Bioimmagini – Esercitazione 2 – 11 aprile 2011

ANALISI DI FOURIER 2D

FUNZIONI DI MATLAB

- CALCOLO DELLA TRASFORMATA DI FOURIER DISCRETA DI UN'IMMAGINE

  - ***fft***: funzione che calcola i coefficienti della DFT di un segnale tramite algoritmi che minimizzano il numero di operazioni necessarie.
  - I coefficienti della DFT 2D di un'immagine A possono essere calcolati:
    - applicando ***fft*** per righe e per colonne

      B=fft(A); applica la DFT 1D alle colonne di A

      C=fft(B'); applica la DFT 1D alle righe di B

      D=C'; traspone per ottenere le convenzioni iniziali
    - oppure utilizzando la funzione ***fft2***. Per velocizzare il procedimento (se la dimensione di A non è potenza di 2) posso ricondurmi ad avere una matrice di dimensioni che siano potenza di 2 con il comando ***fft2*(**A,Nrighe,Ncolonne**),** che effettua uno zero-padding.
  - NOTA: per poter applicare ***fft2*** ad un'immagine, essa deve essere di classe single o double e di tipo intensità.

  ESEMPIO

  1. caricamento e conversione dell'immagine

     load mri

     im=double(ind2gray(D(:,:,:,10),map));
  2. calcolo della trasformata

     IM=fft2(im);
  3. visualizzazione del modulo della trasformata

     figure,imshow(abs(IM),[]),colorbar componente continua in (1,1)

     figure,imshow(fftshift(abs(IM)),[]),colorbar componente continua nel centro

     figure,mesh(fftshift(abs(IM)))

     figure,imshow(log(1+fftshift(abs(IM))),[]),colorbar
  4. visualizzazione della fase della trasformata

     figure,imshow(angle(IM),[]),colorbar

- CALCOLO DELLA ANTITRAFORMATA DI FOURIER DISCRETA 2D

  - ***ifft2***: funzione per il calcolo dell'antitrsformata IDFT 2D

  ESEMPIO

  im2=ifft2(IM);

  Per comprendere il significato del modulo e della fase della trasformata, provare ad antitrasformare <u>le due informazioni</u> separatamente.

- <u>FUNZIONE ***immcos.m*** PER LA COSTRUZIONE DI TETTOIE COSINUSOIDALI</u>

```
% N = dimensione di A
% THETA = tilt(orientamento) cosinusoide rispetto all'asse x in rad
% FREQ = freq. spaziale in cicli/campione (1/FREQ=campioni per ciclo)
% FI = fase cosinusoide (e.g. : 0=cos; -pi/2=sin)

function A=immcos(amp,N,THETA,FREQ,FI);

    WX=2*pi*cos(THETA)*FREQ; % pulsazione lungo l'asse x
    WY=2*pi*sin(THETA)*FREQ; % pulsazione lungo l'asse y
    for IX=1:N,
        for IY=1:N,
            ICOL=IX; % l'indice di colonna rappresenta la x
            IRIGA=IY; % l'indice di riga rappresenta la y
            A(IRIGA,ICOL)=amp*cos(WX*IX+WY*IY+FI);
        end
    end
```

A=immcos(amp,N,THETA,FREQ,FI) genera una tettoia di NxN elementi, di ampiezza amp, ruotata di THETA (espresso in rad), di frequenza spaziale FREQ e fase iniziale FI.

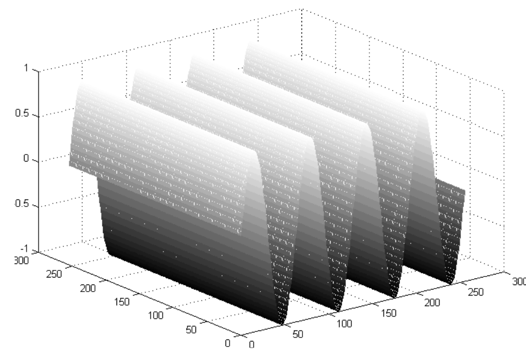
ESEMPIO 1: funzioni di base $\omega_x \neq 0$, $\omega_y = 0$.

a=immcos(1,256,0,1/64,-pi/2);

64 campioni per ciclo (4 cicli in 256 campioni); avendo fase=-pi/2 ho un seno;

*f(x,y)= 1*cos(2*PI*x/64-PI/2)*

Creare la matrice a e visualizzarla con imshow.m e mesh.m. Calcolare la trasformata di Fourier 2D e visualizzarne modulo e fase ponendo la componente continua nel centro del piano delle frequenze.



