

## IMMAGINI BIOMEDICHE

Il processo di formazione e trattamento di un'immagine biomedica prevede diversi punti:

1. La raccolta di dati relativi all'interazione di qualche forma di energia con l'organismo
2. La ricostruzione, ovvero la trasformazione dei dati in un'immagine: è necessario mettere in formato numerico i dati relativi all'immagine come quelli sull'intensità luminosa.
3. Filtraggio, enhancement, ed altre post elaborazioni: con queste operazioni vengono messe in evidenza parti dell'immagine che ci interessano
4. Analisi, segmentazione, riconoscimento.
5. Compressione, trasmissione, archiviazione: l'immagine ha un contenuto informativo che occupa spazio in memoria, e dunque trattarle può essere computazionalmente costoso, aspetto che risulta rilevante soprattutto in un ospedale, laddove sono presenti moltissime immagini che non vengono diagnosticate tutte in uno stesso momento. È quindi fondamentale mantenere la qualità dell'immagine in fase di trasmissione dell'immagine: a questo proposito importante è l'aspetto della compressione delle immagini, perché, tramite opportune codifiche, è possibile ridurre l'occupazione di memoria delle immagini. Per le immagini biomediche la compressione non può essere eccessiva perché si perdono informazioni fondamentali per la diagnostica: si usa quindi la compressione senza perdita. Se la compressione era in precedenza un problema fondamentale (non esistevano supporti sufficientemente capienti per la memorizzazione o non erano disponibili a costi ragionevoli) oggi i costi sono ridotti e quindi la compressione ha perso di importanza.
6. Integrazione con altre immagini. Uno degli sviluppi dei sistemi di imaging è quello di integrare le informazioni di un sistema di raccolta di immagini con quelle di un altro sistema. Questo permette di mettere insieme informazioni diverse.

Se si considera l'immagine come una matrice di misure parallele che evidenziano strutture biologiche occorre considerare:

1. Grandezza fisica. Varia a seconda del tipo di immagine che stiamo considerando.
2. Risoluzione fra livelli della misura.
3. Indipendenza dalle misure adiacenti.
4. Errori di misura (rumore) o artefatti. Statistica del rumore e correlazione con errori adiacenti. Fondamentale per la valutazione dell'immagine è considerare la presenza di errori.
5. Accuratezza collocazione spaziale di ciascuna misura.

Ci sono alcuni elementi fondamentali che contribuiscono alla generazione e all'interpretazione di un'immagine reale:

- Soggetto
- Contrasto → È la differente interazione in relazione a differenti caratteristiche.
- Offuscamento (blur) → è la confusione di informazione relativa a regioni vicine. L'immagine offuscata ha tanto contenuto informativo alle basse frequenze, quindi l'offuscamento può essere visto come l'effetto di un filtraggio passa basso.
- Rumore e artefatti
- Distorsione → Questo fenomeno porta ad ottenere un campo di vista sfuocato ai bordi
- Rappresentazione, supporto, adattamento alla percezione visiva dell'osservatore.
- Capacità di discriminazione dell'osservatore

Diverse sono le forme di energia che interagiscono con i tessuti per formare l'immagine:

- Energia elettromagnetica → radiazioni ionizzanti radiografia, tomografia trasmissiva (CT).
- Raggi  $\gamma$  con emissione di singolo fotone → scintigrafia, tomografia emissiva a singolo fotone (SPECT).
- Raggi  $\gamma$  con emissione di positrone → tomografia emissiva a positroni (PET).
- Onde radio in forte campo magnetico → immagini a risonanza magnetica (MRI).
- Energia meccanica → ecografia ad ultrasuoni (US)

Consideriamo queste fonti di energia in dettaglio maggiore:

#### Energia elettromagnetica

Le radiazioni ionizzanti vengono prodotte utilizzando un catodo all'interno di un tubo a vuoto; sottoposto a una differenza di potenziale, il catodo, perde alcune delle sue particelle che colpiscono l'anodo con grande velocità, liberando energia sotto forma di raggi X. Se i raggi impressionano una lastra fotografica si ottiene la radiografia classica, mentre utilizzando un array si ottiene la radiografia digitale.

Per migliorare il contrasto dell'immagine, in modo distinguere i diversi tipi di tessuti, si possono usare diverse tecniche.

In primo luogo si possono mettere in evidenza i diversi tessuti considerando i diversi livelli di assorbimento delle radiazioni, oppure è utilizzare raggi di diverse intensità che generano risposte diverse a seconda del tipo di tessuto, oppure dei mezzi di contrasto.

#### Raggi $\gamma$ con emissione di singolo fotone

I raggi  $\gamma$  sono generati da un radio farmaco iniettato nel paziente.

L'indagine prevede di misurare l'emissione di questi raggi da parte della regione di interesse.

L'emissione non è focalizzata, ma avviene in tutte le direzioni, anche quelle non utili, quindi è necessario utilizzare un collimatore, ovvero una lastra con fori paralleli che lascia passare solo i fotoni perpendicolari al collimatore stesso.

La necessità del collimatore è data dal fatto che non si è in grado di raccogliere le emissioni in tutte le dimensioni dello spazio. Anche in questo caso si ha a che fare con proiezioni piane. La modalità di contrasto prevede di introdurre diversi radio farmaci ottenendo diverse risposte che aumentano il contrasto.

#### Raggi $\gamma$ con emissione di positrone

La sorgente, interna, è un radio farmaco che decade. In questo caso non è necessario un collimatore.

La modalità di contrasto prevede l'utilizzo di differenti composti organici marcati (per esempio glucosio marcato con cui vedo tumore).

#### Onde radio in forte campo magnetico

In questo caso si utilizza un campo magnetico con un'intensità molto elevata: il magnete è infatti da 1.5 T.

In questa applicazione si sfrutta la capacità dei protoni di modificare il momento di spin in presenza di campo magnetico: in un primo momento il magnete principale orienta lo spin dei protoni, che viene poi perturbato tramite altri magneti secondari di dimensioni ridotte. Si misura il tempo necessario ai protoni per tornare alla situazione di equilibrio.

Tramite i tempi di ritorno all'equilibrio si possono contrastare in maniera diversa i contenuti dell'immagine.

#### Energia meccanica

In questo caso si sfruttano onde meccaniche con frequenza tra 1 e 10 MHz.

Si misura l'intensità di echi di ritorno che permettono di ricostruire l'immagine.

Gli ultrasuoni sono ottimi per risoluzione temporale, caratteristica positiva che gli altri metodi di imaging non possiedono. Per migliorare il contrasto è possibile variare l'impedenza acustica (metodo più comune).

Un altro metodo per il contrasto è quello delle microbolle.

## RISOLUZIONE E CONTRASTO

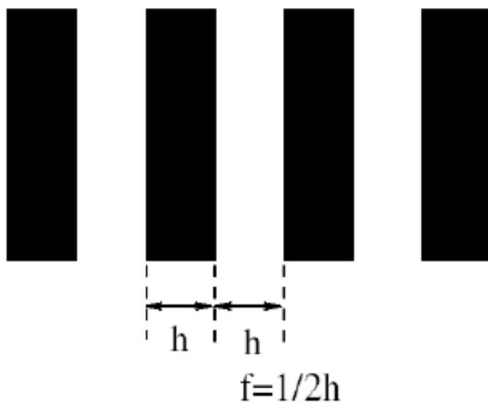
La rappresentazione spaziale in un dominio 2D di un distretto corporeo, ha delle caratteristiche che sono spesso corrotte dalla presenza di rumore e dal fatto che i sistemi di acquisizione introducono distorsione dell'immagine.

Introduciamo dunque dei parametri che permettono di valutare la bontà dell'immagine.

### Risoluzione spaziale

La risoluzione spaziale fissa la dimensione del più piccolo oggetto riconoscibile. La minima dimensione viene indicata con  $h$ . Nella pratica si cerca di avere una risoluzione più elevata possibile, perché spesso sono interessanti proprio i particolari più piccoli, soprattutto in fase di diagnosi.

In condizioni ottimali di contrasto si misura in coppie di linee (chiaro, scuro) per unità di lunghezza (mm).



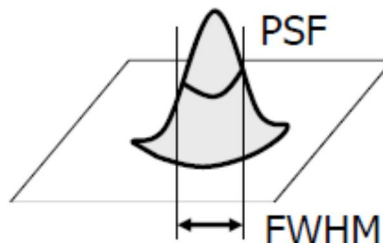
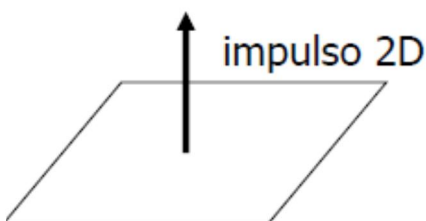
La risoluzione spaziale può anche essere interpretata come

frequenza spaziale, cioè  $f = \frac{1}{2h}$ .

Per distinguere tra loro gli oggetti scuri e chiari ho bisogno di avere almeno due oggetti, cioè un'alternanza di chiari e di scuri: questa è la ragione per cui la massima frequenza rappresentabile è  $1/2h$ .

Per parlare di risoluzione dobbiamo parlare di risposta all'impulso in campo bidimensionale: l'immagine che consideriamo, infatti, è bidimensionale e definita in uno spazio.

Una struttura idealmente puntiforme in un'immagine si può considerare come un impulso in un campo 2D. Nel caso reale, l'immagine non mostra un punto, ma una macchia, perché i sistemi con cui acquisiamo le immagini non sono ideali e allargano la base dell'impulso, che idealmente sarebbe un punto, trasformandola in una macchia. Questo significa che la risposta all'impulso in 3D assume una forma a campana, con caratteristiche differenti a seconda di quello che è il sistema di elaborazione associato. Questa forma a campana prende il nome di point spread function, o PSF, caratterizzata da un parametro fondamentale, cioè la larghezza FWHM (full width at half maximum), misurata a metà valore di energia. Questo valore fissa la risoluzione spaziale del sistema di imaging: particolari più piccoli della FWHM sono infatti irriconoscibili.



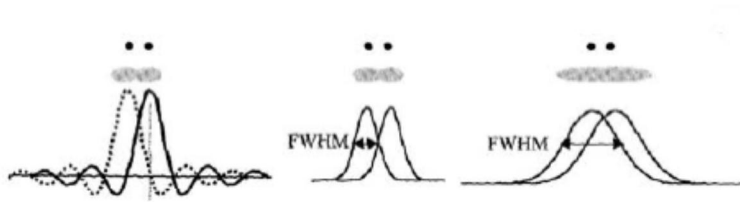
Si capisce quindi che è preferibile che questa campana sia più stretta possibile, in modo che aumenti la risoluzione e si sia in grado di riconoscere oggetti sempre più piccoli.

Un'immagine con FWHM grande apparirà sfuocata.

### Esempi

1) Si vuole raccogliere l'immagine di un punto. L'immagine che si ottiene è il prodotto tra immagine originale e risposta all'impulso del sistema di imaging: a seconda del tipo di risposta all'impulso, cioè della forma della campana, si ottiene come immagine una macchia più o meno grande.

2) Consideriamo il problema di riconoscere due punti vicini tra loro. A seconda della dimensione di FWHM saremo in grado o meno di riconoscere i due punti come separati, come mostrato dalla figura seguente.



Analogamente al caso unidimensionale, l'analisi in frequenza ha senso in condizioni di linearità e di invarianza nel dominio (che nel caso delle immagini è lo spazio bidimensionale).

Si può introdurre il concetto di risposta all'impulso di un sistema immagine (Point Spread Function).

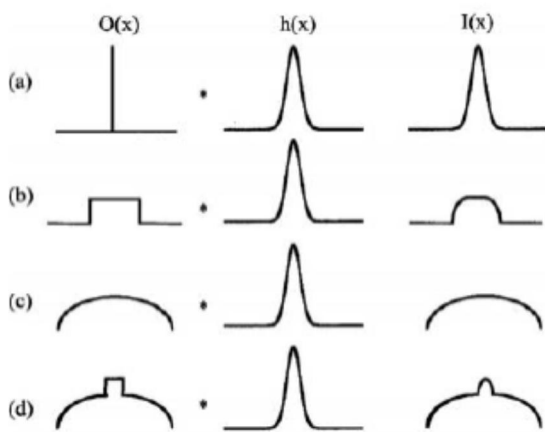
Nel dominio della frequenza la PSF(x,y), che è la trasformata di Fourier della PSF, è detta Optical Transfer Function OTF(u,v) ed è caratterizzata da ampiezza e fase.

L'ampiezza è chiamata Modulation Transfer Function (MTF) e corrisponde al modulo della risposta in frequenza nel caso unidimensionale.

Se il sistema di imaging considerato ha una MTF caratterizzata dalla presenza di basse frequenze, produrrà delle immagini di qualità inferiore rispetto a quelle prodotte da un sistema la cui MTF contiene le alte frequenze: i particolari più fini di un'immagine sono infatti collegati alle alte frequenze, mentre le immagini sfuocate hanno un elevato contenuto di frequenze più basse.

Se il sistema è LSI (lineare spazio invariante) l'immagine è data dalla convoluzione spaziale con la PSF, secondo la seguente formula:

$$O(x, y, z) * h(x, y, z) = I(x, y, z)$$



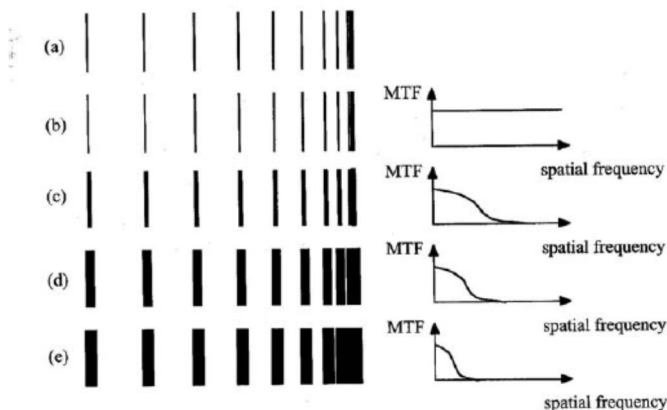
In questi esempi è mostrato come vengono modificate le immagini originali dalla risposta all'impulso: possiamo notare che alcuni particolari dell'immagine originale sono diversi nell'immagine ottenuta dopo il prodotto di convoluzione.

Come detto, la trasformata di Fourier bidimensionale della PSF prende il nome di MTF (Modulation Transfer Function): la MTF di una PSF a campana è una risposta in frequenza di tipo passa basso, perché offusca i particolari più piccoli. Questo limita la risoluzione spaziale, infatti due particolari puntiformi più vicini della larghezza FWHM si confondono in un'unica campana.

In base alla risoluzione spaziale si decide il numero di pixel: immagini ad alta risoluzione (RX, MRI) richiedono rappresentazioni di oltre 1000 x 1000 pixel con forti differenze a seconda delle applicazioni; immagini di bassa risoluzione (SPECT, scintigrafie) richiedono un numero di pixel inferiore a parità di superficie coperta (campo di vista).

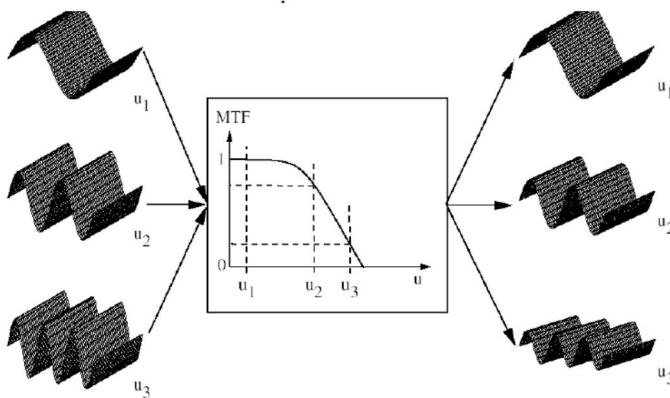
Se la campana ha una FWHM grande, cioè è larga, ottengo un contenuto in frequenza minore, mentre il contrario avviene considerando una campana con larghezza maggiore.

La trasformata di Fourier bidimensionale di una risposta all'impulso ideale è una riga che contiene tutte le frequenze; nel caso in cui la risposta all'impulso non sia ideale, invece, la sua trasformata di Fourier non è più una riga, ma viene tagliata in maniera sempre maggiore all'aumentare della FWHM, tenendo in considerazione frequenze sempre più basse. Un esempio è rappresentato nella figura seguente.



L'immagine (a) è quella originale. La (b) ha una risposta all'impulso ideale. Dall'immagine (c) in poi la risposta all'impulso ha una FWHM progressivamente crescente: possiamo notare che le frequenze più alte vengono progressivamente ridotte. Notiamo inoltre che le righe si allargano, cioè la risoluzione peggiora.

È importante ricordare che è possibile scomporre l'immagine in una somma di sinusoidi a frequenza spaziale diversa: nel grafico seguente vediamo come una funzione trasferimento modifica le sinusoidi che compongono l'immagine.



Ancora una volta possiamo notare l'effetto di filtro passa basso della MTF di una risposta all'impulso che non sia ideale: le sinusoidi in ingresso, infatti, vengono modificate.

Bisogna inoltre ricordare che, all'interno di un'immagine, i particolari più piccoli sono associati ai passaggi bruschi dell'immagine, cioè ai contorni.

### Contrasto

L'obiettivo principale di un'immagine è quello di permettere il riconoscimento di forme e strutture (pattern), differenziandole dal resto, definito come fondo; questo richiede che i pattern siano ben contrastati rispetto al fondo: per riconoscere gli oggetti dallo sfondo è infatti necessario che ci sia un buon contrasto.

Una misura di contrasto si ottiene fissando manualmente (o automaticamente) una regione di interesse (ROI, region of interest) all'interno della struttura da evidenziare, e confrontando il livello di grigio medio della ROI con quello del fondo.

$$\text{contrasto} = \frac{v.\text{medio}(\text{ROI}) - v.\text{medio}(\text{fondo})}{v.\text{medio}(\text{fondo})}$$

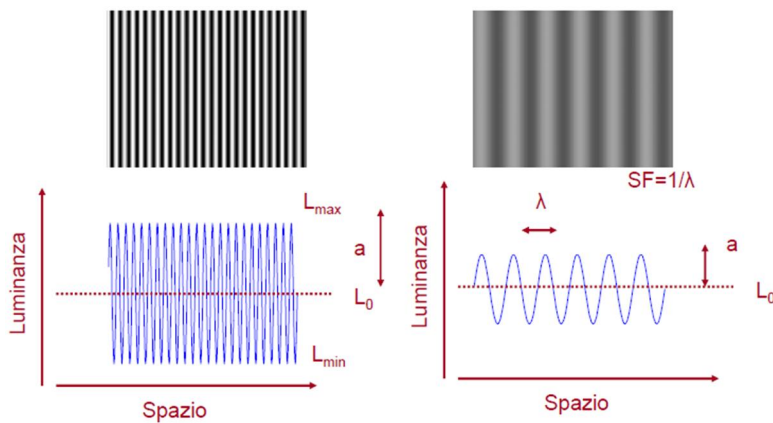
Dal contrasto dipende la risoluzione della misura della grandezza fisica rappresentata nell'immagine; molti degli sforzi legati allo studio di nuove bioimmagini sono volti ad aumentare il contrasto, soprattutto fra strutture patologiche e tessuti sani.

Le differenti immagini menzionate sono ulteriormente differenziate a seconda dei metodi applicati per creare contrasto sulla base di differenti parametri fisici ed eventualmente con l'uso di appositi mezzi di contrasto.

Il contrasto fa parte dei parametri che fissano la risoluzione dell'immagine.

Il contrasto può essere espresso anche in funzione della luminanza, definita come segue:

$$c = \frac{L_{\max} - L_{\min}}{L_{\max} + L_{\min}} = \frac{a}{L_0}$$



Da questo esempio possono notare che all'aumentare della frequenza il contrasto è migliore. Rumore contrasto e risoluzione spaziale non sono slegati tra loro.

### Rapporto segnale-rumore

Adottiamo una definizione "differenziale" relativa ad esempio ad un piccolo dettaglio  $d$  di area  $a$  ove l'intensità media dell'immagine è  $i_a$ , rispetto al valore del fondo. Detta  $\sigma_i$  la deviazione standard del rumore, si considera la quantità:

$$SNR_d = \frac{\bar{i}_a - \bar{i}_s}{\sigma_i}$$

che consente di valutare l'effetto del rumore in relazione al contrasto del dettaglio, ad esempio nella rivelazione di piccole lesioni.

Per scegliere l'area su cui valutare il contrasto dell'immagine si sceglie quindi una regione dell'immagine e una regione dello sfondo, si valutano i livelli di grigio e si fa la differenza.

### Immagine fotoniche

Le immagini fotoniche sono generate da un flusso di fotoni sull'area di interesse.

Questa categoria di immagini include le immagini in luce visibile, quelle radiografiche e quelle di medicina nucleare.

Le immagini fotoniche sono affette da fluttuazioni di natura stocastica legate alla produzione dei quanti di energia ed ai processi di rivelazione della stessa.

In qualunque canale di comunicazione fotonico vi è rumore quantico relativo alla natura discreta della radiazione, e il processo di rivelazione vede inoltre associate sorgenti di rumore termico.

Il rumore quantico è di natura stocastica e dipende dal tipo di energia che sta generando l'immagine.

Il rumore termico, per quello che riguarda le immagini di cui stiamo parlando, sarà trascurabile.

L'immagine sarà tanto più ricca di dettagli quanti più fotoni ci sono quindi esiste un legame tra qualità dell'immagine e numero dei fotoni; tuttavia non è possibile aumentare eccessivamente il numero dei fotoni perché il paziente va incontro a dei rischi.

Questo è un problema in diagnostica medica perché spesso abbiamo bisogno di una capacità elevata di percezione delle forme all'interno dell'immagine.

Come è fatto il rumore che sporca le immagini fotoniche?

La sorgente di rumore bianco è caratterizzata da una statistica Poissoniana.

Ricordiamo che l'energia  $E$  dei fotoni è data da  $E = h\nu$ , con  $h$  costante di Planck e  $\nu$  frequenza della radiazione.

L'energia media del rumore fotonico risulta essere  $\bar{N} \cdot h \cdot \nu$  con  $N$  numero medio di fotoni.

L'energia del rumore termico, normalizzata rispetto alla larghezza di banda del canale, è  $4KT$  (dove  $K$  è la costante di Boltzmann,  $T$  la temperatura assoluta).

Nel campo diagnostico, si può assumere  $4KT$  circa uguale a  $0.1$  eV cioè trascurabile rispetto alle energie di  $104 - 105$  eV delle radiazioni X e gamma.

Le immagini fotoniche sono caratterizzate da un rapporto segnale rumore  $SNR = \frac{\bar{N}}{\sqrt{\bar{N}}}$ .

Per essere sicuri che le fluttuazioni statistiche del fondo non mascherino il segnale presente nell'immagine, occorre che l'intensità di quest'ultimo sia significativamente diversa dal valore dello sfondo.

Ciò significa che il flusso fotonico  $N_o$  dell'oggetto deve essere diverso da  $N_B$ .

L'intensità del segnale delle zone che ci interessano deve essere molto diversa rispetto a quella dello sfondo per ottenere un buon contrasto.

La disuguaglianza di Rose ci dice quali dimensioni deve avere una certa area per avere un buon riconoscimento rispetto allo sfondo all'interno di un'immagine fotonica.

Considerando il numero di fotoni su un'areola a si può scrivere la disuguaglianza di Rose:

$a \geq \frac{k^2}{c^2 N_B}$  che fornisce le dimensioni minime dell'area rivelabile, con k soglia rivelazione ( $SNR_{th}$ ) e c contrasto.

Nel caso di un'immagine di medicina nucleare, anche se il numero dei fotoni che vanno a colpire la zona da esplorare risulta basso, il contrasto è buono perché il farmaco si localizza in modo selettivo nelle zone di interesse (cioè lo iodio marcato va a finire solo nella tiroide e tutte le altre zone del corpo non emettono nulla).

Invece in radiografia è necessario un numero di fotoni elevato, perché il riconoscimento si basa sull'attenuazione dei diversi tessuti e non si ha la capacità di concentrare l'attività in zone limitate come con i mezzi di contrasto.

Nelle immagini fotoniche si definisce un parametro che è il DQE dato dal rapporto tra: (rapporto segnale rumore in uscita)/(rapporto segnale rumore in ingresso).

$$DQE = \frac{(SNR_{OUT})^2}{(SNR_{IN})^2}$$

### Risoluzione temporale

La risoluzione temporale dipende dal tempo di acquisizione di una singola immagine.

La durata dell'acquisizione ha una notevole importanza e molti sforzi vengono compiuti per la sua riduzione per i seguenti motivi:

1. Ridurre gli artefatti da movimento: ad esempio, durante una acquisizione relativa al torace, il paziente trattiene il respiro per un tempo necessariamente limitato.
2. Ridurre il tempo globale dell'esame diagnostico: frequentemente si acquisiscono molte immagini (per esempio molte sezioni tomografiche CT o MRI) ed il tempo dell'esame è multiplo di quello della singola acquisizione (attualmente una sezione CT richiede 1/3 sec, sezioni MRI richiedono in genere tempi più lunghi).
3. In caso di acquisizioni dinamiche (sequenze della stessa immagine nel tempo), aumentare la risoluzione temporale di immagini in movimento.

Nelle immagini esistono dei fattori di distorsione.

Uno primo fattore è dato dal fatto che passiamo da 3D a 2D e quindi da voxel a pixel.

Inoltre i sensori per l'acquisizione dell'immagine non hanno una risposta invariante nello spazio e quindi introducono delle non omogeneità.

Infine si mette in evidenza la presenza di disuniformità di campo: se i bordi sono più scuri della parte centrale allora il campo di vista non è uniforme.

## CAMPIONAMENTO

### Immagini digitali

L'immagine è una rappresentazione spaziale bidimensionale  $i(x,y)$ : è quindi possibile discretizzarla.

Dal punto di vista dell'ingegnere un'immagine diventa una matrice bidimensionale di valori omogenei (di numeri).

Nell'ambito di elaborazione delle immagini, per immagine si intende generalmente la rappresentazione dopo il processo di digitalizzazione.

Per passare da un segnale analogico ad una matrice di numeri che lo rappresenti è necessario acquisire l'immagine tramite un processo di trasduzione che varia a seconda dello strumento di acquisizione utilizzato. Dopodichè si eseguono un campionamento ed una quantizzazione per assegnare un livello di grigio ad ogni pixel.

Il campionamento in 2D corrisponde ad una suddivisione dell'immagine in una griglia di pixel

La griglia deve essere tanto più fitta quanto maggiore è la risoluzione spaziale (banda passante).

