**תרגול 6**

**שאלה 1**

בפקולטה לתזונה מעוניינים לבדוק את משך הזמן הממוצע הדרוש להכנת עוגת גבינה. ידוע כי זמן ההכנה מתפלג נורמלית עם סטיית תקן של 4 דקות. הועלו שתי השערות לגבי הזמן הממוצע הדרוש:

[הערה לעצמנו: מסווגים - השערות לגבי התוחלת, מודל נורמלי, שונות ידועה, מבחן ח"צ שמאלי].

**א. חוקר בפקולטה תיכנן ניסוי מתאים שיכלול אפיית 16 עוגות. ההסתברות לטעות מסוג שני בניסוי זה היא 0.02. מצא את רמת המובהקות שבה השתמש החוקר.**

נמצא מהנתונים את הערך הקריטי k, ומשם נחשב את רמת המובהקות:







**ב. אם הממוצע שהתקבל בפועל בניסוי הוא 48.5, מהי מובהקות התוצאה (P-value)?**



**ג. בהמשך לסעיף ב':**

1. **מה תהיה מסקנת המחקר אם רמת המובהקות הנדרשת היא 0.1?**

0.1 > 0.0668 כלומר ולכן נדחה את השערת האפס ברמת מובהקות 0.1.

1. **מה תהיה המסקנה אם רמת המובהקות הנדרשת היא 0.05?**

0.05 < 0.0668 כלומר ולכן לא נדחה את השערת האפס ברמת מובהקות 0.05.

**ד. מהו גודל המדגם הנדרש כדי שרמת המובהקות של המבחן תהיה 0.01 לכל היותר ועוצמת המבחן תהיה 0.98 לפחות?**



**ה. מה יקרה לעוצמת המבחן מסעיף א' אם בפועל מתקיים? ענה איכותית (ללא חישוב).**

בפועל, התוחלת יותר נמוכה ממה שחשבנו (לפי ), ולכן ממוצע המדגם נוטה לקבל ערכים נמוכים יותר. לכן "קל" יותר ליפול באזור הדחייה, והמשמעות היא שעוצמת המבחן גדלה.

**בדיקת השערות על פרופורציה**

תרגיל לחימום

נתונה מערכת ההשערות הדו-צדדית הבאה:

הגדירו את המבחן הסטטיסטי לבחינת מערכת ההשערות, על סמך מדגם של תצפיות.

רמת המובהקות הנדרשת הינה .

פתרון

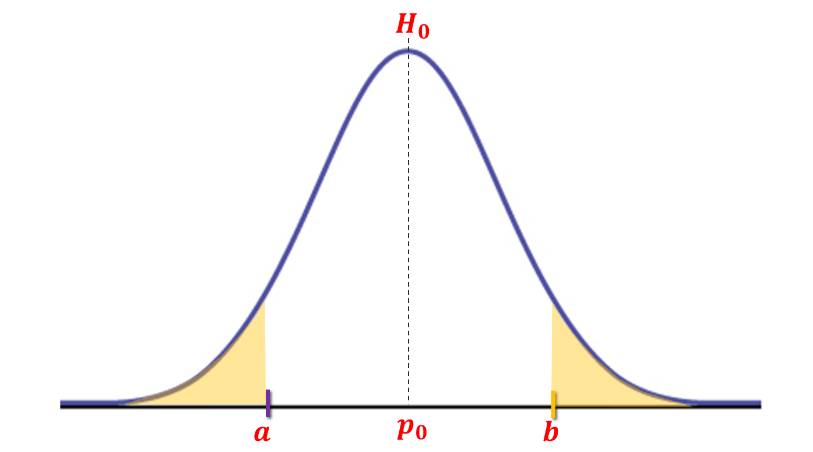
נסמן ב- את מספר תשובות "כן" במדגם. סטטיסטי המבחן הינו  .

תחת , תנאי משפט הגבול המרכזי הינם , ואז מקבלים:

במבחן דו-צדדי נקבל את אם סטטיסטי המבחן "מספיק קרוב" ל- (כלפי מעלה או כלפי מטה).

כלומר נקבע גבול תחתון וגבול עליון שביניהם מקבלים את ומחוץ להם דוחים את .

ההסתברות לדחייה מוטעית צריכה להיות , והיא מתחלקת באופן שווה בין שני הזנבות.

