המחלקה להנדסת תוכנה

פרויקט גמר – תשע"ט

אלגוריתם מבוזר לחישוב מודלים מינימליים ומודל מינימום

Distributed Construction of Minimal Models and Minimum Model

מאת

עדי הלאלי

מנחה אקדמי: פרופ' רחל בן-אליהו-זהרי	אישור:	תאריך:
רכז הפרויקטים: דר' אסף שפנייר	אישור:	תאריך:

Ramat Bet Hakerem, P.O.B 3566, Jerusalem 9103501 רמת בית הכרם, ת.ד. 3566, ירושלים מיקוד
Tel. +972-2-6588000 | Fax. +972-2-6588001 | Email: info@jce.ac.il | Web: www.jce.ac.il

מערכות ניהול הפרויקט:

#	מערכת	
1	מאגר קוד	https://github.com/adihalali/Distributed-Construction-of-Minimal-Models-and-Minimum-Model
2	יומן	
3	ניהול פרויקט (אם בשימוש)	
4	הפצה	

תקציר

הפרויקט הינו פרויקט מחקרי בהנחיית פרופ' רחל בן אליהו זהרי.

בפרויקט אפתח ואממש אלגוריתם מבוזר שמטרתו חישוב מודלים מינימליים ומודל מינימום.
חישוב המודלים יבוצע על אוסף חוקים בצורת CNF, שבאמצעותם ניצור סופר גרף. החישוב למציאת המודלים יבוצע באופן מבוזר על הסופר גרף שנוצר.
בעת פיתוח ומימוש האלגוריתם נדרוש חישוב יעיל למציאת הפתרון.

למציאת מודל מינימלי אעזר באלגוריתם קיים.

הבעיה המרכזית העומדת בפני פרויקט זה, היא פיתוח אלגוריתם בצורה, מעבר לכך, שזמן הריצה למציאת המודלים יהיה יעיל.

תוכן עניינים

מילון מונחים, סימנים וקיצורים

פורמט החוקים יהיה בצורה הבאה: $a_1 \wedge \cdots \wedge a_n \rightarrow b_1 \vee \cdots \vee b_m$, כך ש m>0.
החלק שמשמאל החץ נקרא body והחלק שמימנו נקרא head.

- <u>מודל</u> – השמה מספקת לסט החוקים.
- <u>מודל מינימלי</u> – מודל עבורו מספר ההשמות של ערכי *TRUE* במשתנים עבור סט של חוקים הוא מינימלי.
- <u>מודל מינימום</u> – המודל המינימלי הקטן ביותר באוסף חוקים.
- <u>רכיב קשירות</u> – בגרף רכיב קשירות הוא אוסף של קדקודים שמכל קדקוד ניתן להגיע לקדקוד אחר.
- <u>סופר גרף</u> – גרף של רכיבי קשירות כל קדקוד יהיה בעצם רכיב קשירות בגרף המקורי.
- <u>Source</u> – קדקוד בסופר גרף אשר לא נכנסים אליו קשתות אלה רק יוצאים ממנו קשתות.

1 מבוא

1.1 רקע כללי

חישוב מודלים מינימליים ומודל מינימום עומד במרכזם של כמה מערכות ייצוג ידע, הכוללות circumscription, default logic, minimal diagnosis, planning, multi-agents coordination, logic programs.
מודלים מינימליים, היה נושא במספר מחקרים בתחום הבינה מלכותית.
מציאת המודלים, הינה משימה מרכזית בבינה מלאכותי (AI). עם זאת, מתברר כי משימה זו הינה קשה גם במידה והתיאוריה נחשבת לפשוטה. בעיה זו נחשבת לבעיה לוגית – בעיית הספיקות (SAT), והוכחה כ-NP שלמה (קוק-לוין). כלומר, לא קיים אלגוריתם הפותר את הבעיה בזמן שאינו מעריכי.
למרות זאת, חילוק המשימה למספר תתי-משימות, המחושבות בנפרד ובאופן מקבילי יכולה להיות חיונית.

1.2 מהי תיאוריה?