Vale il teorema del campionamento per cui vi devono essere almeno due pixel per la massima frequenza spaziale rappresentata: per rispettare il teorema di campionamento, bisogna fare in modo che ci siano almeno due pixel all'interno della FWHM.

È possibile dividere il piano, cioè fare la tassellazione del piano, sfruttando una griglia con forma a piacere: in genere però è prevalente la suddivisione in elementi quadrati.

### Risoluzione spaziale e campionamento

La risoluzione spaziale è la più piccola dimensione dell'oggetto che può essere discriminata.

La cella di risoluzione è la più piccola area elementare associata ad un valore in un'immagine digitale.

Generalmente la cella elementare è un quadrato, ma, come detto, si possono avere anche celle elementari rettangolari o esagonali.

Un PIXEL (contrazione di picture element) è descritto dalla posizione spaziale di una cella elementare (riga, colonna) e dal valore ad essa associato.

Le dimensioni più comuni per immagini digitali sono da 256x256 a 2048x2048.

È importante ricordare che dal campionamento dipende la risoluzione spaziale: prima di campionare è necessario valutare la banda utile del segnale, in modo da scegliere la frequenza di campionamento più adatta.

### Campionamento dell'immagine

Campionare significa ricoprire l'immagine di elementi, generalmente quadrati, chiamati pixel. Il lato del pixel rappresenta la risoluzione spaziale dell'immagine campionata.

Il passo successivo prevede di discretizzare l'intensità luminosa, assegnando un livello di grigio a ciascun pixel; generalmente si sceglie una scala di grigi da 0 a 255, dove 0 rappresenta il nero e 255 il bianco. Bisogna sottolineare come l'area di un pixel sia caratterizzata da un solo livello di grigio, ed è quindi possibile che un campionamento con un numero basso di pixel restituisca un'immagine con pochi particolari.

E' importante ricordare che ad una componente armonica in  $(x,y)$  corrisponde una coppia di impulsi simmetrici e coniugati in  $(\omega_x, \omega_y)$ .

Viceversa, ad una componente periodica in  $(\omega_x, \omega_y)$  corrispondono due impulsi opportunamente traslati in  $(x,y)$ .

Moltiplicare una funzione per una componente armonica (modulandola in ampiezza) significa eseguire la convoluzione dello spettro con i relativi impulsi nel dominio  $(\omega_x, \omega_y)$ . Si ottiene quindi uno spettro replicato e traslato intorno a detti impulsi. Analogo discorso è valido invertendo i due domini.

Per fare un esempio, questa proprietà di modulazione afferma che lo spettro totale di un segnale  $y(t)=x(t)\cos(\omega_1 t)$  è dato dal prodotto degli spettri di  $x(t)$  e della sinusoide. Il risultato finale è dato dallo spettro di  $x$  replicato in corrispondenza delle frequenze in cui sono presenti gli impulsi che costituiscono lo spettro della sinusoide.



Da questo "trucco" derivano numerose proprietà applicate in varie occasioni, tra le quali:

- Separabilità moltiplicativa:  $F_2\{f_x(x) \cdot f_y(y)\} = F_x(\omega_x) \cdot F_y(\omega_y)$
- Campionamento, trattando immagini digitali.

Il campionamento nel dominio dello spazio bidimensionale può essere visto come il prodotto di  $f_i(x,y)$  per un pettine bidimensionale di impulsi  $\delta$  di Dirac spaziali di un quantità  $\Delta x$  e  $\Delta y$  nelle due direzioni, analogamente a quanto visto per il caso monodimensionale.

La delta di Dirac bidimensionale è data da una serie di impulsi in due dimensioni: è quindi una sorta di griglia di impulsi: moltiplicando l'immagine per la griglia bidimensionale viene effettuato il campionamento.

$f_s(x, y) = f_i(x, y) \cdot s(x, y)$  è l'immagine campionata.

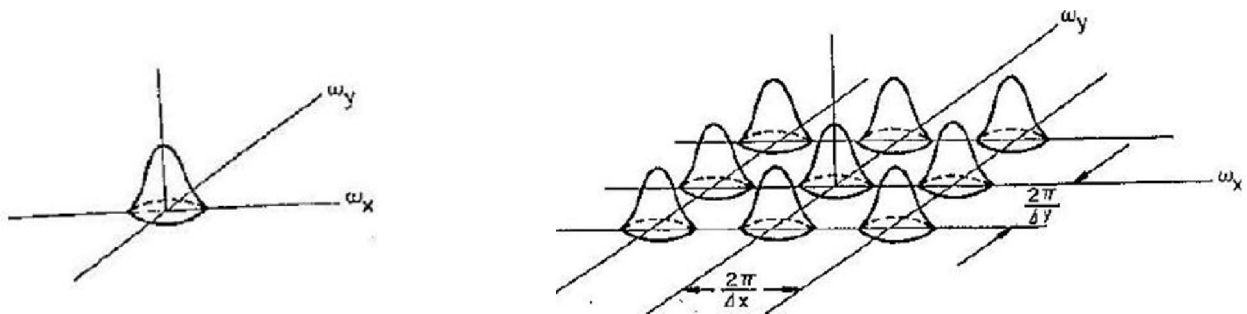
La trasformata di Fourier di  $f_s(x,y)$  può essere vista come la convoluzione della trasformata di Fourier delle funzioni  $f_i(x,y)$  e  $s(x,y)$ , come nella formula seguente:

$$F_s(\omega_x, \omega_y) = \frac{1}{4\pi^2} \{F_i(\omega_x, \omega_y) * S(\omega_x, \omega_y)\}$$

Come già detto,  $s(x,y)$  rappresenta pettine di Dirac bidimensionale, in cui gli impulsi delta di Dirac sono posizionati in corrispondenza dei multipli del periodo di campionamento.

La trasformata di F di un pettine di Dirac monodimensionale è sempre un pettine di Dirac in cui gli impulsi sono posizionati in corrispondenza dei multipli della frequenza di campionamento; analogo discorso è valido per il caso bidimensionale.

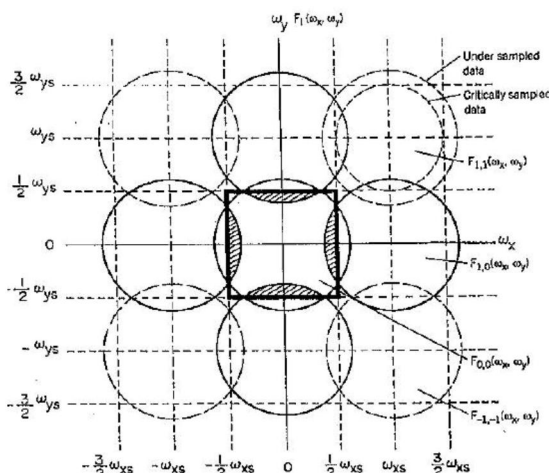
Il campionamento delle componenti spettrali di un'immagine, produce un'immagine campionata che è anch'essa periodica, come mostrato nella figura seguente.



La conseguenza fondamentale di questo fatto è data dal problema dell'aliasing, cioè l'equivocazione delle frequenze causata dalla sovrapposizione di repliche.

Dal sottocampionamento risulta l'overlap degli spettri.

Le regioni tratteggiate nella seguente figura sono quelle in cui si ha aliasing: in questa situazione vi sono delle frequenze mescolate che non siamo più in grado di distinguere.



È importante ricordare che la massima frequenza rappresentabile è la frequenza di Nyquist che è pari a metà della frequenza di campionamento.

Inoltre poiché la trasformata di Fourier è simmetrica e periodica, considereremo solo le frequenze di segno positivo della replica centrata attorno alla continua.

Riassumendo, dunque, per comprendere l'effetto del campionamento sul contenuto in frequenza ci si basa su questi concetti:

1. Campionare equivale a modulare l'ampiezza di una serie di impulsi spaziali di  $T_c$  (= periodo di campionamento) moltiplicando  $y(t)$  per un pettine di Dirac.

2. Un pettine di Dirac è un particolare segnale periodico che contiene tutte le armoniche con uguale ampiezza; dunque la trasformata di un pettine di Dirac è ancora un pettine di Dirac con impulsi nel dominio delle frequenze spaziali di un valore pari alla fondamentale  $f_c = 1/T_c$ .
3. Alla moltiplicazione nel dominio del tempo corrisponde una convoluzione nel dominio delle frequenze.

In altri termini, fissata la frequenza di campionamento, la massima frequenza presente deve essere minore della metà della frequenza di campionamento.

In un segnale campionato, dunque, la metà della frequenza di campionamento,  $f_N$ , ha il significato di massima frequenza rappresentabile e prende il nome di frequenza di Nyquist

Data la simmetria rispetto a 0 e la periodicità rispetto ad  $f_c$ , si rappresenta il contenuto in frequenza di un segnale campionato da 0 ad  $f_N$ , oppure, in termini di frequenza normalizzata  $f/f_c$ , da 0 a 0.5, oppure, in termini di pulsazione normalizzata  $\Omega$ , da 0 a  $\pi$ .

È importante ricordare che quando si effettua il campionamento bisogna sempre tenere presente qual è la risoluzione spaziale che il sistema di imaging offre: si può anche scegliere un lato del pixel molto piccolo, ma se la risoluzione del sistema di imaging è bassa (cioè la sua FWHM è larga) la qualità dell'immagine ottenuta sarà comunque scarsa.

### Trasformata di Fourier discreta

La trasformata di Fourier discreta fornisce una serie di termini: due di questi sono reali e posizionati in corrispondenza dello 0 e della frequenza di Nyquist, e gli altri  $\frac{N-1}{2}$  termini sono complessi coniugati, cioè

dotati di parte reale e parte immaginaria.

La trasformata di Fourier discreta bidimensionale si calcola applicando due volte la trasformata monodimensionale: si esegue cioè l'operazione per tutte le righe e per tutte le colonne.

Nel caso in cui il numero totale dei campioni della funzione in ingresso sia una potenza di 2, è possibile applicare l'algoritmo veloce della Fast Fourier Transform o FFT.

La FFT non è una trasformata, ma è un algoritmo di calcolo della trasformata di F che riduce le operazioni da  $N^2$  a  $N \log_2 N$ .

Se per qualche motivo il numero dei campioni non è una potenza di 2, si espande l'immagine a potenza di 2 con un processo di PADDING che aggiunge nuovi pixel con un livello di grigio costante (spesso di livello pari a 0).

Il problema fondamentale è dato dal fatto che la discontinuità a scalino (che viene introdotta a causa del padding) introduce artefatti nelle componenti dello spettro di Fourier

La soluzione consiste nel riempire i nuovi pixel con il livello di grigio del contorno dell'immagine per ridurre gli artefatti.

Bisogna ricordare che, analogamente al caso monodimensionale, il padding non aggiunge informazioni e non migliora la risoluzione in frequenza.

Infine si vuole ricordare che, per eliminare il problema dell'aliasing è necessario introdurre il filtro passa basso anti-aliasing cioè il filtro passa basso che elimina tutto ciò che c'è oltre la frequenza di Nyquist.

Da sotto-campionamento spaziale risulta aliasing in frequenza.

Da sotto-campionamento in frequenza risulta aliasing spaziale tipico nelle immagini di MRI.

### Processo di digitalizzazione

Il segnale acquisito da un sistema analogico è tipicamente un segnale continuo che descrive l'intensità del segnale luminoso secondo una scansione per linee.

La digitalizzazione trasforma un segnale continuo, discretizzandolo sia nella dimensione spaziale, sia in quella dei livelli di grigio (convertitore analogico/digitale).

Il segnale convertito è memorizzato in una memoria immagine che funge da interfaccia tra l'elaboratore, il monitor e l'elemento di acquisizione.

Tra memoria immagine e monitor vi è un ulteriore convertitore digitale/analogico.

L'immagine deve essere anzitutto campionata (bisogna quindi scegliere il numero di pixel in cui suddividerla), dopodichè occorre digitalizzarla, cioè convertire i valori analogici di intensità in numeri che rappresentano l'intensità dell'immagine.

Un'immagine binaria è una immagine in cui ogni pixel può assumere solo due valori: (0/1), (vero/falso), (oggetto/sfondo). Un'immagine binaria usa un solo bit per pixel.

Un'immagine a toni di grigio è un'immagine in cui ogni pixel assume valori in un intervallo più ampio; valori tipici sono [0, 63], [0, 255], [0, 1024] che corrispondono a 6, 8, 10 bit per pixel.

Come visto, però, molto spesso si sceglie di utilizzare una scala compresa tra 0 e 255: la prima ragione per cui si fa questa scelta è data dalla maggiore comodità che deriva dalla rappresentazione di un pixel on 8 bit, cioè un byte; inoltre, l'osservatore umano percepisce una scala continua di grigi osservando immagini memorizzate con 8 bit.

L'osservatore umano NON è in grado di distinguere bene degli oggetti differenziati da una variazione lenta del livello grigio, per questo motivo la qualità dell'immagine peggiora con un numero basso di livelli di grigio.

Bisogna quindi cercare un compromesso tra risoluzione e quantizzazione: l'utilizzo di più livelli di grigio migliora l'immagine per quanto appena detto, ma è anche responsabile di un errore additivo che si somma alla varianza dell'immagine.

## PSICOFISICA DELLA VISIONE

La percezione è l'integrazione dell'informazione proveniente dai sistemi sensoriali periferici a livello del SNC per la rappresentazione di se stessi in rapporto con il mondo esterno o per la rappresentazione del mondo esterno nella nostra mente.

La percezione è la sequenza di tre eventi:

- Uno stimolo fisico
- La trasformazione dello stimolo in segnale neurale
- La sua elaborazione, che provoca una risposta "percettiva" (interpretazione della sensazione)

Percepire non significa "registrare" ciò che avviene intorno a noi, ma costruire un'interpretazione per mezzo del sistema sensoriale e dell'esperienza.

Ci interessano gli errori di percezione perché è necessario evitarli, in modo che le immagini siano il più fruibile possibile.

La visione umana ha grande capacità di cogliere i colori e le immagini in movimento, mentre ha una capacità limitata di cogliere elementi fissi e immobili, perché l'attenzione è attirata da ciò che cambia.

La visione è basata su leggi di raggruppamento percettivo: abbiamo una percezione di similarità, di vicinanza o di continuità. Quindi classifichiamo le immagini in base a leggi di psicofisica e siamo bene in grado di differenziare dallo sfondo.

Lo studio moderno dei sistemi percettivi comincia dalla psicofisica che stabilisce correlazioni quantitative tra stimoli e sensazioni.

La psicofisica studia quindi i sistemi sensoriali dall'esterno, valutando statisticamente la risposta cosciente di soggetti collaboranti (psico) a stimoli (fisici) forniti in condizioni il più possibile controllate.

Si valutano:

- Soglie di percezione
- Capacità di discriminazione
- Misure soggettive (psicofisiche)
- Riconoscimenti

La formazione di un'immagine è il risultato della interazione dell'energia prodotta da una sorgente con la materia costituente gli oggetti della scena trasferita sull'occhio o su un sensore. A tale interazione è generalmente associata una trasformazione geometrica 3D → 2D.

Per fruizione di un'immagine si intende invece l'estrazione di informazioni utili dalla osservazione dell'immagine. Essa comporta due attività mentali: la percezione e l'interpretazione. Spesso si comprendono entrambe con il termine di percezione cosciente.

Il sistema visivo umano ha un enorme range dinamico ( $10^6$ ) ma riconosce un ridotto numero di livelli di grigio (100). Possiede invece una notevole capacità di discriminare colori diversi.

Le immagini mediche sono in generale prive di colore o utilizzano i cosiddetti "falsi colori".

In ogni caso per "fruire" di un'immagine biomedica è necessario poter estrarre informazioni che discriminano tra due o più condizioni (sano / patologico): ciò può avvenire sia attraverso un'interpretazione "biologica" (con il sistema visivo dell'utente) sia attraverso metodi computazionali automatici per estrarre l'informazione richiesta.

I supporti di visualizzazione devono ben adattarsi alle caratteristiche di percezione del contrasto e di acuità visiva dell'osservatore.

Una elaborazione d'immagine digitale può limitarsi ad un adattamento e miglioramento della presentazione (enhancement) oppure giungere a riconoscimenti automatici o semi-automatici (supervisionati) seguiti da una adeguata presentazione che mostri l'immagine ed i risultati dell'elaborazione, per esempio sfruttando falsi colori.

## PSICOFISICA VISIONE

È stato studiato il sistema visivo umano per trovare dei modi utili all'osservatore umano per estrarre contenuto informativo dalle immagini.

### Legge di Weber

Ernst Weber (1795-1878) fu autore della prima legge quantitativa della psicologia sperimentale.

La legge afferma che una soglia differenziale  $DL$  è sempre una frazione costante dello stimolo  $R$  a cui si riferisce.

$$\Delta L = k \cdot R \rightarrow k = \text{rapporto di Weber}$$

$$k = DL1 / R1 = DL2 / R2 = DL3 / R3 \dots = \frac{(R2 - R1)}{R1} = \frac{(R3 - R2)}{R2} = \frac{(R4 - R3)}{R3} \dots$$

Come si può notare, questa è una legge molto semplice che è stata ricavata su un numero estremamente elevato di valutazioni sperimentali.

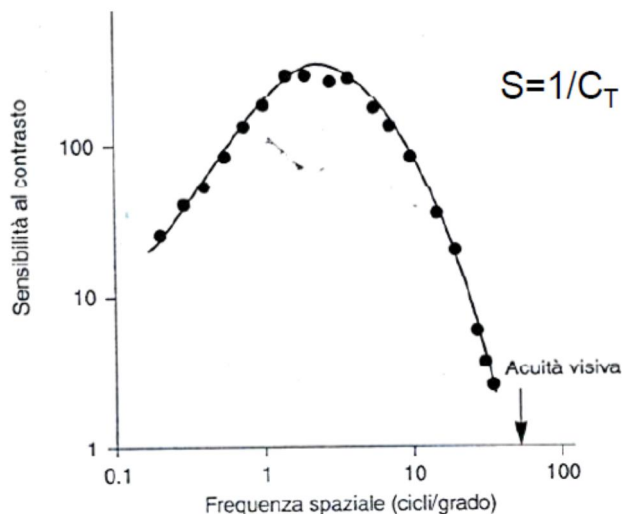
La risoluzione in ampiezza di un'immagine è la variazione di intensità luminosa.

La legge di Weber, applicata al sistema visivo, riporta una  $k$  pari a circa 0.02.

$$k = \frac{\Delta i}{i} = 0.02$$

In psicofisica della visione, la frequenza spaziale è definita come numero di cicli per grado (c/g) di angolo visivo dell'osservatore, mentre al di fuori di questo ambito viene definita, per esempio, in cicli per millimetro.

### Sensibilità al contrasto



La sensibilità al contrasto è l'inverso del contrasto limite che si riesce a percepire.

Il grafico rappresenta la frequenza spaziale dell'osservatore in funzione della sensibilità al contrasto.

In particolare, la curva rappresenta i valori di rapporto 1/contrasto limite.

Lo spostamento da sinistra verso destra sull'asse delle  $x$  corrisponde a far vedere all'osservatore dei reticoli progressivamente più piccoli, e quindi il grafico mostra fino a che punto l'osservatore è in grado di distinguere il reticolo e quando invece non lo vede più, ma vede una macchia.

La soglia al contrasto varia al variare della luminanza: ciò significa che per vedere un'immagine con particolari piccoli serve una

luminosità adeguata.

Questo grafico mostra che i soggetti hanno generalmente buona capacità di distinguere le frequenze intermedie pari a circa 3 cicli per grado, dove è presente la massima sensibilità al contrasto.

## Alcune considerazioni conclusive

### Vantaggi e svantaggi dei diversi supporti di immagine

- I supporti tradizionali (film) hanno un'ottima risoluzione [c/mm] e consentono un facile adattamento alla risoluzione dell'osservatore [c/g]: basta infatti che questi si avvicini o allontani.
- Supporti (CRT, LCD) per immagini digitali consentono invece un adattamento dinamico della risoluzione.
- I supporti tradizionali hanno una risoluzione di contrasto piuttosto limitata → sfruttata al massimo dal diafanoscopio (schermo illuminato per radiografie).
- I supporti digitali consentono invece un miglioramento ed un adattamento dinamico del contrasto.
- Consentono anche presentazioni in falsi colori e 3D (reslicing, surface rendering, volume rendering).

Importante è pure il movimento delle immagini. L'occhio è molto più sensibile alle variazioni dinamiche che alle immagini statiche: far scorrere immagini, ruotare volumi, variare intensità e livelli di grigio può essere molto efficace nel riconoscimento di particolari parti di un'immagine.

Lo studio della percezione ai fini della presentazione delle bioimmagini è essenzialmente psicofisico.

Interessano primariamente i parametri fondamentali: acuità visiva, percezione del contrasto (discriminazione dei livelli di luminanza), percezione e discriminazione dei colori: questo al fine del migliore adattamento della presentazione dell'immagine all'osservatore.

Occorre anche evitare di creare condizioni che inducano falsi riconoscimenti (come si è visto il sistema visivo tende facilmente ad una "reificazione" anche in presenza di pattern casuali (si pensi per esempio al conferimento di forme alle costellazioni)).

Rumore e artefatti, non solo possono offuscare dettagli importanti, ma possono indurre la percezione di dettagli inesistenti.

Per questo motivo ci si devono porre vincoli adeguati nell'introdurre informazioni legate ad ulteriori elaborazioni (segmentazioni, riconoscimenti, etc.):

- devono essere ben percepite dall'occhio (e.g., falsi colori opportuni)
- devono essere ben riconoscibili rispetto alle informazioni originali (il clinico deve decidere se accettarle o meno)
- devono completare, non escludere, le informazioni originali da cui si è partiti

Bisogna infine ricordare che la verifica finale di sistemi di imaging (acquisizione, ricostruzione, elaborazione) è sempre basata su prove psicofisiche di riconoscimento da parte di osservatori esperti.

In questa fase si calcolano falsi positivi, falsi negativi, accuratezza ed altri parametri, cioè si fanno dei test di valutazione del riconoscitore.

## ANALISI DI FOURIER 2D

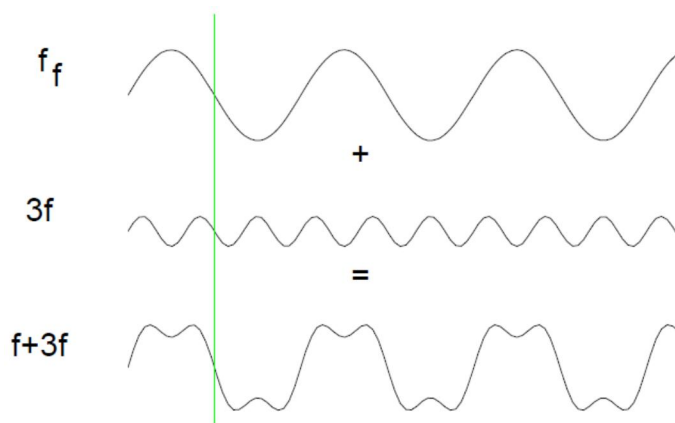
Mediante la trasformata di Fourier è possibile scomporre un segnale in una somma, al limite infinita, di sinusoidi (armoniche).

Un'immagine è un segnale bidimensionale, una funzione scalare  $i(x,y)$  di due variabili che rappresenta il valore del tono di grigio.

L'analisi di Fourier bidimensionale associa ad ogni componente dell'immagine una coppia di funzioni in due variabili  $u$  e  $v$  che, per ogni valore di  $(u,v)$  specificano  $A$  e  $\varphi$  del corrispondente contributo armonico all'immagine  $i$ .

Come si vedrà più avanti, anche nell'ambito di questa analisi sarà necessario effettuare un filtraggio, che, come nel caso monodimensionale, modifica il contenuto in frequenza del segnale. Per fare ciò sarà necessario eseguire una convoluzione tra una maschera opportunamente progettata e l'immagine di partenza, che restituisce come risultato una nuova maschera, in cui sono trascurate le informazioni non interessanti e tenute solo quelle rilevanti.

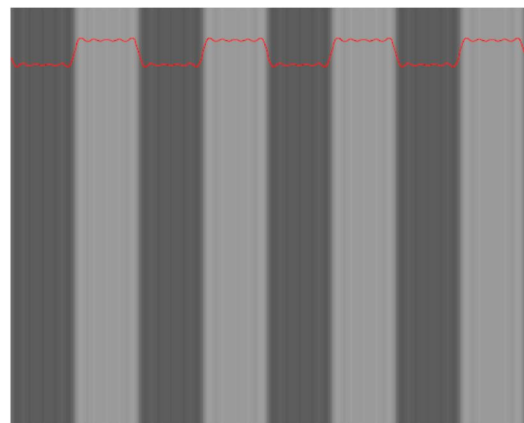
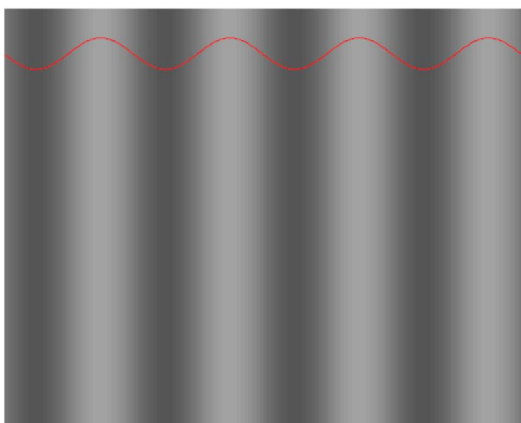
Nella scomposizione di Fourier è necessario definire una frequenza fondamentale della portante (scelta pari a  $1/T$  dove  $T$  è il periodo della sinusoide più lenta), e aggiungere delle armoniche, le cui frequenze sono multiple della fondamentale, come mostrato di seguito.



Le parti chiare e scure di un'immagine corrispondono ai picchi e alle valli della sinusoide risultante.

La terza dimensione (corrispondente all'ampiezza della sinusoide) rappresenta l'intensità luminosa cioè il livello di grigio.

Aggiungendo componenti armoniche all'immagine è possibile ottenere dei particolari più precisi: negli esempi mostrati di seguito, aggiungendo componenti armoniche diventa sempre più netta l'alternanza di righe bianche e nere, perché il segnale viene descritto in maniera migliore.



È possibile eseguire una sommatoria delle diverse componenti come mostrato dalla seguente formula:

$$L = L_0 + \sum_{i=1}^{w/2} \sin(2\pi\omega_x) / i$$

Dove  $\omega_x = 2\pi \cdot f_x$

Come possiamo notare, si aggiunge una componente a frequenza zero ( $L_0$ ) che rappresenta la media del segnale.

