

16. Determinați mulțimile A și B , știind că sunt îndeplinite simultan condițiile:

- a) $A \cup B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 8\}$; b) $A \cap B = \{2, 3, 5\}$;
c) $A \cup \{2, 5, 6\} = \{0, 1, 2, 3, 5, 6, 7\}$; d) $B \cup \{0, 2, 4\} = \{0, 2, 3, 4, 5, 6, 8\}$.

(a) $\Rightarrow A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8\}$

(b) $\Rightarrow 2 \in A, 2 \in B, 3 \in A, 3 \in B, 5 \in A, 5 \in B$ } \Rightarrow

(c) $\stackrel{(b)}{\Rightarrow} 0 \in A, 1 \in A, 7 \in A, 0 \notin B, 1 \notin B, 7 \notin B$ }

(d) $\stackrel{(b)}{\Rightarrow} 6 \in B, 8 \in B, 6 \notin A, 8 \notin A$

$$A = \{2, 3, 5, 0, 1, 7\}$$

$$B = \{2, 3, 5, 0, 6, 8\}$$

14. Determinați mulțimile A și B , știind că sunt îndeplinite simultan condițiile:

- a) $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$; b) $A \cap B = \{3, 5\}$;

c) $A - B = \{1, 6\}$.

14/21

(b) $\Rightarrow 3 \in A, 3 \in B, 5 \in A, 5 \in B$

(c) $\Rightarrow 1 \in A, 1 \notin B, 6 \in A, 6 \notin B$

(a), (b), (c) $\Rightarrow 2 \in B, 7 \in B, 2 \notin A, 7 \notin A$
 $4 \in B, 4 \notin A$

$$A = \{3, 5, 1, 6\} \quad B = \{3, 5, 2, 7, 4\}$$

18. Fie $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x^2 \leq 25\}$ și $B = \{x \mid x^3 \leq 27\}$. Află:

a) A și B ;

\downarrow
 $x \in \mathbb{N}$

b) $A \cup B, A \cap B, A - B, B - A$.

$$\begin{aligned} \mathbb{N}^* &= \{1, 2, 3, \dots\} \Rightarrow A = \{1, 2, 3, 4, 5\} \\ |\mathbb{N}| &= \{0, 1, 2, 3, \dots\} \Rightarrow B = \{0, 1, 2, 3\} \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\} \\ A \cap B = \{1, 2, 3\} \\ A - B = \{4, 5\} \\ B - A = \{0\} \end{array} \right\}$$

17. Într-o clasă sunt 29 de elevi. 19 elevi participă la cercul de informatică și 15 elevi participă la cercul de fizică. Fiecare elev participă la cel puțin una dintre aceste activități. Calculați câți elevi participă la ambele activități.

Să stim că: $\text{cond}(A \cup B) = \text{cond}(A) + \text{cond}(B) - \text{cond}(A \cap B)$

$$\begin{aligned} \text{Noțăm } A &= \{x \mid x - \text{informatician}\} \Rightarrow \text{cond}(A) = 19 \\ B &= \{x \mid x - \text{fizician}\} \Rightarrow \text{cond}(B) = 15 \end{aligned}$$

În clasă: 29 elevi $\Rightarrow \text{cond}(A \cup B) = 29$

$$\begin{aligned} \text{cond}(A \cup B) &= \text{cond}(A) + \text{cond}(B) - \text{cond}(A \cap B) \Rightarrow \\ 29 &= 19 + 15 - \text{cond}(A \cap B) \Rightarrow 29 = 34 - \text{cond}(A \cap B) \end{aligned}$$

$$\text{cond}(A \cap B) + 29 = 34 \Rightarrow \text{cond}(A \cap B) = 34 - 29 \Rightarrow$$

$$\text{cond}(A \cap B) = 5$$

$$5) A = \{1, 2, 3, 4\} \quad B = \{3, 4, 5\} \quad D = \{2\} \quad E = \{9\}$$

$$(A - B) \cup (B \cap D) = \{1, 2\} \cup \emptyset = \{1, 2\}$$

$$(A \cup D) - (B - E) \cup (D \cap E) =$$

$$= A - B \cup \emptyset = \{1, 2\} \cup \emptyset = \{1, 2\}$$

22. Determinați mulțimea A care verifică simultan condițiile:

$$\text{a)} A \cap \{3, 5, 6\} = \{3, 5, 6\};$$

$$\text{b)} A \cup \{3, 5, 6\} = \{3, 5, 6\}.$$

23. Fie mulțimile:

$$\text{(a)} \Rightarrow 3 \in A, 5 \in A, 6 \in A$$

$$\text{(b)} \Rightarrow A \text{ nu conține alte elemente în afară de } 3, 5, 6 \quad \left. \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A = \{3, 5, 6\}$$

