

# Devoir de Programmation Fonctionnelle Opérations sur des grammaires hors-contexte

Vincent BEUGNET - Adlane LADJAL

*7 avril 2019*

Enseignant : Christian CODOGNET



## Sommaire

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Définition des types OCAML</b>	<b>4</b>
2.1	Le type lettre . . . . .	4
2.2	Le type regle . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Les non terminaux accessibles</b>	<b>5</b>
<b>4</b>	<b>Les non terminaux productifs</b>	<b>6</b>
<b>5</b>	<b>La suppression des <math>\epsilon</math>-règles</b>	<b>7</b>
<b>6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>8</b>
<b>7</b>	<b>Annexe</b>	<b>9</b>
7.1	Le fichier type.ml . . . . .	9
7.2	Le fichier utils.ml . . . . .	10
7.3	Le fichier accessibles.ml . . . . .	14
7.4	Le fichier productifs.ml . . . . .	16
7.5	Le fichier epsilon.ml . . . . .	17

# 1 Introduction

Le présent devoir a été réalisé par Vincent Beugnet et Adlane Ladjal, au cours de notre deuxième année de formation d'Ingénieur Informatique à Sup Galilée. Il a été réalisé dans le cadre du cours Programmation Fonctionnelle. Le but de ce cours est de nous donner les bases de ce paradigme de programmation, en nous initiant au lambda-calcul, ainsi qu'aux algorithmes de typage et d'unification.

Nous devons concevoir un programme OCAML permettant de réaliser trois opérations sur des grammaires hors-contextes :

- Déterminer les non-terminaux accessibles.
- Déterminer les non-terminaux productibles.
- Eliminer les epsilon-règles.

Une grammaire hors-contexte est une grammaire où toutes les règles de production sont de la forme

$$X \rightarrow \alpha$$

où  $X$  est un symbole non terminal, et  $\alpha$  un mot composé de symboles non terminaux et/ou terminaux.  $\alpha$  peut aussi être le mot vide  $\epsilon$ .

## 2 Définition des types OCAML

Nous devons commencer tout d'abord par définir les types OCAML.

### 2.1 Le type lettre

Tout d'abord nous avons définis un type `lettre`. Ce type représente à la fois les non terminaux, les terminaux et  $\epsilon$ .

Nous aurions pu représenter les non terminaux, les terminaux et Epsilon séparément. Il nous aurait aussi eu fallu le type `lettre` pour pouvoir avoir une liste de `lettre` qui correspond à  $\alpha$  dans une production  $X \rightarrow \alpha$ .

Dans ce cas-là nous aurions alors quelque chose comme cela :

```
1 type nonTerminal = NT of char ;;
2 type terminal = T of char ;;
3 type epsilon = Epsilon ;;
4 type lettre = terminal | nonTerminal | epsilon ;;
```

Mais une telle définition de `lettre` n'est pas possible.

Dès lors nous avons opté pour cette définition :

```
1 type lettre = T of char | NT of char | Epsilon ;;
```

Ici, nous pouvons remarquer que pour les non-terminaux, par exemple, rien ne nous empêche de les représenter par une lettre minuscule, par exemple : `NT('a')`. Alors que d'usage, nous les représentons par une lettre majuscule. Il en va de même pour les terminaux avec `T('A')` par exemple.

Nous n'avons pas considéré ceci comme un problème. Si l'utilisateur utilise `NT('A')` et `NT('a')`, le programme interprétera ces deux symboles comme différents.

Nous, nous ferons attention à bien représenter les non terminaux par des majuscules et les terminaux par des minuscules.

### 2.2 Le type regle

Nous avons ensuite définis le type des règles de production. Nous avons considéré ce type comme composé de deux champs, le terme de gauche, un symbole non terminal, et le terme de droite une liste de symboles non terminaux et terminaux, ou une liste contenant simplement `Epsilon`.

```
1 type regle = Prod of (lettre * (lettre list)) ;;
```

Nous remarquons qu'avec cette définition, nous pouvons avoir un symbole terminal à gauche, ce qui ne correspond pas à une grammaire hors-contexte.

