

3

ANNIHILATION $E^+ - E^-$

- Considérons le calcul le plus simple ; les collisions e^+e^- . L'annihilation électron-positon permet l'étude des aspects électro-faibles et de différents aspects de la QCD.
- La réaction $e^+e^- \rightarrow \text{hadrons}$ présente un état initial clair, et n'est pas sujet à des interférences entre l'état initial et l'état final. De plus, p^μ est intégralement transmis à l'état final (si pas de radiation QED). Enfin, α_{EM} fait intervenir la constante de couplage électro-faible ; la proba de superposition de 2 événements est faible.

3.1 Section efficace totale $e^+e^- \rightarrow \text{hadrons}$

- La production de hadrons se fait via la production d'un paire $q\bar{q}$ avec une proba de 1 :
$$\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadrons}) = N_c \sum_{i=1}^{N_f} \sigma(e^+e^- \rightarrow q_i \bar{q}_i)$$
- La production $e^+(p_+) + e^-(p_-) \rightarrow \gamma^*(q) \rightarrow q(p_q) + \bar{q}(p_{\bar{q}})$ est identique à toute autre production de paire l^+l^- (en modifiant les charges électriques Q_i et en rajoutant N_c).

- La section efficace (on néglige l'échange d'un Z) est :

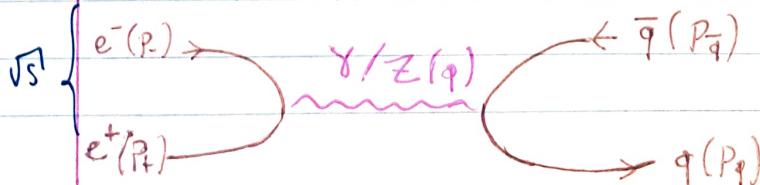
$$d\sigma = \frac{1}{2S} |CM|^2 (2\pi)^4 \delta(P_+ + P_- - P_q - P_{\bar{q}}) \frac{d^3 p_q}{(2\pi)^3 2\omega_q} \frac{d^3 p_{\bar{q}}}{(2\pi)^3 2\omega_{\bar{q}}}$$

avec $S = q^2 = (P_+ + P_-)^2 = (p_q + p_{\bar{q}})^2$ et avec

$$|CM|^2 = \frac{1}{2} \sum_{S_{e^+}} \cdot \frac{1}{2} \sum_{S_{e^-}} \cdot \sum_{S_q, S_{\bar{q}}} |CM|^2, \text{ où}$$

$$iCM = \bar{u}(p_+) (-ie\gamma^\mu) u(p_-) \cdot \frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2} \bar{u}(p_q) (-iQ_i e\gamma^\nu) v(p_{\bar{q}})$$

$$= \frac{iQ_i e^2}{q^2} \bar{v}(p_+) \gamma^\mu u(p_-) \cdot \bar{u}(p_q) \gamma_\mu v(p_{\bar{q}})$$



→ Trouvons $C\bar{M}^*$:

$$\rightarrow \text{Puisque } \bar{\psi} \gamma^\mu x \in C\bar{M}_1(C), \text{ on a}$$

$$(\bar{\psi} \gamma^\mu x)^* = (\bar{\psi} \gamma^\mu x)^+ = (\psi^+ \gamma^0 \gamma^\mu x)^+ = x^+ (\gamma^\mu)^+ (\gamma^0)^+ \psi$$

$$= x^+ \gamma^0 \gamma^\mu \gamma^0 \psi = \bar{x} \gamma^\mu \psi$$

$$\rightarrow iC\bar{M}^* = \frac{i Q_e e^2}{q^2} \bar{u}(p_-) \gamma^\mu v(p_+) \bar{v}(p_{\bar{q}}) \gamma_\mu u(p_q)$$

PROP On rappelle les relations de fermeture suivantes :

$$\sum_s u^s(p_q) \bar{u}^s(p_q) = p_q + m_q$$

$$\sum_s v^s(p_{\bar{q}}) \bar{v}^s(p_{\bar{q}}) = p_{\bar{q}} - m_{\bar{q}}$$

→ Calculons la somme sur les quarks sortants :

$$\sum_{q \bar{q} q \bar{q}} \bar{u}^s(p_q) \gamma_\mu v^s(p_{\bar{q}}) \bar{v}^s(p_{\bar{q}}) \gamma_\nu u^s(p_q)$$

$$= \text{tr} \{ (p_q + m_q)(p_{\bar{q}} - m_{\bar{q}}) \gamma_\mu \gamma_\nu \} \quad \text{tr}(\gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\mu \gamma^\nu) = 4(\eta^{\alpha\mu} \eta^{\beta\nu} - \eta^{\alpha\nu} \eta^{\beta\mu} + \eta^{\alpha\mu} \eta^{\beta\nu})$$

$$\text{tr}(\gamma_\mu \gamma_\nu) = 4 \eta_{\mu\nu}$$

$$= \text{tr} \{ (p_q^\alpha + m_q)(p_{\bar{q}}^\beta - m_{\bar{q}}) \gamma_\mu \gamma_\nu \}$$

$$= \text{tr} \{ p_q^\alpha p_{\bar{q}}^\beta \gamma_\mu \gamma_\nu - m_q^2 \gamma_\mu \gamma_\nu \} \quad \text{tr}(\gamma) = \text{tr}(\gamma\gamma) = \text{tr}(\gamma\gamma\gamma\gamma) = 0$$

$$\underset{\text{à indice } \mu \text{ et } \nu}{=} 4 \text{tr} \{ p_{q\mu} p_{\bar{q}\nu} (\eta^{\alpha\mu} \eta^{\beta\nu} - \eta^{\alpha\nu} \eta^{\beta\mu} + \eta^{\alpha\mu} \eta^{\beta\nu}) \} - 4 m_q^2 \eta_{\mu\nu}$$

$$= 4 \{ p_{q\mu} p_{\bar{q}\nu} + p_{q\nu} p_{\bar{q}\mu} - p_q \cdot p_{\bar{q}} \eta_{\mu\nu} - m_q^2 \eta_{\mu\nu} \}$$

→ Le terme leptonnique est analogue :

$$\sum_{S+S^-} \bar{v}^+(p_+) \gamma^\mu u(p_+) \bar{u}(p_-) \gamma^\nu v^+(p_+)$$

$$= 4 \{ p_+^\nu p_+^\mu + p_-^\mu p_+^\nu - p_- \cdot p_+ \eta^{\nu\mu} - m_e^2 \eta^{\nu\mu} \}$$

→ On obtient $|C\bar{M}|^2 = \frac{1}{4} \sum_{S+S^-} \sum_{S+S^-} C\bar{M}^* C\bar{M}$

cinétique

$$= \frac{q \cdot q}{2} \frac{e^4}{S^2} N_c Q_e^2 \{ (p_- \cdot p_{\bar{q}})(p_+ \cdot p_{\bar{q}}) + (p_+ \cdot p_q)(p_- \cdot p_q)$$

$$+ m_q^2 (p_+ \cdot p_-) + m_e^2 (p_+ \cdot p_{\bar{q}}) + 4 m_q^2 m_e^2 \}$$

termes de masse

↳ Les taux de masses sont constants :

$$m_q^2(p_+ \cdot p_-) + m_e^2(p_q \cdot p_{\bar{q}}) + 4m_q^2 m_e^2 = \frac{S}{2} (m_q^2 + m_e^2) - 2m_q^2 m_e^2 + 4m_q^2 m_e^2 \\ = \frac{S}{2} (m_q^2 + m_e^2) + 2m_q^2 m_e^2$$

→ Prenons la limite relativiste : $p_+^2 = p_-^2 = p_q^2 = p_{\bar{q}}^2 = 0$

$$\hookrightarrow (p_+ + p_q)^2 = 2p_+ \cdot p_q$$

Et on se place dans le CM, avec l'axe ζ = axe du faisceau.