לכן, ההסתברות המצטברת עד ל- היא .

*ו- סימטרי בכיוון ההפוך, כלומר:*

*לכן כלל ההכרעה הוא:* ***דחה את*** *אם   או .*

**בדיקת השערות על הפרופורציה - נוסחאות רלוונטיות**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **מבחן חד צדדי** | | | **מבחן דו צדדי** |
| **מערכת ההשערות** |  | |  |  |
| **אזור דחייה** |  | |  | **או:** |
|  | |  | **או** |
| **גודל מדגם מינ' המבטיח**  **ו- רצויים** |  | | |  |
| **לאחר שבוצע מדגם והתקבלה תוצאה מדגמית   אזי עבור תוצאה זו:** | | | | |
| **P-value**  **(מובהקות התוצאה)** | |  |  |  |

**תרגיל 1**

בעקבות סקר שנערך לקראת הבחירות בצרפת פורסם בעיתון הנוסח הבא:

"הציפיות המוקדמות של עורכי הסקר היו שרוב האוכלוסיה תתמוך בנשיא המכהן.

אך מסתבר ש-52% מן הנשאלים תומכים במועמד החדש".

**א. רשום את מערכת ההשערות כפי שמוצגת בכתבה.**

p - פרופורציית האנשים באוכלוסיה שתומכים בנשיא **החדש**.



**ב. עבור מדגם של 500 איש, האם אמנם ניתן לומר ברמת מובהקות 0.05 שרוב האוכלוסיה תומך במועמד החדש?**

ראשית, רואים ש: . כלומר, תנאי מג"מ מתקיימים.

**דרך א': ע"י שימוש בכלל הדחייה מדף הנוסחאות**

מדובר במבחן חד צדדי ימני על הפרופורציה. נדחה אם:

ולכן לא נדחה את ברמת מובהקות 0.05, כלומר לא ניתן לקבוע שרוב האוכלוסיה תומך במועמד החדש.

**דרך ב': ע"י חישוב הערך הקריטי**

כלל ההכרעה עבור מבחן חד-צדדי ימני על הפרופורציה הינו:

**דחה את אם**

במקרה שלנו, הערך הקריטי הינו

אזור הדחייה הינו: .

התוצאה המדגמית מקיימת   ולכן לא ניתן לדחות את .

**דרך ג': ע"י שימוש במובהקות התוצאה**



0.1867 > 0.05 🡪 P-Value > α

ולכן לא נדחה את H0.

**ג. מהו גודל המדגם הדרוש כדי שאם אכן 52% מהפרטים באוכלוסייה תומכים במועמד החדש, נצליח לגלות זאת בהסתברות של 90%? הנח מובהקות נדרשת של 5%.**

הדרישות:



**תזכורת לגבי מבחני טיב התאמה**

‎‎‎‎‎‎

מבחני חי בריבוע הם קבוצה שימושית של מבחנים המאפשרים לבצע בדיקת השערות לגבי:

1. **טיב ההתאמה של נתונים להתפלגות תיאורטית (Goodness Of Fit)**
2. **אי-תלות**

המבחנים משתמשים בסטטיסטי המתפלג בקירוב חי בריבוע, ומכאן שמם.

**מבחן חי בריבוע לטיב התאמה**

בודק האם לפי נתוני המדגם סביר שהאוכלוסיה מתפלגת בהתפלגות מסוימת.

**השערת האפס:** האוכלוסייה מתפלגת בהתפלגות תיאורטית כלשהי (נורמלית, פואסונית וכו').

**השערת** **האלטרנטיבה**: ההתפלגות האמיתית של האוכלוסייה אחרת.

שימו לב שבמקרה זה, האינפורמציה החדשה (=ההתפלגות) "תאושר" ע"י קבלת !

**הרעיון הכללי:** מחלקים את הערכיים האפשריים שיכולים להתקבל עפ"י ההתפלגות התיאורטית לקבוצות, ובודקים אם הפיזור לקבוצות עפ"י תוצאות המדגם מספיק קרוב לפיזור הצפוי.