במודל זה אנו נתייחס לתיאוריה עבור סט חוקים מהצורה הבאה $a_1 \wedge \cdots \wedge a_n \rightarrow b_1 \vee \cdots \vee b_m$, כאשר $\mathrm{m} > 0$.
כל חוק מהצורה הנ"ל ניתן להמיר לחוק המוצג כפסוקית בודדת בצורת CNF.
דוגמא לצורת CNF עבור המשתנים $x_1, \dots, x_n$: $(x_1 \vee \neg x_4) \wedge (x_3 \vee x_5 \vee \neg x_2) \wedge (x_n)$, כל ביטוי התחום בסגורים נקרא פסוקית.

1.3 בעיית הספיקות

בעיית הספיקות בתחשיב הפסוקים (SAT) הוא שמה של בעיית הכרעה. בעיה זו מוכחת כבעיה NP שלמה.
בתחשיב פסוקים, נוסחה היא ספיקה אם קיימת השמה של ערכי אמת עבורה הנוסחה היא טאוטולוגיה.
למשל, הנוסחה A" או "B היא ספיקה, כי ניתן לקבוע את ערכו של A ל-"אמת" וערך האמת שיתקבל עבור הנוסחה כולה יהיה "אמת" גם הוא. לעומת זאת, הנוסחה A" וגם לא "A אינה ספיקה, כי לא ייתכן כי גם "A" וגם "לא "A יהיו יחד בעלי הערך "אמת."
באופן כללי, בעיית SAT היא הבעיה הבאה: בהינתן נוסחה בתחשיב הפסוקים שמכילה רק קשרים מסוג "גם", "או" ו-"לא", האם קיימת השמה של ערכי אמת למשתנים כך שהנוסחה תקבל ערך אמת?

1.4 מסגרת הפרויקט

בניית מערכת מבוזרת, אשר תפעיל אלגוריתם למציאת כל המודלים המינימליים הקיימים בתיאורה T, ובאמצעות המודלים המינימליים תחשב את המודל מינימום בT.

2 תיאור הבעיה

2.1 מודל מינימלי (הסבר פורמלי)

בהנחה ש-m הוא מודל של תיאוריה מסוימת T, נגדיר $positive(m)$ להיות קבוצת המשתנים להם m מציבה $TRUE$. נאמר ש-M היא קבוצת כל המודלים, אזי $m \in M$ הוא מודל מינימלי עבור T אם"ם לא קיים מודל $m' \in M$ כך ש $positive(m') \subset positive(m)$.

2.1.1 דוגמא למודל מינימלי

פסוק T בצורת CNF: $\mathbb{T} = (a \vee b) \wedge (\neg b \vee a) \wedge (a \vee c) \wedge (\neg a \vee d \vee e \vee f) \wedge (\neg e \vee f) \wedge (\neg f \vee e)$

המודל המינימלי בT, $M = \{a, d\}$.

הסבר: נציב ערכי $TRUE$ (T) במשתנים a, d, ולשאר המשתנים נציב ערכי $FALSE$ (T).

$$\mathbb{T} = (T \vee F) \wedge (\neg F \vee T) \wedge (T \vee F) \wedge (\neg T \vee T \vee F \vee F) \wedge (\neg F \vee F) \wedge (\neg F \vee F)$$
$$\mathbb{T} = (T \vee F) \wedge (T \vee T) \wedge (T \vee F) \wedge (F \vee T \vee F \vee F) \wedge (T \vee F) \wedge (T \vee F)$$
$$\mathbb{T} = T \wedge T \wedge T \wedge T \wedge T \wedge T = T$$

קיבלנו מודל מינימלי עבורו $\mathbb{T} = T$. כמו כן, לא קיימת תת קבוצה של M, כך שT תהיה טאוטולוגיה.
כלומר, זהו אכן מודל מינימלי בT.

2.1.2 דוגמא למודל שאינו מינימלי

פסוק T בצורת CNF: $\mathbb{T} = (a \vee b) \wedge (\neg b \vee a) \wedge (a \vee c) \wedge (\neg a \vee d \vee e \vee f) \wedge (\neg e \vee f) \wedge (\neg f \vee e)$

מודל שאינו מינימלי: $M = \{a, d, e\}$.