23. Fie mulțimile:

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ este cifră impară}\}; B = \{x \in \mathbb{N} \mid 2x - 1 \leq 5\}; C = \{x \in \mathbb{N} \mid 2x^2 + 1 \leq 19\}.$$

Determinați $A \Delta B \cup (A \cap C)$.

$$23/21$$

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid 2x - 1 \leq 5\}$$

$$\begin{aligned} 2x - 1 &\leq 5 \\ 2x &\leq 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x &\leq 6 \\ x &\leq 3 \end{aligned}$$

$$B = \{0, 1, 2, 3\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{N} \mid 2x^2 + 1 \leq 19\}$$

$$2x^2 + 1 \leq 19$$

$$2x^2 \leq 18$$

$$x^2 \leq 9$$

$$C = \{0, 1, 2, 3\}$$

$$A \Delta B \cup (A \cap C) = (A - B) \cup (B - A) \cup (A \cap C) = \\ = \{5, 7, 9\} \cup \{0, 2\} \cup \{1, 3\} = \{5, 7, 9, 0, 2, 1, 3\}$$

$$(A \cup B) \cap (B - C), (A - B) \cup (C - A).$$

28. Fie mulțimile: $A = \{1, 3, 5\}$; $B = \{y \mid y = x - 1, x \in A\}$. Scrieți mulțimile B și C , enumerând elementele acestora.

$x \in A\}$. Scrieți mulțimile B și C , enumerând elementele.

Determinați $A \Delta B \cup B \Delta C$.

$$A = \{1, 3, 5\} \Rightarrow B = \{y \mid y = x - 1\} = \{0, 2, 4\} \quad C = \{z \mid z = x + 1\} = \{2, 4, 6\}$$

$$\begin{aligned}
 A \Delta B \cup B \Delta C &= [(A-B) \cup (B-A)] \cup [(B-C) \cup (C-B)] = \\
 &= (A \cup B) \cup (\{0\} \cup \{6\}) = \{1, 3, 5, 0, 2, 4\} \cup \{0, 6\} = \\
 &\quad \boxed{\{1, 3, 5, 0, 2, 4, 6\}}
 \end{aligned}$$

Carecununț căpăt elevii participă la ambele activități

36. Fie multimea $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid 2x + a < 10, a \in \mathbb{N}\}$. Determinați numărul natural a , astfel încât:

- a) card $A = 0$; b) card $A = 1$; c) \dots

37. Fie multimea $A = \{1, \overline{2}, 3\}$. Atunci:

$$a) \text{ Card } A = 0 \Rightarrow A = \emptyset$$

$$\left. \begin{array}{l} x \in \mathbb{N}^* \\ a \in \mathbb{N} \end{array} \right\} 2x + a < 10 \Leftrightarrow 2x < 10 - a \quad \left. \begin{array}{l} \Rightarrow 2x < 10 - 10 \Leftrightarrow \\ 2x < 0 \Leftrightarrow \\ x < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow A = \emptyset \Rightarrow$$

$$b) \operatorname{cond} A = 1, \exists C \in \mathbb{N}^*$$

$$\begin{aligned} \operatorname{cond} A = 1, \quad & x \in \mathbb{N}^+ \\ 2x + a < 10 \iff 2x < 10 - a & \Rightarrow \begin{cases} \text{cond } A = 0 \\ a = 11 \\ 2x < 10 - 11 \Rightarrow 2x < -1 \text{ (impossibile)} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\mathbb{N}^* = \{ \underbrace{1, 2, 3, 4, 5, \dots} \}$$

$$2x < 10 - 9 \Rightarrow 2x < 1 \text{ cimpozitul}$$

a=3

$$2x < 10 - 8 \Rightarrow 2x < 2 \mid :2 \Rightarrow x < 1$$

10

Q3

$$2x < 10 - 7 \Rightarrow 2x < 3 \mid :2 \Rightarrow x < 1.5$$

$$x=1 \Rightarrow T = \{1\} \Rightarrow \text{com R}$$

$$c) \text{ card } A = 2 \quad \left| \begin{array}{l} 2x < 10 - a \\ a = 5 \end{array} \right. \Rightarrow 2x < 10 - 5 \Rightarrow 2x < 5 \mid :2 \Rightarrow x < 2,5 \\ A = \{1, 2\} \Rightarrow \text{card } A = 2$$

$$d) \text{ card } A = 3 \quad \left| \begin{array}{l} 2x < 10 - a \\ a = 3 \end{array} \right. \Rightarrow 2x < 10 - 3 \Rightarrow 2x < 7 \mid :2 \Rightarrow x < 3,5 \\ A = \{1, 2, 3\} \Rightarrow \text{card } A = 3$$

..