Al crescere delle frequenze, l'ampiezza delle sinusoidi tende a zero, per cui è possibile troncare, sommando solo un numero finito di sinusoidi, senza commettere gravi errori.

Le frequenze più alte contenute nell'immagine sono responsabili dei contorni e quindi delle discontinuità. I coefficienti della serie di Fourier rappresentano le ampiezze delle sinusoidi alle diverse frequenze.

#### Concetto frequenza spaziale

Possiamo rappresentare l'immagine  $i(x,y)$  trasformandola secondo Fourier:

$$z = i(x, y) = A \sin(2\pi(u_x + v_y) + \varphi)$$

Trasformando l'immagine secondo Fourier nel caso bidimensionale otteniamo un vettore che rappresenta il segnale in termini di frequenza spaziale.

#### Ripasso analisi di Fourier 1D

La trasformata di Fourier  $X(f)$  di un segnale continuo è una funzione complessa che ad ogni frequenza spaziale  $f$  associa l'ampiezza e la fase della sinusoide di frequenza  $f$  contenuta in  $x(t)$ .

La trasformata di Fourier di un segnale continuo e periodico di periodo  $t_0$  è una funzione costituita da impulsi.

La trasformata di Fourier di un segnale campionato con passo di campionamento  $T_c$  è periodica di periodo  $1/T$ .

La Trasformata di Fourier discreta di un segnale costituito da  $N$  campioni viene calcolata come:

$$\tilde{X}_k = \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{x}_n e^{-j \frac{2\pi nk}{N}}$$

Il segnale in ingresso viene considerato come periodo di una sequenza periodica.

Si calcola la Trasformata di Fourier della sequenza periodica e il segnale in uscita corrisponde ad un periodo di  $N$  campioni della trasformata ottenuta.

La trasformata di Fourier discreta restituisce  $N$  coefficienti il cui significato è quello di valori complessi che contengono informazioni relative al modulo e alla fase delle  $N$  sinusoidi in cui può essere scomposto il segnale. Le osservazioni che possiamo fare sono principalmente due:

→ La risoluzione in frequenza è data da  $\frac{2\pi}{N}$ .



→ Se il segnale discreto deriva dal campionamento di un segnale continuo e periodico  $x(t)$ , la DFT coincide con la Trasformata del segnale continuo solo se negli  $N$  campioni è contenuto un numero intero di periodi di  $x(t)$ .

### Analisi di Fourier 2D

Come già detto, l'immagine è una funzione discreta di 2 variabili, ed ogni valore dell'immagine rappresenta il valore del tono di grigio del corrispondente pixel.

Inoltre, la trasformata di Fourier 2D dell'immagine è una funzione discreta e complessa di 2 variabili.

L'analisi di Fourier decompone l'immagine in somma (al limite infinita) di componenti armoniche.

La trasformata di Fourier di un'immagine continua è una funzione bidimensionale reale:

$$F(\omega_x, \omega_y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-j(\omega_x x + \omega_y y)} dx dy$$

$F(\omega_x, \omega_y)$  è una funzione complessa che ad ogni coppia di frequenze spaziali  $(\omega_x, \omega_y)$  associa l'ampiezza e la fase della componente armonica  $(\omega_x, \omega_y)$  (sinusoide spaziale) contenuta in  $f(x, y)$ : per ogni coppia di frequenze spaziali, quindi, la trasformata di Fourier ci fornisce l'ampiezza e la fase del contributo di quelle coppie sull'immagine.

Se  $\omega_y = 0$  per esempio, rimane solo la  $\omega_x$ , che corrisponde alla trasformata di Fourier monodimensionale di una funzione periodica: si ottengono quindi due impulsi posizionati in  $+\omega_x$  e  $-\omega_x$ .

Una generica funzione  $f(x, y) = f(x)$ , invariante lungo l'asse  $y$ , è scomponibile in una somma di funzioni del tipo  $\cos(\omega_x x)$  e  $\sin(\omega_x x)$ .

Una scomposizione in esponenziali immaginari  $\exp(j\omega_x x)$  è del tutto equivalente e rappresenta nei suoi coefficienti le sinusoidi in modulo e fase.

Tettoie di inclinazione  $\theta$  diversa sono fra loro ortogonali. Infatti sfasandosi nel piano  $(x, y)$  interferiscono ora positivamente ora negativamente con media nulla.

Vale il principio di scomposizione in somma di componenti ortogonali.

Il passaggio ad esponenziali immaginari si ottiene applicando le formule di Eulero su  $\cos(\omega\theta \cdot x\theta)$  e  $\sin(\omega\theta \cdot x\theta)$  e quindi le formule di rotazione degli assi.

In questo modo si ottengono sempre le coordinate del piano  $(\omega_x, \omega_y)$ .

La posizione angolare di  $(\omega_x, \omega_y)$  è pari a  $\theta$ , mentre quella radiale rappresenta  $\omega_\theta$ .

L'ampiezza della tettoia sinusoidale ci dice quanto contenuto possiede l'immagine a quella particolare frequenza spaziale, mentre la fase ci aiuta a comporre la complessità dell'informazione dell'immagine.

### Ripasso

Come visto, l'immagine viene definita come una funzione scalare di due variabili  $i(x, y)$ .

Abbiamo poi definito una trasformata di Fourier bidimensionale, che trasforma l'immagine nel dominio delle frequenze spaziali, definite a loro volta da  $\omega_x$  e  $\omega_y$ .

L'immagine può essere vista come somma di componenti armoniche, ed è possibile tenere invariato l'asse  $y$ , come anche l'asse  $x$  ottenendo la cosiddetta tettoia sinusoidale.

Sappiamo inoltre che la trasformata di Fourier di una sinusoide (e quindi di una delle componenti armoniche che formano la tettoia sinusoidale) con pulsazione  $\omega_x$  è data da due impulsi, uno posizionato in corrispondenza della frequenza  $\omega_x$  e l'altro in corrispondenza della frequenza  $-\omega_x$ .

È possibile quindi eseguire una scomposizione del contenuto informativo dell'immagine in somma di componenti armoniche caratterizzate da un certo valore di ampiezza e frequenza, e, per estrarre il contenuto informativo, sfruttare l'ortogonalità delle sinusoidi: se si moltiplicano tra loro delle sinusoidi in quadratura a frequenza diversa, l'unico prodotto non nullo sarà quello con  $\omega_x$  diverso da 0 e  $\omega_y = 0$ .

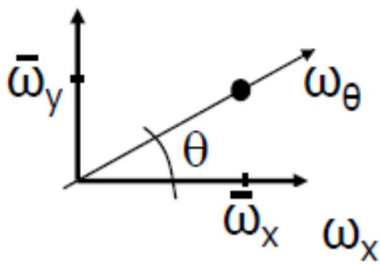
Nel dominio della frequenza spaziale abbiamo una serie di componenti che rappresentano un'armonica: le sinusoidi si intersecano a generare la complessità dell'immagine.

È anche possibile introdurre una tettoia sinusoidale inclinata, in cui variano sia la  $\omega_x$  sia la  $\omega_y$ ; in questo caso la sinusoidale deve essere descritta da:

$$f(x, y) = \cos(\omega_\theta x_\theta)$$

dove  $x_\theta$  è definito dalle formule di rotazione degli assi cartesiani come:

$$x_\theta = x \cos \theta + y \sin \theta$$



In questo caso la trasformata di Fourier della sinusoidale inclinata è data da due impulsi posti su un asse inclinata dell'angolo  $\theta$  rispetto all'orizzontale, e posizionati in coordinate  $\bar{\omega}_x$  e  $\bar{\omega}_y$ .

In questo modo è possibile ottenere sinusoidi inclinate secondo angoli diversi, e quindi scomporre le immagini in frequenza.

Le componenti in frequenza contengono l'informazione su quanta potenza del segnale è associata ad un determinato valore di frequenza, mentre l'altezza dei picchi in corrispondenze delle diverse frequenze ( $\bar{\omega}_x$  e  $\bar{\omega}_y$  per esempio) mi dice quanto quella frequenza è rappresentata all'interno del segnale.

La fase delle armoniche rappresenta l'inclinazione della tettoia sinusoidale.

Come anche nel caso monodimensionale, esiste l'antitrasformata di Fourier mediante la quale siamo in grado tornare al dominio dello spazio a partire da quello delle frequenze:

$$f(x, y) = \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega_x, \omega_y) \cdot e^{j(\omega_x x + \omega_y y)} d\omega_x d\omega_y$$

Bisogna sottolineare che quando si applica la trasformata di Fourier bidimensionale, in realtà si calcola due volte la trasformata di Fourier monodimensionale, perché in un primo momento vengono trasformate le righe, cioè le  $\omega_x$ , dopodiché vengono trasformate le colonne, cioè le  $\omega_y$ .

Le righe e le colonne dell'immagine sono righe e colonne di pixel.

#### Trasformata di Fourier di un'immagine discreta

Le immagini biomediche sono digitali, quindi campionate.

L'analisi di Fourier viene quindi svolta mediante DFT (trasformata di Fourier discreta) bidimensionale.

La trasformata di F di un segnale campionato restituisce, nel dominio della frequenza, una replica periodica attorno ai multipli della fondamentale.

Bisogna tenere conto di due aspetti fondamentali:

- La DFT di un'immagine di dimensioni  $N \times N$  è anch'essa un'immagine di dimensioni  $N \times N$  con risoluzione in frequenza pari a  $2\pi/N$
- Nella DFT dell'immagine è contenuto un periodo dello spettro (le frequenze positive e negative sono uguali perché le immagini sono reali)

Dalla parte reale e quella parte immaginaria della trasformata di Fourier è possibile ottenere modulo e fase.

La trasformata di Fourier bidimensionale possiede alcune proprietà fondamentali:

- Separabilità → Se  $f(x,y)=f_x(x) \cdot f_y(y)$ , allora  $F(\omega_x, \omega_y)=F_{\omega_x}(\omega_x) \cdot F_{\omega_y}(\omega_y)$
- Linearità → A combinazioni lineari nel dominio  $(x,y)$  corrispondono combinazioni lineari nel dominio  $(\omega_x, \omega_y)$ .
- Simmetria complessa coniugata → Se  $f(x,y)$  è una funzione complessa:  $F_2\{f^*(x, y)\} = F^*(-\omega_x, -\omega_y)$   
la trasformata della sua coniugata  $f^*(x,y)$  è la funzione simmetrica e coniugata rispetto all'origine della trasformata di  $f(x,y)$ .  
Se  $f(x,y)$  è reale vale la simmetria coniugata della trasformata  
 $F(-\omega_x, -\omega_y) = F^*(\omega_x, \omega_y)$   
Come già dimostrato nel caso monodimensionale
- Scaling → Allo scaling lineare delle variabili spaziali corrisponde lo scaling inverso nel dominio di Fourier  
 $F_2\{f(a \cdot x, b \cdot y)\} = (1/ab) \cdot F(\omega_x/a, \omega_y/b)$ .  
Dilatate le scale nello spazio significa avere frequenze più basse.
- Traslazione → Allo shift di posizione corrisponde lo shift di fase nel dominio di Fourier  
 $F_2\{f(x-a, y-b)\} = F(\omega_x, \omega_y) \exp[-j(\omega_x \cdot a + \omega_y \cdot b)]$
- Teorema di convoluzione  
 $F_2\{f(x, y) * h(x, y)\} = F(\omega_x, \omega_y) \cdot H(\omega_x, \omega_y)$   
 $F_2\{f(x, y) \cdot h(x, y)\} = (1/4\pi^2) \cdot [F(\omega_x, \omega_y) * H(\omega_x, \omega_y)]$   
L'operazione di convoluzione nel campo  $(x,y)$  equivale ad una moltiplicazione frequenza per frequenza nel campo delle trasformate e viceversa.

L'operazione di convoluzione risulta ad esempio utile nell'ambito del filtraggio dell'immagine.

In questo caso si sceglie una maschera contenente dei valori numerici, e la si fa scorrere sull'immagine eseguendo la somma dei prodotti pixel per pixel, e riportando il risultato nel pixel centrale della zona su cui è stata applicata la maschera.

Il prodotto viene fatto tra il numero contenuto in un riquadro della maschera e il pixel sottostante dell'immagine: questa operazione viene ripetuta per tutti i riquadri della maschera e si calcola poi la somma dei prodotti così eseguiti.

Il risultato della somma viene inserito nell'immagine in corrispondenza del pixel centrale della maschera, ed è in questo modo che l'immagine iniziale viene così modificata dalla maschera. Ovviamente per modificare l'intera immagine la maschera deve essere fatta scorrere su tutti i pixel: quando si è sulle zone di bordo il problema è dato dal fatto che la maschera è in parte sovrapposta a punti in cui l'immagine non è presente. Per risolvere questo problema è possibile eseguire uno zero padding e assegnare quindi un valore zero alle zone in cui l'immagine non è presente.

## TRATTAMENTO DELLE IMMAGINI NUMERICHE

La letteratura sul trattamento delle immagini numeriche è vasta e si è arricchita di contenuti nel tempo.

Senza pretesa di individuare categorie rigorose, possiamo elencare:

1. Analisi: il suo scopo è l'estrazione di descrizioni quantitative degli oggetti rappresentati nell'immagine. Che oggetti contiene l'immagine? Dove sono?
2. Enhancement: esaltazione del contrasto per facilitare la fruizione dell'immagine o successive procedure di elaborazione.
3. Ripristino di qualità: il problema è la rimozione di degradazioni dell'immagine indotte da rumore e dal processo di formazione; possiamo affermare che l'immagine data può essere vista come il prodotto di convoluzione tra l'immagine ideale e la PSF del sistema di imaging (che introduce del blurring), a cui è sommato del rumore secondo la formula:  $f(x, y) = g(x, y) * h(x, y) + \eta(x, y)$
4. Ricostruzione da proiezioni: dato un insieme di misure integrali di un oggetto se ne vuole ricostruire una rappresentazione pittorica.
5. Compressione: ha lo scopo di ridurre il numero di "voci" necessarie per rappresentare una immagine.

Le tecniche di trattamento possono essere classificate secondo diversi criteri:

Per modalità di interazione:

- Metodi automatici
- Metodi interattivi

Per tipo di operatore e estensione dell'area coinvolta:

- Puntuali
- Locali
- Globali

Per numero di immagini:

- Unarie
- Duali

### Compressione

È possibile distinguere tra due tipi principali di compressione delle immagini: una compressione senza perdita, e una compressione con perdita.

L'unica tipologia di compressione che può essere utilizzata nell'ambito delle immagini biomediche è quella senza perdita, che presenta le seguenti caratteristiche:

- Basso fattore di compressione
- Ricostruzione esatta

Un problema fondamentale a cui bisogna fare attenzione è quello dell'occupazione di spazio in memoria: in questi termini la compressione senza perdita fa guadagnare poco, ma presenta il vantaggio di essere reversibile, cioè permette di tornare all'informazione originale.

La perdita di informazione è molto problematica per un segnale biologico, perché è molto difficile dire se qualche parte di dato perso può essere utile per la diagnosi o meno.

### Operatori puntuali

Un'operazione puntuale è l'operazione più semplice che può essere eseguita su un pixel: alcuni esempi includono sommare o sottrarre un valore ad un pixel oppure sostituire ad un pixel un certo valore differente da quello che possiede.

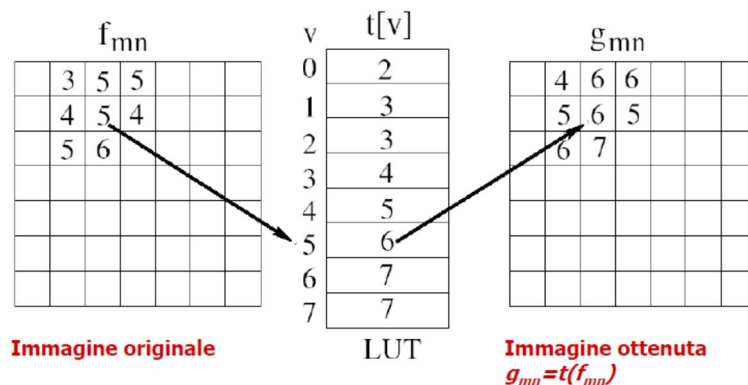
Queste operazioni vengono definite puntuali perché considerano un singolo pixel e non quelli attorno ad esso; le operazioni locali, invece considerano più pixel contemporaneamente.

Definiamo con  $v=I(i,j)$  la funzione che restituisce il valore associato ad un particolare pixel.

Un'operazione puntuale genera una nuova immagine in cui il valore di ogni pixel dipende solo dal corrispondente valore dell'immagine di partenza:

$$u=O(i,j)=f[I(i,j)]$$

Un'operazione puntuale ha una complessità molto ridotta e può essere facilmente realizzata attraverso una tabella detta Look Up Table o LUT, che associa ad ogni valore il risultato della funzione stessa. Un esempio di LUT è riportato nella figura seguente.



### Istogramma di un'immagine

L'istogramma è un vettore che rappresenta il numero di volte in cui un certo livello di grigio compare nell'immagine.

L'i-esimo elemento dell'istogramma è il numero delle volte in cui l'i-esimo livello di grigio è presente nell'immagine (o, nel caso in cui il vettore sia normalizzato, la sua frequenza).

Da un punto di vista implementativo, data un'immagine  $I(i,j)$  e il vettore istogramma  $H(k)$  con  $k=0,...,255$ , è necessario:

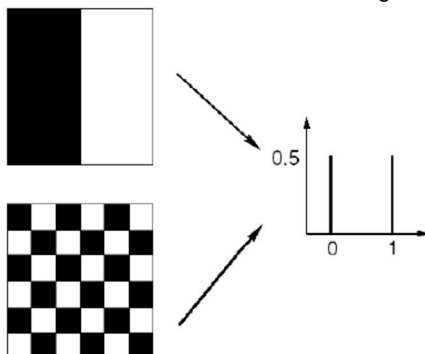
- Scandire l'immagine e, per ogni pixel, incrementare  $H(I(i,j))$
- Normalizzare il vettore dividendolo per il prodotto righe per colonne

Come già detto, normalizzando l'istogramma si ottiene un'informazione sulla frequenza con cui i diversi livelli di grigio sono presenti nell'immagine.

Per le immagini multispettrali (per esempio a colori RGB), si opera un istogramma per ogni componente.

L'istogramma di un'immagine con effetto neve presenta solo due barre: una sul valore 0 e uno sul valore 255, poiché si ha solo un'alternanza di bianco e nero. L'altezza della barra dipende dal numero di volte in cui un determinato valore di grigio (in questo caso abbiamo solo bianco e nero) compare nell'immagine.

È importante ricordare che ad ogni immagine corrisponde un solo istogramma, ma non è valido il viceversa, come mostrato nella figura seguente.



Le operazioni puntuali modificano in generale l'istogramma.

Tra le principali operazioni puntuali possiamo citare:

→ Caratteristica del tipo a radice quadrata → la dinamica dei livelli di grigio viene compressa nella parte superiore (elementi chiari), ed espansa nella parte inferiore (elementi scuri):  $y = \sqrt{255x}$ .

→ Caratteristica quadratica → la dinamica dei livelli di grigio viene espansa nella parte superiore e compressa in quella inferiore:  $y = \frac{x^2}{255}$ .

Ci sono anche altri operatori lineari degni di nota:

Relazione lineare → l'operazione è descritta da:

$$u = av + b$$

a = variazione di contrasto → allarga/restringe l'istogramma

b = variazione di luminosità → trasla l'istogramma

Relazione potenza → l'operazione è descritta da:

$$u = v^\gamma$$

$\gamma > 1$  amplifica i livelli chiari

$\gamma < 1$  amplifica i livelli scuri

Densità ottica → data un'immagine di trasmittanza definita come:

$$T = \frac{\Phi_T}{\Phi_I} = \frac{\text{Flusso fotonico trasmesso}}{\text{Flusso fotonico incidente}}$$

la densità ottica si calcola come:

$$D = -\log T$$

Espandere la dinamica, può essere un'operazione molto utile al fine del miglioramento della qualità dell'immagine a debole contrasto, perché consente di sfruttare l'intera gamma dei valori di grigio.

Il fatto di non utilizzare tutti i livelli di grigio riduce il contrasto, perché corrisponde ad una quantizzazione con un numero basso di livelli, senza sfruttare l'intera dinamica a disposizione.

### Equalizzazione dell'istogramma

Equalizzare l'istogramma significa uniformare i livelli di grigio: questa operazione non sempre provoca un miglioramento della qualità dell'immagine.

La differenza tra l'espansione e l'equalizzazione è che l'espansione si limita a stirare l'istogramma, ma non ne cambia la forma, mentre l'equalizzazione cambia la forma in modo tale che si ottenga (idealmente) una distribuzione a densità costante, cioè un istogramma piatto.

Il problema dell'equalizzazione è che, ad esempio, in un'immagine con un oggetto chiaro su sfondo scuro esalta i livelli intermedi di grigio, formando dei falsi contorni.

### Operazioni locali

Le operazioni locali trasformano un'immagine  $f_{mn}$  in un'immagine  $g_{mn}$  in modo che il valore di ogni pixel  $m,n$  di  $g_{mn}$  sia determinato da un intorno  $I(m,n)$  del corrispondente pixel di  $f_{mn}$ .

In pratica il valore di un pixel dell'immagine di partenza viene modificato in base al valore di quelli adiacenti.

Bisogna quindi definire che cosa sia un intorno, e, per farlo, si deve far riferimento al concetto di vicinanza.

La definizione di vicinanza non è univoca, e bisogna quindi stabilire che cosa si intende.

Operazioni locali tipiche sono le operazioni di media mobile, le operazioni morfologiche, le operazioni differenziali, come il gradiente ed il laplaciano etc.

Un altro tipo di operatore locale è la convoluzione: la convoluzione è un operatore lineare.

Si applica una convoluzione quando all'immagine  $f(x,y)$  nel continuo e  $f(i,j)$  nel discreto si applica un filtro rappresentato da una maschera  $W$ :

$$g(x_0, y_0) = \iint W(x_0 - x, y_0 - y) \cdot f(x, y) dx dy$$

$$g(m, n) = \sum \sum W(m - i, n - j) \cdot f(i, j)$$

Concettualmente un operatore locale è equivalente ad un filtro FIR per un segnale numerico monodimensionale. Nel caso del filtro numerico con risposta all'impulso finita il risultato del filtraggio era il prodotto di convoluzione tra segnale e risposta all'impulso. Concettualmente è quindi la stessa cosa, ma applicata al dominio delle frequenze spaziali.

La convoluzione nel discreto avviene su un supporto limitato nello spazio, detto template o maschera: questa può essere considerata una finestra (nel caso illustrato 3x3) che si muove sull'immagine.

1	2	3	3	2	3
3	2	5	2	7	6
1	3	6	7	8	8
1	2	8	9	6	7
2	3	7	7	6	8
3	3	8	9	8	8

	26	33	43	46	
	31	44	58	60	
	33	52	64	66	
	37	50	68	68	

Quando viene applicata la maschera è possibile che vi sia il problema dei bordi, laddove alcuni elementi della maschera non hanno una controparte con cui essere moltiplicati.

Ci sono tre strategie per risolvere questo problema:

Effettuare uno zero padding: all'esterno dell'immagine inseriamo dei pixel con valori pari a zero; come sappiamo questo porta ad ottenere una discontinuità molto forte, che si manifesta con un bordo nero sull'immagine.

Replicare un bordo

Effettuare un'estensione simmetrica al bordo (metodo empirico).

Le operazioni locali mediante convoluzione (operazioni di media mobile) si riconducono a filtri spaziali; possiamo distinguere tra:

Smoothing (filtro passa basso) → L'effetto è di ridurre il rumore ma di sfuocare l'immagine

Sharpening (filtro passa-alto) → Ottenuto attraverso operatori differenziali di vario ordine.

Queste operazioni utilizzano maschere diverse.

Un tipico esempio di filtro smoothing è il filtro medio, la cui maschera è caratterizzata dalla presenza di numeri uguali.

I filtri sharpening hanno invece lo scopo di evidenziare le alte frequenze ossia i dettagli.

### Operatori differenziali

Questi operatori sfruttano lo strumento differenziale perché è il più adatto per mettere in evidenza le discontinuità.

La ricerca di discontinuità, cioè di cambiamenti bruschi di valore, può essere eseguita sia direttamente sui livelli di grigio, sia sui descrittori di trama, cromatici, di moto, di distanza, ecc.

Il problema viene affrontato tramite l'analisi della derivata

Nel continuo una regione di transizione è evidenziata dall'andamento della derivata prima: dovendo scegliere un punto preciso si può prendere il massimo (minimo) della derivata prima o lo zero (punto di attraversamento dell'asse  $x$ ) della derivata seconda.

Come sappiamo, inoltre, le derivate prime e seconde possono essere approssimate tramite differenze.

In uno spazio bidimensionale l'operazione differenziale del primo ordine è il gradiente, mentre l'operatore differenziale del secondo ordine è il laplaciano.

Gradiente →  $\nabla f(x, y)$

Laplaciano →  $\nabla^2 f(x, y)$

Il gradiente è un vettore di due componenti diretto secondo il massimo accrescimento dei livelli di grigio. Il modulo del gradiente è grande in corrispondenza di variazioni brusche di grigio, come contorni e rumore. Il calcolo del gradiente è realizzato con maschere a somma nulla e l'applicazione della maschera ad una regione uniforme deve ovviamente dare risultato zero poiché non c'è variazione.

Il laplaciano è invece un operatore differenziale approssimabile mediante differenze finite. L'effetto della maschera è di tipo passa alto e quindi vengono evidenziate i particolari fini; tuttavia c'è il rischio che anche il rumore venga evidenziato, quindi, per applicarlo, è necessario disporre di un buon rapporto segnale rumore.

### Immagini degradate

I disturbi delle immagini possono essere classificati in ampie famiglie.

La famiglia più comune dei disturbi è quella dei disturbi uniformi, ovvero disturbi che interessano tutti i pixel dell'immagine.

Il principale tipo di disturbo uniforme è l'effetto neve o effetto salt e pepper.

Per rimuovere il rumore di tipo uniforme si utilizza il filtro del valor medio: dato un certo intorno dell'immagine, se selezionano i valori compresi entro questo intorno, si fa la media, e la si sostituisce al valore centrale dell'intorno selezionato.

Per esempio dato l'intorno

3	6	8
3	4	2
5	8	3

Al pixel centrale sarà assegnato il valore  $(3+6+8+3+4+2+5+8+3)/9 = 4.67$  che verrà poi troncato all'intero inferiore.