הסבר: קיימת תת קבוצה $M' = \{a, d\}$, כך שT טאוטולוגיה (לפי דוגמא 3.3.1).

2.2 מודל מינימום (הסבר)

בהנחה שבתיאוריה מסוימת T, קיימים m מודלים מינימליים, אזי מודל המינימום עבור T, יהיה המודל המינימלי שבו מספר המשתנים המקבלים ערך $TRUE$ הוא הקטן ביותר.

2.2.1 דוגמא למודל מינימום

פסוק T בצורת CNF: $\mathbb{T} = (a \vee b) \wedge (\neg b \vee a) \wedge (a \vee c) \wedge (\neg a \vee d \vee e \vee f) \wedge (\neg e \vee f) \wedge (\neg f \vee e)$

המודלים המינימליים בT, $M_1 = \{a, d\},\ M_2 = \{a, e, f\}$.

מודל מינימום בT, $M_1 = \{a, d\}$.

הסבר:

- עבור $\mathbb{T}(M_1)$ נציב ערכי $TRUE$ (T) במשתנים a, d, ולשאר המשתנים נציב ערכי $FALSE$ (T).

$$\mathbb{T}(M_1) = (T \vee F) \wedge (\neg F \vee T) \wedge (T \vee F) \wedge (\neg T \vee T \vee F \vee F) \wedge (\neg F \vee F) \wedge (\neg F \vee F)$$
$$\mathbb{T}(M_1) = (T \vee F) \wedge (T \vee T) \wedge (T \vee F) \wedge (F \vee T \vee F \vee F) \wedge (T \vee F) \wedge (T \vee F)$$
$$\mathbb{T}(M_1) = T \wedge T \wedge T \wedge T \wedge T \wedge T = T$$

- עבור $\mathbb{T}(M_2)$ נציב ערכי $TRUE$ (T) במשתנים a, e, f, ולשאר המשתנים נציב ערכי $FALSE$ (T).

$$\mathbb{T}(M_2) = (T \vee F) \wedge (\neg F \vee T) \wedge (T \vee F) \wedge (\neg T \vee F \vee T \vee T) \wedge (\neg T \vee T) \wedge (\neg T \vee T)$$
$$\mathbb{T}(M_2) = (T \vee F) \wedge (T \vee T) \wedge (T \vee F) \wedge (F \vee F \vee T \vee T) \wedge (F \vee T) \wedge (F \vee T)$$
$$\mathbb{T}(M_2) = T \wedge T \wedge T \wedge T \wedge T \wedge T = T$$

קיבלנו מודלים מינימליים עבורו $T = \mathbb{T}$. כמו כן, לא קיימת תת קבוצה של M_1, M_2, כך שT תהיה טאוטולוגיה.
כלומר, אכן מודלים מינימליים בT.
$|M_1| = 2 < |M_2| = 3$. כלומר, $M_1 = \{a, d\}$ מודל מינימום של תיאוריה T.

2.2.2 דוגמא למודל מינימלי שאינו מינימום

מתבסס על דוגמא 3.1.1.
פסוק T בצורת CNF: $\mathbb{T} = (a \vee b) \wedge (\neg b \vee a) \wedge (a \vee c) \wedge (\neg a \vee d \vee e \vee f) \wedge (\neg e \vee f) \wedge (\neg f \vee e)$
המודלים המינימליים בT, $M_1 = \{a, d\},\ M_2 = \{a, e, f\}$.
מודל מינימלי בT, $M_2 = \{a, e, f\}$, אינו מודל מינימום בT, מכיוון ש $|M_1| = 2 \not> |M_2| = 3$, שהרי מודל מינימום הוא מודל מינימלי בעל המספר הקטן ביותר של משתנים המקבלים ערכי *TRUE*.