On obtient : (voir eq. 6.50 dans Martin et Habermann)

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta} = \frac{\pi \alpha^2 N_c Q_i^2}{2S} (1 + \cos^2\theta)$$

où $\alpha = e^2/4\pi$ et θ l'angle entre le faisceau et les particules sortantes.

→ À très haute énergie, les interactions entre les quarks de l'état final peuvent être négligées (principe de causalité). La section efficace intégrée est :

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadrons}) = \frac{4\pi\alpha^2}{3S} N_c \sum_{i=1}^{N_f} Q_i^2$$

où la somme porte sur les N_f sursous qui contribuent à la section efficace, c'est à dire $\hookrightarrow 2m_q < \sqrt{S}$

DEF On définit rapport de σ hadronique - muonique R selon

$$R \equiv \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadrons})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)}$$

→ Le rapport R se réexpresse :

$$R = \sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadrons}) / (4\pi\alpha^2/3S) = N_c \cdot \sum_{i=1}^{N_f} Q_i^2$$

↳ Mesurer R permet d'améliorer bcp d'incertitudes expérimentales.

→ Si $\sqrt{S} < 3 \text{ GeV}$ et $N_c = 3$, seuls $u/d/s$ contribuent et

$$R|_{\sqrt{S} < 3 \text{ GeV}} = 3 \left\{ \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(-\frac{1}{3}\right)^2 \right\} = 2$$

Au delà, $R[4 < \sqrt{S} < 9] = 10/3$ et $R[\sqrt{S} > 9 \text{ GeV}] = 11/3$

→ Expérimentalement, on trouve $N_c = 3$ à haute énergie, loin des résonances. Haute énergie = moins d'hadronisation

- Prop Les résonances correspondent à la production exclusive d'un méson vecteur $e^+e^- \rightarrow VM$; $VM = p, \omega, \phi, \pi, \eta, \dots$
- Si une seule particule est créée, par conservation du spin et de la parité ($J_p = 1^-$), il doit s'agir d'un méson ($q\bar{q}$) vecteur (spin 1) de parité négative
 - Les mésons 1^+ sont appellés pseudo-vecteurs.

3.2 Crédit d'une paire $q\bar{q}$

- Dans le système du CM, $p_q = -p_{\bar{q}}$. Lorsqu'ils se séparent de $r \approx 10^{-15} \text{ m}$, le champ de couleur de la paire peut être représenté par un tube. En continuant $r > 10^{-15} \text{ m}$, $E_{\text{pot}} \gg E_{\text{kin}}$. Lorsque $E_{\text{pot,tube}} > m_{q\bar{q}}$, une paire $q\bar{q}$ est créée, et écrase la couleur de la paire initiale.
- Il y a conservation de la couleur à chaque vertex, et globalement après le temps de l'hadrénisation t_h
ex: $e^+e^- \rightarrow \gamma \rightarrow q_w + \bar{q}_w \rightarrow q_w + \bar{q}_w \dots q_w + \bar{q}_w$
- Si les impulsions relatives sont suffisamment grandes, il y a une cascade de parton produite. Si l'énergie dispo. est grande (dans le CM), ce phénomène de neutralisation de la couleur n'apparaîtra qu'en fin de processus.
- Pour $E \gg m_p$ la masse du proton, l'impulsion longitudinale du tube P_L est grande et $P_T = \sqrt{P_x^2 + P_y^2} \approx m_p$ est limitée \Rightarrow Les partons produits possède des $P \approx P_L$
- Après production en cascade, il y a recombinaison en état neutre de couleur: en hadron. C'est un processus soft, il n'induit pas de transfert de P_T . Cette hypothèse est appelée la dualité parton-hadron.
→ les hadrons produits sont proche dans l'espace des phares des partons qui les constituent. Les hadrons produits sont collinaires dans 2 petits domaines angulaires: les jets, opposés l'un à l'autre.
- Le mécanisme de formation des jet est composé de 2 étapes,
 - ① le processus partonique: désintégration de γ ou Z sur un temps $t_p \approx 1/\sqrt{s}$
 - ② L'hadrénisation $t_h \approx \frac{1}{\Lambda_{QCD}} \approx \sqrt{\Lambda_{QCD}/s} \approx 10^{-23} \text{ s}$. A haute énergie, $\sqrt{s} \gg \Lambda_{QCD} \Rightarrow t_p \ll t_h$

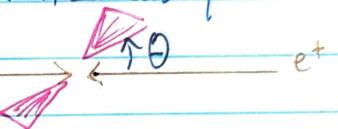
3.3 La formation de jets

→ Soit un quark $\in J_1$ d'impulsion p_1 , et un autre quark $\in J_2$ d'impulsion p_2 . Alors si $p_1 \cdot p_2 \gg \Lambda_{QCD}^2$, il ne peuvent pas se combiner.

\Leftrightarrow si $M[q_1 q_2] \gg \Lambda_{QCD}^2$, ils doivent appartenir à 2 jets différents.

↳ On peut donc déduire des jets hadroniques des infos sur les jets partoniques, et sur la paire $q\bar{q}$ d'origine.

→ Les dépendances angulaires de la production de 2 jets sont en $\alpha(1 + \cos^2\theta)$ comme le spin 1/2 des quarks (voir $d\sigma/d\cos\theta$ plus tard)



DEF | Un gluon dur est un gluon énergétique, produit à grand angle p/r à la paire d'origine

→ Les diagrammes à l'origine de 3 jets sont $e^+e^- \rightarrow \gamma \rightarrow q\bar{q}, g$



↳ Ces processus sont à l'ordre α_s^2 (pour la partie QCD)

3.4 Le pic du Z et haute énergie

→ Les expériences auprès du LEP (CERN) et du SLD (SLAC) ont opéré à des énergies $\sqrt{s} \sim M_Z$ sur le pic de production du boson Z. On peut alors modifier la contribution du photon, et l'interférence entre le Z et le γ .

(p 24 SM)

DEF | On définit le couplage vectoriel γ_Z et axial a_Z du Z aux fermions par :

$$\gamma_Z = I_{3,f} - 2Q \sin^2\theta_W$$

$$a_Z = I_{3,f}$$

→ Soit G_F la constante du Fermi, α la constante de structure fine et Γ_Z la longueur du boson Z . La section efficace est :

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta} = \frac{G_F^2 M_Z^4}{16\pi \Gamma_Z^2} \left\{ (1 + C_0^2) (\alpha_e^2 + \alpha_\nu^2) (\alpha_f^2 + \alpha_{\bar{f}}^2) + 8 \cdot C_0 \cdot \alpha_e \alpha_\nu \alpha_f \alpha_{\bar{f}} \right\}$$

$$= \frac{\pi \alpha^2 k^2}{8 \Gamma_Z^2} \left\{ (1 + C_0^2) (\alpha_e^2 + \alpha_\nu^2) (\alpha_f^2 + \alpha_{\bar{f}}^2) + 8 \alpha_e \alpha_\nu \alpha_f \alpha_{\bar{f}} C_0 \right\}$$

où $k = \sqrt{2} G_F M_Z^2 \approx 1,4$ est le rapport sans dimension des couplages faibles sur e-m, pris à $\alpha(M_Z) \approx 1/128$

↳ La distribution angulaire présente une contribution supplémentaire en $\cos\theta$ produite par l'interférence entre α_f et $\alpha_{\bar{f}}$. Ce terme induit une différence entre le nombre d'évenements dans l'hémisphère du fermion ($\theta \in [-\pi/2, \pi/2]$) et de l'antifermion ($\theta \in [\pi/2, 3\pi/2]$) : c'est l'effet d'asymétrie avant-après A_{FB} généré par la brisure de la parité dans les interactions faibles.