Come detto, il filtro del valore medio è adatto per rimuovere effetti di rumore uniforme.

L'applicazione del filtro tende però a restituire un'immagine sfuocata, perché esso ha l'effetto di un passa basso: si allarga la PSF (point spread function) e si riduce la risoluzione in frequenza.

Effettuando più di un'iterazione, cioè applicando il filtro più di una volta, si elimina ancora una parte di rumore ma la qualità dell'immagine peggiora sempre più.

Il filtro medio invece, non funziona sull'effetto neve perché avendo l'immagine una prevalenza di nero e bianco, l'applicazione del filtro restituirebbe un'immagine in cui tutti pixel hanno un livello medio di grigio, il che non consente una buona visualizzazione.

Per ridurre il rumore è possibile utilizzare il filtro mediano: il filtro mediano estrae i valori dei pixel in un intorno (di solito 3x3) del pixel in esame, li ordina in un vettore e assegna al pixel il valore mediano di tale vettore. È possibile anche scegliere di sostituire al pixel il valore medio dei tra valori centrali.

Bisogna sottolineare che il filtro mediano non va bene per il disturbo uniforme.

Esistono inoltre una serie di operazioni geometriche che trasformano l'immagine moltiplicandola per un certo parametro.

Queste operazioni sono fondamentali per la co-registrazione di due immagini, ad esempio quando si utilizzano dei sistemi che combinano le immagini; in questo caso, però, cambiando la geometria delle immagini è possibile trovarsi (visto che le immagini sono discrete) a dover operare dei campionamenti su immagini diverse. Sarà quindi necessario fare un'interpolazione, che potrà essere di ordine zero, , lineare, bilineare oppure di tipo spline.



## TOMOGRAFIA COMPUTERIZZATA

L'introduzione, negli anni '70, della Tomografia, Computerizzata (CT) ha consentito di superare molte delle limitazioni della radiografia convenzionale, in particolare quelle legate alla natura proiettiva ed alla limitata risoluzione di contrasto.

Le immagini CT sono rappresentano la distribuzione del coefficiente di attenuazione  $\mu(x, y)$  dell'oggetto in una sezione predefinita ed in esse sono osservabili differenze di attenuazione, non apprezzabili con altre tecniche.

In forza di tali proprietà la CT ha raggiunto rapidamente una vasta diffusione nella pratica clinica.

Un sistema CT è costituito dal tomografo (scanner), da un sistema computerizzato di calcolo, dotato di processori ausiliari dedicati per ridurre (fino a meno di 1 secondo per immagine) i tempi di calcolo richiesti dagli algoritmi ricostruttivi, e da una stazione di consultazione, dotata di display e di dispositivi interattivi che consentono la manipolazione delle immagini.

In questo caso il sistema non è bidimensionale, ma permette di ricavare una serie di sezioni del volume esplorato a partire da informazioni sull'attenuazione della radiazione.

Negli anni 1972-73 Hounsfield e Ambrose riportarono le loro esperienze preliminari con un prototipo di sistema CT, ma, come per tutte le scoperte scientifiche, la tecnologia CT rappresentava in realtà la sintesi di numerose acquisizioni scientifiche ottenute nel tempo.

Già nel 1956 e 1961 Cormack e Holdendorf avevano realizzato sistemi concettualmente paragonabili a quelli di Hounsfield, mentre nel 1917 Radon aveva per primo messo a punto una tecnica di "ricostruzione da proiezioni", che è uno dei fondamenti della tecnologia CT.

Ad Hounsfield ed a Cormack venne conferito nel 1979 il premio Nobel per la medicina per avere scoperto il procedimento tomografico computerizzato che, superando i limiti naturali delle metodiche radiologiche convenzionali, apriva la via a nuove possibilità diagnostiche.

Nella storia dell'evoluzione dei sistemi TC, particolare importanza riveste l'introduzione della tecnologia dei contatti striscianti: questi permettono all'anello della tac, che contiene la sorgente di radiazioni, di eseguire l'esame senza doversi fermare per ogni acquisizione, ma rimanendo in rotazione.

La ricostruzione volumetrica consentita da questa tecnica è resa possibile grazie all'invenzione della tecnologia dei contatti striscianti.

### Caratteristiche della TAC

I tomografi computerizzati sono probabilmente le apparecchiature digitali più utilizzate nella diagnostica per immagini perché sono relativamente poco costosi.

Il risultato di un esame CT costituito da una serie di matrici, dette slice, in media 30- 40, allineate perpendicolarmente all'asse definito dalla spina dorsale del paziente. Ogni slice rappresenta una fetta del corpo del paziente di un determinato spessore (da 0.5 a 10 mm).

Per la maggior parte dei tomografi, la risoluzione per matrice è di 256 o 512 pixel: la dimensione del pixel può variare nell'intervallo 0.5-2 mm, mentre il numero di slice varia in funzione della distanza tra le sezioni e dell'estensione dell'organo da esaminare.

I moderni tomografi riescono ad acquisire una slice in circa 0.3 secondi e l'intero esame richiede un tempo che va dai 5 ai 15 minuti; la dose di radiazioni da CT è comparabile con quella di una serie di tradizionali lastre a raggi X.

Ciascun pixel rappresenta le caratteristiche di assorbimento di un piccolo volume (voxel) del corpo umano individuato dai limiti fisici del pixel stesso.

Questo valore è misurato secondo una scala relativa all'attenuazione dell'acqua, in unità denominate HU o Hounsfield Units, secondo la relazione:

$$\mu(HU) = \frac{\mu - \mu_{H_2O}}{\mu_{H_2O}} \times 1000$$

Dunque i tessuti molli, con un'attenuazione simile a quella dell'acqua, sono caratterizzati da numeri Hounsfield circa pari a zero. I tessuti come l'osso compatto, invece, hanno un valore positivo alto (intorno a 1000 HU) e l'aria, la cui attenuazione è praticamente nulla, ha una attenuazione negativa di circa -1000 HU.

### Evoluzione dei sistemi

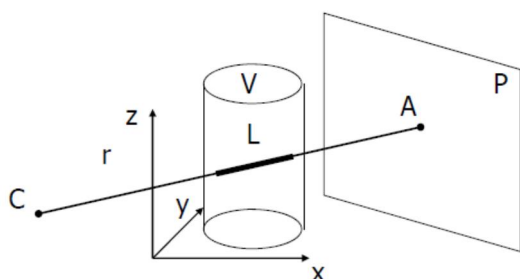
Il processo di evoluzione dei sistemi di tomografia computerizzata ha conosciuto diversi stadi di avanzamento tecnologici:

1. Sviluppo di nuovi sistemi fondati su differenti principi di scansione il cui fine sia quello di ridurre il tempo di raccolta delle misure.
2. Sviluppo ed utilizzo di nuovi e più perfezionati componenti d'impianto al fine di migliorare la qualità dell'immagine, e allo stesso tempo di aumentare l'efficienza operativa ed il comfort.
3. Sviluppo di sistemi di calcolo più efficienti al fine di ridurre il tempo di attesa dell'immagine, migliorare la qualità della stessa ed aumentare il flusso degli esami.
4. Sviluppo di software applicativi per l'esecuzione di esami funzionali e l'incremento delle possibilità post-processing.

### Proiezioni RX

Come già detto, le immagini radiografiche (RX) classiche rappresentano una proiezione su di un piano P (piano della lastra fotografica) a partire da un centro C (punto focale dell'anodo nel tubo a vuoto) delle strutture interne al volume del corpo V

Un generico punto di proiezione A dipende da tutte le strutture incontrate dalla retta di proiezione r sul segmento L (interno a V).



Ciò che distingue la tomografia è che in questa applicazione facciamo una ricostruzione a partire da proiezioni.

Vale sempre la legge di Lambert-Beer.

### Geometrie di scansione

La prima generazione di tomografi prevedeva l'utilizzo di una sorgente e di un singolo rivelatore che venivano messi in movimento; nella seconda generazione invece si inizia ad utilizzare un array di 10 rivelatori allineati: in questo modo il tempo di acquisizione diminuisce di 10 volte.

Entrambe queste generazioni comportano movimenti di rotazione e traslazione sia del tubo sia dei rivelatori.

Nella terza generazione l'array di rivelatori è realizzato in modo che il fascio di radiazioni abbracci interamente il campo di vista, costituito dal paziente: in questo modo, è possibile vedere tutto il field of view con una sola acquisizione. Per questi motivi in questa generazione non sono necessari movimenti di traslazione, ma solo di rotazione.

La quarta ed ultima generazione prevede l'utilizzo di un anello di rivelatori: in questo caso è dunque necessaria la rotazione della sola sorgente. Entrambe queste generazioni si avvalgono della tecnologia dei contatti striscianti.

### Rivelatori

Possiamo distinguere due tipi di rivelatori principali: a stato solido e a gas.

I rivelatori a stato solido sono costituiti da un cristallo scintillatore accoppiato ad un fotodiodo, e forniscono un segnale proporzionale al numero di fotoni incidenti.

I rivelatori a gas sono invece costituiti da una camera riempita di Xenon ad alta pressione. Quando il gas è ionizzato, le cariche sono accelerate da un sistema di elettrodi a forma di setto.

#### Spiral CT

Nel sistema di tipo start-stop, per ogni misura il sistema di scansione inizia a ruotare da fermo, accelera, misura a velocità angolare costante, frena e si arresta.

In questo caso i tempi di scansione si attestano circa sui 2-5 sec e l'alta inerzia del sistema impone pause di secondi tra scansioni successive.

Nel sistema a rotazione continua, si attua una rotazione continua del solo tubo radiogeno.

L'inizio e la fine sono determinati soltanto da un segnale elettronico e non sono presenti fasi di accelerazione e decelerazione durante la sequenza di scansione.

Bisogna ricordare che con la rotazione a spirale sono necessarie delle elaborazioni per capire quali informazioni sono relative ad una slice e quali a quella successiva; tali elaborazioni si basano su sistemi di interpolazione.

Riassumendo le caratteristiche fondamentali di questa tecnologia di bioimmagini, si può dire che la tac restituisce un'immagine anatomica molto ben contrastata, che rappresenta i diversi tessuti all'interno del distretto analizzato. Come la radiografia, però, non ha fornisce un buon contrasto tra i diversi tessuti morbidi.

## IMMAGINI DA RADIAZIONI IONIZZANTI

In questa parte ci occupiamo delle bioimmagini ottenute tramite radiazioni ionizzanti.

Un primo semplice esempio di immagine di questo tipo è la radiografia proiettiva: tramite un opportuno sistema viene prodotto un fascio accelerato di raggi X che, dopo essere stato filtrato e collimato, colpisce il distretto corporeo del paziente.

Il paziente viene attraversato dalla radiazione X, e i suoi tessuti attenuano la radiazione in maniera differenziata a seconda della loro densità: in particolare l'osso compatto assorbe tutta la radiazione (i pixel in questo caso appaiono bianchi), mentre altri tessuti attenuano in maniera minore la radiazione, e quindi appaiono con vari livelli di grigio.

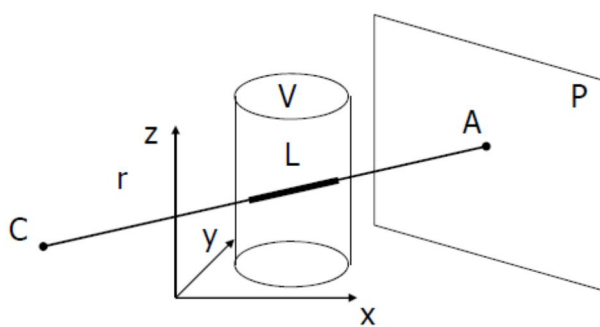
Il recettore finale è costituito dalla pellicola che viene impressionata dalla radiazione.

È possibile effettuare una distinzione tra radiazione primaria e radiazione secondaria: le radiazioni primarie sono quelle che giungono perpendicolari alla lastra fotografica, cioè che non sono state deviate dai tessuti del paziente, mentre le radiazioni secondarie sono quelle che sono state deviate.

Le componenti principali dell'immagine generata sono proprio le radiazioni primarie, mentre le radiazioni secondarie devono essere schermate

### Radiografia

La radiografia è la proiezione su di un piano P (piano della lastra fotografica) a partire da un centro C (punto focale dell'anodo nel tubo a vuoto) delle strutture interne al volume del corpo V.



Un generico punto di proiezione A dipende da tutte le strutture incontrate dalla retta di proiezione r sul segmento L (interno a V).

Un problema fondamentale che possiamo mettere in evidenza è che si vuole rappresentare una struttura intrinsecamente tridimensionale su una lastra bidimensionale: si perde quindi del tutto l'informazione tridimensionale.

Il valore di intensità rappresentato in A, detto  $I_A$ , si può ricondurre all'integrale, sulla linea L, della attenuazione lineare  $\mu(x, y, z)$  che è funzione delle coordinate tridimensionali in V.

$$I_A = I_0 \cdot e^{-\int_L \mu(x, y, z) dL}$$

Per descrivere le radiazioni elettromagnetiche è possibile utilizzare il modello ondulatorio di Maxwell.

Secondo il modello, che è in grado di spiegare bene la propagazione della radiazione elettromagnetica in assenza di materia, le radiazioni sono un fenomeno di tipo ondulatorio a cui è associato un trasporto di energia. La propagazione avviene per variazioni dell'intensità del campo elettrico e magnetico ad esse associato.

Esiste inoltre il modello corpuscolare di Planck e Einstein.

Tale modello è indispensabile per spiegare i processi di interazione della radiazione con la materia, e prevede che l'energia trasportata da un'onda elettromagnetica sia concentrata in particelle prive di massa e senza carica elettrica, cioè i fotoni.

L'energia del fotone dipende dalla frequenza dell'onda ed al fotone è associata anche una quantità di moto.

Le radiazioni elettromagnetiche interagiscono con la materia rompendo legami atomici e molecolari e possono venire quindi diversamente assorbite dal mezzo attraversato: questa è la base dell'imaging.

Le radiazioni generate da apparecchiature radiogene (raggi x) o da radioisotopi, ossia da atomi che emettono radiazioni a causa della loro instabilità nucleare dovuta allo sbilanciamento del rapporto neutroni/protoni del nucleo (raggi  $\gamma$ ).

È importante ricordare che le radiazioni ionizzanti sono dannose per i tessuti biologici.

### Dosaggio delle radiazioni ionizzanti

L'esposizione è una misura della quantità di ionizzazione prodotta in aria: l'unità di misura è il roentgen ( $1R=2.08 \times 10^{19}$  ionizzazioni per  $\text{cm}^3$  d'aria) oppure coulomb/Kg.  $1C/Kg=3876R$

Questa quantità viene utilizzata per indicare la quantità di radiazione rilasciata in un punto.

La dose assorbita misura invece la quantità di energia assorbita da una massa unitaria di tessuto.

L'unità di misura è il gray (1Joule/Kg) oppure il rad (radiation absorbed dose):  $1\text{ rad}=1/100\text{ gray}$

La dose equivalente si ottiene moltiplicando la dose assorbita per un fattore dipendente dal tipo di radiazione considerata; il fattore è pari a 1 per i raggi X e gamma.

La dose equivalente si misura in Sievert Sv.

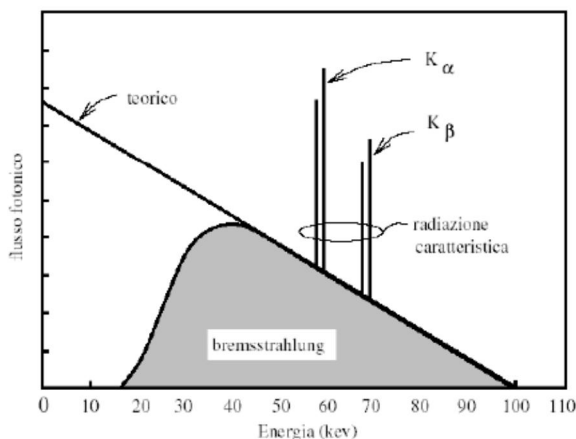
Per i raggi X,  $1\text{ Gray} = 1\text{ Sievert}$ .

In radiodiagnostica si sfrutta un'energia da 12 a 124 keV, a cui corrisponde delle lunghezze d'onda da 0.01 a 0.1 nm.

La radiazione che attraversa il corpo non viene solo attenuata ma subisce una serie di modificazioni per spiegare le quali sarà necessario sfruttare anche la teoria corpuscolare.

### RAGGI X

La figura seguente mostra il fascio di fotoni teorico e quello reale: come possiamo notare, il fascio di fotoni utilizzato in realtà non è monocromatico, ma presenta uno spettro di emissione. In seguito spiegheremo il perché di questo particolare andamento.



I raggi X presentano alcune importanti proprietà:

Diverso attraversamento dei tessuti a seconda della loro densità: si possono quindi ottenere immagini d'ombra delle strutture all'interno del corpo umano.

I raggi X hanno la capacità di rendere fluorescenti in modo visibile alcuni materiali: l'immagine radiante può quindi essere convertita in immagine osservabile tramite l'utilizzo di uno strumento detto intensificatore di brillantezza, che converte la radiazione x in fotoni.

Gli elementi fondamentali di un sistema a raggi X sono principalmente catodo e anodo.

Il catodo è costituito da un avvolgimento di tungsteno al quale viene applicata una differenza di potenziale, che ne provoca il surriscaldamento. Il tungsteno è un elemento caratterizzato da un alto numero atomico ed un'elevata temperatura di fusione.

L'applicazione della differenza di potenziale, infatti, sviluppa un calore molto elevato, per il quale è necessario sfruttare dei materiali con alta temperatura di fusione.

Il surriscaldamento del filamento di tungsteno provoca il distacco di elettroni che fluiscono verso l'anodo; attorno al catodo è posizionata una coppa caricata negativamente in modo da tenere gli elettroni: quando viene tolta la carica negativa alla coppa tutti gli elettroni si muovono insieme, formando un fascio.

Anche l'anodo è generalmente realizzato in tungsteno, e viene fatto ruotare per due motivi principali: il primo è quello di evitare la degradazione dell'anodo stesso causata dal fascio di elettroni che lo colpisce

sempre nello stesso punto, il secondo è dato dalla possibilità disperdere in maniera migliore il fascio di elettroni accelerati.

Catodo, anodo e coppa sono inseriti all'interno di un vetro al boro: a causa delle elevate temperature dovute alla differenza di potenziale applicata, all'interno del tubo si forma, per dispersione di calore, del vapore. Per questo motivo il tubo al boro è a sua volta contenuto in una coppa d'olio che ha il compito di raffreddarlo e isolarlo, ed il tutto è circondato da un contenitore in piombo, che evita la fuoriuscita di radiazioni.

Tra catodo ed anodo è applicata una differenza di potenziale, necessaria per accelerare gli elettroni e fare in modo che colpiscano con grande velocità l'anodo: la dimensione del punto in cui il fascio di elettroni colpisce l'anodo definisce la risoluzione del sistema di imaging dei raggi X.

Occorre quindi che questo punto, detto macchia focale, sia quanto più piccolo possibile, e dunque è necessario utilizzare un collimatore, in modo da avere una superficie di impatto limitata.

Bisogna sottolineare che il sistema è poco efficiente: con 100kV di alimentazione si raggiunge solo l'1% di efficienza.

Dalla differenza di potenziale applicata dipende l'accelerazione degli elettroni che si staccano dal catodo: le tensioni utilizzate variano tra i 15 ed i 150 kV.

Infatti non tutti i sistemi di imaging per raggi X sono fatti nello stesso modo, ed esistono applicazioni, per esempio nel caso della mammografia, in cui tessuti da contrastare sono tutti molli. In questo caso quindi si utilizzano sistemi con anodo di molibdeno, che sfruttano differenze di potenziale inferiori, non essendo necessaria un'intensità del fascio elevata.

L'utilizzo di un elemento differente per la realizzazione dell'anodo fa variare anche lo spettro della radiazione, per i motivi illustrati più avanti.

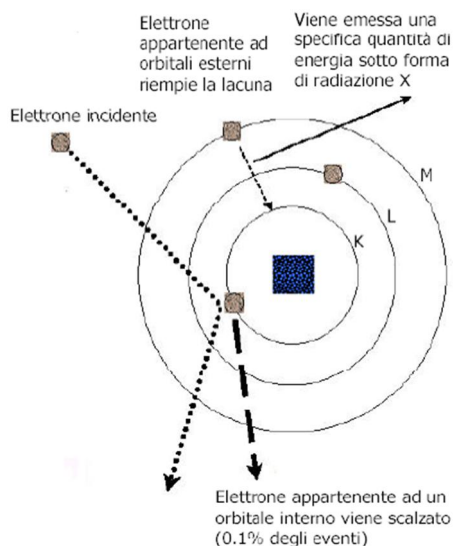
### Fisica della produzione dei raggi X

Nello spettro reale dei raggi X (rappresentato in una figura successiva) vogliamo mettere in evidenza tre zone caratteristiche.

La prima zona è in corrispondenza della radiazione di frenamento: quando un elettrone incidente si avvicina all'anodo viene rallentato e deflesso a causa dell'interazione con gli atomi dell'anodo stesso.

La presenza del vetro al boro, inoltre, genera una sorta di effetto di filtro passa basso, riducendo il numero di fotoni a energia più bassa: questo effetto può essere visto nella zona iniziale del grafico.

L'ultima zona di interesse è quella della radiazione caratteristica, che notiamo dalla presenza di due picchi. La radiazione caratteristica è prodotta per sostituzione di elettroni degli orbitali più interni da parte di elettroni degli strati più esterni.

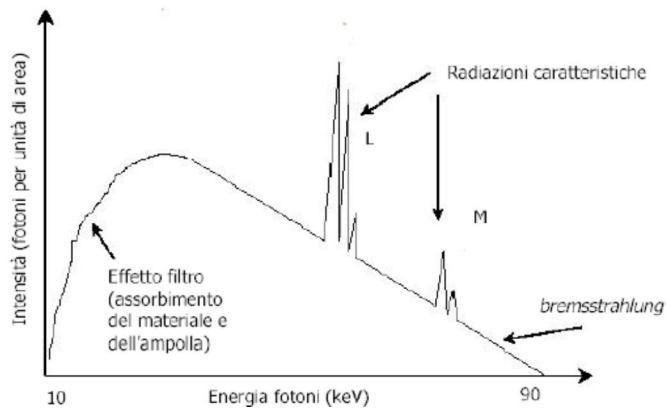


Facendo riferimento alla figura di sinistra, l'elettrone accelerato colpisce l'anodo e sbalza l'elettrone di un livello interno; ciò provoca la formazione di una lacuna che viene riempita da un elettrone di un livello energetico più esterno: nell'esempio un elettrone che appartiene al guscio M salta nel livello K.

Quando questo accade, la differenza di energia che il sistema ha guadagnato viene emessa sotto forma di radiazione caratteristica.

La forma dello spettro dipende ovviamente dal tipo di materiale di cui è costituito l'anodo: infatti, a seconda del materiale, si avrà una disposizione caratteristica degli elettroni nei diversi livelli atomici.

Il grafico che si ottiene è il seguente:



Lo spettro è costituito quindi da una componente continua dovuta alla radiazione di frenamento, e da picchi energetici corrispondenti alla radiazione caratteristica.

### Interazione con la materia

Quando un fascio di raggi X incontra la materia ogni fotone può:

- Attraversarla
- Essere assorbito
- Essere diffuso (deviato)

I fenomeni di diffusione ed assorbimento dei fotoni riducono l'intensità del fascio e provocano quindi fenomeni di attenuazione.

Vale la legge di Lambert-Beer, secondo cui:

$$I(x) = I_0 \cdot e^{-\mu \cdot x}$$

dove:

$I(x)$  = intensità alla profondità di misura  $x$

$I_0$  = intensità alla sorgente

$\mu$  = coefficiente di attenuazione [ $\text{cm}^{-1}$ ]

Il coefficiente di attenuazione dipende dall'energia del fotone e dal tessuto attraversato.

Diamo due definizioni:

Spessore emivalente: è lo spessore di materia per cui l'intensità del fascio attenuato è pari a metà dell'intensità del fascio incidente.

Energia equivalente: è l'energia di un fascio monoenergetico avente lo stesso spessore emivalente di alluminio del fascio considerato.

L'interazione dei raggi X con la materia è regolata da due importantissimi effetti, esposti di seguito.

### Effetto fotoelettrico

È preponderante per fotoni X con energia dell'ordine di decine di keV. Il fotone incidente (la cui energia deve essere superiore a quella di legame orbitale) scalza un elettrone dal livello energetico K, provocando la ionizzazione dell'atomo.

Il fotoelettrone viene presto assorbito dal materiale circostante e la lacuna prodotta viene occupata da un elettrone più esterno, provocando l'emissione di radiazione secondaria.

Questo effetto spiega l'assorbimento.

## Effetto Compton

Questo effetto è preponderante per fotoni con energia di centinaia di keV.

Il fotone incidente interagisce con gli elettroni degli strati esterni, trasferendo energia.

Questa interazione provoca un effetto di ionizzazione, per cui viene emesso un elettrone, chiamato elettrone Compton; il fotone incidente prosegue con direzione differente rispetto a quella di arrivo, con energia minore (e dunque maggiore lunghezza d'onda) e con un angolo di diffusione che dipende dalla quantità di energia ceduta. L'effetto Compton spiega la diffusione.

Altro effetto di cui bisogna tenere conto è la diffusione coerente, preponderante per le energie molto basse, cioè inferiori ai 10keV.

Non si ha ionizzazione perché nessun elettrone viene emesso, ed il fotone incidente prosegue la sua corsa in direzione diversa rispetto a quella di arrivo, mantenendo però la sua lunghezza d'onda e quindi la sua energia.

La diffusione coerente è una sorgente di rumore in radiografia.

Per limitarlo è possibile eliminare le radiazioni a bassa energia, ovvero proprio quelle interessate da questo effetto che provoca disturbo dell'immagine.

## Recettori

Un recettore è un sistema che, colpito dai fotoni X uscenti dal corpo umano, è in grado di convertire il segnale in un'immagine visibile.

Le più importanti proprietà del recettore sono efficienza e potere di risoluzione.

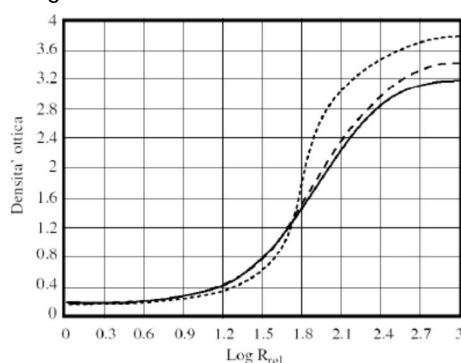
Il recettore deve perdere poca radiazione (efficienza) che lo colpisce e non deve sfuocare per non perdere particolari (potere di risoluzione).