2.3 זמני ריצה

קיימים פרויקטים המוצאים מודל מינימלי ע"י שימוש באלגוריתמים קיימים הפותרים את בעיית ה-SAT , הבעיה המרכזית בפרויקטים אלו, היא שרעיון האלגוריתמים מבוסס על ריצה על כל סט החוקים מלכתחילה ולמרות שיפורים קטנים באלגוריתמים בין פרויקט לפרויקט זמן הריצה לא קטן באופן משמעותי.

2.4 המטרה

מטרת הפרויקט היא פיתוח ומימוש אלגוריתם מבוזר לחישוב מודלים מינימליים ומודל מינימום בתיאוריה.
על ידי שימוש בתהליכונים, נממש מערכת מבוזרת שתחשב את כל המודלים המינימליים הקיימים בתיאוריה כדי להגיע לפתרון של מציאת מודל מינימום.

2.5 המצב כיום

בעקבות מאמר של פרופ' רחל בן-אליהו זהרי על מציאת מודל מינימלי, סטודנט בוגר מהמכללה, מימש את האלגוריתם כחלק מפרויקט הגמר שלו. תוצאות המחקר לא הניבו תוצאות שיפור משמעותיות, לכן נדרש לשכלל את האלגוריתם בהתאם ובנוסף להתייחס למציאת מודל מינימום.

2.6 דרישות ואפיון הבעיה

2.6.1 דרישות עיקריות מהמערכת

- המערכת תאפשר למשתמש להזין את התיאוריה.
- פתרון הבעיה של חישוב המודלים הוא תהליך מורכב, הוגדר כבעיית NP קשה.
- אלגוריתם מבוזר למציאת כל המודלים המינימליים בתיאוריה ומציאת מודל מינימום.
- המערכת תחשב כחלק מתוצאות האלגוריתם את זמן הריצה ואת ניצול הזיכרון.

2.6.2 דרישות מהפרויקט

ראה להלן בנספח, סעיף 7.5.

2.7 הבעיה מבחינת הנדסת תוכנה

אנו מעוניינים שהמערכת תעבוד בצורה מבוזרת כדי לחשב את כל המודלים המינימליים ומודלי המינימום בתיאוריה נתונה. מאחר והבעיה הוגדרה כבעיה NP קשה, ייתכן ונקבל שתיאוריה מורכבת תהיה פשוטה יותר לחישוב, לעומת תיאוריה פשוטה שתהיה מורכבת יותר לחישוב. כדי לצמצם עלויות חישוב, יש לחשוב היטב על בניית האלגוריתם ביעילות מרבית.

דוגמאות להחלטות שהתקבלו בעקבות בעיות עליהם האלגוריתם נדרש לתת מענה:

- מציאת מודלים מינימליים בתיאוריה יבוצע בצורה מבוזרת.
- הגרף הנבנה מהתיאוריה, לא ישתנה תוך כדי ריצת האלגוריתם.
- המערכת תעבוד על מספר חישובים בו זמנית
  - במטרה לזרז את תהליך החישוב, ניתן לבצע את האלגוריתם בצורה מקבילית ולא לבצע חישוב יחיד ולחכות לתוצאות.
  - יש צורך להגביל את העבודה המקבילית, כדי למנוע עבודה מיותרת.
- המערכת תעבוד בצורה א-סינכרונית:
  - מציאת המודלים הינה בעיה NP קשה שזמן הריצה שלה עלול להיות רב.
  - במהלך ריצת האלגוריתם, לא כל החישובים הנעשים תלויים/דורשים בחישובים קודמים.

יש לחקור את צורת הפיתוח לנושאים הבאים:

1. עבודה ב- Multi-threading
2. עבודה א-סינכרונית.

3 תיאור הפתרון

3.1 מהי המערכת

המערכת מורכבת ממשק המפעיל אלגוריתם לחישוב מודלים מינימליים ומודל מינימום אפשריים עבור תיאוריה המורכבת מסט פסוקים. תוצאות המערכת יהיו מודל מינימום (אם קיים), זמני ריצה וניצול זיכרון.

3.1.1 יעדיים עיקריים

- בניית אלגוריתם המחשב את המודלים המינימליים כדי למצוא את המודל מינימום.
- דגש על יעילות האלגוריתם.

3.1.2 ארכיטקטורת המערכת

ראה להלן בנספח, סעיף 7.5.