En revanche notre programme n'accepte en entrée uniquement des grammaires hors-contextes. Nous pouvons garantir le bon fonctionnement du programme uniquement pour des grammaires hors-contextes. Dès lors, si l'utilisateur rentre en entrée une grammaire qui n'est pas hors-contexte, le programme ne pourra fonctionner correctement. Il appartient à l'utilisateur de prendre à rentrer une grammaire hors-contexte.

### 3 Les non terminaux accessibles

On note  $A \rightarrow^* \alpha$  le fait que  $\alpha$  est atteint après 0 ou plus dérivation(s) à partir de  $A$ . Une dérivation est l'application d'une règle de la grammaire.

Un non terminal accessible  $B$  à partir d'un non terminal  $A$  est tel que  $B \in \alpha$  avec  $A \rightarrow^* \alpha$

La première opération de notre programme est donc de récupérer les non-terminaux accessibles à partir d'un non terminal donné en entrée. Notre fonction récursive OCAML prendra alors en entrée deux paramètres :

- Une grammaire sous forme d'une liste de productions.
- Un symbole non terminal.

Nous avons décomposé cette fonction en deux étapes. Nous avons une fonction qui exécute la tâche principale décrite plus haut. Et une autre fonction qui se charge de récupérer tous les non terminaux qui sont produits par un symbole après une seule dérivation.

L'opération de récupération des non terminaux accessibles se réalise comme suit :

- La fonction récursive est initialisée avec une liste de non terminal **parcours** qui contient uniquement dans un premier lieu le non terminal de départ. Et une liste de tous les non terminaux que contient la grammaire. Nous l'appelons **alphabet**.
- **parcours** est parcouru. Pour chaque non terminal  $T$  de **parcours**, nous récupérons tous les non terminaux que peut produire  $T$  avec une seule dérivation. Ceci nous fournit une liste de non terminaux **acc**.
- Ensuite nous concaténons cette liste dans le résultat retourné par la fonction. Nous concaténons aussi **acc** à **parcours** pour pouvoir calculer les non terminaux accessibles directement de ces nouveaux symboles. Puis nous supprimons le non terminal  $T$  de **alphabet** dont nous venons de réaliser le calcul pour éviter de boucler indéfiniment.

Le code est fourni en annexe.

## 4 Les non terminaux productifs

On dit que  $A$  est un non-terminal productif si on peut dériver au moins un mot terminal à partir de  $A$ . C'est à dire  $A \rightarrow^* \alpha$  avec  $\alpha$  un mot uniquement constitué de symboles terminaux.

L'algorithme communément utilisé pour déduire les non-terminaux productifs d'une grammaire est le suivant :

---

**Algorithm 1** Calcul des non-terminaux productifs d'une grammaire

---

Soit  $G = (V, T, P, S)$  une grammaire hors-contexte.

```

i = 0
 $V_0 = \{X \in V \mid X \rightarrow \alpha, \alpha \in T^*\}$ 
repeat
   $i = i + 1$ 
   $V_i = V_{i-1} \cup \{X \in V \mid X \leftarrow \alpha, \alpha \in (T \cup V_{i-1})^*\}$ 
until  $V_i = V_{i-1}$ 
return  $V_i$ 

```

---

Nous avons adapté cet algorithme afin d'effectuer un chaînage arrière récursif en OCAML. Notre choix s'est posé sur un chaînage arrière car il permet à la fois une économie en place (il est récursif terminal) et une économie de calcul par rapport à un chaînage avant.

Pour récupérer les non-terminaux d'une grammaire, nous parcourons une par une les règles de production de la grammaire. Pour chaque règle, si tous les non-terminaux de son membre droit ont déjà été marqués comme productifs ou que le membre droit ne contient pas de non-terminaux, alors le membre gauche est marqué comme productif.

La fonction récursive *non\_terminaux\_productibles\_rec grammaire regles prec acc* présente deux cas d'action différents :

**Cas 1** La liste des *regles* n'est pas vide. On récupère alors la première règle et on vérifie si le membre de gauche n'est pas déjà marqué et si tous les non-terminaux du membre droit sont déjà marqués (tous les éléments d'une liste vide sont marqués). Si tel est le cas, on marque le membre de gauche. Dans tous les cas, on passe ensuite récursivement à la règle suivante.