**שלבי העבודה**

1. מוודאים שהפרמטרים של ההתפלגות התיאורטית ידועים. אם לא, יש לאמוד אותם.
2. יש לנסח בבירור את ההשערות הנבדקות.
3. מחלקים אתנתוני המדגם לקבוצות **(מס' הקבוצות הסופי יסומן ב-)**:

* נסמן: – **תוחלת מספר הפריטים הצפויים** בקבוצה , כלומר .
* אם נתונה חלוקה לקבוצות, מוודאים שמתקיים בכל קבוצה. אם יש קבוצה שלא מקיימת תנאי זה, מאחדים אותה עם קבוצה סמוכה.
* אם לא נתונה חלוקה לקבוצות, יוצרים אותה בעצמנו כך שכל הערכים האפשריים של ההתפלגות יכוסו, ובנוסף יתקיים בכל קבוצה : .

1. מס' הפריטים בכל קבוצה כפי שהתקבלו **בפועל במדגם** יסומן ב- .
2. חישוב סטטיסטי המבחן: *.*

כאשר מתקיים התנאי , הסטטיסטי מתפלג בקירוב עם()דרגות חופש, כאשר הוא מס' הפרמטרים שנאמדו (אם לא נאמדו כלל פרמטרים, ).

1. כלל ההכרעה בר"מ : דחה את אם מתקיים

**שאלה 2**

חוקר מעוניין לבדוק את ההשערה כי המשקל באוכלוסייה מתפלג נורמלית עם ממוצע 60 ק"ג וסטיית תקן 10 ק"ג. לבדיקת ההשערה נלקח מדגם מקרי של 500 פרטים והתקבלו התוצאות הבאות:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **משקל בק"ג** | **מתחת ל-40** | **55-40** | **70-55** | **85-70** | **85 ומעלה** |
| **מספר נבדקים** | 10 | 50 | 340 | 70 | 30 |

**א. בדוק את ההשערה בעזרת מבחן חי בריבוע ברמת מובהקות 0.025**

נסמן את המשקל באוכלוסיה ב-X. הפרמטרים של ההתפלגות התיאורטית ידועים.



הנתונים **מחולקים כבר** ל-5 קבוצות. יש לחשב את תוחלת מספר הפריטים **הצפוי** בכל קבוצה .

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **קבוצה** |  |  |
| 1 | מתחת  ל-40 |  | 11.4 |
| 2 | 55-40 |  | 142.85 |
| 3 | 70-55 |  | 266.4 |
| 4 | 85-70 |  | 76.25 |
| 5 | 85  ומעלה |  | **3.1** |

בקבוצה האחרונה,  קטן מ-5. נאחד את הקבוצה האחרונה עם הקבוצה לפניה.   
שתי הקבוצות האחרונות יוחלפו בקבוצה המאוחדת ("מעל 70") עם מספר צפוי של תצפיות. שלוש הקבוצות הראשונות ללא שינוי. **מספר הקבוצות הסופי הינו .**

**חישוב סטטיסטי המבחן:**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| משקל בק"ג | מתחת ל-40 | 55-40 | 70-55 | מעל 70 |
|  | 10 | 50 | 340 | 70+30=100 |
|  | 11.4 | 142.85 | 266.4 | 79.35 |
|  | 0.17193 | 60.351 | 20.334 | 5.374 |

**ערך הסטטיסטי:** 

**הערך הטבלאי:** ****

סטטיסטי המבחן גדול (בהרבה) מהערך הטבלאי ולכן נדחה את השערת האפס – התפלגות המשקל באוכלוסייה אינה נורמלית בפרמטרים הנתונים, ברמת מובהקות של 2.5%.

**דחיית השערת האפס משמעה שהאוכלוסייה אינה מתפלגת כפי ששיערנו!**

**למעשה, אנחנו לא יודעים כיצד היא מתפלגת..**

**ב. מה תהיה המסקנה ברמות מובהקות 0.01 ו-0.05? האם ניתן להגיע למסקנה ללא מציאת ערך טבלאי חדש?**

אם דחינו את השערת האפס ברמת מובהקות 0.025, בוודאות נדחה את השערת האפס ברמת מובהקות 0.05 (גבוהה יותר).

עבור רמת מובהקות של 0.01 צריך למצוא ערך טבלאי חדש: ****

הערך הטבלאי עדיין קטן (בהרבה) מסטטיסטי המבחן (86.23). לכן, עדיין נקבע כי התפלגות המשקל באוכלוסייה אינה נורמלית בפרמטרים אלו, ברמת מובהקות של 1%.

**שאלה 3**

