

CH3 MODÈLE STANDARD: INTÉRACTION E-M ET FAIBLE POUR LES LEPTONS

3.1 Leptons

- ① 6 particules de spin 1/2 :

Q	Spin	Masse	τ
e^-	-1	1/2	0,5 MeV
μ^-	-1	1/2	100 MeV
τ^-	-1	1/2	1800 MeV
ν_e	0	1/2	petit
ν_μ	0	1/2	petit
ν_τ	0	1/2	petit

$\left. \begin{array}{l} \text{on } \tau(\nu) = \infty, \text{ les 2 autres} \\ \text{sont très long} \end{array} \right\}$

- ② Pas d'interaction forte :

→ Les temps de décomposition sont bcp plus grand que le temps du vir typique de transition forte ($\tau(p \rightarrow \pi\pi) \sim 10^{-24} s$)

$$2 \text{ exemples: } \mu^- \rightarrow e^- \nu_\mu \bar{\nu}_e \rightarrow \tau_\mu \sim 10^{-6} s$$

$$\tau^- \rightarrow e^- \nu_\tau \bar{\nu}_e \rightarrow \tau_\tau \sim 10^{-13} s$$

→ Pour d'autres processus également, il est nécessaire d'introduire une nouvelle force "faible"

$$2 \text{ exemples: } n \rightarrow p e^- \bar{\nu}_e$$

$$\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$$

- ③ Fermi four-fermion interaction:

DEF Le Lagrangien de Fermi (1933) a été proposé pour écrire cette nouvelle force, entre 4 fermions :

$$L_F \equiv -\frac{G_F}{\sqrt{2}} (\bar{p} \gamma^\mu p)(\bar{e} \gamma^\mu e) + \text{h.c}$$

$$\bar{p} \equiv \bar{\Psi}_p ; \nu \equiv \Psi_\nu ; \dots$$

avec G_F la constante de Fermi.

→ Dans les années 50, la violation de la parité des plusieurs processus élargissant LF :

$$L_F = -\frac{4}{\sqrt{2}} G_F (\bar{\nu}_L \gamma_\mu \nu_L) (\bar{e}_L \gamma^\mu e_L) + h.c. \quad \mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_L \nu_L$$

$$-\frac{4}{\sqrt{2}} G_F (\bar{\nu}_L \gamma_\mu e_L) (\bar{e}_L \gamma^\mu \nu_L) + h.c. \quad \nu_L \bar{e} \rightarrow e^- \bar{\nu}_L$$

$$-\frac{2}{\sqrt{2}} G_F (\bar{p} \gamma_\mu (1-\gamma_5) n) (\bar{e}_L \gamma^\mu \nu_L) + h.c. \quad n \rightarrow p e^- \bar{\nu}_L$$

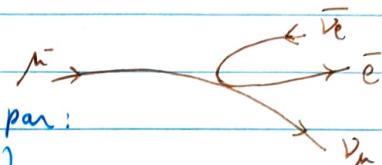
↳ Même constante G_F , même structure (courant chargé) \times (courant chargé)

↳ Même origin ?

→ exemple : pour $\mu^- \rightarrow \bar{\nu}_L e^- \nu_L$:

L'amplitude de transition est donnée par :

$$CM = -i \frac{4}{\sqrt{2}} G_F (\bar{\nu}_L \gamma_\mu \nu_L) (\bar{e}_L \gamma^\mu e_L)$$



$$\Rightarrow \frac{1}{\epsilon} = \Gamma = \frac{G_F^2 m_\mu^5}{192\pi}$$

→ Problèmes de la théorie :

① Non renormalisable : opérateur de dim=6

↳ Calcul des boucles inconsistent

ex:

$$|CM|^2 \sim \int d^4 k \frac{k^2 k^2}{k^2 k^2} \sim \int_0^\infty dk^2 = \infty$$

② Brise l'unitarité :

ex: $\sigma(\nu_L e^- \rightarrow \nu_L e^-) \sim \frac{G_F^2}{\pi} s \xrightarrow{s \rightarrow \infty} \infty$ ce qui ne respecte pas la conservation de la proba : $\sigma < 16\pi/s$

↳ Nouvelle physique vers $s \sim \frac{4\pi}{G_F} \sim 500 \text{ MeV}$?