→ En $E = M_Z$, la section efficace intégrée est

$$\sigma = \frac{4\pi \alpha^2 k^2}{3 \Gamma_Z^2} (\alpha_e^2 + \alpha_\nu^2) (\alpha_f^2 + \alpha_{\bar{f}}^2)$$

↳ Le bremsstrahlung (émission de γ réels par les e^\pm initiaux) étale et déplace légèrement le pic \Rightarrow modification de σ .

Cependant, peu de modification du rapport R (même effet de correction radiative QED sur $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$).

→ Sur le pôle du Z , on a : $R_Z = \frac{\Gamma(Z \rightarrow \text{hadron})}{\Gamma(Z \rightarrow \mu^+\mu^-)} = 3 \sum_{j=1}^5 \frac{(\alpha_j^2 + \alpha_{\bar{j}}^2)}{\alpha_\mu^2 + \alpha_{\bar{\mu}}^2} \approx 20$

↳ Très supérieur à R [bonne énergie] car les charges faibles des quarks \approx celle des μ , alors que $Q_q < Q_\mu$ et $\alpha \sim Q^2$.

Av du pic du Z , les contributions de l'échange d'un γ , et de l'interférence entre l'échange γ/Z sont non négligeables et R retombe.

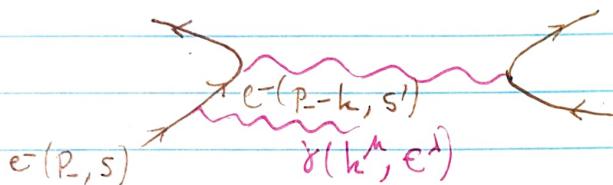
3.5 Corrections radiatives QED

DEF Les corrections radiatives sont la prise en compte d'effets dus aux ordres supérieurs comportant, ou non, des particules supplémentaires dans l'état initial et/ou final.

→ Chaque particule chargée pouvant émettre des γ , traiter ces radiations peut être compliqué.

3.5.1 Radiation par l' e^\pm incidents :

→ Considérons le diagramme suivant:



L'élément de matrice M s'écrit :

$$\begin{aligned}
 iM &= (\dots) \frac{i(-ie\gamma_\lambda)}{(P_- - k) - m_e} u(P, s) \cdot e^\lambda \\
 &= (\dots) \frac{\cancel{P}_- - \cancel{k} + m_e}{(\cancel{P}_- - \cancel{k})^2 - m_e^2} e^\lambda u(P, s) \quad (\cancel{P}_- - \cancel{k})^2 = P_-^2 + k^2 - 2P_- \cdot k \\
 &= (\dots) \frac{\cancel{P}_- - \cancel{k} + m_e}{-2P_- \cdot k} e^\lambda u(P, s) \quad \cancel{P}_- \cdot \cancel{k} = 2P_- \cdot q \\
 &= (\dots) \frac{-\cancel{P}_- + m_e}{2P_- \cdot k} e^\lambda u(P, s) \\
 &= (\dots) \frac{-e}{2P_- \cdot k} (-\cancel{P}_- + 2P_- \cdot \epsilon + m_e \cancel{\epsilon}) \cdot u(P, s) \\
 &= (\dots) \frac{-e}{2P_- \cdot k} (2P_- \cdot \epsilon - \cancel{P}_- (\cancel{P}_- - m_e)) u(P, s) \quad (\cancel{P}_- - m_e) u(P, s) = 0 \\
 &= (\dots) (-e) \frac{\epsilon - P_-}{P_- \cdot k} u(P, s)
 \end{aligned}$$

→ De manière analogue, $M [\overset{e^+}{\leftarrow} \overset{e^-}{\rightarrow} \overset{\text{et}}{\curvearrowright} \overset{\text{et}}{\curvearrowleft}]$ donne

iM = (\dots) \frac{e \epsilon \cdot P_+}{P_+ \cdot k} \bar{u}(P_+, s')

→ En considérant les 2 sources, la correction à l'amplitude à l'ordre le plus bas est :

$$M_{\text{rad}} = (-e) \left(\frac{E \cdot P_+}{P_+ \cdot k} - \frac{E \cdot P_-}{P_- \cdot k} \right) M_{\text{born}}$$

$$= (-e) \left(\frac{E \cdot P_+}{P_+ \cdot k} - \frac{E \cdot P_-}{P_- \cdot k} \right) \cdot \frac{Q^2 e^2 \pi(P_+) \gamma^\mu u(P_-)}{q^2} \bar{u}(p_q) \gamma_\mu v(p_{q'})$$

↳ On peut étudier cette factorisation pour un # L de photons.

DEF

On définit le radiateur à photon $\Delta\gamma$ selon

$$\Delta\gamma \equiv \prod_{i=1}^L \left\{ (-e) \left(\frac{e_i \cdot P_+}{P_+ \cdot k_i} - \frac{e_i \cdot P_-}{P_- \cdot k_i} \right) \right\}$$

PROP Des bremsstrahlung d'un lepton incident peuvent toujours se factoriser selon : $M_{\text{rad}} = \Delta\gamma \cdot M_{\text{born}}$

→ Pour la section efficace avec radiation d'un seul photon, on a :

$$d\sigma = e^2 \left(\frac{P_+}{P_+ \cdot k} - \frac{P_-}{P_- \cdot k} \right) \frac{d^3 k}{(2\pi)^3 k_0} d\sigma_{\text{born}}$$

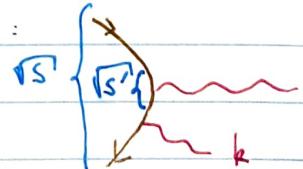
↳ On observe une structure en double pôle qui correspond à l'émission collinéaire au positon ($P_+ / P_+ \cdot k$) et à l'émission ($-P_- / P_- \cdot k$). Les divergences infrarouge ($k \rightarrow 0$) sont annulées par la prise en compte de la correction de vertex, qui se factorise aussi $P_\pm \cdot k \rightarrow 0$ si $k \rightarrow 0$: divergence soft
 $\gamma \parallel e^+$: divergence collinéaire

→ L'émission d'un γ par une des particules entrantes peut être vu comme une diminution de l'énergie disponible le CM, s :

$$s = (P_- + P_+)^2 = 4E \cdot E_+$$

$$\hookrightarrow s' = 4(E - k_0) \cdot E_+$$

Ceci est rendu possible par la factorisation du $\Delta\gamma$. Cette approche est correcte même pour l'émission de photons énergétiques.



