Контрольная работа.
Кратные и криволинейные интегралы.

Необходимо в каждом пункте выполнить задания с номером n,
здесь и всюду
n - остаток от деления $\dfrac{student\ number}{5}$, $m = \left[\dfrac{student\ number}{5}\right]$ ёё целая часть.

$$g(t) = \begin{cases} x & t = 1 \\ x^2 & t = 2 \\ xy & t = 3 \\ y^2 & t = 4 \\ y & t = 5 \end{cases}$$

1 Вычислить интеграл

1. $\iint\limits_G (x^2 + y^2)\, dxdy$ G область ограниченная кривыми $y = x, \quad nx + my = 2a(a > 0), \quad x = 0$
2. $\iint\limits_G xy\, dxdy$ G область ограниченная кривыми $x^2 + y^2 = 2y, \quad \dfrac{x}{n} + \dfrac{y}{m} = 1, \quad x = 0$
3. $\iint\limits_G (4 - y)\, dxdy$ G область ограниченная кривыми $x^2 = 4y, \quad , y = m, \quad x = 0(x > 0)$
4. $\iint\limits_G (x + 2y)\, dxdy$ G область ограниченная кривыми $y = nx^2, \quad y = m\sqrt{x}$
5. $\iint\limits_G y\, dxdy$ G треугольник с вершинами $O(0,0), \quad A(2-n,1), \quad B(n,m)$

2 Вычислить интеграл перейдя к полярным кординатам

1. $\iint\limits_G \sqrt{x^2 + y^2 - 9} + g(m)\, dxdy,$ G кольцо между двумя фигурами $\begin{matrix} x^2 + y^2 = 9 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{matrix}$
2. $\iint\limits_G g(m)\, dxdy$ G область ограниченная кривыми $x^2 = my, \quad x^2 + y^2 = 2m^2, \quad y = 0$
3. $\iint\limits_G (x^2 + y^2)\, dxdy$ G область ограниченная кривыми $x^2 + y^2 = 2mx, \quad x^2 + y^2 = mx(x > 0)$

4. $\int\limits_0^a dx \int\limits_0^{\sqrt{a^2-x^2}} \left(e^{x^2+y^2} + g(m)\right) dy$

5. $\int\limits_0^a dy \int\limits_{\sqrt{ay-y^2}}^{a^2-y^2} \left[\sqrt{a^2 - x^2 - y^2} + g(m)\right] dx$

3 Вычислить криволинейный интеграл I рода

1. $\int\limits_C (x+y)\, ds$ где C - контур треугольника ABO с вершинами $A(n,0)$, $B(0,m)$ и $O(n,m)$

2. $\int\limits_C \left[\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+4}} + g(m)\right] ds$, где C отрезок прямой, соединяющий точки $O(0,0)$ и $A(1,2)$

3. $\int\limits_C [y^2 + g(m)]\, ds$ где C - первая арка циклоиды $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}$

4. $\int\limits_C \left(\sqrt{x^2+y^2} + g(m)\right) ds$ где C -дуга развертки окружности $\begin{cases} x = a(\cos t + t \sin t), \\ y = a(\sin t - t \cos t), \\ \quad 0 \le t \le 2\pi. \end{cases}$

5. $\int\limits_C \frac{y\, ds}{mx + 3z}$, где C - дуга линии $x = nt, \quad y = \frac{t^2}{\sqrt{2}}, \quad z = \frac{t^3}{3}$

4 Вычислить криволинейный интеграл II рода

1. $\int\limits_C (2xy - y)dx + (x^2 + g(m))dy$ где C - прямая $A(0,1)$ $B(2,1)$

2. $\int\limits_C (\exp(x))dx + (x^2 + g(m))dy$ где C - прямая $A(0,1)$ $B(4,1)$

3. $\int\limits_C (\exp(x-y))dx + g(m)dy$ где C - прямая $A(2,1)$ $B(1,3)$

4. $\int\limits_C (x \exp(x-y))dx - \exp(x+y)g(m)dy$ где C - прямая $A(2,1)$ $B(1,3)$

5. $\int\limits_C (\cos(x)g(m))dx - \sin(x)ydy$ где C - прямая $A(\pi/2, 0)$ $B(2\pi, \pi/4)$

5 Вычислить криволинейный интеграл II рода используя формулу Грина

1. $\int\limits_C ((x+y)^2 + g(m))dx - (x-y)^2 dy$ где C - контур образованный синусоидой $y = \sin(x)$ и отрезком оси Ox при $0 \le x \le \pi$.

2. $\int\limits_{x^2+y^2=r^2} x^2ydx - (xy^2 + g(m))dy$

3. $\int\limits_C ((x+y)^2 + g(m))dx - (x^2+y^2)dy$, где C - треугольник с вершинами O(0,0), A(1,0) и B(0,1)

4. $\int\limits_C (x^2-y^2)dx-(x^2+y^2+g(m))dy$ где C - контур образованный полуокружностью $\sqrt{r^2-x^2}$ и осью Ox

5. $\int\limits_{x^2+y^2=r^2} (x+y+g(m))dx - (x-y)dy$