I recettori analogici principali per immagini statiche sono costituiti dalle lastre: queste sono fogli di acetato di cellulosa ricoperti da granuli di bromuro d'argento, su cui la radiazione induce la formazione di un'immagine latente che verrà poi rivelata dallo sviluppo fotografico.

Questo tipo di recettore è caratterizzato da un'ottima risoluzione, mentre l'efficienza dipende dalla densità di bromuro d'argento.

È possibile migliorare l'efficienza mediante schermi di rinforzo, che convertono i raggi X in luce visibile.

La pendenza della curva in regione lineare si chiama latitudine e mi dice quanto è efficiente la pellicola radiografica.



Se lo schermo di rinforzo è sottile, i fosfori producono uno spot luminoso di dimensioni piccole:

Se invece lo schermo è spesso, si avranno fenomeni di diffusione e si otterranno quindi degli spot di maggiori dimensioni: ciò porterà ad effetti di sfuocamento e di allargamento dell'immagine.

Bisognerà scegliere uno schermo di spessore sufficientemente sottile.

## Cause di degrado di immagini ai raggi x

Possiamo distinguere alcune cause principali di degrado per le immagini a raggi X.

Sfocature dovute a radiazioni primarie

Possiamo distinguere tra:

- Sfocature geometriche: dovute alla dimensione non puntiforme del fuoco del tubo radiogeno ed alla distanza tra il fuoco stesso, l'oggetto ed il recettore dell'immagine.
- Sfocature cinematiche: dovute movimenti del soggetto e a vibrazioni o movimenti dell'equipaggio radiologico.
- Sfocature fotografiche: dovute alla qualità dei materiali.



Sfocature dovute a radiazioni secondarie: le radiazioni secondarie sono radiazioni diffuse all'interno del corpo del paziente, che arrivano al recettore.

#### Sfocature geometriche

Se la sorgente dei raggi non è puntiforme, i contorni dell'oggetto proiettato sul recettore sono degradati da una zona d'ombra.

Le sfocature geometriche possono essere ridotte in diversi modi:

1. Aumentando la distanza tra il fuoco e l'oggetto
2. Utilizzando un tubo radiogeno con fuoco di dimensioni più piccole
3. Diminuendo la distanza tra l'oggetto ed il recettore dell'immagine

#### Qualità della esposizione a RX e limitazione dose

Per avere un'immagine di qualità superiore potrei pensare di esporre il soggetto a dosi elevate di raggi X: chiaramente ciò non si può fare, ed è necessario trovare un compromesso tra quantità di radiazioni e qualità dell'immagine.

Ci sono diverse possibilità per migliorare la qualità dell'immagine:

1. Riduzione dei tempi di salita alla tensione di picco nominale (a tensioni minori lo spettro è a minore energia).
2. Scelta di materiali dell'anodo con radiazione caratteristica prossima alle energie desiderate.
3. Utilizzo di un filtro di alluminio: in questo modo si ha una riduzione per assorbimento dei raggi X a bassa energia. Si migliora la qualità dei RX cercando di avvicinarsi alla condizione di raggio monocromatico,
4. Utilizzo di un collimatore tra la sorgente di raggi X ed il corpo paziente. In questo modo si ha la limitazione del cono di proiezione, al fine di esporre ai raggi X solo il campo di vista di interesse. Bisogna però ricordare che l'utilizzo del collimatore diminuisce moltissimo la risoluzione.

È inoltre possibile utilizzare dei rimedi per le sfocature dovute alle radiazioni secondarie:

- Air Gap → Un primo metodo empirico prevede di cambiare la distanza  $D_{ag}$  tra il punto in cui le radiazioni escono dal paziente e la lastra: questo distribuisce lo scatter in maniera uniforme e ne diminuisce l'intensità come  $D_{ag}^{-2}$ ; solitamente questo aggiustamento è sufficiente per rimediare alla sfocatura.
- Una seconda possibilità è quella di posizionare una griglia tra il corpo del paziente e la lastra: questa griglia è di tipo antiscatter, cioè lascia passare la radiazione primaria e trattiene la radiazione secondaria per collimazione. La griglia è quindi un collimatore.

I collimatori hanno performance diverse a seconda di alcuni parametri: uno di questi è l'altezza del collimatore  $h$ , mentre l'altro è il diametro dei fori. Il collimatore non elimina tutte le radiazioni che sono deviate, ma solo quelle che vengono deviate di molto.

È possibile definire un parametro chiamato rapporto griglia o  $Rg$ :

$$Rg = \frac{h}{d}$$

Dove  $h$  è lo spessore del collimatore, mentre  $d$  è il diametro dei fori.

Al crescere del rapporto di griglia si riduce l'effetto della radiazione secondaria, ma anche l'efficienza.

#### Radiografia digitale

Esistono dei modi che permettono di realizzare un sistema di imaging radiografico di tipo digitale: uno di questi è la videoradiografia.

#### Videoradiografia

La videoradiografia utilizza un intensificatore di immagini il cui schermo di uscita è ripreso da una telecamera.

Il segnale video viene inviato a un convertitore analogico-numerico, che trasforma l'immagine video analogica in una matrice numerica.

I sistemi odierni utilizzano telecamere ad alta risoluzione con elevato rapporto segnale-rumore (superiore a 1000), che consentono matrici 1024 x 1024 con almeno 1024 livelli di grigio.

In questo tipo di applicazione vengono utilizzati due schermi al fosforo: tra i due schermi si ha un'intensificazione dell'immagine poichè:

- Ogni interazione x provoca l'emissione di decine di migliaia di elettroni
- Gli elettroni vengono accelerati e quindi acquistano energia cinetica
- Vengono ridotte le dimensioni dell'immagine dall'ingresso all'uscita

Rispetto ad un semplice schermo fluorescente si ha così un guadagno di 10000 volte.

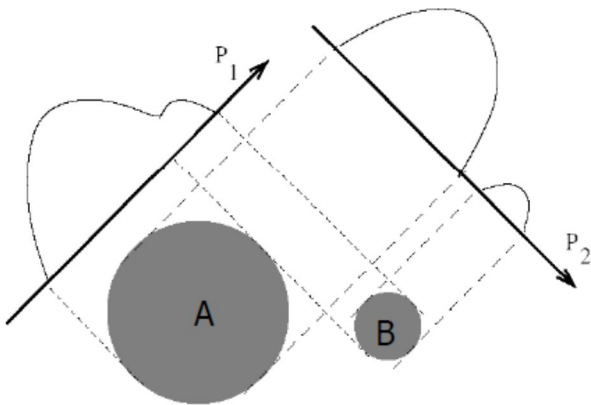
## RICOSTRUZIONE DI PROIEZIONI

Il problema che ci poniamo è come, dato un insieme di proiezioni, sia possibile ricostruire un'immagine tridimensionale.

La soluzione a questo problema è costituita da un approccio di tipo matematico che fornisce le basi per la ricostruzione tomografica.

Questo metodo non si applica solo ad immagini generate da radiazioni, ma anche a quelle di medicina nucleare e risonanza magnetica.

Come mostrato nella figura seguente, in queste tecniche l'oggetto genera un profilo monodimensionale su una specifica retta di proiezione: tale profilo rappresenta l'intensità di grigio dell'oggetto colpito dall'energia su cui si basa il sistema di imaging.



Come sappiamo, nel caso dei raggi X verrà misurata l'attenuazione di un fascio di radiazione tramite la legge di Lambert - Beer.

Sempre dalla figura a sinistra possiamo notare che, a seconda dell'angolo scelto, si ottengono profili di proiezione che raccolgono l'attenuazione dell'energia secondo diverse direzioni.

Proprio la variazione della posizione della sorgente e del rivelatore ha costituito il passaggio fondamentale per passare da un approccio completamente bidimensionale ad uno tridimensionale, permettendo appunto la ricostruzione tomografica.

Computazionalmente, comunque, il problema con cui si ha a che fare è estremamente complesso.

Si supponga che l'oggetto venga suddiviso in elementi di volume (detti voxel) in cui il coefficiente di attenuazione si può supporre costante: ci stiamo cioè mettendo per semplicità nelle condizioni in cui l'oggetto è tutto contenuto in un cubo di  $N^3$  voxel.

Si vuole stimare il coefficiente di attenuazione  $\mu_{ijk}$  per tutti voxel.

Sia  $h$  una direzione di proiezione, si ha:

$$I_h = I_0 e^{-\sum_{ijk} \mu_{ijk} \cdot \Delta w_h}$$

con  $\Delta w$  diverso da 0 quando ci si trova sul raggio di direzione  $h$ .

Passando ai logaritmi

$$I_h = I_0 e^{-\sum_{ijk} \mu_{ijk} \cdot \Delta w_h}$$

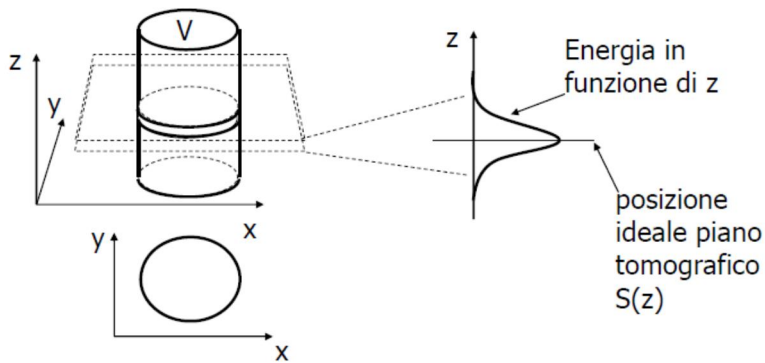
Si ottiene un sistema di  $N^3$  equazioni in  $N^3$  incognite.

L'utilizzo di queste equazioni rende il problema di una complessità intrattabile.

Con questo approccio non siamo in grado di risolvere un problema tridimensionale: infatti, con una risoluzione di soli 200x200x200 voxel avremmo un sistema di 8 milioni di equazioni in 8 milioni di incognite.

L'approccio seguito, allora, è quello di individuare una sola sezione di questo volume, e ricostruire a partire dalla proiezioni integrali ciò che è presente all'interno di questa sezione.

Si seleziona un piano detto piano tomografico sul quale viene rappresentata una grandezza fisica  $f(x,y)$ ; in realtà questa grandezza integra secondo una distribuzione di energia a campana le strutture contenute in un volume il più possibile schiacciato, come mostrato nella figura della pagina seguente. Con questo tipo di approccio è necessario risolvere un problema di complessità  $N^2$ .



Il piano tomografico contiene l'informazione relativa al distretto che stiamo indagando e che vogliamo ricostruire: ci siamo ridotti ad un problema computazionale in due dimensioni, cosa che ci ha permesso di ridurre la complessità dei calcoli. Bisogna sottolineare che il piano tomografico non è un piano ideale, bensì un volume schiacciato che permette di ridurre la complessità del problema di partenza.

Abbiamo visto che tanto i RX quanto la scintigrafia raccolgono informazioni integrali lungo segmenti  $L$  di rette di proiezione: il problema della rappresentazione tomografica richiede di costruire una sezione virtuale dalle informazioni integrali.

Le macchine CT raccolgono proiezioni relative a piani assiali per la ricostruzione di sezioni trasversali.

Il piano di sezione  $S(z)$  rappresenta una astrazione ideale: in realtà i RX coprono un volume schiacciato. L'energia lungo  $z$  si distribuisce su una campana molto stretta (dell'ordine di 5 mm) la cui larghezza a metà ampiezza (FWHM, full width half maximum) rappresenta la risoluzione assiale fra sezioni tomografiche.

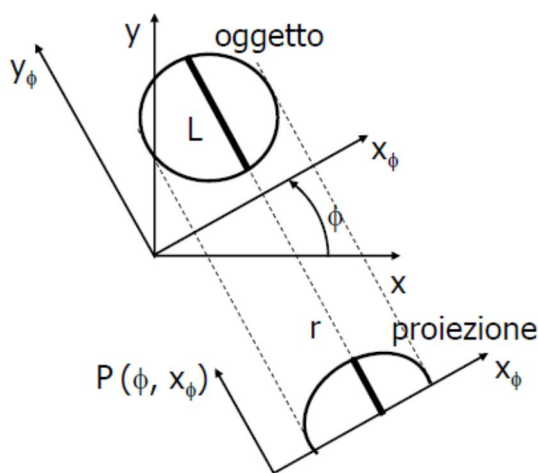
### Metodi analitici

I metodi analitici consentono teoricamente di ricostruire la funzione incognita in ogni punto del suo dominio.

L'oggetto da ricostruire è pertanto una funzione  $f(x,y)$  definita in un dominio  $D$  sul piano.

Si assume che la  $f(x,y)$  abbia trasformata di Fourier bidimensionale  $F(u,v)$ , e, la condizione perché questa trasformata esista è che  $f(x,y)$  sia ad energia finita.

In pratica stiamo assumendo che esistano la trasformata di Fourier dell'immagine, così come la sua antitrasformata.

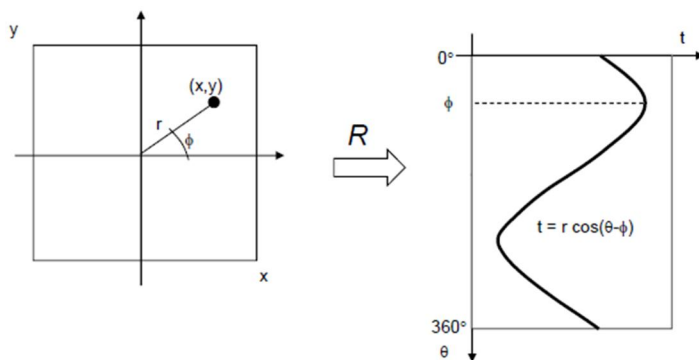


Fissato  $z$ , la ricostruzione del piano tomografico  $S(z)$  richiede come dato di partenza le proiezioni dell'oggetto su più angolazioni  $\phi$  (per esempio su 180 direzioni con  $1^\circ$  di differenza): quello si fa è quindi raccogliere proiezioni da diverse inclinazioni.

Ciascuna proiezione è caratterizzata dall'angolo di proiezione  $\phi$  (cioè dall'inclinazione della retta di proiezione rispetto all'asse  $x$ ) e raccoglie il contenuto, in termini di intensità di grigio, degli oggetti attraversati dal fascio.

Fissato  $\phi$ , traslando la retta di proiezione  $r$  si ottiene il profilo della proiezione  $P(\phi, x_\phi)$  in funzione di  $x_\phi$ , pari all'integrale lungo il segmento  $L(\phi, x_\phi)$ , come espresso dalla formula seguente: 
$$P(\phi, x_\phi) = \int_{L(\phi, x_\phi)} f(x, y) dL$$

I dati di proiezione raccolti costituiscono la trasformata di Radon  $R$  della tomografia da ricostruire; sono detti anche sinogramma, perché un punto di  $(x,y)$  con coordinate polari  $(r, \phi)$  risulta in un arco di senoide  $t=r \cos(\theta-\phi)$ , come mostrato nella figura della pagina successiva.



I profili delle proiezioni  $P(\phi, x_\phi)$ , ricavati per ogni angolo di proiezione  $\phi$ , vengono memorizzati riga per riga in un file detto sinogramma.

Come risulta dalla figura il nome è dovuto al fatto che un punto percorre un arco di senoide al variare di  $\phi$ .

La funzione bidimensionale  $P(\phi, x_\phi)$  rappresenta la trasformata di Radon della funzione  $f(x, y)$ , secondo la relazione:

$P(\phi, x_\phi) = R\{f(x, y)\} \rightarrow$  La ricostruzione tomografica può quindi essere vista come il calcolo della antitrasformata di radon del sinogramma.

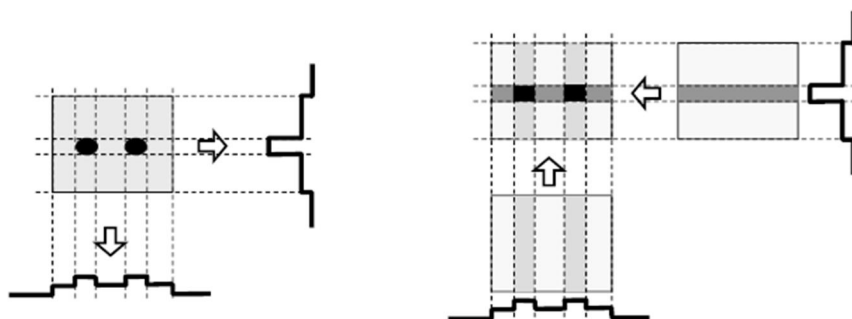
L'antitrasformata di Radon però non esiste e dunque dovremo ricondurci in qualche modo alla trasformata di Fourier di cui, come abbiamo detto, esiste l'antitrasformata: se si trova un legame tra le trasformate di Radon e di Fourier il problema è risolto.

La trasformata  $R$  è periodica con periodo  $2\pi$ , inoltre è simmetrica rispetto allo zero, per cui ci si può limitare allo studio nell'intervallo  $[0, \pi]$ .

Un operatore importante associato alla trasformata di Radon è la cosiddetta retroproiezione: data una generica proiezione lungo la retta  $t = x \cos \phi + y \sin \phi$ , la retroproiezione consiste nell'attribuire a tutti i punti del piano immagine sulla retta  $t$ , il valore  $P(\phi, t)$ .

In pratica, l'operatore proiezione attribuisce a tutto il segmento proiezione uno stesso livello di grigio, che generalmente è il valore di grigio medio.

Consideriamo inizialmente una semplice retroproiezione che intuitivamente permette una ricostruzione tomografica, rappresentata nel seguente esempio:



La retroproiezione consiste nel riportare il valore di proiezione su tutto il segmento di integrazione  $L$ .

La somma di retroproiezioni da numerosi angoli  $\phi$  tende a rinforzare i punti con  $f(x, y)$  elevato, approssimando la mappa tomografica che si vuole ricostruire.

Il problema fondamentale di questo operatore è che è affetta da un errore sistematico in termini di filtraggio passa basso: l'immagine risultante sarà quindi sfuocata ed irriconoscibile.

Integrando i contributi della retroproiezione per tutti gli angoli ottengo:

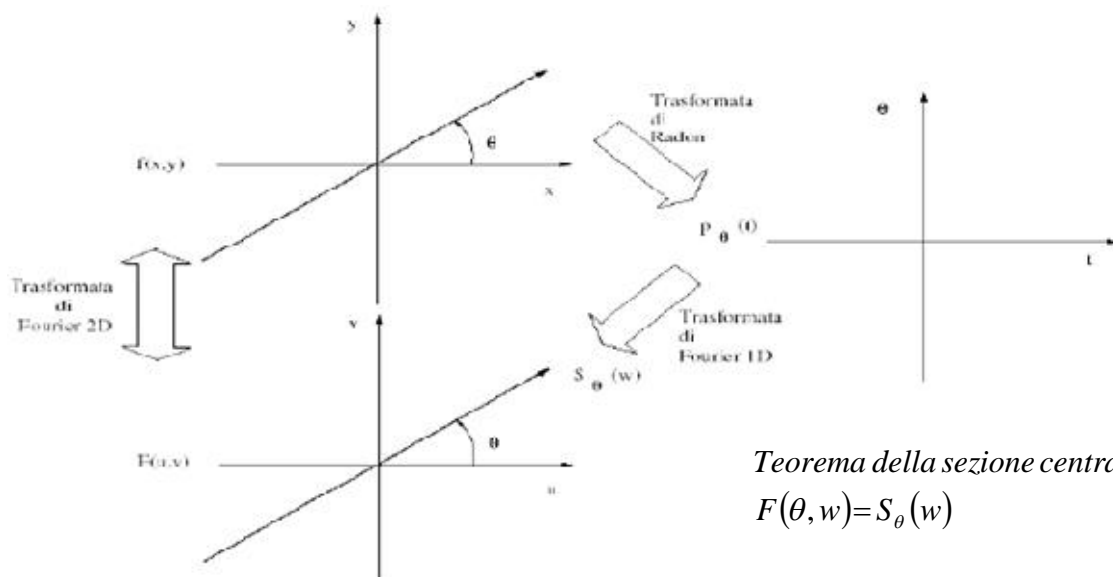
$$\int_0^\pi p(\phi, x \cos \phi + y \sin \phi) d\phi = f(x, y) \otimes \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

Ovvero la funzione di partenza sfocata dal filtro ed avente risposta impulsiva  $1/(x^2 + y^2)^{1/2} = 1/\rho$ , con  $\rho$  distanza dal centro.

Per risolvere il problema dello sfuocamento è possibile effettuare una moltiplicazione per un filtro passa alto che compensa l'effetto del filtraggio passa basso.

Come abbiamo detto, se si conosce il legame tra di trasformata di Radon e trasformata di Fourier si può teoricamente risalire alla funzione  $f(x,y)$ .

Il legame tra le trasformate è espresso dal teorema della sezione centrale, che dice che la trasformata di Fourier di una proiezione ottenuta ad un angolo  $\theta$  rispetto all'asse  $x$ , coincide con la trasformata di Fourier bidimensionale  $F(u,v)$  della  $f(x,y)$  calcolata lungo la retta nel piano  $(u,v)$  che forma un angolo  $\theta$  con l'asse  $u$ . Secondo questo teorema è quindi possibile calcolare la trasformata di Fourier monodimensionale delle proiezioni (cioè della trasformata di Radon) e quindi tornare all'immagine originale eseguendo l'antitrasformata di Fourier bidimensionale come mostrato dalla figura seguente.



Se  $F(u,v)$  è la trasformata di Fourier di  $f(x,y)$  e  $S_\theta(w)$  è la trasformata di Fourier delle proiezioni  $P(\theta, t)$  lungo la generica retta  $t$ , allora  $F(w, \theta) = S_\theta(w)$ .

In teoria si può utilizzare questa relazione per ricavare la  $f(x,y)$ , ma sorge il problema di dover operare con dati discreti.

### Retroproiezione filtrata

Per eliminare l'effetto dello sfuocamento dell'operatore di retroproiezione si esegue un filtraggio di ogni riga del sinogramma con un filtro a rampa monodimensionale con amplificazione lineare e sfasamento nullo. In questo modo si esegue l'algoritmo della retroproiezione filtrata.

Il filtro a rampa ideale prende il nome di Ram-Lak (dai due ideatori indiani) e l'incremento a rampa è comunque limitato alla frequenza di Nyquist.

Altre versioni impongono, in aggiunta, uno smussamento per limitare l'amplificazione del rumore in alta frequenza.

Bisogna comunque ricordare che il profilo di proiezione deve contenere un numero sufficiente di campioni per ricostruire efficacemente l'immagine.

### Problemi fisici della ricostruzione

In pratica vi sono tre fonti di errore:

1. Fenomeni di aliasing nel campionamento delle proiezioni
2. Effetti delle non linearità del processo di imaging
3. Fluttuazioni statistiche dei dati legate ai fenomeni aleatori.

Il campionamento introduce errori da tre diverse sorgenti:

- Angolo di vista
- Proiezioni
- Uso di matrice quadrata  $M \times M$

Le non linearità sono dovute sia ai sensori, sia ai tessuti (a causa del diverso assorbimento) ed il rumore non è normalmente un processo stazionario a media nulla.

## MEDICINA NUCLEARE

La medicina nucleare si basa sull'emissione di una radiazione di tipo nucleare da parte del corpo del paziente, in cui è stato introdotto un tracciante. Il soggetto emette radiazioni e si contano gli eventi di emissione.

L'informazione che l'immagine rappresenta è data dal numero di eventi di emissione in una determinata regione di interesse.

Il tracciante somministrato al paziente viene legato ad sostanza normalmente metabolizzata, come ad esempio il glucosio (cellule) o lo iodio (tiroide).

La principale caratteristica che contraddistingue le metodiche medico-nucleari da altre indagini di tipo diagnostico è appunto l'utilizzo dei 'traccianti'.

Alla base di ogni malattia c'è sempre una modificazione di tali meccanismi metabolici: evidenziando le variazioni di questi meccanismi si possono evidenziare le patologie.

Bisogna comunque ricordare che non tutti i decadenti radioattivi sono utili per l'imaging, come sarà evidente più avanti.

All'interno della classe delle immagini nucleari esistono diverse tecniche: esempi ne sono la gamma camera e la SPECT. A livello di paragone possiamo far corrispondere la gamma camera alla radiografia, mentre la SPECT alla TAC, in quanto è necessario applicare la ricostruzione da proiezioni. La PET è invece basata sull'attività emissiva di traccianti nucleari.

Caratteristica fondamentale che bisogna sempre tenere presente è che queste immagini NON forniscono delle rappresentazioni anatomiche, ma un'informazione sull'attività metabolica, quindi sono immagini funzionali.

Inoltre le immagini di medicina nucleare sono caratterizzate da una risoluzione spaziale di gran lunga peggiore rispetto a quella di immagini radiografiche e TAC, poiché sono basate sul conteggio di emissioni che generalmente è basso: le immagini che si ottengono appaiono quindi sfuocate.

Nonostante questi svantaggi, queste tecniche sono interessanti perché restituiscono informazioni metaboliche che completano quelle anatomiche con ulteriori dettagli.

Anche nelle immagini di medicina nucleare vengono emesse radiazioni ionizzanti, che hanno un grado debole di ionizzazione.

Ci sono però alcune differenze con le immagini ai raggi X che possiamo mettere in luce:

- Mentre nei raggi X si conosce sia la localizzazione della sorgente sia del sensore, nelle immagini ad emissione di radiazione si conosce solo la posizione del sensore. Inoltre i raggi X sono focalizzati mentre in questo caso si ha un'emissione in tutte le direzioni dello spazio.
- Un'ulteriore differenza è che l'irraggiamento dei composti radioattivi ha una durata dipendente dal tempo di decadimento (detto emivita) e dal tempo di fuoriuscita. A seconda del composto radioattivo considerato si avranno quindi delle differenze di emissione: ogni composto radioattivo è caratterizzato da una sua emivita e questo è un parametro in base al quale scegliere il composto da utilizzare.
- Le misure di raggi X sono di tipo integrale, mentre quelle di medicina nucleare sono a conteggio diretto.
- Per la loro natura le immagini di medicina nucleare si prestano a evidenziare la funzione piuttosto che la struttura di un organo.
- Bassa efficienza e bassa risoluzione → Le due cose sono tra loro legate: avendo pochi elementi di conteggio produciamo un'immagine a bassa risoluzione.
- Alta sensibilità rispetto a concentrazioni molto basse (tracce): è sufficiente utilizzare anche solo picomoli di farmaco sull'intero organismo.