→ On peut réexprimer la section efficace diff. comme

$$\begin{aligned} d\sigma_{e+e \rightarrow q\bar{q}\gamma} &= \frac{1}{2s} |\mathcal{M}_{\text{had}}|^2 \cdot \frac{d^3 p_q}{(2\pi)^3 2p_q^0} \cdot \frac{d^3 p_{\bar{q}}}{(2\pi)^3 2p_{\bar{q}}^0} \cdot \frac{d^3 k}{(2\pi)^3 2k^0} (2\pi)^4 \delta(p_+ + p_- - p_q - p_{\bar{q}} - k) \\ &\simeq e^2 \left\{ \frac{p_+}{p_+ \cdot k} - \frac{p_-}{p_- \cdot k} \right\}^2 \cdot \frac{1}{2s} |\mathcal{M}_{\text{born}}|^2 \\ &\quad \times d^3 p_q \cdot d^3 p_{\bar{q}} \cdot d^3 k \cdot (2\pi)^4 \delta(p_+ + p_- - p_q - p_{\bar{q}}) \end{aligned}$$

→ Pour un radiation colinéaire ($\cos\theta \approx 1 - \theta^2/2$ et $d\cos\theta \approx d\theta^2$), on a

$$\left\{ \frac{p_+}{p_+ \cdot k} - \frac{p_-}{p_- \cdot k} \right\}^2 = -\frac{2 p_+ \cdot p_-}{(p_+ \cdot k)(p_- \cdot k)}$$

$$\text{Or, } p_+ \cdot k = E_- k_0 - \vec{p}_- \cdot \vec{k} = E_- k_0 (1 - \cos\theta) \approx E_- k_0 \cdot \theta^2/2$$

$$\text{Ainsi, } d\sigma_{e+e \rightarrow q\bar{q}\gamma} \propto \frac{p_- \cdot p_+}{p_+ \cdot k} \cdot \frac{d\theta^2}{E_- k_0 \theta^4/2} \sim \frac{d\theta^2}{\theta^4} \propto d\ln\theta^2$$

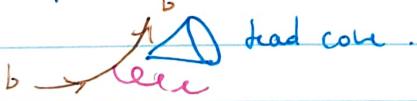
?

↳ L'angle minimal θ_{\min} n'atteint pas 0 car $m_e \neq 0$. L'angle de diffusion minimum est donné par le facteur de Lorentz :

$$\theta_{\min} \sim 1/\gamma \quad \text{avec } \gamma = E/m_e = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \gg 1$$

DEF On appelle dead cone l'angle mort autour de la particule massive incidente, dans lequel aucun boson n'est émis.

↳ plus la particule est massive, plus le cone est grand



→ Pour un γ ayant une fraction d'impulsion $\gamma = k/p$, on a

$$d\sigma = \frac{\alpha}{\pi} \frac{d\gamma}{\gamma} \ln \left[\frac{E_b^2}{m_e^2} \right] \cdot d\sigma_{\text{born}} \quad (\text{pour un } \gamma \text{ mou})$$

Pour k non négligeable devant p , on a :

$$d\sigma = \frac{\alpha}{2\pi} \frac{d\gamma}{\gamma} \left(1 + (1-\gamma)^2 \right) \ln \left[\frac{E_b^2}{m_e^2} \right] \cdot d\sigma_{\text{born}}$$

↳ C'est l'approx. colinéaire : peaking approximation, valable tant que $\theta \approx m_e/E_b \ll 1$. Tant que le recouvrement de l'espace des phénomènes reste faible, l'approx. est correcte.

3.5.2 Effet sur le pic du Z :

→ Ces corrections radiatives entraînent 2 effets :

1) Un déplacement de la valeur du pic du Z.

2) Un changement de la cinétique, entraînant un radiation return. Le LEP II fonctionnait à $\sqrt{s} > m_Z$, mais l'émission de photons durs par l'état initial faisait qu'il n'y avait pas de pic. La section efficace $\sigma(e^+e^- \rightarrow q\bar{q})$ était donc grandement favorisée.

De plus, l'énergie disponible dans chaque faisceau est :

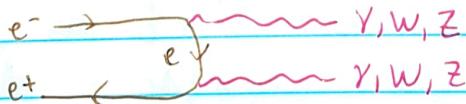
$$\sigma(s) = \int_s^\infty \sigma(s') R(s,s') ds'$$

où $R(s,s')$ est la proba d'avoir une émission de photons faisant passer l'énergie de $s \mapsto s'$.

→ Cette diminution de s par l'émission de γ collinaire est utilisée dans l'expérience BELLE. Ceci permet d'étudier certaines résonances sans changer le régime des e^+e^- .

3.6 Au delà du Z

→ Le LEP II avait $\sqrt{s} \approx 200 \text{ GeV}$, ouvrant de nouveaux canaux de production de paires de fermions ou de bosons



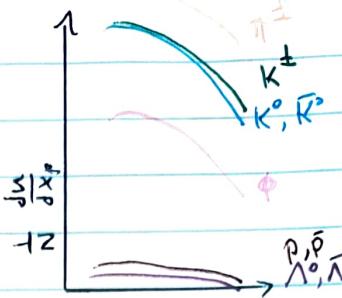
3.7 Production de particules

→ On étudie les taux relatifs de production de particules de façon incluse et séparément pour les hadrons chargés identifiés (π^\pm, K^\pm, p) ou se désintégrant en particules chargées (K^0, ϕ, Λ)

DEF On définit les fractions d'impulsion x_p et s_p par

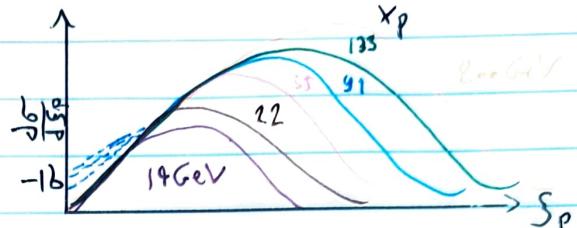
$$x_p \equiv \frac{p}{E_{beam}} = \frac{2p}{\sqrt{s}} \quad \text{et} \quad s_p \equiv \log\left(\frac{1}{x_p}\right)$$

- Les spectres de production de hadrons ont une forme similaire mais le taux de prod. dépend fortement de la masse de la particule :
 $m_{\pi} < m_{K^{\pm}} < m_{K^0, \bar{K}^0} < m_{\rho} < m_{\chi_0}$



- En considérant $\xi_p = \ln(1/x_p)$, on se concentre sur la prod. des particules à $x_p \ll 1 \Leftrightarrow \xi_p \gg 1$.

↳ La distribution tombe pour de grandes valeurs de ξ_p : les gluons ont au moins en moins d'énergie et finissent par un pion ou un pair $q\bar{q}$.



3.7.1 Les fonctions de fragmentation :

- Considérons la production d'un certain hadron h : $e^+e^- \rightarrow hX$. Nous ne sommes plus dans un cas inclusif. La section efficace nécessite l'introduction de nouveaux objets.

DEF On définit la fraction d'énergie ζ selon

$$\zeta \equiv \frac{E_h}{E_{beam}} = \frac{2 E_h}{\sqrt{s}}$$

On définit également les fonctions de fragmentation $D_q^h(\zeta)$. Il s'agit de la probabilité qu'un hadron h soit trouvé dans les débris d'un quark portant une fraction d'énergie ζ .

- Les $D_q^h(\zeta)$ n'ont du sens que dans les productions multiples de hadrons (loin de la région des résonances).