**Cas 2** La liste des *regles* est vide. On récupère la liste des productions dont le membre gauche n'est pas marqué. Si la liste est vide ou qu'elle est égale aux règles de l'itération précédente, on renvoie les non-terminaux marqués. Sinon, on fait un appel récursif avec cette liste comme règles à vérifier.

Un exemple avec la grammaire  $[\text{Prod}(\text{NT}('A'), [\text{NT}('F'), \text{T}('g')]); \text{Prod}(\text{NT}('B'), [\text{T}('j'); \text{NT}('E')]); \text{Prod}(\text{NT}('F'), [\text{T}('b')])]$  correspondant à  $(A \rightarrow Fg, B \rightarrow jE, F \rightarrow b)$  nous renverra la liste de non-terminaux  $[\text{NT}('A'), \text{NT}('F')]$ .

## 5 La suppression des $\epsilon$ -règles

Les  $\epsilon$ -règles sont des règles de la forme  $A \rightarrow \epsilon$  où  $A$  est un symbole non terminal, et  $\epsilon$  le mot vide.

Le but de l'opération de suppression des  $\epsilon$ -règles est de passer d'une grammaire hors-contexte  $G$  quelconque à une grammaire  $\epsilon$ -libre  $G'$ , c'est-à-dire ne contenant pas d' $\epsilon$ -règles.

La grammaire  $G'$  devra dériver exactement le même langage que la grammaire  $G$ . Seule différence : la grammaire  $G'$  ne pourra générer le mot vide.

Notre fonction récursive OCAML prendra alors en paramètre la grammaire hors-contexte que l'on souhaite transformer en une grammaire  $\epsilon$ -libre.

Elle se déroule comme suit :

- En premier lieu nous récupérons dans la liste **ntpe** les symboles non terminaux qui produisent le mot vide.
- Nous parcourons la liste **ntpe**. Puis pour chacun de ces symboles nous supprimons les  $\epsilon$ -règles associées au symbole.

Lorsque nous supprimons les  $\epsilon$ -règles associées à un symbole  $T$ , nous devons distinguer deux cas :

**Cas 1** Le cas où seuls des règles de la forme  $T \rightarrow \epsilon$  et  $T \rightarrow \theta$  (avec  $\theta$  contenant un nombre indéfini de fois le symbole  $T$  uniquement) apparaissent. Dans ce cas, il faut tout simplement supprimer le symbole  $T$  de la grammaire et ne réaliser aucune autre opération. En effet,  $T$  ne produit rien, et est donc inutile à la grammaire.

**Cas 2** Le cas où la règle  $T \rightarrow \epsilon$  apparaît avec d'autres règles de la forme  $T \rightarrow \alpha$ ,  $\alpha$  contenant à la fois des non terminaux et des terminaux. Dans ce cas nous supprimons la règle  $T \rightarrow \epsilon$ , et pour toutes les autres règles de la grammaire contenant le symbole  $T$  dans le membre de droite nous appliquons cette procédure :

Si nous avons une règle de la forme  $A \rightarrow \alpha T \beta$ , avec  $\alpha$  et  $\beta$  contenant à la fois des non terminaux et des terminaux (ils peuvent aussi contenir le symbole  $T$ ), alors il faut rajouter la règle  $A \rightarrow \alpha \beta$  dans la grammaire.

Dans le cas 2, pour rajouter les règles lorsque l'on trouve le symbole à traiter dans le membre de droite d'une production, nous procédons de la sorte :

Nous générons une liste des positions dans le membre de droite que prend le symbole à traiter. Par exemple dans la règle  $S \rightarrow aSbScS$ , nous aurons la liste suivante :

[1;3;5]

Puis à partir de cette liste nous générons une liste de toutes les combinaisons possibles.

Avec l'exemple nous aurons : [[1]; [3]; [5]; [1; 3]; [1; 5]; [3; 5]; [1; 3; 5]]

Puis nous parcourons cette dernière liste et nous ajoutons les règles sans les symboles non terminaux aux positions données.