3.2 QED

- Structure en courant également (\Leftrightarrow en $\bar{\psi} \gamma^\mu \psi$) mais linéaire en les courants (pas quadratique) : Lien $\Rightarrow A_\mu j_\mu^\mu = \bar{\psi} \gamma^\mu \psi$
- ↳ Interaction e-m: échange d'un particule vecteur
- Découle d'une théorie de jauge.
- ↳ Pourrait-on expliquer l'interaction faible par l'échange d'un champ de jauge vectoriel?

① Hypothèse:

- Linéarisation: $L \supseteq \frac{g}{\sqrt{2}} (J_\mu^+ W^{+\mu} + J_\mu^- W^{-\mu})$ 4-dim interaction
- où $J_\mu^+ = \bar{e}_L \gamma_\mu e_L + \bar{\nu}_L \gamma_\mu \nu_L$ et $J_\mu^- = (J_\mu^+)^T = \bar{e}_L \gamma_\mu \nu_L + \bar{\nu}_L \gamma_\mu e_L$
- Bosons massifs: $m_W \neq 0$

→ exemple:

$$\begin{aligned} \mathcal{M} &= (i)^2 \cdot \frac{g^2}{2} (\bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L) (\bar{e}_L \gamma^\nu e_L) \cdot (-i) \frac{g_W - \frac{k \cdot h_W}{m_W}}{k^2 - m_W^2} \not{v}_\mu \not{e} \not{\nu} \\ &= -i \frac{g^2}{2 m_W^2} (\bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L) (\bar{e}_L \gamma_\mu e_L) \text{ pour } m_W^2 \gg k^2 \end{aligned}$$

↳ Même courant que Fermi avec $\frac{4G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{2 m_W^2}$ si

→ Comment faire interagir W^\pm via une symétrie de jauge?

↳ Pas en jaugeant $U(1)$, puisque $\exists! A_\mu$ qui est neutre contre conjugué.

→ Il faut essayer un groupe plus compliqué.

3.3 SU(2)

→ SU(2) possède 3 générateurs: $\vec{G} = \{(01), (0-i), (10)\}$. Il y aura donc 3 champs du jauge: $\{S_\mu^a\}_{a=1}^3 \equiv W_\mu^a$

○ Structure chirale:

→ Pour coupler aux W_μ^a , les leptons doivent être dans un multiplet. Le plus simple est un doublet de $SU(2)_L$ (repr. fondamentale):

DEF On définit les doublets gauches leptonniques L_s selon:

$$L_e \equiv \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}, L_\mu \equiv \begin{pmatrix} \nu_{\mu L} \\ \mu_L \end{pmatrix} \text{ et } L_\tau \equiv \begin{pmatrix} \nu_{\tau L} \\ \tau_L \end{pmatrix}$$

↳ Seuls les champs gauches sont placés en doublets, car on n'a jamais observé $\nu_R \rightarrow e_R$ seule. Donc e_R est un singlet de $SU(2)$

↳ Cette différence entre L et R sous $SU(2)$ est appelée la structure chirale et donne lieu à la brisure de la parité.

○ Lagrangien et localisation:

→ Terme de masse: absent à cause du $SU(2)$ local:

~ $\bar{L}^\dagger e_R$ pas $SU(2)$ -invariant $\rightarrow m_p = 0$

~ $\bar{L}^\dagger L$ pas $SU(2)$ -invariant $\rightarrow m_M = 0$

$$\hookrightarrow \propto L^\dagger L \nrightarrow L^\dagger U^\dagger U L \neq L^\dagger L$$

→ Dérivée covariante:

$$D_\mu \equiv \partial_\mu - ig \sum_a \frac{1}{2} W_\mu^a$$

comme avant

→ Le Lagrangien (libre) général invariant s'écrit:

$$\mathcal{L} = \sum_{S=e,\mu,\tau} [L_e i \not{D}_L - \frac{1}{4} W_{\mu\nu}^a W_a^{\mu\nu}]$$

$$= (\bar{\nu}_{eL} \bar{e}_L) i \not{D} \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix} + (\bar{\mu}_L \bar{\tau}_L) i \not{D} \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix} - \frac{1}{4} W_{\mu\nu}^a W_a^{\mu\nu}$$