### Scintillatori inorganici

Gli scintillatori inorganici sono cristalli che servono per raccogliere le emissioni del paziente.

Sono costituiti da sostanze che, una volta colpite da un fotone a cui è associata una determinata energia, sono in grado di convertire tale energia in energia luminosa in modo proporzionale ai fotoni incidenti.



Tramite gli scintillatori, quindi, siamo in grado di conteggiare i fotoni in arrivo e anche l'energia che essi possiedono: in questo modo è possibile dividere i fotoni primari, a cui è associata un'energia sufficientemente elevata per considerarli prodotti dal fenomeno di decadimento, dai fotoni diffusi, che invece possiedono bassa energia.

Esistono diversi tipi di cristalli, ma il più utilizzato è lo ioduro di sodio attivato con piccolissime quantità di tallio. Questo cristallo possiede buona efficienza di rivelazione, quasi costante da 50 a 200 keV.

Ciò significa che circa il 13 % dell'energia ceduta al cristallo si trasforma in luce visibile, il che comporta la generazione di circa 20-30 fotoni luminosi per ogni keV di energia generata.

La risoluzione energetica, cioè la capacità di valutare le differenze di energia portate dai fotoni incidenti, ci permette di distinguere i fotoni emessi da quelli diffusi: per il cristallo di ioduro di sodio è pari a circa il 15%. Lo spessore del cristallo è uno dei motivi che causano perdita di risoluzione spaziale: il cristallo dovrebbe essere abbastanza sottile ma non troppo altrimenti alcuni fotoni non sarebbero rivelati.

Oltre al cristallo è necessario anche utilizzare un collimatore, perché la radiazione è emessa in tutte le direzioni. Il collimatore fa in modo che le emissioni raggiungano il cristallo scintillatore. Al cristallo sono inoltre agganciati altri componenti detti fototubi, il cui compito è quello di amplificare l'energia luminosa.

### Radioattività

Gli elementi radioattivi possiedono nuclei instabili a causa di uno sbilancio di protoni e neutroni: per cercare di portarsi ad un comportamento stabile tendono a decadere con emissione di fotoni  $\gamma$  ad alta energia ed altre particelle.

L'attività è definita come numero di decadimenti per unità di tempo, e può essere misurata in modi differenti:

1. Becquerel (Bq)  $\rightarrow 1 \text{ Bq} = 1 \text{ decadimento/secondo}$ ; a livello pratico si ha a che fare con kBq e MBq, quindi questa unità di misura è piccola.
2. Curie (Ci)  $\rightarrow 1 \text{ Ci} = 3.7 \cdot 10^{10} \text{ Bq}$ ; a livello pratico si ha a che fare con mCi e  $\mu\text{Ci}$ , quindi questa unità di misura è grande.

L'attività è proporzionale al numero  $N$  di atomi radioattivi, secondo una costante di decadimento  $\lambda$  tipica del radionuclide:

$$A(t) = \lambda \cdot N(t)$$

Vale dunque la relazione

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda \cdot t}$$

La costante di tempo del decadimento è definita come  $T = \frac{1}{\lambda}$ .

Il tempo di dimezzamento o emivita è invece definito come  $T_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda}$ .

Per quanto riguarda il decadimento siamo interessati a rimanere in una finestra temporale in cui il decadimento è alto, perché in questo modo l'emissione sarà maggiore e quindi anche il conteggio sarà elevato, producendo un'immagine qualitativamente migliore.

Tuttavia un decadimento veloce rende difficile il trasporto, lo stoccaggio, e l'impiego del radioisotopo prima del suo decadimento.

Dunque, poichè è possibile utilizzare sostanze diverse, con tempi di decadimento diversi, sarà necessario scegliere quella più adatta, che possieda un'emivita ragionevole: in altre parole siamo interessati a sostanze con tempi di decadimento brevi ma non eccessivamente.

## Radiofarmaci

I radiofarmaci sono preparati radioattivi che rispettano tutte le normative della farmacopea ufficiale per la somministrazione nell'uomo.

Sono composti marcati con radioisotopi, ottenuti legando molecole radioattive (che emettono fotoni gamma o positroni) a molecole biologiche di interesse clinico: il tipo di molecola scelta dipende da quale informazione è richiesta.

Le sostanze marcate si comportano in maniera perfettamente simile alle sostanze non marcate, in particolare per quanto riguarda il metabolismo, ma la differenza fondamentale è che si può seguire dall'esterno la loro distribuzione spazio-temporale a causa delle radiazioni emesse.

Gli isotopi sono forme diverse di uno stesso elemento: in particolare essi possiedono stesso numero atomico  $Z$ , ma diverso numero di massa  $A$ : in altre parole, hanno lo stesso numero di protoni (e quindi di elettroni) ma diverso numero di neutroni.

Gli isotopi di un elemento presentano le stesse caratteristiche chimiche, anche se possono essere fisicamente diversi, per esempio possono essere stabili (ossia non radioattivi) o instabili (radioattivi).

### Possiamo distinguere diversi tipi di decadimento di radioisotopi:

Decadimento  $\alpha$  → Provoca l'emissione di un elione.

Il numero atomico dell'isotopo diminuisce di 2 ed il peso atomico di 4. Questo tipo di decadimento non è utile per le bioimmagini. Un esempio è dato dal Radio che decade in Radon.

Decadimento  $\beta^-$  → Provoca l'emissione di un elettrone (e di un neutrino).

In questo caso un neutrone diventa un protone, quindi il numero atomico aumenta di 1 ed il peso atomico resta invariato.

Questo tipo di decadimento non è utile per le immagini, ma può produrre radionuclidi metastabili, che a loro volta producono un decadimento con emissione  $\gamma$ , che è invece utile per le bioimmagini.

L'esempio più importante di questo decadimento è dato dal Molibdeno instabile che decade a Tecnezio 99 metastabile (sostanza utilizzata per ottenere immagini SPECT), con emissione di particella beta – e di un neutrino che, come detto non sono utili.

Tuttavia, una volta il Tecnezio a sua volta decade in Tecnezio stabile con l'emissione di fotoni gamma che restituiscono 140 keV di energia. Questi fotoni sono proprio quelli utilizzati dal sistema di imaging.

Decadimento  $\beta^+$  → Provoca l'emissione di un positrone (e di un neutrino).

In questo caso un protone diventa un neutrone, quindi il numero atomico  $Z$  diminuisce di 1 ed il peso atomico resta invariato.

Il positrone, una volta emesso, riesce a percorrere distanze limitate solo all'interno dei polmoni, mentre in tutti gli altri tessuti incontra immediatamente un elettrone e va incontro ad annichilazione: questo fenomeno produce 2 fotoni gamma con 511 keV di energia, che vengono sparati in direzioni opposte a 180° tra loro. Questo fenomeno è alla base dell'imaging della PET: in questo caso non è richiesto il collimatore (unico caso in medicina nucleare).

Cattura di un elettrone orbitale → In questo caso un protone diventa un neutrone (+ 1 neutrino) con emissione  $\gamma$ .

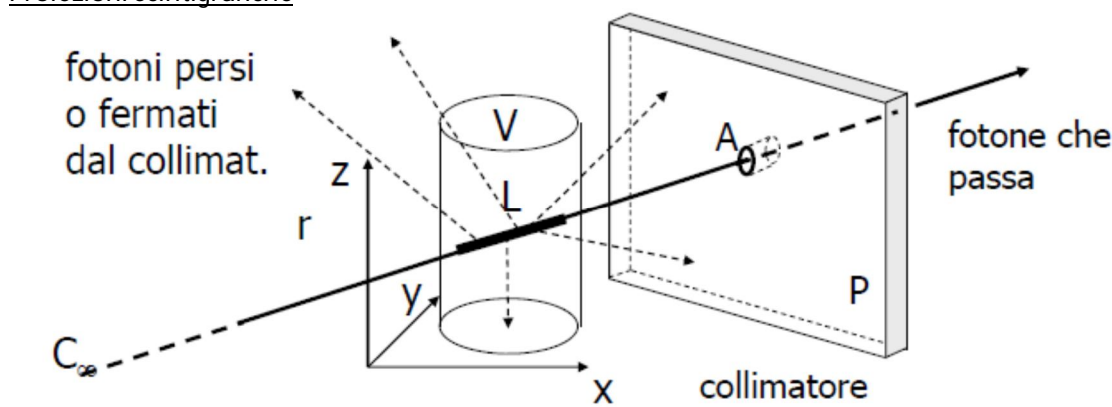
Il numero atomico diminuisce di 1 ed il peso atomico resta invariato. Anche questa tipologia di decadimento è utile per le bioimmagini.

### Produzione di radioisotopi

La produzione di radioisotopi può essere fatta con diverse metodiche:

- A seguito del decadimento di un radioisotopo "genitore" si ha la produzione di un radioisotopo "figlio" utile per l'imaging. Se il primo decadimento ha un tempo di emivita lungo si può costruire un generatore: se tale generatore viene caricato con il radioisotopo "genitore" produce dosi del radioisotopo "figlio". Nell'esempio del tecnezio il radioisotopo "genitore" è rappresentato dal Molibdeno.
- Attivazione neutronica
- Bombardamento con particelle cariche accelerate da ciclotrone.

### Proiezioni scintigrafiche



Le molecole di tracciante marcate con un radionuclide (il più usato è il tecnezio 99 metastabile) si distribuiscono a seconda dell'attività metabolica, contrastando eventuali lesioni mediante punti caldi, oppure zone patologiche a basso metabolismo mediante punti freddi.

I raggi  $\gamma$  vengono emessi in misura proporzionale alle concentrazioni ma in tutte le direzioni.

Un collimatore, costituito da una lastra di piombo con forellini paralleli fra loro e perpendicolari al piano della lastra, seleziona i raggi che incidono perpendicolarmente creando una proiezione parallela da un centro  $C_\infty$ . L'elemento che più influisce in negativo sulla risoluzione spaziale è proprio il collimatore di cui però non si può fare a meno.

La proiezione incide poi su un opportuno detettore, ovvero una lastra di cristallo scintillatore in ioduro di sodio ed un array di fotomoltiplicatori.

Come si può vedere dalla figura, l'informazione incidente in un generico punto A rappresenta l'integrale della concentrazione sul segmento L della linea di proiezione  $r$  all'interno del volume V.

L'immagine proiettata (in genere su un piano frontale o dorsale) è una scintigrafia di un segmento di corpo larga quanto la superficie della gamma camera: attualmente un segmento può ricoprire circa un terzo dell'intera altezza di un soggetto (60 cm), e più segmenti formano una scintigrafia total body.

### Gamma camera

La camera di Anger (1958), comunemente detta gamma-camera, è uno strumento che permette di effettuare una misura esterna della radioattività nell'organo in esame, ma fornisce anche una rappresentazione della distribuzione bidimensionale della radioattività stessa, cioè un'immagine.

#### Principio di funzionamento

- Attraverso i fori di un collimatore, le radiazioni gamma raggiungono un cristallo scintillatore: la maggior parte delle radiazioni è interamente assorbita.
- Il cristallo è accoppiato otticamente, mediante una sottile guida di luce, ad un grande numero di tubi fotomoltiplicatori (da 20 a 80) che lo ricoprono totalmente in geometria esagonale.

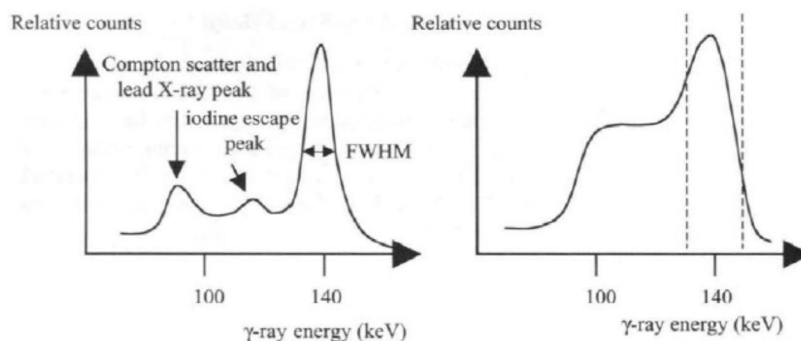
- La scintillazione prodotta dall'assorbimento di un fotone gamma è vista contemporaneamente da più fototubi. Ciascuno di questi genera un segnale la cui ampiezza è direttamente proporzionale all'energia del fotone e inversamente proporzionale alla distanza del fototubo dalla scintillazione.
- Maggiori sono i tubi fotomoltiplicatori tanto più è precisa l'individuazione del punto dove il fotone ha colpito il cristallo scintillatore.

### Aritmetica di posizione

L'aritmetica di posizione è costituita da una rete di resistori o capacitori, il cui compito è quello di trasferire una quantità di segnale proporzionale alla distanza del foto tubo dal centro del cristallo.

La rete restituisce la posizione dell'evento tramite delle coordinate, e un valore di ampiezza proporzionale alla quantità di luce prodotta nel cristallo.

### Finestra energetica



Nella figura vengono rappresentati gli spettri ottenuti da una gamma camera in assenza (a sinistra) e in presenza (a destra) di un paziente. Per conteggio relativo (sull'asse y dei grafici) si intende il numero di eventi di decadimento contati. Come notiamo, il fotopicco in assenza di paziente è posizionato a 140 keV.

Notiamo inoltre che l'emissione cambia in presenza del paziente. Per sapere quali eventi contare utilizziamo una fascia di tolleranza di circa il 10-15%, centrata attorno al valore di energia dei fotoni primari, che dalla figura a sinistra sappiamo essere a 140 keV.

### Collimatori

La focalizzazione per assorbimento (collimazione) è un metodo intrinsecamente poco efficiente, infatti scarta gran parte delle radiazioni emesse dal paziente.

Il rapporto tra il numero di radiazioni rivelate e il numero di radiazioni emesse dal paziente è dell'ordine di  $10^{-4}$ : da questo capiamo che gran parte dell'informazione viene persa.

Questa è la ragione per cui si ha un minor dettaglio morfologico delle immagini scintigrafiche rispetto a quelle radiologiche.

Generalmente vengono utilizzati collimatori a fori paralleli, tuttavia esistono anche collimatori i cui fori sono convergenti o divergenti.

Bisogna ricordare che tanto più la zona che emette è vicina al collimatore, tanto minore è il numero di fotoni persi, quindi uno degli accorgimenti che si possono prendere in fase di acquisizione dell'immagine è quello di avvicinare il collimatore ai distretti da indagare.

### Risoluzione spaziale e SNR

Per ogni fotone gamma che interagisce con il cristallo si generano dunque due segnali, X e Y, che ne individuano esattamente la posizione spaziale nel campo di vista dello strumento, ed un segnale di energia Z.

In base a questo si scartano i fotoni a più bassa energia formati per diffusione Compton, e quindi rivelati in posizione erranea rispetto alla esatta sede di emissione nell'organo in esame.

Normalmente si accettano segnali con uno spettro di energia contenuto in una finestra del 10-20% rispetto al picco di energia del radioisotopo utilizzato (vedi immagine precedente).

Risulta chiaro che, riducendo la finestra di accettazione e/o riducendo lo spessore del cristallo si migliora la risoluzione spaziale del sistema perché si riduce la FWHM (full width half maximum) della PSF (point spread

function); nello stesso tempo però si diminuisce l'efficienza di conteggio del sistema, il che provoca un peggioramento statistico del rapporto segnale-rumore.

I due segnali di posizione X e Y possono essere inviati ad un tubo a raggi catodici, su cui viene così riprodotta l'immagine della distribuzione spaziale della radioattività. I due segnali sono anche convertiti in forma digitale, diventando gli indici di una matrice bidimensionale.

#### Limiti della gamma camera

- Planarità: tenta di rappresentare in 2-D fenomeni che in realtà si sviluppano in 3-D. Se perpendicolarmente al piano di rivelazione vi è una sovrapposizione di strutture distinte, l'attività registrata corrisponde ad una sommatoria dei loro diversi comportamenti, che quindi non sono più singolarmente identificabili.
- Impossibilità di misurare i volumi di distribuzione del tracciante e quindi di effettuare misure di concentrazione di attività.
- Diversa attenuazione subita dai fotoni gamma nei vari tessuti prima di raggiungere il sistema di rivelazione.

#### Risoluzione

La risoluzione del sistema è esprimibile dalla seguente formula:

$$R_s^2 = R_{Gamma}^2 + R_{COLL}^2 + R_{Compton}^2$$

Come vediamo, la risoluzione del collimatore viene considerata a parte, perché questo è l'elemento dominante in termini di risoluzione dell'intero sistema.

$R_{Gamma}$  rappresenta la risoluzione spaziale intrinseca, senza collimatore; poiché esiste sempre un'incertezza dell'esatta posizione in cui si è prodotta la luce nel cristallo scintillatore,  $R_{Gamma}$  può esser migliorata con:

- Più fototubi → minore incertezza nella stima ma costo elevato (i fototubi sono quelli che costano di più)
- Minor spessore cristallo
- Miglior guida luce
- Miglior circuito posizione

Notiamo anche la presenza nella formula del grado di Compton Scattering, che rende conto della perdita di fotoni per effetto Compton.

#### Dosaggio

Il dosaggio di tracciante deve compensare l'efficienza di detezione limitata, e la durata di acquisizione limitata: nonostante ciò, il dosaggio necessario rimane comunque molto basso.

I fattori che incidono sull'efficienza sono di tre tipi:

Fattori temporali → ordine di  $10^{-2}$

Distribuzione in vari distretti oltre a quello osservato e attenuazione → ordine di  $10^{-1}$

Efficienza del sistema di acquisizione → ordine di  $10^{-4}$

Da questo deduciamo che l'efficienza globale  $E_G$  è dell'ordine di  $10^{-7}$ .

Volendo ottenere una statistica  $N_{DET}$  dell'ordine di  $10^6$  occorrono  $N_0 = N_{DET}/E_G = 10^6 \cdot 10^7 = 10^{13}$

Il  $N_{AVOGADRO} = 6 \cdot 10^{23}$  quindi siamo sull'ordine di  $10^{24}$ .

Il dosaggio in moli sarà quindi dell'ordine di  $10^{13}/10^{24} = 10^{-11}$  moli → decine di picomoli.

Il dosaggio in peso è dato dal numero di moli moltiplicato per il peso molecolare:  $10^{-11} \cdot 10^2 = 10^{-9}$ g (nanogrammi).

Nella pratica il dosaggio è valutato sull'attività, cioè il numero di eventi nell'unità di tempo. Infatti l'attività si misura facilmente in un contatore e viene verificata appena prima della somministrazione.

Ai fini della produzione dell'immagine, è l'attività di emissione che conta.

Effettuando il dosaggio sull'attività vi è compensazione rispetto a  $T_{1/2}$  e i valori di attività impiegati sono più confrontabili fra diversi radioisotopi. Inoltre si ha anche una compensazione rispetto al decadimento del radio tracciante avvenuto nell'attesa fra la preparazione e la somministrazione (o nel tempo di consegna al laboratorio e durante lo stoccaggio).

Questi sono necessariamente tempi variabili e non trascurabili rispetto a  $T_{1/2}$ .

In genere si cerca di rimanere nell'ordine di alcuni mCi di attività, sfruttando diverse possibilità:

Aumentando l'efficienza

- Tempo di acquisizione più lungo
- Efficienza del collimatore più alta a spese della risoluzione
- Più di una "testa" (gamma-camera)

Accontentandosi di una statistica più bassa.

#### Tomografia a emissione di fotoni

Le scintigrafie sono simili alla radiografia come qualità dell'immagine: immagini totalmente planari che perdono informazione 3D.

Collimatore – cristallo – tubi fotomoltiplicatori- aritmetica di posizionamento.

Dal paziente verso l'alto sono i componenti della gamma camera.

Aritmetica di posizionamento → 4 coordinate: tre spaziali e una quarta di intensità

I limiti della gamma camera vengono superati grazie all'utilizzo di tecniche tomografiche ECT, Emission Computed Tomography: grazie a questa tecnica si ottengono immagini bidimensionali di una sezione di interesse del paziente.

La ECT comporta il campionamento delle radiazioni emesse in diverse posizioni attorno al corpo in esame, selezionando il contributo di una sezione di interesse ed evitando quello dei piani diversi.

I profili di radioattività ottenuti durante la fase di campionamento a diversi angoli attorno alla sezione sono elaborati da un computer, mediante algoritmi di ricostruzione, per formare l'immagine tomografica.

I vantaggi della ECT rispetto alla scintigrafia non tomografica sono:

- Miglioramento della localizzazione spaziale
- Miglioramento della capacità di separazione di organi
- Possibilità di descrivere quantitativamente il fenomeno studiato.

Spesso, però, ciò avviene a scapito della risoluzione spaziale.

#### SPECT

La base di questo sistema di imaging è ovviamente fornita dalla tecnica ECT.

La SPECT (Single Photon Emission Computed Tomography ) consiste, nella versione più semplice, di una gamma-camera in grado di ruotare 360° attorno al paziente.

La gamma camera (le cui teste contengono il collimatore il cristallo, i fototubi e l'aritmetica di posizionamento) accoppiata ad un collimatore a fori paralleli acquisisce immagini, proiettate in diverse posizioni angolari (campionamento angolare), della distribuzione tridimensionale del radiofarmaco.

Il numero di posizioni angolari e di colonne della matrice di acquisizione determinano, insieme al collimatore, la risoluzione spaziale di ciascuna fetta ricostruita

L'evoluzione della tecnica SPECT ha portato a sistemi dotati di più teste al fine di aumentare l'efficienza di raccolta dei fotoni gamma emessi dal paziente, con riduzione del tempo di acquisizione.

Nel caso della ricostruzione da proiezioni si acquisivano informazioni un range di angoli da 0 a 180°, mentre in questo caso, viene fatta un'acquisizione a 360°.

Il vantaggio della SPECT rispetto alla gamma camera è quello di restituire un'immagine 2D che permette di discriminare i diversi distretti corporei. A parità di rapporto segnale rumore questo sistema ha una capacità di conteggio di eventi migliore anche di 5 o 6 volte.

La risoluzione spaziale è però leggermente degradata rispetto a quella della gamma camera: la SPECT è nell'ordine di risoluzione di 1cm, mentre a gamma camera è nell'ordine di 0.7 cm.

Ciò che migliora di molto è il cosiddetto CNR o Contrast to Noise Ratio, parametro che dice quanto il sistema di imaging è in grado di separare elementi diversi all'interno dell'immagine.

Con la SPECT otteniamo una serie di sezioni adiacenti che si accumulano lungo l'asse z (che rappresenta l'altezza del paziente) e che possiamo sommare ottenendo una ricostruzione tridimensionale.

Esistono anche strumentazioni per SPECT con più teste, che migliorano il parametro risoluzione spaziale: si passa da 14-17 mm per una testa a 6-10 mm per tre teste.

Le immagini SPECT sono dotate di una risoluzione spaziale molto più bassa rispetto alle immagini anatomiche quali radiografie o TAC, e vengono rappresentate in 64x64 o 128x128.

Questa scelta è data dal fatto che è la FWHM del sistema di imaging ha una determinata dimensione ed è quindi inutile utilizzare un numero eccessivo di pixel: gli oggetti di dimensioni inferiori alla FWHM non saranno comunque visibili.

Infine bisogna ricordare che La SPECT non fornisce particolari anatomici molto precisi, bensì dettagli relativi all'attività metabolica.

## TOMOGRAFIA A EMISSIONE DI POSITRONI

La base della PET è l'utilizzo di sostanze in grado di emettere positroni, che vengono iniettate nel paziente: questi positroni hanno una vita brevissima, e, dopo un percorso che può raggiungere al massimo qualche millimetro (nel caso dei polmoni dove la densità tissutale è bassa), vanno incontro ad annichilazione con un elettrone negativo, dando luogo alla formazione di due raggi gamma di 511 KeV di energia emessi a 180 gradi l'uno rispetto all'altro.

La tecnica della tomografia a emissione di positroni permette di ottenere una risoluzione spaziale superiore a quella di una gamma-camera, contemporaneamente, non ha grandi problemi per quanto riguarda la correzione per l'attenuazione.

I radioisotopi emittenti più comunemente usati sono  $^{11}\text{C}$ ,  $^{15}\text{O}$ ,  $^{13}\text{N}$  e  $^{18}\text{F}$ : è possibile quindi la marcatura di numerose sostanze di interesse biologico e/o farmacologico senza compromissione della struttura e quindi del comportamento biochimico.

La caratteristica fondamentale di questi radioisotopi è la brevissima emivita (da 2 min Ossigeno a 110 min Fluoro), per cui si ha una radioattività specifica molto elevata.

Inoltre la quantità totale di tracciante da somministrare è così ridotta da non influenzare assolutamente il funzionamento del sistema studiato.

Con coppie di rivelatori posti in coincidenza, si individuano esattamente le linee lungo le quali sono stati emessi i positroni, dette LOR o Line Of Response senza ricorrere a collimazione: ciò è importantissimo perché permette un'enorme efficienza di conteggio.

Tali cristalli vengono disposti ad anello intorno al paziente.

I due fotoni gamma emessi in seguito alla collisione tra positrone ed elettrone colpiscono i cristalli all'interno di una finestra temporale  $\Delta T$ : il rivelatore di coincidenza considera quali sono i cristalli interessati dal trasferimento di una certa quantità di energia nella finestra  $\Delta T$ .

L'evento di coincidenza viene considerato accettabile se l'energia trasferita ai cristalli è pari a 200-300 keV ed il cristallo restituisce un segnale in tensione di livello alto.

La finestra temporale di coincidenza ha una durata variabile tra 4 e 10 ns: questa scelta è dettata dal fatto che la luce in 1 ns percorre circa 30 cm, e il diametro della PET è compreso tra 60 e 100 cm, e dunque una finestra di questa durata permette di non perdere eventi di annichilazione.

La scarsa precisione di misura di  $\Delta t$  non consente di valutare la posizione del decadimento dalla differenza del tempo di volo fra i due fotoni e si individua quindi solamente la linea dell'evento, ovvero la LOR.

I cristalli utilizzati per la PET sono costituiti da germanato di bismuto: infatti i cristalli di ioduro di sodio usati per la gamma camera sono igroscopici, cioè si degradano con l'umidità.

Il loro utilizzo per la PET comporterebbe che essi fossero completamente sigillati e questo darebbe una perdita di risoluzione, perché i cristalli non possono essere accostati ma devono essere incapsulati.

La densità del BGO permette di realizzare dei cristalli piccoli, mantenendo un'alta efficienza nonostante l'alta energia fotonica; inoltre una bassa dimensione dei cristalli è determinante per la risoluzione.