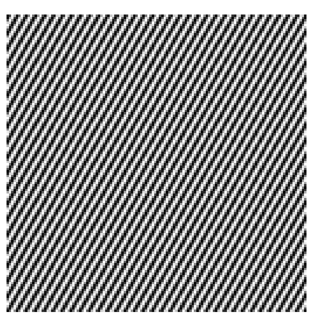
.

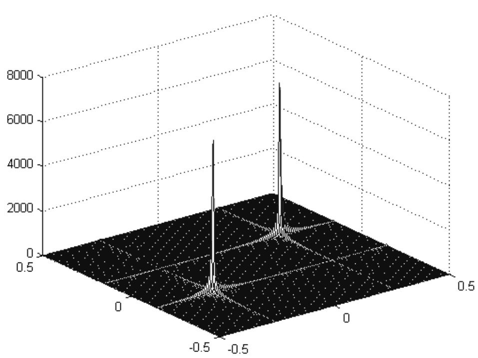
ESEMPIO 2: funzioni di base $\omega_x \neq 0$, $\omega_y \neq 0$.

b=immcos(1,128,pi/6,0.3,0);

$\omega_x=2\pi*0.3*\cos(\pi/6)=0.25;$ $\omega_y=2p*0.3*\sin(\pi/6)=0.15$

Creare la matrice b e visualizzarla. Calcolare la trasformata di Fourier 2D e visualizzarne il modulo con la componente continua posta nel centro e con le frequenze normalizzate lungo gli assi x e y.

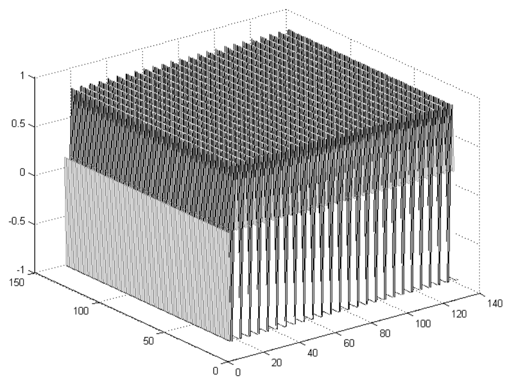


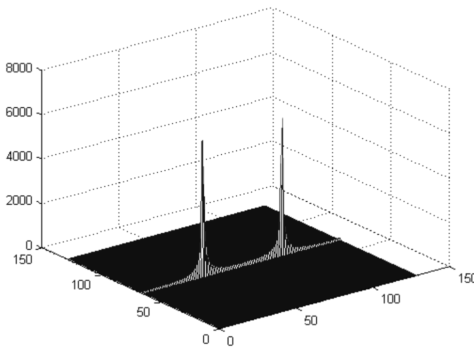


ESEMPIO 3: numero non intero di periodi.

c= immcos(1,128,0,1/5,0);

Visualizzare la funzione c e il modulo della trasformata di Fourier 2D. Confrontare i risultati con quelli ottenuti nell'esempio 1.

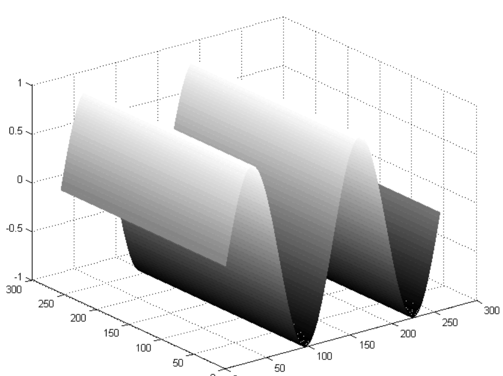


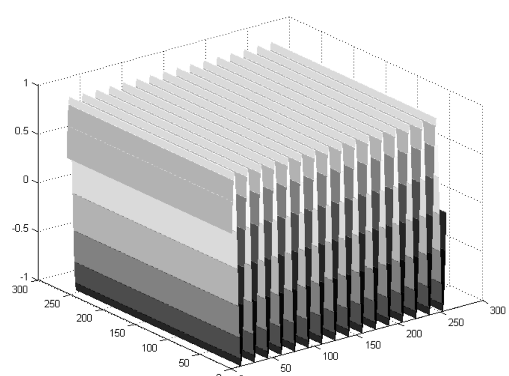


ESEMPIO 4: basse frequenze spaziali, alte frequenze spaziali.

d=immcos(1,256,0,1/128,-pi/2); *e=immcos(1,256,0,1/16,-pi/2);*

Visualizzare le funzioni d ed e il modulo delle trasformate di Fourier 2D. Si osservi come il contenuto in frequenza spaziale di una immagine fornisca informazioni sulle dimensioni degli oggetti in essa presenti. Basse frequenze implicano oggetti grandi, alte frequenze sono generate da oggetti piccoli.