- La section efficace peut alors s'écrire comme

$$\frac{d\sigma}{d\zeta} (e^+e^- \rightarrow hX) = \sum_q \sigma(e^+e^- \rightarrow q\bar{q}) [D_q^h(\zeta) + D_{\bar{q}}^h(\zeta)]$$

↳ la somme porte sur toutes les sortes de quarks

↳ il y a création $q\bar{q}$ puis fragmentation $q\bar{q} \rightarrow hX$

→ La conservation des probas \Rightarrow 3 règles sur les $D_q^h(z)$:

Prop ① Tout quark doit finir dans un hadron:

$$\sum_h \int_{z_{\min}}^1 D_q^h(z) dz = 1 \text{ avec } z_{\min} = \frac{2 m_h}{\sqrt{s}}$$

② Un hadron h provient toujours de quarks et d'anti-quarks:

$$\sum_q \int_{z_{\min}}^1 \{D_q^h(z) + D_{\bar{q}}^h(z)\} dz = n_h$$

avec n_h est la multiplicité moyenne du hadron h dans l'ensemble hadronique formé par q et \bar{q} .

③ L'intégrale sur l'impulsion du q et \bar{q} doit se retrouver intégralement dans la somme des hadrons:

$$\sum_h \int_{z_{\min}}^1 z \cdot \{D_q^h(z) + D_{\bar{q}}^h(z)\} dz = 1$$

→ Pour être indépendant de s , on normalise par $e^+e^- \rightarrow X$:

$$\frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{dz} (e^+e^- \rightarrow hX) = \sum_q e_q^2 \frac{(D_q^h(z) + D_{\bar{q}}^h(z))}{\sum_p e_p^2}$$

DEF La paramétrisation de Peterson est un modèle proposé pour $D_Q^h(z)$:

$$D_Q^h(z) = N(\epsilon) \frac{1}{z \left(1 - \frac{1}{z} - \frac{\epsilon}{1-z}\right)^2}$$

où $N(\epsilon)$ fixe la normalisation et $\epsilon = m_q^2/m_Q^2$ est (en pratique) laitée comme paramètre libre.

↪ Le modèle de Peterson considère un hadron formé d'un quark léger q et d'un quark lourd Q

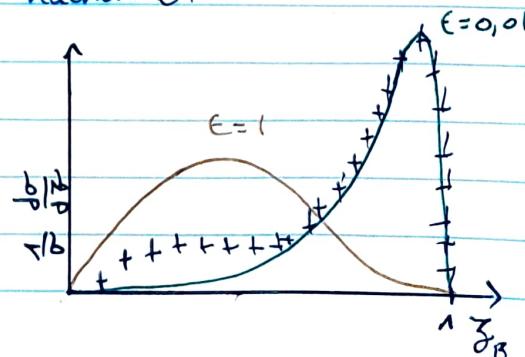
→ Exemple: Fragmentation du quark b en hadron B .

↪ quark léger ($\text{pic} \approx 1/2$)

↪ quark lourd ($\text{pic} \rightarrow 1$)

→ On remarque que:

$$\lim_{z \rightarrow z'_0} D_Q^h(z) \rightarrow 0$$



3.7.2 Production de quarks lourds :

- On considère les quarks b et t . Leur masse ne peuvent plus être négligées (au LEP et SLC). On note \bar{Q} un quark lourd.
- Au tree level, $e^+e^- \rightarrow Q\bar{Q}$, on observe 2 effets du même :

① La conservation de l'énergie impose $\sqrt{s} < 2m$. La vitesse est donnée par $\beta = \sqrt{1 - 4m^2/s}$. La section efficace est alors

$$\frac{d\sigma(e^+e^- \rightarrow Q\bar{Q})}{dQ} = N_c \frac{\alpha^2}{4s} \beta \left\{ 1 + \cos^2 \theta + (1-\beta^2) \sin^2 \theta \right\} Q_i^2$$

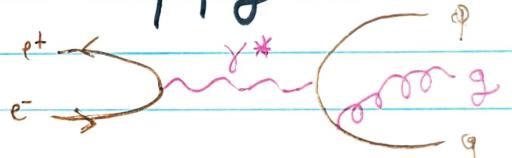
↳ Lorsque $\beta \rightarrow 1$, on retrouve bien l'expression (p30).

② Le terme $(1-\beta^2) \sin^2 \theta$ correspond aux diffusions inversant l'hélicité, ce qui n'est pas du tout vrai en présence de masse.

3.8 Section efficace $e^+e^- \rightarrow q\bar{q} g$

→ Page 29 on avait obtenu pour $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ l'expression suivante :

$$|CM|^2 = \frac{8e^4 N_c Q_i^4}{s^2} \left\{ (P_+ \cdot P_q)(P_- \cdot P_{\bar{q}}) + (P_+ \cdot P_{\bar{q}})(P_- \cdot P_q) \right\} \\ + m_q^2 (P_+ \cdot P_-) + m_{\bar{q}}^2 (P_q \cdot P_{\bar{q}}) + 4 m_q^2 m_{\bar{q}}^2$$



→ En négligeant les masses, $|CM|^2$ pour $e^+(p_+) + e^-(p_-) \rightarrow \gamma^*(q) \rightarrow q + \bar{q} + g$ est $|CM|^2 = 8G_F (4\pi)^3 \alpha^2 \alpha_S N_c Q_i^2$

$$\times \frac{(P_+ \cdot P_q)^2 + (P_+ \cdot P_{\bar{q}})^2 + (P_- \cdot P_q)^2 + (P_- \cdot P_{\bar{q}})^2}{(P_+ \cdot P_-)(P_q \cdot P_{\bar{q}})(P_{\bar{q}} \cdot P_g)}$$

↳ En effet, le terme $1/s^2$ n'écrit

$$S^2 = (P_+ + P_-)^2 (P_q + P_{\bar{q}})^2 = 4(P_+ \cdot P_-)(P_q \cdot P_{\bar{q}})$$

↳ De plus, on peut réécrire :

$$(P_+ \cdot P_q)^2 + (P_- \cdot P_{\bar{q}})^2 = \frac{1}{2} \left\{ (P_+ \cdot P_q)^2 + (P_+ \cdot P_{\bar{q}})^2 + (P_- \cdot P_q)^2 + (P_- \cdot P_{\bar{q}})^2 \right\} \\ = (P_+ \cdot P_{\bar{q}})^2 + (P_- \cdot P_q)^2$$

Le radiateur du gluon Δg est donné par

$$\Delta g \equiv \frac{1}{T} \sum_{i=1}^l \left\{ -\alpha_S \epsilon^a \left(\frac{\epsilon_i \cdot P_q}{P_q \cdot k} - \frac{\epsilon \cdot P_{\bar{q}}}{P_{\bar{q}} \cdot \epsilon} \right) \right\}$$

DEF

→ Ayant négligé les masses, on a

$$x_q = \beta_q = E_q / E_b ; x_{\bar{q}} = \beta_{\bar{q}} = E_{\bar{q}} / E_b \text{ et } x_g = E_g / E_b$$

En intégrant sur les 3 angles indépendants, on obtient

$$\cancel{\frac{d^2\sigma_{q\bar{q}g}}{dx_q dx_{\bar{q}}}} = \sigma_{q\bar{q}} C_F \frac{x_s}{2\pi} \frac{x_q^2 + x_{\bar{q}}^2}{(1-x_q)(1-x_{\bar{q}})} \text{ symétrique sous } (q \leftrightarrow \bar{q}),$$

car symétrie CP de QCD.