4 סקירת עבודות דומות בספרות והשוואה

4.1 סקירה והשוואה

כדי להבין יותר מהו מודל מינימום ולמה הוא משמעותי, נסביר מהו מודל מינימלי.

4.1.1 מהו מודל מינימלי

מודל מינימלי נחשב לבעיה לוגית – בעיית הספיקות (SAT). חישוב מודל מינימלי הוא נושא הקשור בבינה מלאכותית (AI) ועומד במרכז של מערכות רבות.

בהינתן סט של חוקים – תיאוריה, המודל המינימלי הקיים בתיאוריה יהיה בעל מספר השמות מינימלי של ערכי TRUE במשתנים, כך שכל חוק מסט החוקים הוא פסוק אמת.

4.1.2 מציאת מודל מינימלי

T – סט של חוקים, תיאוריה.

M – המודל המינימלי.

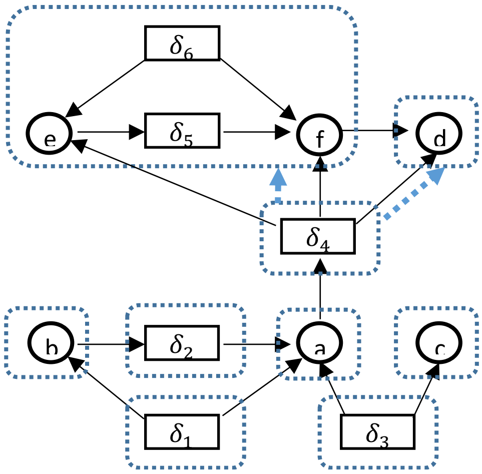
כל עוד T אינו קבוצה ריקה:

- מסט החוקים T, צור גרף של רכיבי קשירות.
- S – המקור של גרף רכיבי הקשירות.
- Ts – תת קבוצה של T המכילה את כל החוקים שיש בהם משתנים מS. ערכי המשתנים S יקבלו ערכי FALSE.
- X – מודל מינימלי עבור Ts.
- הוסף את המודל המינימלי שמצאת (X) ל-M.
- החסר מT את תת הקבוצה Ts ואת המודל המינימלי X.

```
Algorithm 1: Algorithm ModuMin
   Input: A positive theory T
   Output: A minimal model for T
M := ∅ ;
while T ≠ ∅ do
    if There is a clause δ in T violated by M such that |head(δ)| = 1 then
    let X := head(δ); M := M ∪ X ;
    T := Reduce(T, X, ∅) ;
    else
        let G be the super-dependency graph of T;
        Iteratively delete from G all the empty sources ;
        let S be the set of atoms in a source of G ;
        let T_S be the subset of T containing all the clauses from T having only
          atoms from S;
        let X be a minimal model of T_S;
        M := M ∪ X ;
        T := T − T_S; T := Reduce(T, X, S − X);
return M
```

4.1.3 דוגמא לריצת האלגוריתם

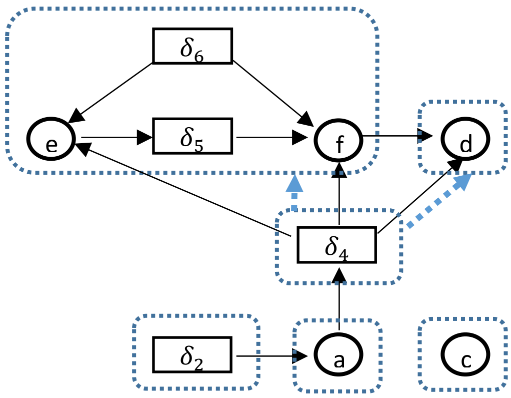
T:
$\delta_1: a \vee b$
$\delta_2: b \to a$
$\delta_3: a \vee c$
$\delta_4: a \to d \vee e \vee f$
$\delta_5: e \to f$
$\delta_6: f \to e$



איור 1. [סופר] גרף תלויות של תיאוריה T

1.1. נבחר $source(b)$. $T(b) = \{\}$.
נעדכן את סט החוקים ואת הגרף כך ש$b = FALSE$.
$M = \{\}$.