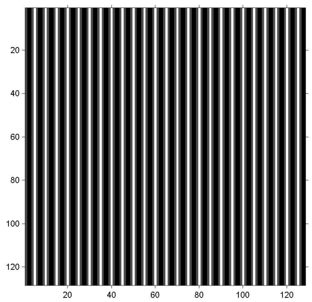


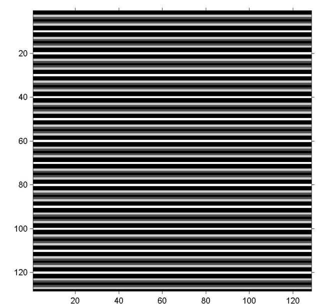
.

ESEMPIO 5: proprietà di linearità.

f= immcos(1,128,0,0.2,0); *g= immcos(1,128,pi/2,0.3,0);*

Visualizzare le funzioni f e g, la funzione f+g e il modulo delle corrispondenti trasformate di Fourier.

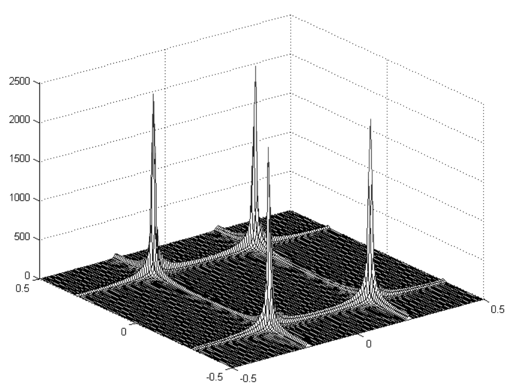




.

ESEMPIO 6: teorema di convoluzione.

*Visualizzare la funzione f.*g e il modulo della trasformata di Fourier.*



ESEMPIO 7: relazione tra ampiezza del segnale e potenza spettrale.

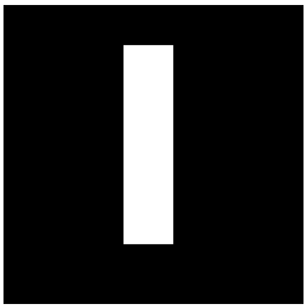
h=immcos(1,256,0,1/128,-pi/2); *i=immcos(10,256,0,1/8,-pi/2);*

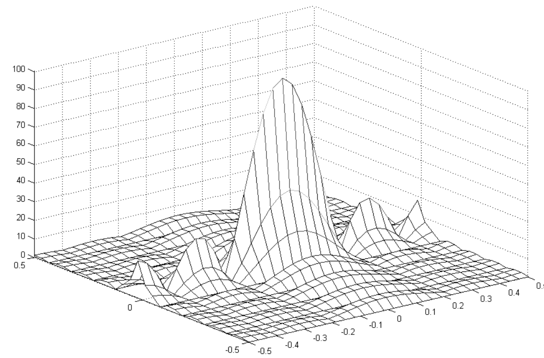
Generare l'immagine h+i ed osservarne il contenuto in frequenza.

ESEMPIO 8: zero padding.

im1=zeros(30,30);
im1(5:24,13:17) = 1;

Visualizzare l'immagine im1 e il modulo della trasformata.



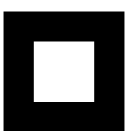


im2=imresize(im1,3,'nearest')/3;
IM2=fft2(im2); *figure,mesh(abs(fftshift(IM2))*
IM3=fft2(im1,90,90); *figure,mesh(abs(fftshift(IM3))*

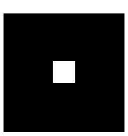
Si noti come l'operazione di zero padding non aumenti la risoluzione in frequenza. Lo spettro viene semplicemente interpolato.

ESEMPIO 9: proprietà di scaling.

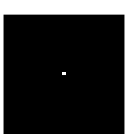
Creare le seguenti figure:



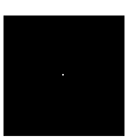
f=zeros(64,64);
f(17:48,17:48)=1;



g=zeros(64,64);
g(27:38,27:38)=1;



h=zeros(64,64);
h(32:33,32:33)=1;



i=zeros(64,64);
i(32,32)=1;

Visualizzare il modulo della DFT 2D delle immagini generate.

ESEMPIO 10: relazione tra PSF di un sistema di imaging e contenuto in frequenza delle immagini.

Confrontare il modulo della DFT 2D di due immagini tra quelle a disposizione corrispondenti a diverse modalità di imaging. Dove è concentrata la potenza maggiore? Alle basse o alle frequenze? Esiste una relazione tra la risoluzione spaziale della modalità considerata e la distribuzione della potenza?