↳ Les fractions d'énergie n'étant pas invariantes de Lorentz, on définit

$$x_i \equiv 2 q \cdot p_i / q^2$$

→ La conservation de l'énergie impose

$$\begin{cases} x_q + x_{\bar{q}} + x_g = 2 \\ 1 - x_i = \frac{1}{2} x_j x_k (1 - \cos \theta_{jk}) , \quad i \neq j \neq k , \quad i \neq k . \end{cases}$$

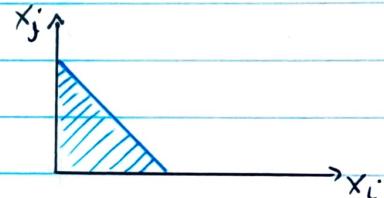
Ainsi, $x_i + x_j \geq 1$ pour $i \neq j$. Si un parton a une énergie maximale ($x_i = 1$), les 2 autres sont colinéaires ($\theta_{jk} = 0$). L'impulsion de l'état initial étant nulle dans le plan transverse, l'état final tient sur un plan :

$$\theta_{q\bar{q}} + \theta_{\bar{q}g} + \theta_{qg} = 2\pi$$

↳ Le domaine d'intégration est donc

$$0 \leq x_q, x_{\bar{q}} \leq 1$$

$$1 \leq x_q + x_{\bar{q}}$$



③ Singularités :

→ L'équation ~~☆~~ présente 2 types de singularités infrarouges.

→ un pôle simple lorsque $x_q \rightarrow 1^-$ ou $x_{\bar{q}} \rightarrow 1^-$

→ un pôle double lorsque les 2 quarks atteignent simultanément 1 :

$$x_q \rightarrow 1^- \quad \left\{ \Leftrightarrow \int (P_{\bar{q}} + P_g)^2 = 2 (P_{\bar{q}} \cdot P_g) \rightarrow 0 \right.$$

$$x_{\bar{q}} \rightarrow 1^- \quad \left\} (P_{\bar{q}} + P_g)^2 = 2 (P_{\bar{q}} \cdot P_g) \rightarrow 0 \right.$$

DEF → La première singularité est une singularité de masse, liée à

l'émission d'un gluon colinéaire. Elle disparaît pour $m_g > 0$

→ La 2ème singularité est liée à l'émission d'un gluon soft, c'est à dire lorsque $P_g \rightarrow 0$

→ Explications ces singularités:

$$\frac{x_q^2 + \bar{x}_q^2}{(1-x_q)(1-\bar{x}_q)} = \frac{2}{(1-x_q)(1-\bar{x}_q)} - \frac{1+x_q}{1-\bar{x}_q} - \frac{1+\bar{x}_q}{1-x_q}$$

Ces singularités sont issues du propagateur des quarks:

$$\cancel{P_q + P_{\bar{q}}} \cancel{m_P} \frac{1}{(P_q + P_{\bar{q}})^2} = \frac{1}{2E_q E_{\bar{q}} (1 - \cos \theta_{q\bar{q}})} = \frac{1}{s} \frac{1}{1 - x_{\bar{q}}}$$

→ Singularité simple: $E_q \rightarrow 0$ mais $\theta_{qg} \neq 0 \neq \theta_{\bar{q}g}$

→ La contribution IR à la section efficace totale est:

$$\sigma \sim \alpha_s \sim \int \frac{dx_q dx_{\bar{q}}}{(1-x_q)(1-\bar{x}_{\bar{q}})} \sim \alpha_s \int \frac{dx_q dx_{\bar{q}}}{x_q^2 (1 - \cos \theta_{qg}) (1 - \cos \theta_{\bar{q}g})}$$

$$\sim \int \frac{d\zeta}{\zeta} \frac{du}{1-u} \quad \text{où } \zeta = x_g \\ \text{pole simple} \quad u = \cos \theta_{qg}$$

→ C'est bien un pôle simple car $u \neq \pm 1$

→ Singularité double: $E_g \rightarrow 0$ et $\theta_{qg} \rightarrow 0 / \theta_{\bar{q}g} \rightarrow 0$

→ Dans ce cas, $u \rightarrow \pm 1$ et on a un double pôle.

$$\sigma \sim \alpha_s \int \frac{d\zeta}{\zeta} \int \frac{d\theta}{\theta}$$

→ En pratique, en dessous d'un certain seuil, $|q\bar{q}g\rangle$ théorique sera englobé dans un $|q\bar{q}\rangle$ physique.

DEF On définit l'angle de Ellis-Karliner Θ_{EK} selon:

$$\cos \Theta_{EK} = \frac{x_2 - x_3}{x_1}$$

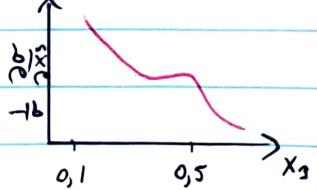
→ Il représente l'angle entre les jets 1 et 2 dans le repère constitué des jets 2 et 3. Il permet de mettre en évidence le caractère vectoriel des gluons.

→ La conservation de l'énergie ($x_1 + x_2 + x_3 = 2$) impose que:

1) $x_1 > 2/3$ et $x_2 > 1/2$

2) $x_3 < 1/2$

3) la barre sur $x_3 \sim 0,4$ provient de $x_g \leq 1/2$
qui décroît et $x_{q,\bar{q}} \leq 1/2$ qui croît.



3.8.1 Approximation colinéaire

→ Exprimons σ en fonction des gluons : $\bar{z} = x_g$ et $t = 1 - \cos(\theta_{q\bar{q}})$.

$$\text{Alors: } x_g = 2(1-\bar{z}) ; \quad x_{\bar{q}} = 2 - \bar{z}(2-\bar{z})t ; \quad dx_g dx_{\bar{q}} = \frac{\bar{z}(2-\bar{z})}{2-3t} d\bar{z} dt$$

$$\text{On peut écrire } \frac{d^2\sigma}{dx_g dx_{\bar{q}}} = C_F \alpha_S (x_g^2 + x_{\bar{q}}^2) / ((1-x_g)(1-x_{\bar{q}})) \text{ comme}$$

$$\frac{d^2\sigma_{q\bar{q}g}}{d\bar{z} dt} = \bar{C}_{q\bar{q}g} C_F \frac{\alpha_S}{2\pi} \frac{4[1+(1-\bar{z})^2]^{1/2} - 4\bar{z}(2-\bar{z})t + \bar{z}^2(2-\bar{z})^2 t^2}{\bar{z} t (2-t) (2-3t)^2}$$

Pour de faibles angles (limite colinéaire, $t \approx \theta^2/2$), on a

$$d^2\sigma = \bar{C}_{q\bar{q}g} C_F \frac{\alpha_S}{2\pi} \left(1 + (1-\bar{z})^2\right) \frac{d\bar{z}}{\bar{z}} \frac{d\theta^2}{\theta^2} \quad // p36, peaking approx$$

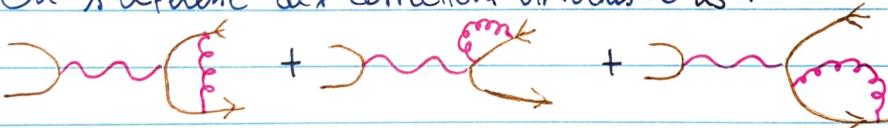
DEF Le facteur de splitting, P_{qg} est défini selon :

$$\frac{1 + (1-\bar{z})^2}{\bar{z}}$$

↪ La proba pour un quark de se séparer en un quark de fraction d'impulsion \bar{z} et un gluon est donnée par $N_c \cdot \frac{C_F \alpha_S}{2\pi} \cdot P_{qg}$

3.8.2 Correction radiative QCD virtuelles

→ On s'intéresse aux corrections virtuelles $\sim \alpha_S$:



→ Les divergences IR s'annulent lorsque l'on somme sur $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g$ et $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g$. Considérons la méthode de la régularisation dimensionnelle.