→ Regardons la partie d'interaction :

$$\begin{aligned}
 L_{int} &\propto \bar{e}_L g \frac{1}{2} \cdot W_\mu \gamma^\mu L_e = (\bar{\nu}_L \bar{e}_L) g \frac{1}{2} \alpha W_\mu \gamma^\mu \left(\begin{array}{c} \nu_L \\ e_L \end{array} \right) \\
 &= (\bar{\nu}_L \bar{e}_L) g \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} W_\mu^1 + \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} W_\mu^2 + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} W_\mu^3 \right\} \gamma^\mu \left(\begin{array}{c} \nu_L \\ e_L \end{array} \right) \\
 &= \frac{g \bar{\nu}_L}{2} \begin{pmatrix} W_\mu^3 & W_\mu^1 - i W_\mu^2 \\ W_\mu^1 + i W_\mu^2 & -W_\mu^3 \end{pmatrix} \gamma^\mu \left(\begin{array}{c} \nu_L \\ e_L \end{array} \right) = \frac{g}{\sqrt{2}} \left(\frac{W_1^1 + i W_2^1}{\sqrt{2}} \right) \bar{e}_L \gamma_\mu \nu_L \stackrel{=} {J_\mu^-} \\
 &\quad + \frac{g}{\sqrt{2}} \left(\frac{W_1^3 - i W_2^3}{\sqrt{2}} \right) \bar{e}_L \gamma_\mu \nu_L \stackrel{=} {J_\mu^+} + \frac{g}{2} W_3^{\mu} (\bar{e}_L \gamma_\mu \nu_L - \bar{\nu}_L \gamma_\mu e_L)
 \end{aligned}$$

DÉF On définit les bosons chargés de l'Ifl W selon

$$W_\mu^\pm \equiv \frac{W_\mu^1 \mp W_\mu^2}{\sqrt{2}}$$

① Théorie $SU(2)_L \times U(1)_Y$:

→ On obtient un courant neutre $L \ni \frac{g}{2} W_\mu^3 (\bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L + \bar{e}_L \gamma^\mu e_L)$.

Mais ce n'est pas la lumière car W_μ^3 ne couplie pas au e_L , alors qu'il couplie au ν_L qui n'ont pas de charge électrique.

↪ Il faut un $U(1)$ local supplémentaire.

$$\text{Raynal: } L_{em} \ni -A_\mu (\bar{e}_L \gamma_\mu e_L) \gamma^\mu \left(\begin{array}{c} \nu_{e_L} \\ \nu_{e_R} \end{array} \right)$$

DÉF On introduit l'hypercharge Y et son champ associé B_μ .

Son tenseur d'intensité est $B_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu$

→ La dérivée covariante devient :

$$D_\mu \mapsto D_\mu = \partial_\mu - ig \frac{1}{2} \cdot W_\mu - ig' \frac{1}{2} Y B_\mu$$

→ Le Lagrangien devient :

$$L = \sum_s L_s i \not{D} L_s + S_R i \not{D} S_R - \frac{1}{4} W_{\mu\nu}^a W_a^{\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu}$$

où se f, e, μ, z ?

$$\text{avec: } D_\mu L_s = \left(\partial_\mu - ig \frac{1}{2} \cdot W_\mu - ig' \frac{1}{2} Y_s B_\mu \right) L_s$$

$$D_\mu S_R = \left(\partial_\mu - ig' \frac{1}{2} Y_S B_\mu \right) S_R$$

pas de couplage W car couplage doublet-right impossible.

→ Le terme d'interaction à courant neutre du Lagrangien devient:

$$\mathcal{L} \supset \frac{1}{2} \left\{ g W_n^3 + g' Y_e B_n \right\} \bar{\nu}_L \gamma^M v_L \\ - \frac{1}{2} \left\{ g W_n^3 + g' Y_e B_n \right\} \bar{e}_L \gamma^M e_L \\ + \frac{1}{2} g' Y_e B_n \bar{e}_R \gamma^M e_R + (\mu, z) \quad \left. \right\} \textcircled{*}$$

↳ Est-ce que ce terme contient l'électro-magnétisme? oui!