$\delta_1: \cancel{a \vee b}$
$\delta_2: \cancel{b} \to a$
$\delta_3: a \vee c$
$\delta_4: a \to d \vee e \vee f$
$\delta_5: e \to f$
$\delta_6: f \to e$

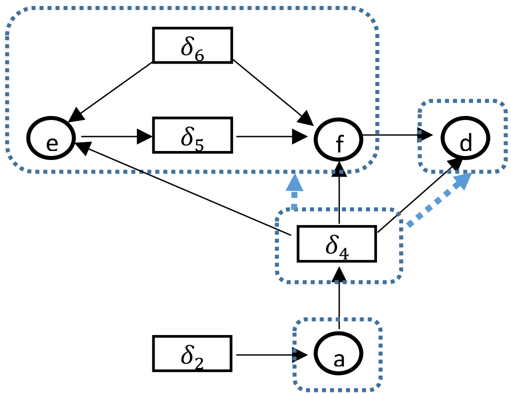


איור 1.1. [סופר] גרף תלויות של תיאוריה T

Ramat Bet Hakerem, P.O.B 3566, Jerusalem 9103501 רמת בית הכרם, ת.ד. 3566, ירושלים מיקוד 9103501
Tel. +972-2-6588000 | Fax. +972-2-6588001 | Email: info@jce.ac.il | Web: www.jce.ac.il

1.2. נבחר $source(c)$. $T(c) = \{\}$.
נעדכן את סט החוקים ואת הגרף כך ש$c = FALSE$.
$M = \{\}$.

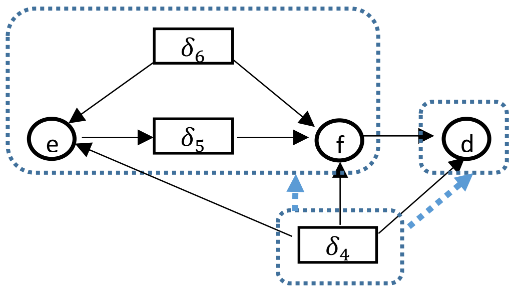
δ_1: $\cancel{a \vee b}$
δ_2: $\cancel{b} \rightarrow a$
δ_3: $\cancel{a \vee c}$
δ_4: $a \rightarrow d \vee e \vee f$
δ_5: $e \rightarrow f$
δ_6: $f \rightarrow e$



איור 1.2. [סופר] גרף תלויות של תיאוריה T

1.3. נבחר $source(a)$. $T(a) = \{a\}$.
נעדכן את סט החוקים ואת הגרף כך ש$a = TRUE$.
נוסיף למודל המינימלי M את a. $M = \{a\}$.

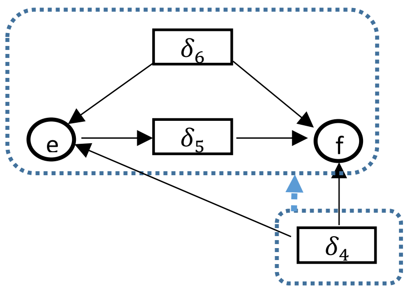
δ_1: $\cancel{a \vee b}$
δ_2: $\cancel{b \rightarrow a}$
δ_3: $\cancel{a \vee c}$
δ_4: $\cancel{a} \rightarrow d \vee e \vee f$
δ_5: $e \rightarrow f$
δ_6: $f \rightarrow e$



איור 1.3. [סופר] גרף תלויות של תיאוריה T

1.4. נבחר $source(d)$. $T(d) = \{\}$.
נעדכן את סט החוקים ואת הגרף כך ש$d = FALSE$.
$M = \{a\}$.

