

16. Determinați mulțimile A și B , știind că sunt îndeplinite simultan condițiile:

a) $A \cup B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 8\}$;

b) $A \cap B = \{2, 3, 5\}$;

c) $A \cup \{2, 5, 6\} = \{0, 1, 2, 3, 5, 6, 7\}$; d) $B \cup \{0, 2, 4\} = \{0, 2, 3, 4, 5, 6, 8\}$.

(a) $\Rightarrow A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8\}$

(b) $\Rightarrow 2 \in A, 2 \in B, 3 \in A, 3 \in B, 5 \in A, 5 \in B$

(c) $\xrightarrow{(b)} 0 \in A, 1 \in A, 7 \in A, 0 \notin B, 1 \notin B, 7 \notin B$

(d) $\xrightarrow{(b)} 6 \in B, 8 \in B, 6 \notin A, 8 \notin B$

$A = \{2, 3, 5, 0, 1, 7\}$

$B = \{2, 3, 5, 6, 8\}$

14. Determinați mulțimile A și B , știind că sunt îndeplinite simultan condițiile:

a) $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$;

b) $A \cap B = \{3, 5\}$;

c) $A - B = \{1, 6\}$.

14/21

(b) $\Rightarrow 3 \in A, 3 \in B, 5 \in A, 5 \in B$

(c) $\Rightarrow 1 \in A, 1 \notin B, 6 \in A, 6 \notin B$

(a), (b), (c) $\Rightarrow 2 \in B, 7 \in B, 2 \notin A, 7 \notin A$
 $4 \in B, 4 \notin A$

$A = \{3, 5, 1, 6\}$ $B = \{3, 5, 2, 7, 4\}$

18. Fie $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x^2 \leq 25\}$ și $B = \{x \mid x^3 \leq 27\}$. Aflați:

a) A și B ;

$x \in \mathbb{N}$

b) $A \cup B, A \cap B, A - B, B - A$.

$$\begin{aligned} \mathbb{N}^* &= \{1, 2, 3, \dots\} \Rightarrow A = \{1, 2, 3, 4, 5\} \\ \mathbb{N} &= \{0, 1, 2, 3, \dots\} \Rightarrow B = \{0, 1, 2, 3\} \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} A \cup B &= \{0, 1, 2, 3, 4, 5\} \\ A \cap B &= \{1, 2, 3\} \\ A - B &= \{4, 5\} \\ B - A &= \{0\} \end{aligned}$$

17. Într-o clasă sunt 29 de elevi. 19 elevi participă la cercul de informatică și 15 elevi participă la cercul de fizică. Fiecare elev participă la cel puțin una dintre aceste activități. Calculați câți elevi participă la ambele activități.

Știm că: $\text{card}(A \cup B) = \text{card}(A) + \text{card}(B) - \text{card}(A \cap B)$

Notăm cu $A = \{x \mid x - \text{informatician}\} \Rightarrow \text{card}(A) = 19$
 $B = \{x \mid x - \text{fizician}\} \Rightarrow \text{card}(B) = 15$

În clasă: 29 elevi $\Rightarrow \text{card}(A \cup B) = 29$

$$\begin{aligned} \text{card}(A \cup B) &= \text{card}(A) + \text{card}(B) - \text{card}(A \cap B) \Rightarrow \\ 29 &= 19 + 15 - \text{card}(A \cap B) \Rightarrow 29 = 34 - \text{card}(A \cap B) \end{aligned}$$

$$\text{card}(A \cap B) + 29 = 34 \Rightarrow \text{card}(A \cap B) = 34 - 29 \Rightarrow$$

$$\text{card}(A \cap B) = 5$$

$$5) A = \{1, 2, 3, 4\} \quad B = \{3, 4, 5\} \quad D = \{2\} \quad E = \{9\}$$

$$(A - B) \cup (B \cap D) = \{1, 2\} \cup \emptyset = \{1, 2\}$$

$$(A \cup D) - (B - E) \cup (D \cap E) = \\ = A - B \cup \emptyset = \{1, 2\} \cup \emptyset = \{1, 2\}$$

22. Determinați mulțimea A care verifică simultan condițiile:

a) $A \cap \{3, 5, 6\} = \{3, 5, 6\};$

b) $A \cup \{3, 5, 6\} = \{3, 5, 6\}.$

23. Fie mulțimile:

$$(a) \Rightarrow 3 \in A, 5 \in A, 6 \in A$$

$$(b) \Rightarrow A \text{ nu conține alte elemente în afară de } 3, 5, 6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A = \{3, 5, 6\}$$

