

Домашнее задание №3

Андрей Козлов

6 марта 2015 г.

1. (a) $(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \alpha \rightarrow \beta$
(b) $\alpha \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \beta$
(c) $\alpha \rightarrow \alpha \rightarrow \alpha$ Это не наиболее общий тип
(d) $(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow ((\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \alpha) \rightarrow \beta$
(e) Терм не типизируется.
Рассмотрим предтерм $(xy)x$, пусть он является термом. Тогда $\exists \Gamma, \sigma: \Gamma \vdash (x(yx)): \sigma$.
Тогда по лемме об инверсии правый подтерм x имеет некий тип τ , а левый подтерм xy тип $\tau \rightarrow \sigma$, то есть $y: \alpha, x: \alpha \rightarrow \tau \rightarrow \sigma$. Таким образом, тип $\tau = \alpha \rightarrow \tau \rightarrow \sigma$ является подвыражением себя, что невозможно в силу конечности типа.
- 2.
3. Нужно использовать rec
(a)

```
isZero :: Nat -> Bool
isZero 0 = true
isZero (suc n) = false

ge :: Nat -> Nat -> Bool
ge n m = if (isZero (minus m n))
           then true
           else false
```


(b)

```
fac :: Nat -> Nat
fac 0 = suc 0
fac (suc n) = mul (suc n) (fac n)
```

(c) $f :: (\text{Nat} \rightarrow a) \rightarrow \text{Nat} \rightarrow a$
 $f\ g\ 0 = g\ (\text{succ}\ 0)$
 $f\ g\ (\text{succ}\ n) = g\ (f\ g\ n)$

$\text{ack} :: \text{Nat} \rightarrow \text{Nat} \rightarrow \text{Nat}$
 $\text{ack}\ 0 = \text{succ}$
 $\text{ack}\ (\text{succ}\ m) = f\ (\text{ack}\ m)$

4. (a)
 - $\text{Pair}_{\sigma,\tau}$
 - $\Gamma \vdash \text{pair}_{\sigma,\tau} : \sigma \rightarrow \tau \rightarrow \text{Pair}_{\sigma,\tau}$
 - $\Gamma \vdash \text{fst}_{\sigma} : \text{Pair}_{\sigma,\tau} \rightarrow \sigma$
 - $\Gamma \vdash \text{snd}_{\tau} : \text{Pair}_{\sigma,\tau} \rightarrow \tau$
 - $\Gamma \vdash \text{fst}\ (\text{pair}\ x\ y) \rightarrow x$
 - $\Gamma \vdash \text{snd}\ (\text{pair}\ x\ y) \rightarrow y$
- (b)
 - List_{σ}
 - $\Gamma \vdash \text{nil}_{\sigma} : \text{List}_{\sigma}$
 - $\Gamma \vdash \text{cons}_{\sigma} : \sigma \rightarrow \text{List}_{\sigma} \rightarrow \text{List}_{\sigma}$
 - $\Gamma \vdash \text{rec}_{\text{List}_{\sigma}} : \alpha \rightarrow (\sigma \rightarrow \text{List}_{\sigma} \rightarrow \alpha \rightarrow \alpha) \rightarrow \text{List}_{\sigma} \rightarrow \alpha$
 - $\Gamma \vdash \text{rec}_{\text{List}_{\sigma}}\ n\ c\ \text{nil} \rightarrow n$
 - $\Gamma \vdash \text{rec}_{\text{List}_{\sigma}}\ n\ c\ (\text{cons}\ x\ xs) \rightarrow c\ x\ xs\ (\text{rec}\ n\ c\ xs)$

5.

$\text{recList} :: a \rightarrow (b \rightarrow [b] \rightarrow a \rightarrow a) \rightarrow [b] \rightarrow a$
 $\text{recList}\ n\ c\ [] = n$
 $\text{recList}\ n\ c\ (x:xs) = c\ x\ xs\ \$\ \text{recList}\ n\ c\ xs$

insert :: **Ord** a \Rightarrow a \rightarrow [a] \rightarrow [a] \rightarrow [a]
insert x _ [] = [x]
insert x _ (y:ys) | x <= y = (x:y:ys)
| otherwise = y:(**insert** x [] ys)

sort :: **Ord** a \Rightarrow [a] \rightarrow [a]
sort = **recList** [] **insert**