

Домашнее задание №3

Андрей Козлов

6 марта 2015 г.

1. (a) $(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \alpha \rightarrow \beta$
(b) $\alpha \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \beta$
(c) $\alpha \rightarrow \alpha \rightarrow \alpha$ Это не наиболее общий тип
(d) $(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow ((\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \alpha) \rightarrow \beta$
(e) Терм не типизируется.
Рассмотрим предтерм $(xy)x$, пусть он является термом. Тогда $\exists \Gamma, \sigma: \Gamma \vdash (x(yx)): \sigma$.
Тогда по лемме об инверсии правый подтерм x имеет некий тип τ , а левый подтерм xy тип $\tau \rightarrow \sigma$, то есть $y: \alpha, x: \alpha \rightarrow \tau \rightarrow \sigma$. Таким образом, тип $\tau = \alpha \rightarrow \tau \rightarrow \sigma$ является подвыражением себя, что невозможно в силу конечности типа.
- 2.
3. (a)

```
false  :: Nat -> Bool -> Bool
false n _ = False

isZero  :: Nat -> Bool -> Bool
isZero n _ = rec True false n

ge      :: Nat -> Nat -> Bool
ge n m = rec True isZero (minus m n)
```


(b)

```
multSucc :: Nat -> (Nat -> Nat)
multSucc n = mul (succ n)

fac      :: Nat -> Nat
fac = rec 1 multSucc
```

(c)

4. (a)
 - $Pair_{\sigma,\tau}$
 - $\Gamma \vdash pair_{\sigma,\tau} : \sigma \rightarrow \tau \rightarrow Pair_{\sigma,\tau}$
 - $\Gamma \vdash fst_{\sigma} : Pair_{\sigma,\tau} \rightarrow \sigma$
 - $\Gamma \vdash snd_{\tau} : Pair_{\sigma,\tau} \rightarrow \tau$
 - $\Gamma \vdash fst (pair\ x\ y) \rightarrow x$
 - $\Gamma \vdash snd (pair\ x\ y) \rightarrow y$
- (b)
 - $List_{\sigma}$
 - $\Gamma \vdash nil_{\sigma} : List_{\sigma}$
 - $\Gamma \vdash cons_{\sigma} : \sigma \rightarrow List_{\sigma} \rightarrow List_{\sigma}$
 - $\Gamma \vdash rec_{List_{\sigma}} : \alpha \rightarrow (\sigma \rightarrow List_{\sigma} \rightarrow \alpha \rightarrow \alpha) \rightarrow List_{\sigma} \rightarrow \alpha$
 - $\Gamma \vdash rec_{List_{\sigma}}\ n\ c\ nil \rightarrow n$
 - $\Gamma \vdash rec_{List_{\sigma}}\ n\ c\ (cons\ x\ xs) \rightarrow c\ x\ xs\ (rec\ n\ c\ xs)$
5. $recList :: a \rightarrow (b \rightarrow [b] \rightarrow a \rightarrow a) \rightarrow [b] \rightarrow a$
 $recList\ n\ c\ [] = n$
 $recList\ n\ c\ (x:xs) = c\ x\ xs\ \$\ recList\ n\ c\ xs$

 $insert :: Ord\ a \Rightarrow a \rightarrow [a] \rightarrow [a] \rightarrow [a]$
 $insert\ x\ _ [] = [x]$
 $insert\ x\ _ (y:ys) \mid x \leq y = (x:y:ys)$
 $\mid otherwise = y:(insert\ x\ []\ ys)$

 $sort :: Ord\ a \Rightarrow [a] \rightarrow [a]$
 $sort = recList\ []\ insert$