Un'alta efficienza è cruciale perché è il suo valore elevato al quadrato che determina l'efficienza di coincidenza.

La risoluzione spaziale di questo sistema di imaging varia tra i 3 ed i 5 mm.

I cristalli vengono ricavati tramite intagli in un blocco monocristallino: in questo modo si ricavano 64 cristalli rivelatori. Questi sono accoppiati a 4 tubi fotomoltiplicatori.

Il cristallo interessato dall'evento è individuato con una logica di Anger.

Si hanno 4 anelli di blocchi e quindi 32 anelli di rivelatori, il che implica 32 piani tomografici acquisibili parallelamente su una lunghezza assiale di circa 15 cm con una risoluzione assiale di circa 4 mm.

In modalità 2D setti ad anello impediscono coincidenze fra piani diversi: in questo modo i piani tomografici sono isolati tra loro e si ricavano delle fette separate.

In modalità 3D gli anelli vengono rimossi e si procede ad una ricostruzione volumetrica o ad una ricostruzione tomografica.



La maggior parte delle applicazioni per la PET è in oncologia: siamo infatti in grado di legare il fluoro 18 con il glucosio per mettere in evidenza il maggiore metabolismo delle cellule tumorali.

Le applicazioni oncologiche principali riguardano:

1. Valutazione iniziale di nuovi soggetti
2. Controllo della progressione o della regressione di malignità
3. Monitoraggio risposta alle terapie
4. Diagnosi di eventuali metastasi

In neurologia, invece, c'è la possibilità di utilizzare questa tecnica per la diagnosi precoce di demenza senile.

Sono due i problemi fondamentali nelle immagini PET:

1. Correzione per l'attenuazione
2. Presenza di coincidenze random

Questi problemi sono sorgenti di rumore che devono essere considerate e corrette per rendere fruibile l'immagine.

Per quanto riguarda il primo punto è possibile misurare la correzione da applicare al sistema PET: per farlo è necessario ricavare il sinogramma inserendo nella PET soltanto il tracciante nucleare e facendo dunque un'acquisizione a vuoto.

Successivamente il paziente viene inserito all'interno della macchina e si calcolano i cosiddetti sinogrammi trasmissivi, cioè quelli in presenza del paziente.

Il rapporto tra i diversi sinogrammi definisce la ACF o Attenuation Correction Factor, parametro che esprime quanta attività di emissione viene persa in presenza del paziente, rispetto al caso del solo tracciante.

Tenendo conto di questo parametro viene fatta la correzione per l'attenuazione.

Le coincidenze random sono coincidenze casuali attribuite alla LOR e che non corrispondono ad un evento di annichilazione: è importante quantificarle ed eliminarle per ottenere una buona qualità dell'immagine.

Per farlo è possibile contare tutti gli eventi di incidenza, compresi quelli singoli e, dopo avere effettuato una distinzione tra eventi di incidenza singoli ed eventi coincidenti, si eliminano gli eventi singoli.

Per eliminarli viene introdotto, tramite un circuito elettrico, un ritardo tra un cristallo ed un altro e si valuta in base a questo ritardo quali sono quegli eventi che hanno maggiore probabilità di essere eventi singoli.

Inoltre alcuni eventi vengono scartati perché sono al di sotto di un certo valore soglia di energia.

### Risoluzione

Alcuni fattori fondamentali influiscono sulla risoluzione di questo sistema di Imaging:

Spessore del cristallo → cristalli di spessore sottile permettono di ottenere una risoluzione migliore. Lo spessore del cristallo incide sulla risoluzione in termini di FWHM.

Logica di Anger (Aritmetica di posizione) → un'aritmetica di posizione più precisa restituisce una risoluzione migliore.

Non linearità dei fotoni → i fotoni vengono separati a  $180^\circ \pm 0.25^\circ$  quindi non in maniera precisa: questo può dare origine a rivelazioni che costituiscono rumore sulla mia immagine. Su questo fattore non possiamo fare niente.

Range di emissione di positroni → anche su questo fattore non possiamo fare niente.

L'insieme di tutti questi fattori contribuisce a definire la risoluzione finale del sistema di imaging, pari a circa 5mm.

### Pro e contro

Una vantaggio fondamentale della PET che possiamo mettere in evidenza rispetto alla TAC è dato dal livello di contrasto molto migliore: la TAC non contrasta bene e quindi non permette di distinguere bene i tessuti morbidi, a cui sono associati livelli di grigio simili.

I pro e contro dei due metodi sono riassunti nella seguente tabella:

	TAC	PET
PRO	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Informazioni sulla densità elettronica</li><li>▪ Accurata definizione anatomica</li><li>▪ Assenza di distorsioni geometriche</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Valutazione qualitativa e stima quantitativa dei parametri funzionali</li></ul>
CONTRO	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Assenza di contrasto dei tessuti molli → sovrastima dimensione lesioni</li><li>▪ Falsi negativi</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Impossibilità di identificare strutture anatomiche</li><li>▪ Bassa risoluzione e basso contrasto</li></ul>

## MRI

La risonanza magnetica è un sistema di imaging complesso sia dal punto di vista dell'energia utilizzata, sia da quello della tecnologia per realizzare il sistema, sia per i metodi di elaborazione del segnale, fondamentali per costruire l'immagine bidimensionale.

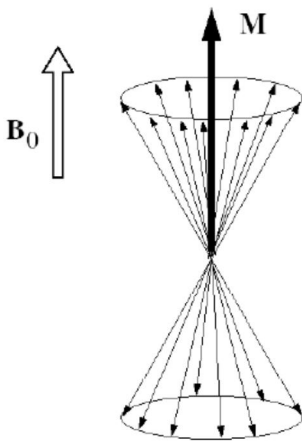
La risonanza magnetica è costituita da un grande magnete all'interno del quale viene inserito il paziente, e che produce un campo magnetico principale. Il singolo magnete però non basta per produrre il segnale utile per l'imaging, ed è necessaria la generazione di un secondo campo magnetico che perturba il principale e che permette di ricostruire l'immagine.

La proprietà più importante di questo sistema di imaging è che permette di contrastare bene i diversi tessuti molli: ciò costituisce un grande passo avanti, perché nessuno dei sistemi visti fino ad ora lo poteva fare. Per esempio, con la MRI è possibile contrastare i diversi tessuti che compongono la materia cerebrale, possibilità che nessuna altra tecnica di imaging ci fornisce.

Questa tecnica sfrutta le proprietà dei protoni degli atomi, in particolare quelli di idrogeno: questo perché il corpo è molto ricco di idrogeno sotto forma di acqua.

Il fenomeno di risonanza magnetica è un'interazione tra impulsi a radiofrequenza tra 10 e 100 MHz e tessuti biologici posizionati all'interno di un campo magnetico principale  $B_0$ : in seguito a questa interazione si avranno assorbimento ed emissione di energia.

La base della risonanza magnetica è data dal fatto che vi sono atomi (come quelli di idrogeno) dotati di dipolo magnetico (che possono essere visti come dei piccoli magneti) e che se vengono posti in presenza di un campo magnetico assumono un movimento di precessione attorno all'asse del campo, come mostrato nella seguente figura.



Tale proprietà è valida anche per altri atomi ma è particolarmente utile per l'idrogeno per i motivi di cui si è già detto.

In questa tecnica possiamo quindi evitare di utilizzare radiazioni ionizzanti, necessarie invece abbiamo per TAC, radiografia e PET.

I campi magnetici applicati vanno da 0.5 a 4 T, quindi di valore molto maggiore rispetto a quello del campo magnetico terrestre.

Il Tesla è una unità di misura derivata del sistema internazionale utilizzata per esprimere la densità del flusso magnetico o l'induzione magnetica (campo magnetico).

### Principi fisici

Ogni nucleo atomico ha associato un numero di spin  $I$ , che descrive le proprietà del nucleo, e che può assumere solo valori specifici.

I nuclei che hanno un numero dispari di protoni e di neutroni sono caratterizzati da numero di spin diverso da zero, e possiedono un vettore momento angolare chiamato spin.

Nella meccanica classica, lo spin può essere rappresentato come una rotazione del nucleo attorno ad un asse interno.

Una carica che ruota produce un momento magnetico definito da:

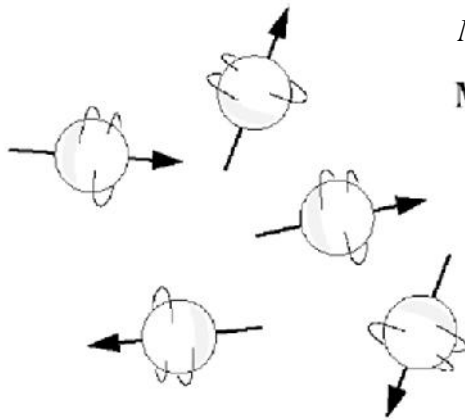
$$\mu = \gamma \cdot I$$

Il modulo vale:

$$\mu = \gamma \frac{h}{2\pi} \sqrt{I \cdot (I + 1)} \quad \text{dove } h = \text{costante di Planck}$$

I nuclei possono essere quindi considerati come dei dipoli magnetici.

In assenza di campo magnetico esterno, i dipoli sono orientati in maniera casuale nello spazio, quindi se si calcola la magnetizzazione globale, cioè la sommatoria dei vettori magnetizzazione, il risultato è pari a 0.



$$M = \sum \mu_i = 0$$

$$\mathbf{M} = \mathbf{0}$$

Come vedremo, il fenomeno di risonanza sarà indotto modificando il valore del vettore magnetizzazione tramite un secondo campo magnetico.

Quando un nucleo con numero di spin  $I$  è posizionato all'interno di un campo magnetico  $B_0$ , allora il momento magnetico  $\mu$  del nucleo può assumere  $2I+1$  configurazioni.

In MRI siamo interessati solamente ai nuclei dell'idrogeno, che sono dotati di numero di spin  $I = \frac{1}{2}$  e che possono quindi assumere 2

configurazioni: una parallela ed una antiparallela rispetto alla direzione campo principale  $B_0$ .

Alle due direzioni (parallela o antiparallela) corrispondono due livelli energetici diversi: in particolare la configurazione antiparallela è quella ad energia più alta, mentre la configurazione parallela è quella ad energia minore.

L'energia associata ad una configurazione è definita da:

$$E = -\mu \cdot B_0 = -\mu_z \cdot B_0 = -\gamma \left( \frac{h}{2\pi} \right) m_I \cdot B_0$$

Dove  $m_I$  rappresenta i numeri quantici magnetici, che per l'idrogeno sono pari a  $\pm \frac{1}{2}$ .

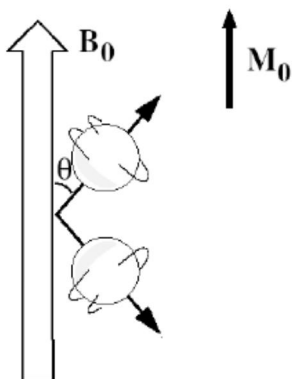
Quindi per l'idrogeno, abbiamo due livelli di energia:

- Minimo  $\rightarrow$  Associato alla configurazione parallela a  $B_0 \rightarrow E = -\frac{1}{2} \gamma \left( \frac{h}{2\pi} \right) \cdot B_0$
- Massimo  $\rightarrow$  Associato alla configurazione antiparallela a  $B_0 \rightarrow E = +\frac{1}{2} \gamma \left( \frac{h}{2\pi} \right) \cdot B_0$

Il numero dei momenti magnetici paralleli alla direzione del campo  $B_0$  è maggiore rispetto al numero dei momenti antiparalleli.

L'orientazione del momento magnetico all'interno del piano ortogonale a  $B_0$  (cioè il piano trasversale) rimane casuale.

Il risultato è una magnetizzazione globale  $M_0$  diretta lungo  $B_0$ , cioè una magnetizzazione longitudinale, come mostrato nella figura seguente.



Nel tentativo di allineare i protoni, il campo  $B_0$  produce una rotazione la cui coppia è definita da

$$C = \mu \times B_0$$

Il risultato è che il momento magnetico  $\mu$  ha movimenti di precessione attorno a  $B_0$  mantenendo un angolo costante: il moto assomiglia a quello di un giroscopio.

La frequenza di precessione, chiamata frequenza di Larmor, è proporzionale all'intensità del campo magnetico:

$$f = \frac{1}{2} \pi \cdot \gamma \cdot B_0$$

Nel caso dell'idrogeno, con un campo magnetico di 1T si ottiene una frequenza di 42.57 MHz.

La velocità angolare del momento di precessione è invece definita da:

$$\Omega_0 = \gamma \cdot B_0$$

#### Come misurare la magnetizzazione

L'obiettivo non è quello di misurare il comportamento magnetico dei singoli nuclei, ma la magnetizzazione macroscopica all'interno di un elemento di volume.

Quando il sistema è posizionato all'interno di un campo magnetico statico  $B_0$  si ha, come visto, una magnetizzazione macroscopica  $M_0$  orientata parallelamente a  $B_0$  con un modulo proporzionale al numero di dipoli magnetici.

Problema → Una magnetizzazione macroscopica orientata parallelamente a  $B_0$  non può essere misurata.

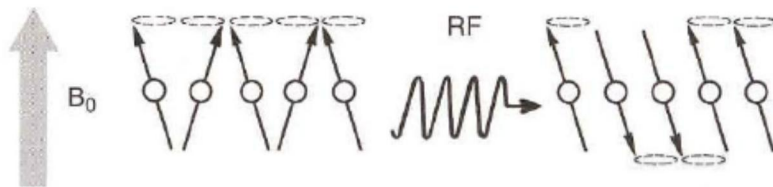
Perché la si possa misurare, la magnetizzazione macroscopica deve essere trasferita all'interno del piano ortogonale a  $B_0$ , cioè il piano trasversale.

Per fare questo viene introdotto tramite radiofrequenze un secondo campo magnetico  $B_1$ , orientato trasversalmente rispetto a  $B_0$ : il campo  $B_1$  ruota nel piano trasversale con velocità angolare  $\Omega_{B1}$ .

I nuclei che girano con velocità  $\Omega_{B1}$  raggiungono una condizione di risonanza (da qui il nome della tecnica di imaging).

#### Effetti del campo $B_1$

A livello microscopico l'effetto di un impulso di radiofrequenza alla frequenza di Larmor è di variare gradualmente l'orientazione dei dipoli (cioè i protoni), come mostrato nella seguente figura:



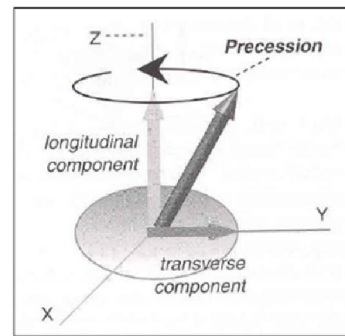
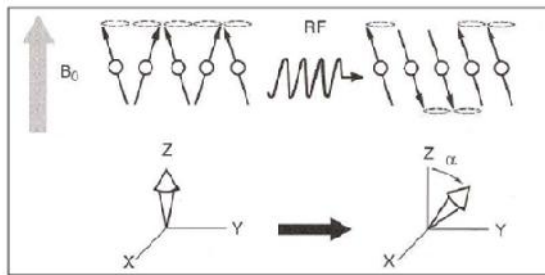
I dipoli però non fermano il loro movimento di precessione attorno alla direzione di  $B_0$  con frequenza di Larmor.

A livello macroscopico:

- In un sistema di coordinate fisse il vettore  $M$  di magnetizzazione globale descrive una traiettoria a spirale, muovendosi sulla superficie di una sfera di raggio  $M_0$ .
- In un sistema di riferimento solidale con  $B_1$  il vettore  $M$  di magnetizzazione globale ruota di un angolo  $\alpha$ , detto flip angle attorno alla direzione del campo  $B_1$ .

L'effetto fondamentale è la comparsa di una componente trasversale di magnetizzazione.

Il tutto è mostrato nelle seguenti figure:



Modificando l'ampiezza degli impulsi a radiofrequenza o cambiando la durata, è possibile far assumere al vettore di magnetizzazione globale  $M$  una qualsiasi orientazione.

Le radiofrequenze impiegate sono molto più lunghe delle sezioni di corpo attraversate e sono quindi in fase in tutto il volume. Inoltre, le antenne impiegate sono antenne di campo vicino, progettate per mantenere la stessa fase nel volume esplorato.

Dopo l'applicazione di un impulso a radiofrequenza con un flip angle  $\alpha$ , la magnetizzazione trasversale nel sistema di riferimento fisso è data da:

$M_{xy}(t) = M_0 \sin \alpha \cdot e^{[j(\Omega_{Larmor} \cdot t) + \Phi]} \rightarrow M_{xy}$  ruota all'interno del piano trasversale (x,y) alla frequenza di Larmor.

Il vettore di magnetizzazione globale  $M_{xy}$  genera un segnale di radiofrequenza la cui intensità dipende da  $M_0$  e dal flip angle  $\alpha$ .

Otteniamo quindi un segnale di risonanza magnetica che possiamo misurare.

Quando il campo secondario viene spento, si hanno degli sfasamenti dovuti a:

- Interazione tra spin dei protoni e il reticolo circostante.
- Rilassamento spin-spin: gli spin tendono a ridistribuirsi in maniera casuale in tutto il piano trasversale

### Riassumendo

1. Segnale MRI generato da protoni presenti nel corpo (acqua e lipidi).
2. Paziente dentro un magnete che produce un campo magnetico statico  $B_0 > 10.000$  volte rispetto a quello terrestre.
3. Ogni protone è una particella carica con momento angolare e può essere considerata come un piccolo magnete.
4. I protoni si allineano in 2 configurazioni parallela o anti-parallela alla direzione del campo magnetico statico principale  $B_0$ . Quantità leggermente maggiore di protoni nello stato parallelo.
5. Precessione dei protoni intorno a  $B_0$  come fa un giroscopio influenzato dalla gravità.
6. La frequenza di precessione (e quindi di risonanza) è proporzionale all'intensità del campo magnetico  $B_0$ .
7. L'applicazione di un debole campo di radiofrequenze,  $B_1$ , provoca una precessione coerente dei protoni; si rileva la somma di tutti i protoni con movimenti di precessione come una tensione indotta in una bobina rivelatore opportunamente regolata
8. L'informazione spaziale è codificata in immagine usando gradienti di campo magnetico. Questi impongono variazioni lineari in tutte le 3 dimensioni del campo magnetico all'interno del paziente.
9. Come risultato di queste variazioni si ha che la frequenza di precessione dei protoni dipende linearmente dalla loro posizione nello spazio.
10. Si misurano Frequenza e Fase della magnetizzazione dovuta alla precessione con una bobina; il segnale analogico è poi digitalizzato.
11. L'antitrasformata di Fourier 2D converte il segnale nello spazio per produrre un'immagine.

12. Variando i parametri di acquisizione si contrastano in modo diverso i tessuti molli.

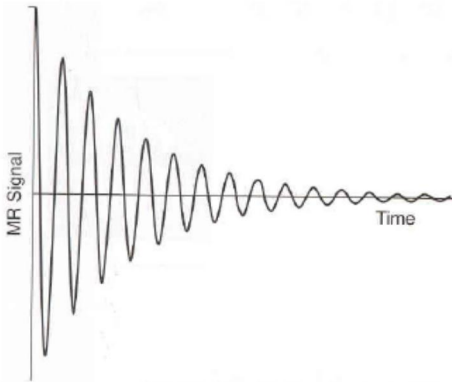
### Free Induction Decay

Una volta che la perturbazione dovuta alle radiofrequenze termina, il sistema torna spontaneamente in condizione equilibrio (in presenza del campo  $B_0$ ).

La componente longitudinale  $M_z$  della magnetizzazione macroscopica tende a recuperare il valore di equilibrio  $M_0$  e dunque si parla di rilassamento longitudinale.

La componente trasversale  $M_{xy}$  decade a zero, e dunque si parla di rilassamento trasversale.

Il segnale che può essere misurato è quello prodotto da  $M_{xy}$ , che viene chiamata Free Induction Decay o FID (figura seguente).



Il FID è un segnale di risonanza magnetica che può essere misurato dopo l'eccitazione tramite radiofrequenze di un sistema dipolo magnetico posizionato all'interno di un campo magnetico statico.

Le principali proprietà del segnale FID sono:

Frequenza pari alla frequenza di Larmor

Ampiezza proporzionale alla densità relativa di nuclei eccitati all'interno del volume in esame.

Decresce esponenzialmente con una costante di tempo che dipende dalla struttura molecolare che contiene gli atomi eccitati.

A questo punto non si hanno ancora informazioni che permettano di ricostruire un'immagine.

Come vedremo sarà necessario utilizzare un campo magnetico che varia con la spaziale coordinata, in modo da ottenere una serie di risposte che dipendono anche esse dalla coordinata.

In questo modo il segnale FID non sarà più un segnale monofrequenza, ma conterrà diversi contributi che possono poi essere separati in fase di analisi spettrale.

### Rilassamento longitudinale

Il vettore magnetizzazione longitudinale  $M_z$  torna al valore di equilibrio  $M_0$  grazie all'interazione (cioè il trasferimento di energia) tra spin dei protoni e reticolo circostante: si ha un fenomeno di rilassamento spin-reticolo con costante di tempo  $T_1$ .

$$M_z = M_0 \cdot \left( 1 - e^{-\frac{t}{T_1}} \right), \quad (\alpha = 90^\circ)$$

$T_1$  pesa il rilassamento longitudinale.

Il valore di  $T_1$  può variare tra 0.05 e 3 secondi nel caso dell'idrogeno.

### Rilassamento trasversale

Le interazioni spin-spin generano uno sfasamento tra i protoni caratterizzati da movimenti di precessione: in particolare, protoni diversi assumono movimenti di precessione con velocità differenti.

La conseguenza macroscopica di ciò è una riduzione della componente di magnetizzazione trasversale  $M_{xy}$ , con una costante di tempo  $T_2$ .

$$M_{xy} = M_0 \cdot e^{-\frac{t}{T_2}}, \quad (\alpha = 90^\circ)$$

A seguito dello sfasamento quindi, il vettore magnetizzazione nel piano xy tende a diventare nullo e rimane solo il vettore  $M_z$ .

Il valore di  $T_2$  può variare tra 0.04 e 2 secondi nel caso dell'idrogeno (più breve di  $T_1$ ).

### Equazione di Bloch

Questa equazione descrive il comportamento del vettore magnetizzazione  $M$  in un sistema di riferimento fisso con l'asse  $z$  parallelo a  $B_0$ .

In realtà, a causa delle inevitabili non omogeneità di campo, lo sfasamento della magnetizzazione trasversale è più veloce rispetto a quanto descritto da  $T_2$ : la costante di tempo che descrive il reale andamento di  $M_{xy}$  è  $T_2^* < T_2$ .

### Sequenze di impulsi

L'obiettivo degli studi di risonanza magnetica è quello di creare immagini nelle quali i tessuti di interesse sono contrastati propriamente sulla base di tre parametri fondamentali

1. Costante  $T_1$
2. Costante  $T_2$
3. Densità protonica  $\rho \rightarrow$  indica il numero di protoni che hanno manifestato una risposta eccitatoria in seguito alla stimolazione del campo  $B_1$ .

Le sequenze di impulsi permettono di enfatizzare la dipendenza del segnale di FID da uno di questi tre parametri.

Tutti i diversi tipi di sequenze sono caratterizzati da un tempo di ripetizione  $T_R$  che è l'intervallo che intercorre tra l'inizio di una sequenza e la sequenza successiva.

Esistono diversi tipi di sequenze di impulsi, di seguito vengono presentate le più importanti.

Saturation Recovery  $\rightarrow$  Questa sequenza è costituita da impulsi a  $90^\circ$  separati da un tempo di ripetizione  $T_R$ .

L'effetto del primo impulso a  $90^\circ$  è quello di far assumere il valore di  $M_0$  alla magnetizzazione trasversale ( $M_{xy}$ ) e di mandare a 0 la  $M_z$ .

Dopo l'impulso,  $M_{xy}$  decade con una costante di tempo  $T_2$ , mentre  $M_z$  torna al valore  $M_0$  con una differente costante di tempo  $T_1$ .

La sequenza viene ripetuta diverse volte, perché il FID che si misura dopo lo spegnimento del campo  $B_1$  (cioè dopo l'invio dell'impulso a  $90^\circ$ ) restituisce un segnale molto debole, ed è allora necessario eseguire una media su più risposte, come avveniva per la media sincrona.

#### Nel caso in cui $T_R > T_2$ e $T_R \approx T_1$

Una serie di impulsi a  $90^\circ$  permette di studiare  $T_1$  che esprime l'effetto del rilassamento spin-reticolo: questa sequenza permette quindi di "pesare in  $T_1$ " l'immagine.

L'ampiezza del segnale FID dopo la seconda ripetizione è proporzionale a  $\rho \left( 1 - e^{\left( -\frac{T_R}{T_1} \right)} \right)$ .

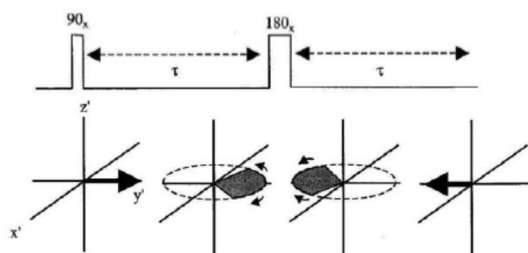
#### Nel caso in cui $T_R > T_2$ e $T_R > T_1$

Una serie di impulsi a  $90^\circ$  permette di studiare la densità protonica e di contrastare le immagini sulla base di questo parametro.

Spin Echo  $\rightarrow$  Questa sequenza consiste di un impulso a  $90^\circ$  seguito da un impulso a  $180^\circ$  dopo un intervallo di tempo  $\frac{T_E}{2}$ . L'effetto del primo impulso è quello di inclinare il vettore magnetizzazione, facend nascere

una componente  $M_{xy}$  nel piano trasversale. Quando questo primo impulso termina, gli spin dei protoni tendono a sfasarsi tra di loro nel piano (x,y). Applicando il secondo impulso a  $180^\circ$ , l'effetto è quello di ribaltare l'insieme degli spin che stanno sfasando rispetto all'asse  $y$ . Ciò fa sì che gli spin dei protoni tendano a tornare in fase: al tempo  $T_E$  gli spin dei protoni sono di nuovo in fase ed è possibile misurare un segnale di eco (vedi figura pagina seguente).





L'ampiezza dell'eco è proporzionale a  $\rho \cdot e^{\left(-\frac{T_E}{T_2}\right)}$ .

Se una identica sequenza viene applicata dopo un tempo di ripetizione  $T_R \gg T_E$ , l'ampiezza del secondo eco

sarà proporzionale a  $\rho \left(1 - e^{\left(-\frac{T_R}{T_1}\right)}\right) e^{\left(-\frac{T_E}{T_2}\right)}$ .