Donc toujours avec le même exemple, lorsque nous tombons sur la liste [1; 5] à traiter, il faut ajouter la règle  $S \rightarrow abSc$ .



## 6 Conclusion

Ce devoir nous a permis de nous familiariser un peu plus avec la programmation fonctionnelle au travers du langage fonctionnel OCAML. Il nous a permis d'utiliser les notions que nous avons apprises en Théorie des Langages, mais aussi en Compilation, pour les appliquer dans ce projet. Il nous a aussi permis d'utiliser une méthode de chainage, que nous avons pû découvrir en Prolog. Finalement, il nous a aussi permis de nous améliorer dans notre méthode de travail en groupe, à paralléliser le travail et à corriger mutuellement nos erreurs.

## 7 Annexe

### 7.1 Le fichier type.ml

```
1 type nonTerminal = NT of char;;
2 type lettre = T of char | NT of char | Epsilon ;;
3 type regle = Prod of (lettre * (lettre list)) ;;
```

Listing 1: Fichier de définition des types

## 7.2 Le fichier utils.ml

```
type=listing
1  #use "type.ml"
2
3
4  (*
5   * Renvoie la liste 'liste' sans doublons
6   *)
7  let list_to_set liste =
8      let rec list_to_set_rec liste ensemble =
9          match liste with
10             | [] -> ensemble
11             | head::tail -> if List.mem head ensemble then
12                             list_to_set_rec tail ensemble
13                             else
14                             list_to_set_rec tail (head::ensemble)
15             in list_to_set_rec liste []
16      ;;
17
18
19  (*
20   * Verifie si une liste est sous-liste d'une autre liste
21   * @param deux listes
22   * @return un booleen
23   *)
24  let rec subset sub set =
25      match sub with
26      | [] -> true
27      | h::t -> if (List.mem h set)
28                 then subset t set
29                 else false
30      ;;
31
32
33  (*
34   * Renvoie les non terminaux presents dans la regle 'production'
35   * @param regle dont on souhaite determiner les non terminaux
36   * @return une liste de non terminaux
37   *)
38  let rec recuperer_non_terminaux_regle production =
39      let rec recuperer_non_terminaux_regle_rec production res =
40          match production with
41          | Prod(nt, liste) -> match liste with
42                               | T(_>::tail | Epsilon>::tail ->
43                               ↪ recuperer_non_terminaux_regle_rec
44                               ↪ (Prod(nt, tail)) res
45                               | NT(x)::tail ->
46                               ↪ recuperer_non_terminaux_regle_rec
47                               ↪ (Prod(nt, tail)) (NT(x)::res)
```

```

44         | _ -> nt::res
45     in (list_to_set (recuperer_non_terminaux_regle_rec production []))
46     ;;
47
48
49 (*
50  * Renvoie les non terminaux produits par la regle 'production'
51  * @param regle dont on souhaite determiner les non terminaux produits
52  * @return une liste de non terminaux
53  *)
54 let rec non_terminaux_produits production =
55     match production with
56     | Prod(nt, h::t) -> begin
57         match h with
58         | NT(x) -> (NT(x))::(non_terminaux_produits (Prod(nt, t)))
59         | _ -> non_terminaux_produits (Prod(nt, t))
60     end
61     | _ -> []
62     ;;
63
64
65 (*
66  * Renvoie les non terminaux d'une grammaire
67  * @param grammaire une liste de regles
68  * @return une liste de non terminaux
69  *)
70 let rec recuperer_non_terminaux_grammaire grammaire =
71     match grammaire with
72     | [] -> []
73     | head::tail -> list_to_set
74         ((recuperer_non_terminaux_regle head)
75          @
76          (recuperer_non_terminaux_grammaire tail))
77     ;;
78
79
80 (*
81  * Retire un symbole d'une liste de symboles donnee en parametre
82  * @param alphabet une liste de symboles non terminaux et/ou terminaux
83  * @return une liste de symboles non terminaux et/ou terminaux
84  *)
85 let retirer_terme terme alphabet =
86     let rec retirer_terme_rec terme alphabet res =
87         match alphabet with
88         | [] -> res
89         | head::tail -> if head = terme
90                         then retirer_terme_rec terme tail res
91                         else retirer_terme_rec terme tail (head::res)
92     in List.rev (retirer_terme_rec terme alphabet [])

