Mathematik-AG "Algebraische Strukturen"

Organisatorische Infos

Zielgruppe	Schüler⋆innen der 10. Klasse mit Interesse an Mathematik
AG-Leiter	Herr Kling (✉ jordikling@posteo.de)
Zeit/Ort	*folgt noch*

Worum es geht

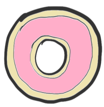
Mengen wie $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, usw. sind — für sich genommen — relativ unspektakuläre Objekte und werden erst dadurch interessant, dass man sie mit zusätzlicher *Struktur* ausstattet. (Zum Beispiel möchte man von Punkten im Raum $\mathbb{R}^3$ gerne wissen, wie weit sie voneinander entfernt sind, ...)

Unter **algebraischen Strukturen** versteht man Mengen, die mit einer oder mehreren "Rechenoperationen" ausgestattet sind. Zahlen beispielsweise sind nur deswegen spannend, *weil* man sie zum Beispiel addieren kann, und weil dies gewissen Gesetzen unterliegt ($x + y = y + x$, usw.)

Die Verallgemeinerung dieser Idee auf beliebige Mengen (nicht nur Zahlen) ist Gegenstand der **abstrakten Algebra** und birgt eine zentrale mathematische Theorie mit zahlreichen Anwendungen.

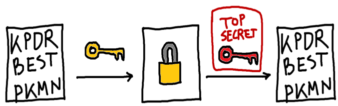
$\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$

D_{16}



$\mathrm{O}(\mathbb{R}^2)$

Beispiele von **Symmetriegruppen** von Teilmengen des $\mathbb{R}^2$



Kryptographie:

Das **RSA-Verfahren** wird zum Ver- und Entschlüsseln geheimer Nachrichten benutzt.

Konkrete Inhalte

Im Jahr 2022/23 (der ersten Instanz dieser AG) haben wir uns ausführlich mit **Gruppen** auseinandergesetzt — also Mengen mit einer "Rechenoperation", die gewisse Eigenschaften erfüllt. Als elementare Struktur tauchen diese in so gut wie jedem Zweig der Mathematik auf.

Ein besonderer Fokus lag dabei auf **Restklassen** (ganze Zahlen modulo n) und deren Bedeutung in der **Kryptographie** am Beispiel des Diffie-Hellman-Schlüsselaustausches und des RSA-Verfahrens, wenn n eine Primzahl ist.

Anschließend haben wir uns mit komplizierteren Strukturen beschäftigt und haben unter anderem den **Ring** der reellen Matrizen und den **Körper** der komplexen Zahlen eingeführt, mit dem Finale $\mathrm{e}^{\mathrm{i}\pi} = -1$.

Zahlreiche Teilnahme erwünscht!