DEF L'opérateur Casimir $H(\epsilon)$ dans la rep. fondamentale avec $n=4-2\epsilon$ ($\epsilon < 0$) est $H(\epsilon) = \frac{3(1-\epsilon)^2}{(3-2\epsilon)\Gamma(2-2\epsilon)} = 1 + O(\epsilon)$

$$\text{où } \Gamma(z) \equiv \int_0^\infty x^{z-1} e^{-x} dx$$

↪ La section efficace se réécrit comme :

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g) = \bar{C}_{q\bar{q}g} C_F \frac{\alpha_S}{2\pi} H(\epsilon) \int dx_g dx_{\bar{q}} \frac{x_g^2 + x_{\bar{q}}^2 - \epsilon(2-x_g-x_{\bar{q}})}{(1-x_g)^{1+\epsilon} (1-x_{\bar{q}})^{1+\epsilon}}$$

$$= \bar{C}_{q\bar{q}g} C_F \frac{\alpha_S}{2\pi} H(\epsilon) \left\{ \frac{2}{\epsilon^2} + \frac{3}{\epsilon} + \frac{19}{2} + O(\epsilon) \right\}$$

Les poles en $1/\epsilon$ sont les singularités IR (collinéaire et soft).
 ↳ le pole en $1/\epsilon^2$ est la singularité collinéaire ou soft.

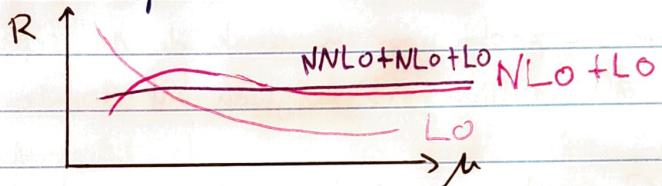
→ Les corrections virtuelles font apparaître des divergences UV:

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow q\bar{q}) = \sigma_{q\bar{q}} \text{CF} \frac{\alpha_s}{2\pi} H(\epsilon) \left\{ -\frac{8}{\epsilon^2} - \frac{3}{\epsilon} - 8 + \mathcal{O}(\epsilon) \right\}$$

↳ Les poles s'annulent parfaitement!

$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow x)}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu\mu)} = 3 \sum_q Q_q^2 \left(1 + \frac{\alpha_s}{\pi} + \mathcal{O}(\alpha_s^2) \right) \text{ au tree level.}$$

→ Aux ordres supérieurs dépendent explicitement de l'échelle de renormalisation μ , en plus de la dépendance implicite $\alpha_s = \alpha_s(\mu)$. Cependant, cette dépendance diminue avec la prise en compte progressive d'ordre supérieur:



3.9 Algorithmes de reconstruction de jets

→ On tente de regrouper les particules de l'état final de façon à ce que la structure "visible" expérimentalement soit reproduite.

↳ L'algorithme peut être appliquée à 3 niveaux :

- 1) partons générés
- 2) particules générées de l'état final
- 3) particules reconstruites dans un détecteur.

3.9.1 Algorithme de JADE:

→ Soit les particules i, j , d'impulsion p_i, p_j . Si, étant donné un seuil y_{cut} , on a $M_{ij}^2 \equiv (p_i + p_j)^2 < y_{cut} \cdot s$, alors i et j sont combinées dans une pseudo-particule d'impulsion $p_{ij} \equiv p_i + p_j$.
 ↳ La procédure s'arrête lorsque toutes les particules sont telles que $M_{ijk\dots}^2 < y_{cut} \cdot s$.

47

↳ Les pseudo-particules restantes sont identifiées à des jets et leur nombre est la multiplicité de jet n
 $\Rightarrow y_{cut}$ fixe la valeur à laquelle un événement particulier passe de l'état n -jet à $(n+1)$ -jet.

? → JADE a des corrections d'hadronisation faible ($\sim 5\%$ à $s = m_Z^2$), donc est utilisé au LEP.

Son point faible est le suivant: si 2 gluons sont émis à grand angle p/r aux quarks initiaux, ils peuvent former un 3^e jet artificiel



↳ on ne peut inclure les techniques de resummation des gluons soft dans les simulations.

→ Exemple: $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g$ en milieu partonique

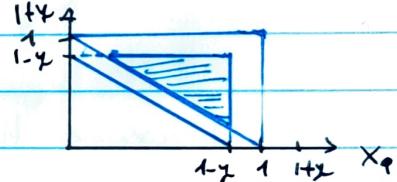
$$\rightarrow M_{ij}^2 = E_i E_j (1 - \cos \theta_{ij}) = s (1 - x_h)$$

→ Un événement aura 3 jets si chaque parton forme un jet:

$$x_q < 1-y$$

$$x_{\bar{q}} < 1-y$$

$$x_g < 1-y \quad (\Rightarrow x_q + x_{\bar{q}} > 1+y)$$



3.9.3 Multiplicité de jets:

→ Experimentalement, le # de jet se calcule en se basant sur les impulsions des hadrons de l'état final (et non des partons). Comparons ces 2 grandeurs.

DEF On définit les ratio 2-jets f_2 et ratio 3-jets f_3 par

$$f_2 \equiv \frac{\sigma_{\text{jets}}}{\sigma_{2\text{-jet}} + \sigma_{3\text{-jet}}} = \sigma_2 / \sigma_{\text{tot}} \quad \text{et} \quad f_3 \equiv \frac{\sigma_{3\text{-jet}}}{\sigma_{2\text{-jet}} + \sigma_{3\text{-jet}}} = \sigma_3 / \sigma_{\text{tot}}$$

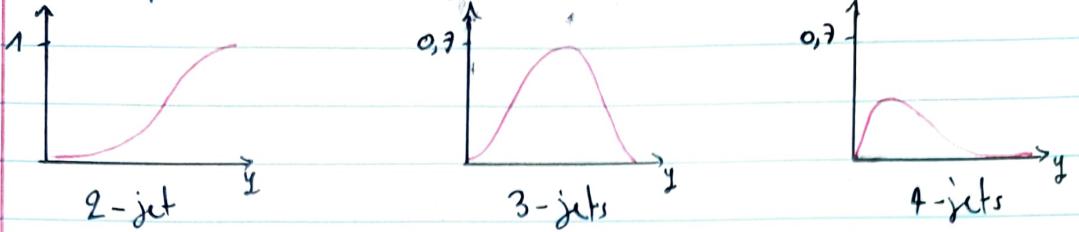
↳ $\sigma_{\text{tot}} = \sigma_{q\bar{q}} \left(1 + \frac{\alpha_s}{\pi} \right)$ est la section efficace totale à l'ordre α_s :

$$\sigma_3 = \int d\sigma_{q\bar{q}g} = C_F \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_{x_g}^{1-y} \frac{dx_g}{1-x_g} \int_{1+y-x_g}^{1-y} \frac{dx_{\bar{q}} (x_g^2 + x_{\bar{q}}^2)}{1-x_{\bar{q}}}$$

$$= C_F \frac{\alpha_s}{2\pi} \left(4 L_{i_2} \left[\frac{y}{1-y} \right] + (3-6y) \ln \left[\frac{y}{1-2y} \right] + 2 \ln^2 \left[\frac{y}{1-y} \right] - 6y - \frac{3}{2} y^2 - \frac{\pi^2}{3} + \frac{5}{2} \right)$$

↳ fonction de Spence $L_{i_2}(z) = - \int_0^z du \frac{\ln(u)}{1-u}$

- Si on fait varier \sqrt{s} en gardant y fixé, on a $f_i(s, \alpha_s, y) = f_i(\alpha_s(s), y)$
 ↳ On peut mesurer la dépendance en s de $\alpha_s(s)$



3.10 Structure de l'état final hadronique

- L'étude de la structure de l'état final hadronique (event shape) calcule en général plus values, correspondant à des observables, telle qu'elles s'annulent pour un cas idéal (2 jets, dos à dos).