```

```

93     ;;
94
95
96     (*
97     * Compte le nombre d'occurences d'un symbole 'terme' dans 'alphabet'
98     *)
99     let rec nombre_occurences terme alphabet =
100         match alphabet with
101         | [] -> 0
102         | head::tail -> if head = terme
103                         then 1 + (nombre_occurences terme tail)
104                         else nombre_occurences terme tail
105     ;;
106
107
108     (*
109     * Renvoie une liste contenant la position de chaque occurence de 'n' d
110     * dans 'liste'.
111     *)
112     let positions_valeurs n liste =
113         let rec positions_valeurs_rec n liste i =
114             match liste with
115             | [] -> []
116             | head::tail -> if head = n
117                             then i::(positions_valeurs_rec n tail (i + 1))
118                             else positions_valeurs_rec n tail (i + 1)
119         in positions_valeurs_rec n liste 0
120     ;;
121
122
123     (*
124     * Retire l'element d'indice 'n' de la liste 'liste'.
125     *)
126     let rec retirer_indice n liste =
127         match liste with
128         | [] -> []
129         | head::tail -> if n = 0
130                         then tail
131                         else head::(retirer_indice (n - 1) tail)
132     ;;
133
134
135     (*
136     * Retire les elements d'indice contenu dans la liste 'n' de la liste
137     * ↪ 'liste'.
138     *)
139     let rec retirer_indices ns liste =
140         match ns with
141         | [] -> liste

```

```

141     | head::tail -> let moinsun x = x - 1 in
142                     retirer_indices (List.map moinsun tail) (retirer_indice
143                               ↪ head liste)
144
145
146 (*
147  * Genere toutes les combinaisons de 'n' elements de la liste 'liste'.
148  *)
149 let rec combinaisons n liste =
150     match n with
151     | 0 -> [[]]
152     | _ -> match liste with
153             | [] -> []
154             | head::tail -> let inserer_tete suite = head::suite in
155                             (List.map inserer_tete (combinaisons (n -
156                               ↪ 1) tail))
157                             @
158                             (combinaisons n tail)
159
160
161 (*
162  * Genere toutes les combinaisons possibles de la liste 'liste'.
163  *)
164 let toutes_combinaisons liste =
165     let rec toutes_combinaisons_rec n liste =
166         match n with
167         | 0 -> []
168         | _ -> (toutes_combinaisons_rec (n - 1) liste) @ (combinaisons n
169                               ↪ liste)
170     in toutes_combinaisons_rec (List.length liste) liste
171
172

```

Fichier de définitions de fonctions d'opérations élémentaire sur les grammaires hors-contextes.

### 7.3 Le fichier accessibles.ml

type=listing

```
1  #use "utils.ml";;
2
3
4  (*
5   * Recupere tous les non terminaux
6   * qui sont produits par le symbole 'terme' apres une seule dérivation
7   * dans la liste de regles 'gram' (une grammaire).
8   *)
9  let rec non_terminaux_accessibles_direct terme gram =
10     match gram with
11     | [] -> []
12     | Prod(nt, droite)::tail -> if nt = terme
13                                then
14                                    list_to_set (
15                                        recuperer_non_terminaux_regle (Prod(nt,
16                                            ↪ droite))
17                                        @
18                                        (non_terminaux_accessibles_direct terme
19                                            ↪ tail)
20                                    )
21                                else
22                                    (non_terminaux_accessibles_direct terme
23                                        ↪ tail)
24
25  ;;
26
27  (*
28   * Recupere les non-terminaux accessibles a
29   * partir d'un non terminal 'depart' dans une
30   * grammaire, une liste de regles, 'gram'.
31   *)
32  let non_terminaux_accessibles gram depart =
33     let rec non_terminaux_accessibles_rec gram parcours alphabet =
34         match parcours with
35         | [] -> []
36         | head::tail -> let acc = (non_terminaux_accessibles_direct head
37             ↪ gram) in
38             if (List.mem head alphabet)
39             then
40                 list_to_set (
41                     acc
42                     @
43                     non_terminaux_accessibles_rec gram (tail @
44                         ↪ acc) (retirer_terme head alphabet) )
45             else
46                 non_terminaux_accessibles_rec gram tail
47                         ↪ alphabet
```

```
42      in non_terminaux_accessibles_rec gram [depart]
      ↪  (recuperer_non_terminaux_grammaire gram)
43  ;;
```

Récupération des non terminaux accessibles.



