles des termes V_{cd} V_{cs} et V_{ts} ont disparu car elles sont d'ordre λ^5 . (voir l'expression de la matrice CKM à partir des 3 angles d'Euler donnée précédemment).



La violation de CP implique η non nul (voir chapitre "Violation de CP").

Les expériences qui sont basées sur la mesure ou la comparaison de taux de désintégration, font intervenir des amplitudes au carré. Si elles ont permis de mesurer les modules des éléments de la matrice CKM, elles ne permettent pas de démontrer ou non l'existence d'une phase complexe. Pour cela, il faut des mesures qui sont sensibles à l'amplitude de transition plutôt qu'à son module. Cela se fait par l'étude de systèmes de K° ou de B° (voir chapitre "Violation de CP").

18

C'est un outil qui servira de support pour interpréter les mesures faites pour mettre en évidence la violation de CP

Contraintes dues à l'unitarité de la matrice CKM

$$V^{+}V = \begin{pmatrix} V^{*}_{ud} & V^{*}_{cd} & V^{*}_{td} \\ V^{*}_{us} & V^{*}_{cs} & V^{*}_{ts} \\ V^{*}_{ub} & V^{*}_{cb} & V^{*}_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Ce qui conduit par exemple à la condition:

$$V_{ub}^* V_{ud} + V_{cb}^* V_{cd} + V_{tb}^* V_{td} = 0$$

Ces 3 termes sont des # complexes qui peuvent être représentés dans le plan complexe par des vecteurs.

■ Contraintes exprimées dans le plan complexe

Si la somme de 3 vecteurs complexes est nulle, mis bout à bout, ils forment un triangle; celui envisagé ici a l'avantage d'avoir des côtés du même ordre, de l'ordre de Aλ³: (paramétrisation de Wolfenstein)

$$V_{ub}^* V_{ud} = A\lambda^3 (\rho + i\eta)$$

$$V_{ub}^* V_{ud} = A\lambda^3 (1 - \rho - i\eta)$$

$$V_{cb}^* V_{cd} = A\lambda^2 \cdot (-\lambda)$$

$$V_{ub}^* V_{ud} + V_{cb}^* V_{cd} + V_{tb}^* V_{td} = 0$$

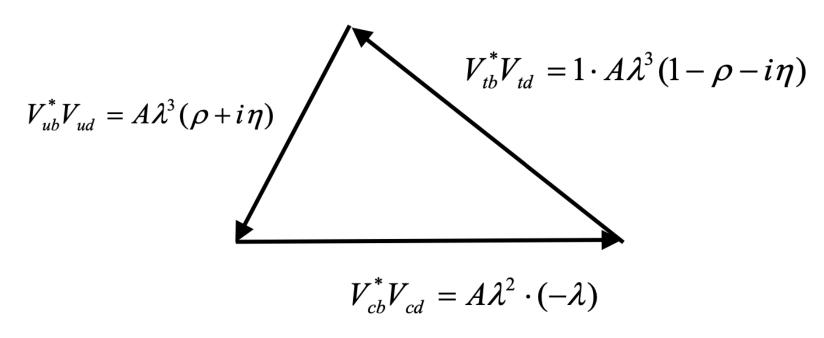
$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{\lambda^2}{2} & \lambda & A\lambda^3 (\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \frac{\lambda^2}{2} & A\lambda^2 \\ A\lambda^3 (1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + O(\lambda^4)$$

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{\lambda^2}{2} & \lambda & A\lambda^3 (\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \frac{\lambda^2}{2} & A\lambda^2 \\ A\lambda^3 (1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + O(\lambda^4)$$

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{\lambda^2}{2} & \lambda & A\lambda^3 (\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \frac{\lambda^2}{2} & A\lambda^2 \\ A\lambda^3 (1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + O(\lambda^4)$$

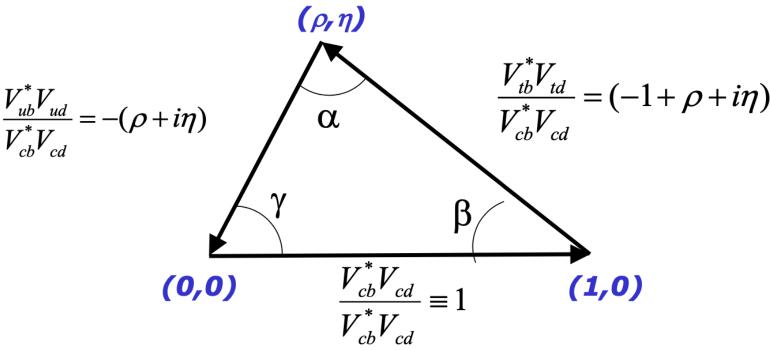
21

En choisissant la phase de la base nulle, on l'aligne sur l'axe des réels:



22

En divisant les 3 côtés par la longueur de la base:



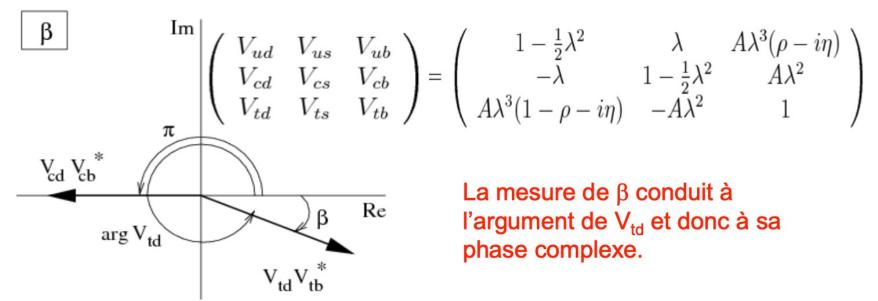
Le 3^{ème} sommet du triangle a pour coordonnées (ρ , η).

Si la phase complexe est nulle, η = 0 et le triangle a une surface nulle :

$$\beta = \gamma = 0$$

Il est possible d'exprimer les angles β et γ en fonction des éléments de la matrice CKM:

$$\beta = \pi - \arg\left[\frac{V_{tb}^* V_{td}}{V_{cb}^* V_{cd}}\right] = \pi + \arg\left[V_{cb}^* V_{cd}\right] - \arg\left[V_{tb}^* V_{td}\right] = 2\pi - \arg\left[V_{td}\right]$$



La mesure de β conduit à l'argument de V_{td} et donc à sa phase complexe.