① Les observables Thrust et M_H :

DEF On définit la variable thrust T pour un événement par:

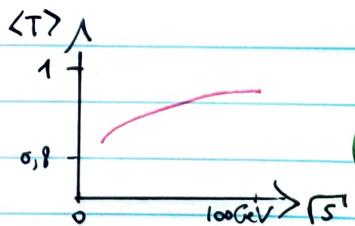
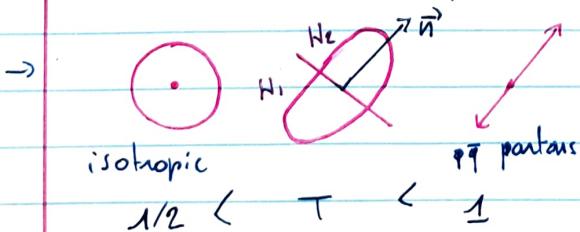
$$T = \max_{\vec{n}} \left\{ \frac{\sum_i |\vec{p}_i \cdot \vec{n}|}{\sum_i |\vec{p}_i|} \right\}$$

L'axe du thrust \vec{n}_T est le vecteur unitaire \vec{n} qui maximise l'expression. Un plan passant par l'origine, $\perp \vec{n}_T$ divise l'événement en 2 hémisphères : H_1 et H_2 .

- La valeur $T = 1$ correspond au cas idéal

DEF La variable M_H est définie comme le max. des $M(p_i) \in H_j$

$$M_{Hj} \equiv \max \{ M(p_i) / p_i \in H_j \}$$



- La mesure du thrust permet de tester le caractère vectoriel du gluon

DEF En construisant la quantité

$$B_h \equiv \frac{\sum_{i \in h} |\vec{p}_i| \times \vec{n}_T|}{2 \sum_i |\vec{p}_i|}$$

pour chaque hémisphère h ,

on définit les variables de Broadening B_T et B_W :

$$B_T \equiv B_1 + B_2 \quad \text{et} \quad B_W \equiv \max\{B_1, B_2\}$$

→ Lorsque $\sqrt{s} \gg \alpha_S v$ et le nombre de parton showers également.

3.11 Comparaison des mesures de α_S

- Dans le cadre du QCD, le couplage α_S est indépendant de la masse des quarks. Actuellement, on mesure $\alpha_S(m_Z) = 0,1185 \pm 0,0006$.
- Même aux valeurs les plus hautes en énergie accessible expérimentalement l'IT reste bien plus importante que les Iem.

3.12 Test de la structure de jauge de QCD

- La distribution angulaire des événements à 2 jets a mis en évidence le spin 1/2 des quarks, et celle des événements à 3 jet (et la mesure des event shapes) ont mis en évidence le spin 1 des gluons.
- En revanche, la structure non-abélienne (structure de jauge) du groupe n'a pas été mise en évidence directement.

→ Au LO, les 3 vertex permis par QCD sont:

↳ En les elevant au carré, les relations suivantes sont utilisées :

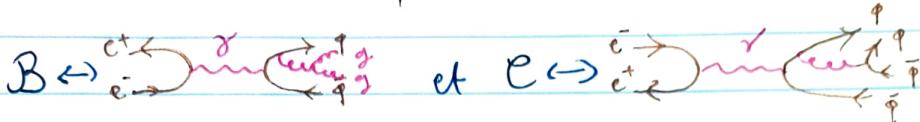
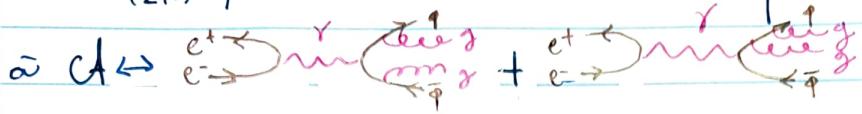
$$\textcircled{1} \sum_a (\lambda_{ik}^a \lambda_{kj}^a) = 4 C_F \delta_{ij} \quad \text{avec } C_F = T_F \frac{N^2 - 1}{N} = 4/3 \quad \left. \begin{array}{l} \text{ lorsque} \\ \text{SU}(N) = \text{SU}(3) \end{array} \right\}$$

$$\textcircled{2} \sum_{cd} f^{acd} f^{bcd} = C_A \delta_{ab} \quad \text{avec } C_A = 2 T_F N = 3$$

$$\textcircled{3} \text{Tr}(\lambda^a \lambda^b) = 4 T_F \delta^{ab} \quad \text{avec } T_F = 1/2$$

→ Vérifions la structure du groupe avec les évenements à 4 jets. La section efficace peut s'écrire sous la forme :

$$\text{d}\sigma = \left(\frac{\alpha_s}{2\pi}\right)^2 \left\{ C_F^2 C_F + C_F C_A B + C_F T_F N_f C \right\}$$



→ Dans une théorie abélienne, $B = 0$

Les fonctions C_F, B, C sont fonction de $S_{ij} = (p_i + p_j)^2$, la masse invariante des paires de partons, et donc indépendante du groupe de jauge.

→ On étudie les corrélations angulaires entre jets. On les classe selon $E_4 < E_3 < E_2 < E_1$. Alors, les jets 1 et 2 sont presque toujours issus des quarks. On s'attend à ce que les dépendances angulaires soient \neq pour $q \rightarrow qg$ ($\text{spin } 1/2 \rightarrow 1+1/2$), $g \rightarrow gg$ ($1 \rightarrow 1+1$) et $g \rightarrow q\bar{q}$ ($1 \rightarrow 1/2+1/2$)

DEF L'angle formé entre les plans $(1, 2)$ et $(3, 4)$ est l'angle de Bengtsson-Zernow X_{BZ} et est donné par :

$$\cos X_{BZ} = \left| \frac{(\vec{p}_1 \times \vec{p}_2) \cdot (\vec{p}_3 \times \vec{p}_4)}{|\vec{p}_1 \times \vec{p}_2| |\vec{p}_3 \times \vec{p}_4|} \right|$$

L'angle entre les vecteurs $(p_1 - p_2)$ et $(p_3 - p_4)$ est l'angle de Nachtmann-Reiter modifié $(\text{H})_{NR*}$ et est donné par

$$\cos (\text{H})_{NR*} = \left| \frac{(\vec{p}_1 - \vec{p}_2) \cdot (\vec{p}_3 - \vec{p}_4)}{|\vec{p}_1 - \vec{p}_2| |\vec{p}_3 - \vec{p}_4|} \right|$$

→ Les effets d'hadronisation sont ajustés par Monte-Carlo. En ajustant les données, sur le groupe $SU(3)$ est compatible avec les mesures. En particulier, les groupes abéliens sont exclus à 120° !