On cherche un terme de la forme :

$$\mathcal{L} \supset e A_n \left\{ Q_L (\bar{e}_L \gamma^M e_L + \bar{e}_R \gamma^M e_R) + O(\bar{\nu}_L \gamma^M v_L) \right\}$$

Il faut alors effectuer une combinaison linéaire de W_n^3 et B_n . On

DEF | pose alors : $\begin{pmatrix} W_n^3 \\ B_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & \sin \theta_W \\ -\sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_n \\ A_n \end{pmatrix}$

où θ_W est angle de Weinberg

↳ On injecte dans $\textcircled{*}$ en ne gardant que les termes $\propto A_n$:

$$\mathcal{L} \supset \frac{1}{2} (g \sin \theta_W + g' Y_e \cos \theta_W) A_n \bar{\nu}_L \gamma^M v_L \\ - \frac{1}{2} (g \sin \theta_W + g' Y_e \cos \theta_W) A_n \bar{e}_L \gamma^M e_L \\ + \frac{1}{2} g' Y_e \cos \theta_W A_n \bar{e}_R \gamma^M e_R$$

On a alors 3 conditions :

$$\rightarrow Q(n) = 0 : g \sin \theta_W + g' Y_e \cos \theta_W = 0 \quad (1)$$

$$\rightarrow Q(e_L) = -1 : e Q_L = -\frac{1}{2} (g \sin \theta_W - g' Y_e \cos \theta_W) \quad (2)$$

$$\rightarrow Q(e_R) = -1 : e Q_R = +\frac{1}{2} g' \cos \theta_W Y_e \quad (3)$$

↳ (1) + (2) $e Q_L = -\frac{g}{2} g \sin \theta_W \rightsquigarrow e = g \sin \theta_W$

(1) + (2) + (3) $e = -g' Y_e \cos \theta_W = -\frac{1}{2} Y_e \cos \theta_W \rightsquigarrow -Y_{eR} = 2 Y_e$

DEF | La normalisation de $U(1)_Y$ est $Y_e \equiv -1$

↳ Ainsi $Y_{eR} = -2$ et (1) $\Rightarrow g' = g \tan \theta_W \Leftrightarrow \sin \theta_W = \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}$

↳ (2) $\Rightarrow e Q = T_3 g \sin \theta_W + \frac{g'}{2} \cos \theta_W \cdot Y$

$$= g \sin \theta_W \left(T_3 + \frac{Y}{2} \right)$$

$$\Leftrightarrow \cos \theta_W = \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}}$$

Prop

La loi de conservation du l'isospin faible lie la charge électrique Q , l'isospin faible T_3 et l'hypercharge faible Y_W selon

$$Q = T_3 + \frac{1}{2} Y_W$$

$\sim = Z_3$

DEF

Le Lagrangien électro-faible L_{EW} proposé par Weinberg, Salam et Glashow (aussi appelé L_{aws}) est :

$$\mathcal{L}_{EW} = -\frac{1}{4} W_{\mu\nu}^a W^{a\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu}$$

$$+ \sum_{S=e,\mu,\tau} \left\{ \bar{L}_S i \not{D} L_S + \bar{S}_R i \not{D} S_R \right\}$$

s: savour

$$\text{avec } D_\mu \equiv \partial_\mu - ig \frac{Z_3}{2} W_\mu^a - ig' \frac{Y}{2} B_\mu$$

↳ Ce L_{EW} contient l'interaction e-m, l'interaction de Fermi et prédit un nouveau boson de jauge neutre : le Z_W .