23. Fie mulțimile:

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ este cifră impară}\}; B = \{x \in \mathbb{N} \mid 2x - 1 \leq 5\}; C = \{x \in \mathbb{N} \mid 2x^2 + 1 \leq 19\}.$$

Determinați: $A \Delta B \cup (A \cap C).$

$$23/121$$

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid 2x - 1 \leq 5\}$$

$$2x - 1 \leq 5 \quad +1 \\ 2x \leq 6$$

$$2x \leq 6 \quad :2 \\ x \leq 3$$

$$B = \{0, 1, 2, 3\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{N} \mid 2x^2 + 1 \leq 19\}$$

$$2x^2 + 1 \leq 19 \quad -1$$

$$2x^2 \leq 18$$

$$x^2 \leq 9 \quad :2$$

$$x^2 \leq 9$$

$$C = \{0, 1, 2, 3\}$$

$$A \Delta B \cup (A \cap C) = (A - B) \cup (B - A) \cup (A \cap C) = \{5, 7, 9\} \cup \{0, 2\} \cup \{1, 3\} = \{5, 7, 9, 0, 2, 1, 3\}$$

28. Fie mulțimile: $A = \{1, 3, 5\}$; $B = \{y \mid y = x - 1, x \in A\}$ și $C = \{z \mid z = x + 1, x \in A\}$. Scrieți mulțimile B și C , enumerând elementele acestora.

Determinați $A \Delta B \cup B \Delta C$.

$$A = \{1, 3, 5\} \Rightarrow B = \{y \mid y = x - 1\} = \{0, 2, 4\} \quad C = \{z \mid z = x + 1\} = \{2, 4, 6\}$$

$$\begin{aligned} A \Delta B \cup B \Delta C &= [(A-B) \cup (B-A)] \cup [(B-C) \cup (C-B)] = \\ &= (A \cup B) \cup (\{0\} \cup \{6\}) = \{1, 3, 5, 0, 2, 4\} \cup \{0, 6\} = \\ &= \underline{\underline{\{1, 3, 5, 0, 2, 4, 6\}}} \end{aligned}$$

Calculați câți elevi participă la ambele activități.

36. Fie mulțimea $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid 2x + a < 10, a \in \mathbb{N}\}$. Determinați numărul natural a , astfel încât:

a) card $A = 0$; b) card $A = 1$; c) card $A = 2$; d) card $A = 3$

a) \mathcal{L} and $A = 0 \Rightarrow A = \mathbb{I}$

$x \in \mathbb{N}^+ \mid 2x + a < 10 \Leftrightarrow 2x < 10 - a$

$a \in \mathbb{N}$ $\downarrow \nearrow$ Da exemplum $a = 10$

$\Rightarrow 2x < 10 - 10 \Leftrightarrow 2x < 0 : 2 \Leftrightarrow x < 0$

$x \in \mathbb{N}^+ \mid x < 0 \} \Rightarrow A = \emptyset \Rightarrow$

Somit $A = \emptyset$

Somit $A = \emptyset$

b) $\text{cond } A=1, x \in \mathbb{N}^*$
 $2x+a < 10 \Leftrightarrow 2x < 10-a$ } \Rightarrow $\begin{cases} \text{Secc} \\ a=11 \\ 2x < 10-11 \Rightarrow 2x < -1 \text{ (impossibile)} \\ a=9 \end{cases}$ $\text{cond } A=0$

$$N^* = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

$$2x < 10 - 9 \Rightarrow 2x < 1 \quad (\text{imp.})$$
$$a = 8$$
$$2x < 10 - 8 \Rightarrow 2x < 2 \quad | : 2 \Rightarrow x < 1$$
$$x \in \mathbb{N}^* \quad (\text{imp.})$$

$$2x < 10 - 7 \Rightarrow 2x < 3 \quad | :2 \Rightarrow x < 1,5$$

$$x=1 \Rightarrow A = \{1\} \Rightarrow \text{card } A = 1$$

$$c) \text{ card } A=2 \mid \begin{array}{l} \text{Dacă} \\ a=5 \end{array} \Rightarrow 2x < 10-a \Rightarrow 2x < 10-5 \Rightarrow 2x < 5 \mid :2 \Rightarrow x < 2,5$$

$$A=\{1,2\} \Rightarrow \text{card } A=2$$

$$d) \text{ card } A=3 \mid \begin{array}{l} \text{Dacă} \\ a=3 \end{array} \Rightarrow 2x < 10-3 \Rightarrow 2x < 7 \mid :2 \Rightarrow x < 3,5$$

$$\Downarrow$$

$$A=\{1,2,3\} \Rightarrow \text{card } A=3$$

..