**Inversion recovery** → Questa sequenza consiste di un impulso a  $180^\circ$  seguito da un impulso a  $90^\circ$  dopo un intervallo di tempo  $T_i$ . L'effetto dell'impulso a  $180^\circ$  è quello di far assumere valore  $-M_0$  alla magnetizzazione lungo z:  $M_{xy} = 0$ ;  $M_z = -M_0$ .

Dopo l'impulso,  $M_z$  tende a raggiungere il valore di equilibrio  $M_0$  con una costante di tempo  $T_1$ .

L'effetto dell'impulso a  $90^\circ$  è invece quello di creare la componente di magnetizzazione nel piano trasversale.

Il segnale viene misurato dopo l'impulso a  $90^\circ$  e ha un'ampiezza proporzionale a  $\rho \left(1 - 2 \cdot e^{\left(-\frac{T_i}{T_1}\right)}\right)$ .

Se una seconda sequenza, identica alla prima, viene applicata dopo la ripetizione di un tempo  $T_R$ , l'ampiezza

del secondo FID è proporzionale a  $\rho \left(1 - 2 \cdot e^{\left(-\frac{T_i}{T_1}\right)} + e^{\left(-\frac{T_R}{T_1}\right)}\right)$ .

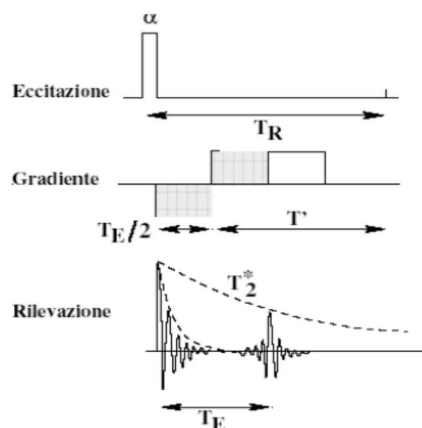
È possibile contrastare in maniera differente i diversi tessuti definendo opportunamente i parametri  $T_i$  e  $T_R$ .

**Gradient Echo** → In questa sequenza, un segnale di eco è generato utilizzando un gradiente di campo magnetico dopo un impulso  $\alpha$ . Il gradiente è una variazione lineare del campo magnetico secondo una coordinata.

L'applicazione di un gradiente di campo magnetico induce uno sfasamento nello spin dei protoni; invertendo successivamente il gradiente, si ha l'effetto di rifasamento dello spin dei protoni.

Il segnale FID sarà caratterizzato da due componenti, e contiene variazioni in frequenza ottenute dal rilassamento degli spin dei protoni (vedi figura seguente).

Scegliendo in maniera adatta  $\alpha$  e  $T_E$ , è possibile contrastare l'immagine.



Queste sono le principali sequenze per l'ottenimento di segnali di risonanza magnetica, ma bisogna sottolineare che esistono moltissimi altri tipi di sequenze più complicate con scopi differenti, che permettono di ottenere immagini con caratteristiche volute.

### Mezzi di contrasto

I mezzi di contrasto hanno lo scopo di migliorare il contrasto dell'immagine.

Esistono due classi principali di mezzi di contrasto:

Agenti paramagnetici (Gadolinio) → il loro effetto principale è quello di differenziare significativamente le costanti di rilassamento dei diversi tessuti in fase di acquisizione.

Agenti ferromagnetici → hanno l'effetto di ridurre i tempi  $T_2$  e  $T_2^*$  per i tessuti.

### Immagini di risonanza magnetica

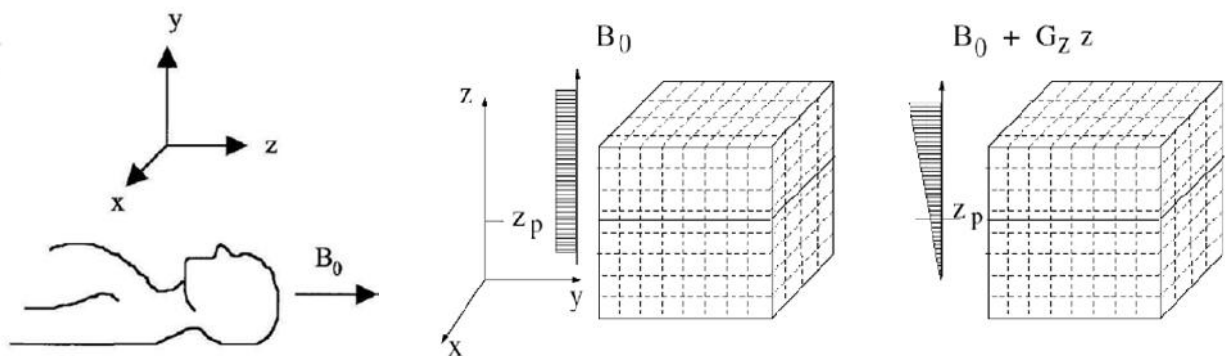
Per creare delle immagini, si deve poter discriminare il contributo dei segnali FID di differenti voxel.

Per fare questo, viene utilizzata la legge di Larmor, cioè i protoni vengono eccitati con un campo magnetico statico la cui intensità varia a seconda della coordinata spaziale.

In questo modo, a seconda della coordinata considerata, i protoni saranno caratterizzati da una frequenza di Larmor differente: questa condizione fa sì che, applicando un campo magnetico principale  $B_0$  (caratterizzato da una certa frequenza di Larmor), verranno eccitati solo quei protoni con la stessa frequenza di Larmor del campo  $B_0$ .

Per creare un campo magnetico statico con intensità variabile a seconda della coordinata vengono opportunamente aggiunti al campo  $B_0$  tre gradienti di campo magnetico detti  $G_x$ ,  $G_y$ , e  $G_z$ : l'intensità di questi gradienti è piccola se comparata all'intensità di  $B_0$ .

Con questo sistema è possibile selezionare una certa slice del volume di interesse: in questo caso viene applicato un gradiente  $G_z$  lungo la direzione  $z$ , come mostrato nella seguente figura.



La slice viene identificata dal piano tomografico  $z_p$ .

Tutti i protoni posizionati in  $z_p$  sono caratterizzati da una frequenza di Larmor data da:

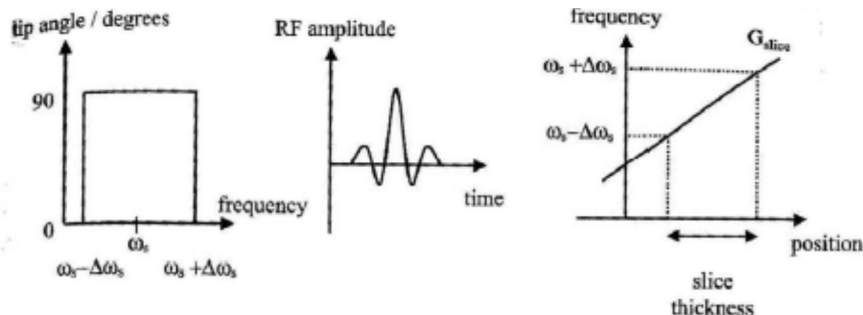
$$\Omega_{z_p} = \gamma (B_0 + G_z \cdot z_p)$$

Un impulso di radiofrequenze caratterizzato dalla frequenza  $\Omega_{z_p}$  ecciterà solo quei protoni con coordinata  $z$  pari a  $z_p$ .

### Selezione della slice

La forma e lo spessore della slice dipendono dal campo magnetico gradiente  $G_z$  e dal tipo di impulso a radiofrequenza.

L'impulso a radiofrequenza ideale è un impulso rettangolare con un profilo di frequenza dato da  $\omega_s \pm \Delta\omega_s$  come mostrato nella figura seguente.



Questo tipo di impulso eccita i protoni all'interno di una slice di forma rettangolare.

Lo spessore della slice si calcola come:

$$\Delta z = \frac{2\Delta\omega_s}{\gamma 2\pi G_z}$$

La trasformata di Fourier di un impulso rettangolare è una funzione sinc, rappresentata nella parte centrale della figura.

Nel caso reale si utilizza invece un impulso Gaussiano, che possiede un profilo di frequenza di tipo Gaussiano.

Bisogna ricordare che il tipo di impulso fissa lo spessore della slice che si è in grado di ottenere: più è largo l'impulso più la slice sarà spessa, come mostrato nella parte destra della figura.

È possibile ottenere slice in ogni direzione dello spazio: generalmente in risonanza magnetica si ottengono dei piani assiali, ma c'è la possibilità di selezionare altri piani.

### Ricostruzione bidimensionale dell'immagine

Ci sono due possibili strategie per la ricostruzione dell'immagine:

1. Il primo è generare una serie di proiezioni 1D della distribuzione 2D dei protoni; successivamente si applica la trasformata Fourier 1D e si ricostruisce l'immagine. È una modalità di generazione delle immagini adottata nei primi scanner di risonanza magnetica.
2. Attualmente si utilizza il metodo di frequency encoding e phase encoding. Per ciascun pixel si ha un valore di frequenza e di fase relativi all'attività dei protoni e, da questi, facendo l'antitrasformata di Fourier 2D si ottiene l'immagine  $f(x,y)$ .

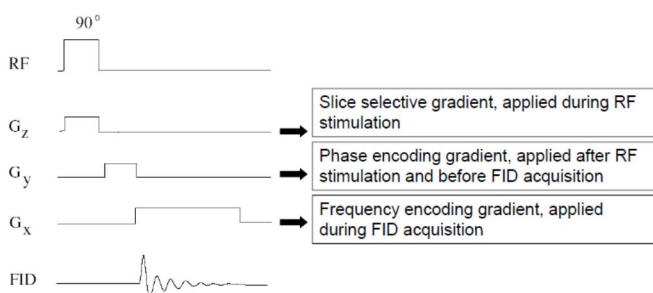
### Primo approccio

Agendo sulle componenti gradiente lungo x e lungo y è possibile codificare per righe e colonne l'immagine.

La trasformata di Fourier monodimensionale del segnale FID acquisito è una proiezione della distribuzione bidimensionale dei protoni.

Anche in questo caso otteniamo dei profili di proiezione da cui, con la retroproiezione, si ricostruisce l'immagine.

### Secondo metodo (moderno)



Il secondo metodo è rappresentato dalla figura a fianco.

Come detto, si invia un impulso a radiofrequenza a  $90^\circ$  e si seleziona la slice di interesse applicando il gradiente di campo magnetico  $G_z$ .

Successivamente (dopo l'impulso e prima di misurare il segnale FID) si applica un gradiente  $G_y$  per la codifica in fase.

Infine applichiamo un gradiente  $G_x$  per la codifica

in frequenza, durante l'acquisizione del FID.

### Codifica in fase

Durante la codifica in fase, un campo magnetico gradiente  $G_y$  è applicato per un certo periodo  $t_y$  e spento prima dell'acquisizione del segnale FID.

Mentre  $G_y$  è presente, i protoni precessano alla frequenza  $\gamma \cdot G_y \cdot y$ .

Al tempo  $t = t_y$  i protoni tornano a precessare con una frequenza  $\gamma \cdot B_0$ , ma mantengono uno shift di fase che dipende dalla loro posizione lungo l'asse  $y$ :  $\phi_y = \gamma \cdot G_y \cdot y \cdot t_y$ .

### Codifica in frequenza

Durante l'acquisizione del FID, un campo magnetico gradiente  $G_x$  è applicato nella direzione  $x$ .

I protoni precessano con una frequenza che dipende dalla loro posizione lungo l'asse  $x$ :  $\gamma \cdot G_x \cdot x$ .

Il FID che viene misurato è dato da:

$$FID(t) \propto \iint I(x, y) \exp(j\gamma G_y y t_y) \exp(j\gamma G_x x t_x) dx dy$$

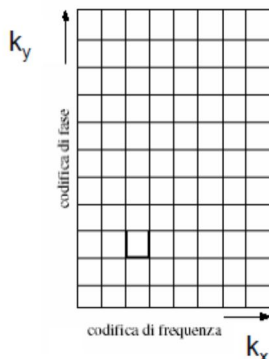
Phase encoding                      Frequency encoding

dove  $I(x, y)$  è l'informazione di interesse, che dipende dalla densità dei protoni,  $T_1$  e  $T_2$ .

Quindi il FID che viene misurato contiene un contributo dato dalla codifica in fase e uno dato dalla codifica in frequenza.

Le operazioni di codifica in fase e codifica in frequenza vengono ripetute  $N_y$  volte, dove  $N_y$  è il numero delle righe dell'immagine che si vuole ottenere.

I FID che si ottengono vengono digitalizzati in  $N_x$  campioni, dove  $N_x$  è il numero delle colonne dell'immagine che si vuole ottenere. L'intervallo di campionamento è  $t_x$ .



Se definiamo:

$$k_y = n_y \cdot \gamma \cdot G_y \cdot t_y$$

$$k_x = n_x \cdot \gamma \cdot G_x \cdot t_x$$

Otteniamo un  $k$  spazio, mostrato nella figura a fianco, in cui rappresentare codifica di fase e codifica in frequenza.

L'immagine di risonanza magnetica può essere ottenuta applicando la trasformata di Fourier bidimensionale alla matrice dei dati ottenuti.

È inoltre possibile progettare delle sequenze che acquisiscano più slice insieme.

### Componenti strumentazione

Alcuni dei componenti fondamentali in un sistema di MRI sono:

- Magnete principale
- Bobine a radiofrequenza
- Modulatore e demodulatore
- Bobine gradiente → utilizzate per applicare campi magnetici gradiente in combinazione con impulsi a radiofrequenza
- Metodi di calcolo.

### Risonanza magnetica funzionale

La risonanza magnetica funzionale si basa sulle differenti proprietà magnetiche dell'emoglobina ossigenata rispetto a quella non ossigenata.

Durante l'attività cerebrale, crescono sia il flusso sanguigno sia il tasso di utilizzo di ossigeno a livello locale, ed il consumo di ossigeno è superiore rispetto alla necessità.

Quindi anche il rapporto tra emoglobina ossigenata e non ossigenata varia durante l'attività neurale rispetto allo stadio di riposo.

L'intensità del segnale di risonanza magnetica funzionale è proporzionale a questo rapporto, si dice cioè che è Blood Oxygen Level Dependent (BOLD).

Possiamo mettere in luce i seguenti punti fondamentali:

- Durante l'attività neurale si può misurare un aumento del valore  $T_2^*$ .
- La risonanza magnetica funzionale viene fatta per individuare le aree del cervello coinvolte in attività cognitive.

## ULTRASUONI

Gli ultrasuoni sono onde meccaniche di cui si misura un eco riflesso a partire dal quale si possono distinguere forma e dimensioni dei diversi oggetti incontrati dall'onda.

Questa tecnica è stata inizialmente utilizzata a scopo bellico, e veniva ritenuta inutile per realizzare sistemi di imaging perché nelle prime applicazioni era possibile solo la metodica di rappresentazione A mode: il sistema restituiva un segnale variante nel tempo che rappresentava le diverse discontinuità acustiche che l'onda incontrava lungo il suo cammino.

Le caratteristiche principali degli ultrasuoni sono:

- Innocuità, non-invasività → tecnica adatta per monitoraggio.
- Buona risoluzione temporale → immagini tomografiche in movimento
- Praticamente nessuna elaborazione necessaria → info in tempo reale
- Immagini di riflessione e diffusione acustica → permette il contrasto dei tessuti molli.

Nonostante queste ottime caratteristiche, che hanno spinto a migliorare la metodica di rappresentazione per permettere di ottenere immagini da ultrasuoni, dobbiamo sottolineare anche la presenza di due importanti difetti:

- Non penetra oltre aria e osso
- Bassa risoluzione spaziale e presenza di rumore

Gli ultrasuoni sono onde meccaniche che, nell'applicazione biomedica, impattano su un tessuto: una parte di esse viene riflessa, mentre un'altra parte viene rifratta.

Tra i diversi tessuti sono presenti delle discontinuità acustiche e le onde si modificano in funzione di queste discontinuità.

Le onde sono prodotte da un trasduttore piezoelettrico che funziona anche in ascolto, rilevando gli echi riflessi dai tessuti.

L'immagine che si ottiene dipende dalla distanza tra tessuto e trasduttore, e c'è un legame tra la frequenza di invio dell'onda, la profondità a cui l'onda arriva, ed il tipo di eco riflesso.

I pixel dell'immagine rappresentano la quantità di energia che è stata rimandata al trasduttore da un determinato punto del volume di interesse.

Le onde utilizzate hanno frequenza compresa tra 16 e 20 kHz.

Dalle caratteristiche fin qui esposte, possiamo mettere in evidenza alcuni vantaggi degli ultrasuoni:

1. Misure prolungate nel tempo → Utile per donne in gravidanza e soggetti a rischio per raggi X.
2. Ottima risoluzione temporale → Gli ultrasuoni permettono di cogliere la contrazione cardiaca ed altri movimenti rapidi (apertura e chiusura valvole).
3. Riflessione e Diffusione generata da interfacce acustiche → principio diverso per la formazione dell'immagine → tecnica complementare.

L'immagine generata dagli ultrasuoni dipende dall'ampiezza e dal tempo di volo dell'onda acustica riflessa.

### Parametri acustici dei tessuti

Ci sono alcuni parametri fondamentali da mettere in evidenza:

- Densità del mezzo:  $\rho$
- Velocità di propagazione del suono nel mezzo:  $v = \lambda \cdot f$ 
  - Valor medio di  $v$  per il tessuto molle: 1540 m/s
  - In diagnostica medica si utilizza una frequenza compresa tra 1 e 20 MHz; la lunghezza d'onda, da cui dipende la risoluzione dell'immagine è quindi  $\lambda = 1,5-0,077$  mm.
- Impedenza acustica  $Z = \rho \cdot v$ .
  - $\rho$  = densità acustica del mezzo
  - $v$  = velocità dell'ultrasuono

- Attenuazione

Per una risoluzione migliore sono necessarie frequenze più elevate, che però sono dotate di una penetrazione minore dei tessuti.

Per quanto riguarda i diversi tessuti mettiamo in evidenza:

- Il sangue ed il muscolo sono caratterizzati da parametri acustici molto simili e dunque, per differenziarli, si ricorre ad altri parametri, quali ad esempio velocità relativa dell'osservatore (il sangue si muove, il muscolo no).
- L'attenuazione a livello del polmone è elevata: ciò è dovuto all'aria presente negli alveoli, ma anche alle riflessioni multiple all'interno del tessuto polmonare.

Bisogna ricordare che, in un mezzo omogeneo, l'onda US viaggia in linea retta.

Non è possibile risolvere particolari anatomici che distano meno di  $\lambda$  (cioè la lunghezza d'onda della frequenza esplorante), parametro che fissa dunque la risoluzione spaziale.

Per quanto riguarda i diversi ambiti applicativi mettiamo in evidenza:

- Cardiologia → frequenze 2,5-5 MHz →  $\lambda=0,6-0,3$  mm → profondità di penetrazione nei tessuti molli di circa 12-6 cm.
- Oftalmologia → frequenze 15-20 MHz →  $\lambda =0,1$  mm → profondità di penetrazione limitata, ma risoluzione molto buona.

Nonostante gli aspetti positivi di questa tecnica, bisogna considerare gli effetti degli ultrasuoni sui tessuti biologici:

- A bassa intensità → attraversano i tessuti biologici senza alterarli
- Ad alta intensità → possono produrre il riscaldamento e la cavitazione (generazione di bolle d'aria), alterandone così il funzionamento.

### Propagazione

Quando un fascio di onde incontra una superficie di separazione tra due mezzi con diversa impedenza acustica viene in parte riflesso ed in parte rifratto.

Gli angoli di incidenza e di riflessione sono uguali tra loro, mentre tra gli angoli di incidenza e quelli di rifrazione vale la legge di Snell, secondo cui:

$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_t} = \frac{v_1}{v_2}$$

La riflessione totale si ha per  $\theta=90^\circ$

L'energia dell'onda incidente si divide tra onda riflessa e onda rifratta.

$$R = \frac{I_r}{I_i} = \left( \frac{1 - \frac{Z_1}{Z_2}}{1 + \frac{Z_1}{Z_2}} \right)^2; \quad \frac{I_t}{I_i} = \frac{4B}{(B+1)^2} \text{ dove } B = \frac{Z_2}{Z_1}.$$

$I_i$  = Intensità di onda incidente

$I_r$  = Intensità riflessa

$I_t$  = Intensità rifratta

Il rapporto  $\frac{I_r}{I_i}$  è detto coefficiente di riflessione R.

L'equazione per l'assorbimento degli ultrasuoni è la seguente:

$$A(x) = A_0 \cdot e^{-\alpha x}$$

$A_0$  = ampiezza dell'onda in ingresso

$A(x)$  ampiezza a profondità  $x$

$\alpha$  = coefficiente di assorbimento che dipende dal mezzo e dalla frequenza.

### Generazione di ultrasuoni

Un Dischetto di ceramiche ferroelettriche, a causa di un forte effetto piezoelettrico, genera una tensione elettrica proporzionale alla pressione esercitata su di esso.

Le dimensioni del dischetto sono scelte in modo da ottenere un fascio di ultrasuoni sottile e ad alta intensità.

Il piezoelettrico funziona:

- Come generatore se alimentato.
- Come ricevitore: converte cioè la sollecitazione meccanica in segnale elettrico.

Per uno spessore del piezoelettrico di  $h$  mm, la frequenza in MHz generata è data da  $\frac{2}{h}$ .

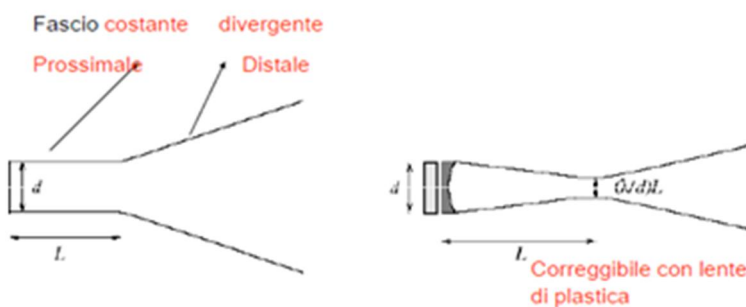
L'onda inviata è una sinusoide, mentre l'onda raccolta è data da sinusoide più armoniche.

In genere ogni trasduttore di ceramica piezoelettrica è in grado di inviare ultrasuoni ad una singola frequenza, ma ci sono anche trasduttori a multi frequenza.

Il diametro del dischetto per avere un fascio sufficientemente focalizzato è dato dalla relazione:

$$\sin \theta = 1.22 \frac{\lambda}{d} = 1.22 \frac{v}{f \cdot d}$$

Il comportamento di un fascio focalizzato e quello di uno non focalizzato sono mostrati nella figura seguente:



La distanza focale può essere calcolata dalla relazione:

$$L = \frac{d^2}{4 \cdot \lambda}$$

Dove  $d$  = diametro trasduttore.

Chiaramente un comportamento simile a quello di sinistra non è accettabile, e si cerca di correggere la distanza focale tramite una lente di plastica.

Se infatti il fascio è adeguatamente focalizzato è possibile distinguere due oggetti vicini: questo dipende sempre dalla PSF e dalla sua FWHM.

Abbiamo già detto che le frequenze più alte permettono una elevata risoluzione ma una penetrazione più bassa e che vale il viceversa per le frequenze basse; anche il valore di Pulse Repetition frequency (PRF), cioè quanto frequentemente vengono inviati gli impulsi, influenza la massima capacità di penetrazione: aumentando il PRF, diminuisce la massima profondità di imaging.



### Risoluzione assiale

La risoluzione assiale descrive la capacità di discriminare tra due oggetti sull'asse del fascio.

Affinchè ciò sia possibile, i rispettivi echi di ritorno devono essere non sovrapposti.

La minima distanza di separazione tra gli oggetti per evitare overlap degli echi è pari a circa metà della lunghezza d'onda.

Bisogna ricordare che la risoluzione assiale rimane costante con la profondità.

### Risoluzione laterale

La risoluzione laterale descrive la capacità di discriminare tra due oggetti perpendicolari all'asse del fascio.

Tale risoluzione è determinata dalla larghezza del fascio e dalla line density.

A differenza de caso precedente, la risoluzione laterale dipende dalla profondità, ed è massima in corrispondenza del fuoco.

Per un fascio non focalizzato è pari a circa  $10 \lambda$ , mentre per un fascio focalizzato è pari a circa  $2 \lambda$ .

Con la tecnica di phased array è possibile inviare onde acustiche in tutte le direzioni, tramite un'eccitazione sequenziale con un ritardo opportuno: il ritardo che viene introdotto nell'impulso, infatti, permette di inclinare il fronte d'onda secondo una certa direzione.

### Elaborazione del segnale ad ultrasuoni

Il segnale subisce una serie di elaborazioni di cui si riportano le più importanti:

Time Gain Compensation → È un'amplificazione che compensa con guadagno più elevato gli elementi più lontani (a cui spesso siamo più interessati perché sono più in profondità), i cui echi impiegano più tempo a tornare al trasduttore.

Campionamento e quantizzazione → chiaramente questa operazione va eseguita per rendere possibile la rappresentazione dell'immagine su un display.

L'immagine si forma scandendo il volume interessato "riga per riga", grazie alla presenza di elementi piezoelettrici associati ad elementi isolanti.

### Modi di visualizzazione

I principali modi di visualizzazione sono i seguente:

- A Mode (Amplitude)
  - Il segnale è funzione del tempo (distanza percorsa dall'impulso, profondità)
  - Distanza dal trasduttore e intensità riflessione
- B Mode (Brightness)
  - Il segnale di ritorno modula pennello elettronico oscilloscopio in funzione della distanza.
  - Maggiore ampiezza segnale riflesso → punti con intensità luminosa maggiore sullo schermo
  - Immagine di sezione planare
- M Mode (Time Motion)
  - Linee B Mode riprese in rapida successione temporale, messe una accanto all'altra

### Ultrasuoni ed effetto Doppler

La flussimetria Doppler sfrutta il moto relativo tra sorgente e ricevitore: in particolare utilizza i globuli rossi circolanti nel sangue come elementi riflettenti che diffondono energia a ultrasuoni in tutte le direzioni.

In questo caso viene inviato un fascio di ultrasuoni con un certo angolo tra fascio incidente e direzione in cui si spostano globuli rossi e si misurano gli echi.

Se l'angolo fosse di  $0^\circ$  si coglierebbe perfettamente il movimento globuli, tuttavia è difficile riuscire ad ottenere un tale angolo.