On cherche à mettre le \mathcal{L} sous la forme :

$$\mathcal{L} \ni Z_W \cdot g_Z \sum_S Q_S \bar{T}_S \gamma^\mu T_S$$

→ On a :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{EW}^I &= (\bar{\nu}_L \not{S}_L) \left(g \frac{Z_3}{2} W_\mu^3 + g' \frac{Y}{2} B_\mu \right) \not{v}_L + \not{S}_R \left(+g' \frac{Y_R}{2} B_\mu \right) \not{s}_R \\ &= \left(g T_3(\nu) W_\mu^3 + g' \frac{Y_L}{2} B_\mu \right) \not{v}_L \not{\gamma}^\mu \not{v}_L + \left(g T_3(s_L) W_\mu^3 + g' \frac{Y_L}{2} B_\mu \right) \not{\bar{s}_R} \not{\gamma}^\mu s_L \\ &\quad + g' \frac{Y_R}{2} B_\mu \not{\bar{s}_R} \not{\gamma}^\mu s_R \quad \text{Or, } T_3(\nu) = 1/2 = -T_3(s_L) \text{ et } Y_L = -1; -2 = Y_R \\ &\quad \text{et } \begin{pmatrix} W \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C & S \\ -S & C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z \\ A \end{pmatrix}; \end{aligned}$$

$$= \left(\frac{g}{2} (C \theta_W \cdot Z_W + \frac{g'}{2} S \theta_W \cdot Z_W) \right) J_V^\mu + \left(-\frac{g}{2} (C \theta_W \cdot Z_W + \frac{g'}{2} S \theta_W \cdot Z_W) \right) J_L^\mu + g' S \theta_W \cdot Z_W J_R^\mu$$

$$\begin{aligned} \frac{g'}{g} = \tan \theta_W \rightarrow &= \frac{g Z_W}{\cos \theta_W} \left\{ \frac{1}{2} (C^2 \theta_W + S^2 \theta_W) J_V^\mu + \frac{1}{2} (-C^2 \theta_W + S^2 \theta_W) J_L^\mu + S^2 \theta_W J_R^\mu \right\} \\ &= \frac{g Z_W}{\cos \theta_W} \left\{ \frac{1}{2} J_V^\mu + \left(-\frac{1}{2} + \sin^2 \theta_W \right) J_L^\mu + \sin^2 \theta_W J_R^\mu \right\} \end{aligned}$$

DEF

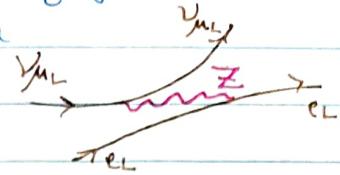
On définit alors :

$$g_V^V \equiv T_3(\nu) = \frac{1}{2}, \quad g_L^S \equiv T_3(s_L) + \sin^2 \theta_W \quad \text{et} \quad g_R^S \equiv T_3(s_R) + \sin^2 \theta_W$$

$= \frac{-1 + \sin^2 \theta_W}{2} = \sin^2 \theta_W$

→ Confirmation de ce Zn en 1973 au CERN (Gargamelle):

↳ Réaction $\gamma_{\mu} + e^- \rightarrow \gamma_{\mu} + e^-$ relativement possible via l'échange d'un Zn car leptons neutre et de 2 générations différentes.



① Commentaires:

① Couplage e-m composite:

→ Le couplage de l'Iem est composé d'une combinaison de paramètres:

$$e = g \sin \theta_w = \frac{g g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}$$

② g et g' indépendants

→ Le Lagrangien L_{ew} est une combinaison de 2 interactions indépendantes, elles ne se mélangent pas. L'Iem et l'If sont 2 combinaisons de 2 interactions (W_μ^\pm, B_μ) indépendantes
→ Pas d'unification électrofaible!

③ Symétrie accidentelle:

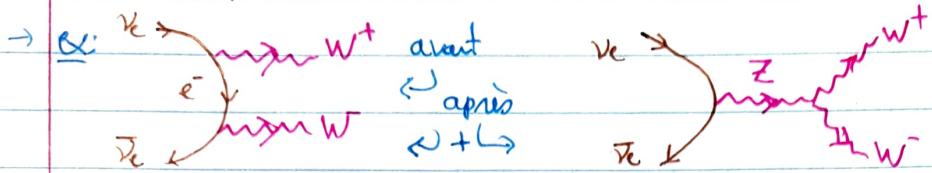
→ L'électron droit e_R et gauche e_L ont la même charge Q_e . Or, $Y_{eL} \neq Y_{eR}$ et $T_3(e_L) \neq T_3(e_R)$. Cependant, on a la relation de Gellman - Nishijima $Q = T_3 + Y/2$. Pourquoi?