δ_1: $\cancel{a \vee b}$
δ_2: $\cancel{b \rightarrow a}$
δ_3: $\cancel{a \vee c}$
δ_4: $\cancel{a} \rightarrow \cancel{d} \vee e \vee f$
δ_5: $e \rightarrow f$
δ_6: $f \rightarrow e$



איור 1.4. [סופר] גרף תלויות של תיאוריה T

1.5. נבחר $source(e,f)$. $T(e,f)=\{\{e\vee f\},\{e\rightarrow f\},\{f\rightarrow e\}\}$.
נעדכן את סט החוקים ואת הגרף כך ש$e=TRUE, f=TRUE$.
נוסיף למודל המינימלי M את e,f. $M=\{a,e,f\}$.

δ_1: $\cancel{a\vee b}$
δ_2: $\cancel{b\rightarrow a}$
δ_3: $\cancel{a\vee c}$
δ_4: $\cancel{a\rightarrow d\vee e\vee f}$
δ_5: $\cancel{e\rightarrow f}$
δ_6: $\cancel{f\rightarrow e}$

1.6. $T=\emptyset$. כלומר עברנו על כל סט החוקים.
המודל המינימלי שקיבלנו הוא: $M=\{a,e,f\}$.

4.1.4 המשותף לשני האלגוריתמים

- שניהם חלק מבעיות לוגיות (SAT).
- הקלט של סט החוקים באלגוריתם למודל מינימלי זהה לסט החוקים שנקלוט באלגוריתם לחישוב מודל מינימום.
- שני האלגוריתמים ממומשים באמצעות גרף תלויות.

ניתן להגיד כי כל מודל מינימום הינו מודל מינימלי, אך לא כל מודל מינימלי הוא מודל מינימום.

4.1.5 מה חסר באלגוריתם למציאת מודל מינימלי

- בתיאוריה יכולים להיות מספר מודלים מינימליים, אך האלגוריתם מוצא מודל מינימלי יחיד.

4.2 סיכום ומסקנות

5 נספחים

5.1 רשימת ספרות \ ביבליוגרפיה

[1] R. Ben-Eliyahu-Zohary, F. Agiulli, F. Fassetti, L. Palopol, **Modular Construction of Minimal Models Artificial Intelligence**, 2014.

http://dx.doi.org/10.1016/j.artint.2014.02.003

[2] R. Ben-Eliyahu-Zohary, R. Dechter, **On Computing Minimal Models**, 1994.

[3] R. Ben-Eliyahu-Zohary, C. Aviv, **An Upper Bound on Computing all X-minimal Models**

[4] R. Ben-Eliyahu-Zohary, **An Incremental Algorithm for Generation All Minimal Models**, 2005.

5.2 תרשימים וטבלאות

5.3 תכנון הפרויקט – תאריכים משוערים

22.10.18	פגישת התנעה עם המנחה
23.10.18	**סיום שלב התנעה**
	למידת נושא המחקר – מודל מינימלי ומודל מינימום
27.11.18	פגישת הנחייה לקראת תחילת הפרויקט
15.12.18	הגשת טיוטת הצעה למנחה
16.12.18	מחקר וסקירת ספרות
19.12.18	פגישת הנחייה להצעת פרויקט והמשך המחקר
20.12.18	פגישת הנחייה להמשך המחקר
20.12.18	**סיום הגשת הצעת הפרויקט**

5.4 טבלת סיכונים

#	הסיכון	חומרה	מענה אפשרי
1	עמידה בזמנים – לא נספיק לפתח ולממש את האלגוריתם במועד.	בינוני	תכנון זמנים יעיל. קביעת ימי עבודה קבועים.
2	מכשולים תכנותיים – חוסר הצלחה בעת מימוש האלגוריתם.	בינוני	אעזר במנחה ובמידת הצורך בגורמים חיצוניים.

5.5 רשימת\טבלת דרישות

5.5.1 דרישות מהאלגוריתם

מס'	תיאור דרישה
1	האלגוריתם יזהה את המודלים המינימליים הקיימים בתאוריה
2	האלגוריתם יזהה מודלי מינימום הקיימים בתאוריה

5.5.2 דרישות מבחינת הנדסת תוכנה

מס'	תיאור דרישה
1	המערכת תבדוק אלגוריתמים למציאת מודל מינימום
2	תוצאת המערכת תכלול זמן ריצה וניצול זיכרון
3	המערכת תתמוך בממשק להזנת התאוריה