## 7.4 Le fichier productifs.ml

type=listing

```
1 #use "accessibles.ml";;
2
3
4 (*
5  * Renvoie toutes les regles d'une grammaire dont le membre gauche ne fait
6  ↪ pas
7  * partie d'une liste de non-terminaux donnés
8  * @param une grammaire et une liste de non-terminaux
9  * @return une liste de productions
10 *)
11 let rec regles_restantes nonterminaux grammaire =
12   match grammaire with
13   | [] -> []
14   | Prod(nt, liste)::tail -> if (List.mem nt nonterminaux)
15                               then regles_restantes nonterminaux tail
16                               else Prod(nt, liste)::(regles_restantes
17                                                         ↪ nonterminaux tail)
18   ;;
19
20 (*
21  * Recupere tous les non-terminaux productifs d'une grammaire
22  * @param une grammaire
23  * @return une liste de non-terminaux
24 *)
25 let non_terminaux_productifs grammaire =
26   let rec non_terminaux_productifs_rec grammaire regles prec acc =
27     match regles with
28     | Prod(nt, liste)::suite -> let non_terminaux =
29       ↪ non_terminaux_produits (Prod(nt, liste)) in
30       if ((not (List.mem nt acc)) && subset non_terminaux acc)
31       then non_terminaux_productifs_rec grammaire suite prec
32       ↪ (nt::acc)
33       else non_terminaux_productifs_rec grammaire suite prec acc
34     | [] -> let reste = (regles_restantes acc grammaire) in begin
35       match reste with
36       | [] -> acc
37       | reste -> if (subset prec reste)
38                   then acc
39                   else non_terminaux_productifs_rec grammaire
40                     ↪ reste regles acc
41     end
42   in non_terminaux_productifs_rec grammaire grammaire []
43   ;;
```

Récupération des non-terminaux productifs.