④ Massif les leptons chargés:

→ La symétrie $Q_{eL} = Q_{eR}$ va permettre de former un fermion de Dirac massif à partir de e_L et e_R : $e_L \xrightarrow{* m_D} e_R$
Pour le moment, on a $m_e = 0$.

⑤ Unitarité :

- L'ajout d'un courant neutre permet la conservation de la probabilité ($S^2 = 1$)



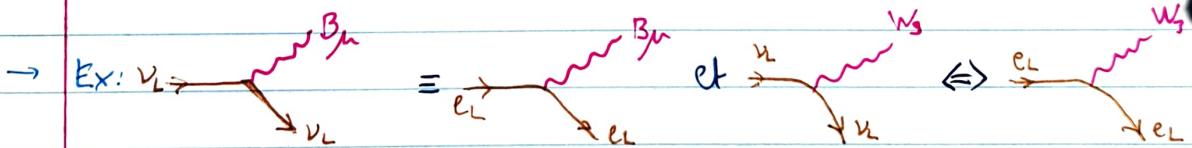
$\sigma(\bar{\nu}\nu \rightarrow W^+W^-)$ ou E^2 | En prenant en compte les 2 canaux, on trouve
↳ proba non conservée | $\sigma(\bar{\nu}_e \nu_e \rightarrow W^+W^-)$ ac constante

⑥ Théorie GWS :

- Pour le moment, la masse du W est nulle (alors que dans Fermi, $m_W \neq 0$)
↳ Alors (W, B) sont tout autant des états physiques (i.e états propres de masse) que (Z, A)

↳ De plus, $(w; w^0; w^1)$ est un triplet du $SU(2)_L$, donc indistinguables (i.e une rotation du $(w; w^0; w^1)$ sous $SU(2)_L$ laisse L invariant).
Ainsi, la distinction entre courants neutres et chargés est non physique!

↳ Alors Qm n'est pas physique



La seule distinction est $T_3(S_L) = -T_3(S_R)$, mais elle disparaît lorsqu'on calcule $|CM|^2$

⑦ Terme de masse pour W et Z :

- Si W, Z sont massifs, il y a # question qui permet de distinguer e_L et e_R puisque seul e_L interagit avec A_μ . Cependant, un terme de masse explicit dans le Lagrangien briserait la symétrie de jauge $SU(2)_L \times U(1)_Y$:

$$\delta L = -m_W^2 W_\mu^\dagger W^\mu - \frac{m_Z^2}{2} Z_\mu Z^\mu. \text{ On a 3 problèmes.}$$

④ Problème conceptuel :

- Si on prend de briser explicitement la symétrie du jauge, quel est son intérêt?
- En plus, les bosons de jauge sont sans masse : ils ont 2 dof.
Si on rajoute un terme de masse, ils ont 3 dof. Comment le justifier ?

⑤ Incohérence de la théorie :

- Si la symétrie du jauge est exacte, la théorie reste renormalisable.
- Si terme de masse explicite, on perd la renormalisabilité:
$$\frac{\text{ordre } \omega}{k} \propto \frac{g_{\mu\nu} - h_{\mu\nu} h_{\nu}/m_W^2}{k^2 - m_W^2} \xrightarrow{k \rightarrow \infty} \text{const} + \mathcal{O}(k^2) \quad (m_W \neq 0)$$
 au lieu de $\propto g_{\mu\nu}/k^2 \xrightarrow{k \rightarrow \infty} \mathcal{O}(1/k^2) \quad (m_W = 0)$
- Dans les bouches, on aura $\int d^4 k \mathcal{O}(1)$ au lieu de $\int d^4 k \mathcal{O}(1/k^2)$. Ainsi, les divergences grandissent avec le # de bouche \Rightarrow pas renormalisable.

⑥ Problème d'unitarité

- A nouveau, non unitaire si brisure explicite du groupe de jauge.

⑦ Copies de la même théorie :

- Il y a 3 copies de la théorie, une par génération : (e^-, μ^-, τ^-) . Pourquoi 3 ? Pas d'explication.