## 7.5 Le fichier epsilon.ml

type=listing

```
1 #use "productifs.ml";;
2
3 (*
4  * Renvoie true si la grammaire 'gram' contient uniquement des
5  * regles de la forme A -> epsilon et/ou A -> A..A (uniquement des A à
6  * droite)
7  *)
8 let rec epsilon_seul nt gram =
9   match gram with
10  | [] -> true
11  | Prod(x, [Epsilon])::tail when x = nt -> epsilon_seul nt tail
12  | Prod(x, droite)::tail when (x = nt && List.length droite =
13   ↪ nombre_occurences x droite) -> epsilon_seul nt tail
14  | Prod(x, _)::tail when x = nt -> false
15  | _::tail -> epsilon_seul nt tail
16 ;;
17
18 (*
19  * Renvoie une liste des symboles non terminaux qui produisent
20  * epsilon dans la grammaire 'gram'.
21  * La liste renvoyee contient des elements de la forme '(nt, cas)'
22  * avec 'nt' le symbole non terminal et cas la valeur renvoyee par
23  * 'epsilon_seul'
24  * avec comme parametre 'nt'.
25  *)
26 let non_terminaux_produisent_epsilon gram =
27   let rec non_terminaux_produisent_epsilon_rec gram gramCheck =
28     match gram with
29     | [] -> []
30     | Prod(nt, [Epsilon])::tail -> (nt, (epsilon_seul nt
31     ↪ gramCheck))::(non_terminaux_produisent_epsilon_rec tail
32     ↪ gramCheck)
33     | Prod(nt, _)::tail -> (non_terminaux_produisent_epsilon_rec tail
34     ↪ gramCheck)
35   in non_terminaux_produisent_epsilon_rec gram gram
36 ;;
37
38 (*
39  * Cas 1.
40  * Retire un symbole 'terme' de toute la grammaire 'gram'.
41  *)
42 let rec retirer_lettre_grammaire terme gram =
43   match gram with
44   | [] -> []
```

```

41 | Prod(nt, droite)::tail when (List.mem terme droite) -> (Prod(nt,
    ↳ retirer_terme terme droite))::(retirer_lettre_grammaire terme tail)
42 | head::tail -> head::(retirer_lettre_grammaire terme tail)
43 ;;
44
45
46 (*
47  * Cas 2.
48  * Rajoute les regles necessaires lorsque l'on a supprime une
    ↳ epsilon-regle.
49  * Par exemple pour la regle  $S \rightarrow aSTbScS$ , avec la
50  * suppression de  $S \rightarrow \text{epsilon}$ , nous ajouterons les regles, :
51  *  $S \rightarrow aTBScS$ 
52  *  $S \rightarrow aSTBcS$ 
53  *  $S \rightarrow aSTBSc$ 
54  *  $S \rightarrow aTBcS$ 
55  *  $S \rightarrow aTBSc$ 
56  *  $S \rightarrow aSTBc$ 
57  *  $S \rightarrow aTBc$ 
58  *)
59 let dupliquer terme regle =
60   match regle with
61   | Prod(nt, droite) -> let rec dupliquer_rec positions regle =
62     match positions with
63     | [] -> [Prod(nt, droite)]
64     | head::tail -> Prod(nt, (retirer_indices
        ↳ head droite))::(dupliquer_rec tail
        ↳ regle)
65     in dupliquer_rec (toutes_combinaisons
        ↳ (positions_valeurs terme droite)) regle
66 ;;
67
68
69 (*
70  * Retire un symbole 'terme' d'une regle 'production'.
71  *)
72 let rec retirer_lettre_production terme production =
73   match production with
74   | Prod(nt, droite) -> Prod(nt, retirer_terme terme droite)
75   ;;
76
77
78 (*
79  * Retire d'une grammaire 'gram' les regles qui ne produisent rien,
80  * c'est-a-dire de la forme 'Prod(nt, [])'.
81  *)
82 let rec retirer_production_vide gram =
83   match gram with
84   | [] -> []

```

```

85     | Prod(nt, [])::tail -> retirer_production_vide tail
86     | head::tail -> head::(retirer_production_vide tail)
87     ;;
88
89
90  (*
91   * Retire l'epsilon-regle associe terme 'terme'
92   * (qui se trouve a gauche dans l'epsilon-regle) de la grammaire 'gram',
93   * en indiquant le cas 1 (true) ou 2 (false) avec 'eps_seul'.
94   * Si on est dans le cas 2, on ajoute les regles necessaires avec
95   ↪ 'dupliquer'.
96   *)
97  let rec epsilon_iteration (terme, eps_seul) gram =
98      match gram with
99      | [] -> []
100     | Prod(nt, [Epsilon])::tail when nt = terme -> epsilon_iteration
101       ↪ (terme, eps_seul) tail
102     | Prod(nt, droite)::tail when (List.mem terme droite) ->
103       (if (eps_seul)
104        then
105            [retirer_lettre_production terme (Prod(nt, droite))]
106          else dupliquer terme (Prod(nt, droite)))
107       @
108       (epsilon_iteration (terme, eps_seul) tail)
109     | head::tail -> head::(epsilon_iteration (terme, eps_seul) tail)
110     ;;
111
112  (*
113   * Retire toutes les epsilon-regles de la grammaire 'gram'
114   *)
115  let supprimer_epsilon_regle gram =
116      let rec supprimer_epsilon_regle_rec ntp gram =
117          match ntp with
118          | [] -> gram
119          | head::tail -> supprimer_epsilon_regle_rec tail (epsilon_iteration
120            ↪ head gram)
121      in list_to_set (retirer_production_vide (supprimer_epsilon_regle_rec
122        ↪ (non_terminaux_produisent_epsilon gram) gram))
123      ;;

```

Elimination des epsilon-regles.