Sampling och tidsdiskreta signaler Lab Moment

1. Sampling av sinusoidala signaler

I detta experiment undersöker vi om Shannons samplingsteorem håller. Ändrar parametern f (kodrad 10) eller fs (kodrad 11). Vad händer när f är mindre, lika eller större än fs/2? Testa även att välja f och fs så att signalens frekvens viks mer än en gång. Vid val av f och fs då vikning uppstår, överensstämmer den teoretiskt beräknat vikta frekvensen med den frekvens vi får i frekvens plotten?

Om f är mindre än fs/2, så gäller samplingsteoremet och vi kan perfekt återskapa det ursprungliga signalen från dess sampel. Om f är lika med fs/2 så är signalen vid Nyquistfrekvensen och varje försök att sampla den kommer resultera i aliasing, vilket gör det omöjligt att perfekt återskapa det ursprungliga signalen. Om f är större än fs/2, så kommer aliasing att uppstå och den återskapade signalen kommer att vara annorlunda än den ursprungliga signalen.

Om vi väljer f och fs så att signalfrekvenser viks mer än en gång, kommer vi att observera att den teoretiskt beräknade vikta frekvensen matchar frekvensen som erhålls i frekvens plotten. Detta beror på att den vikta frekvensen bestäms av den ursprungliga frekvensen och samplingshastigheten och är oberoende av vilken ordning signalen viks. Men magnituden av den vikta frekvensen kommer att bero på vilken ordning signalen viks och formen på den ursprungliga signalen.

2. Diskreta Fourierserier

Det här är MATLAB-kod som visar hur man estimerar koefficienten a_k för en fyrkantsvåg genom att använda den diskreta Fourierserien. Koden skapar en samplad fyrkantsvåg över en period 0 till 2*pi med hjälp av en for-loop som ökar antalet sampel N i steg om fyra från 4 till 64.

Sedan beräknar koden a_k-estimatet för varje N genom att använda en for-loop som skattar a_k parametern enligt formeln i boken. Slutligen sparas a_k-estimatet för varje N i en vektor a_k.

Koden plottar sedan både det teoretiska värdet för a_k, som beräknas med en formel som innehåller koefficienten k, och a_k-estimatet för varje N. Plotten visar hur a_k-estimatet närmar sig det teoretiska värdet när antalet samspel ökar.

Den sista raden i koden lägger till en x-axel etikett för plotten.

Hur stort N behöver vara för att du ska anse att estimatet har konverterat till dess teoretiska värde?

Triangelformad
för att få en tillräckligt noggrann uppskattning av koefficienten a_k för en triangulär våg, behöver vi ha ett tillräckligt stort antal sampel N, vilket i detta fall är ungefär 60.

När antalet sampel ökar, kommer uppskattningen av a_k-estimatet att närma sig det teoretiska värdet. Men även om vi ökar N ytterligare, kommer uppskattningen aldrig att bli exakt eftersom det alltid kommer att finnas en viss grad av avvikelse från det teoretiska värdet.

Det är viktigt att notera att förbättringen i uppskattningen blir mindre och mindre ju högre antalet sampel blir. Så även om det är bättre att ha fler sampel, kommer den marginella förbättringen att bli mindre och mindre.

I slutändan beror valet av antalet sampel N på den önskade noggrannhet nivån. Om vi behöver hög noggrannhet kan det vara nödvändigt att ha ett större antal sampel. Å andra sidan, om vi inte behöver hög noggrannhet, kan ett mindre antal sampel vara tillräckligt.

Halv Sinussignal

För att få en tillräckligt noggrann uppskattning av koefficienten a_k för en triangulär våg behöver vi ha ett tillräckligt stort antal sampel N. I det här fallet är det rekommenderat att använda åtminstone 512 sampel när k är lika med 1. I andra fall när k är större kan det krävas minst 64 sampel för att få en tillräckligt noggrann uppskattning.

När antalet sampel ökar kommer uppskattningen av a_k-estimatet att närma sig det teoretiska värdet. Detta beror på att när vi har fler sampel får vi en bättre approximation av vågens form, vilket i sin tur leder till en mer exakt uppskattning av dess koefficienter. Men även om vi ökar antalet sampel ytterligare kommer uppskattningen aldrig bli helt exakt eftersom det alltid kommer att finnas en viss grad av avvikelse från det teoretiska värdet.

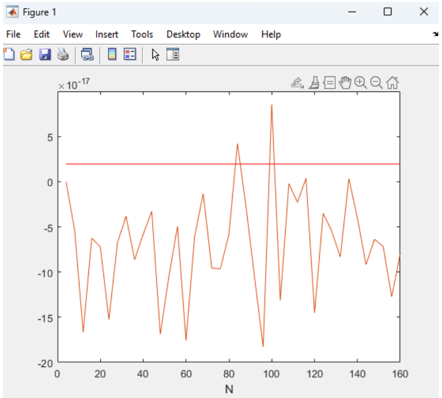
Det är viktigt att notera att förbättringen i uppskattningen blir mindre och mindre ju högre antalet sampel blir. Så även om det är fördelaktigt att ha fler sampel för att få en mer exakt uppskattning kommer den marginella förbättringen att minska när antalet sampel ökar. Detta innebär att det kan finnas en gräns där ytterligare ökning av antalet sampel inte ger tillräckligt med förbättring i uppskattningen för att rättfärdiga den extra beräknings kraften som krävs.

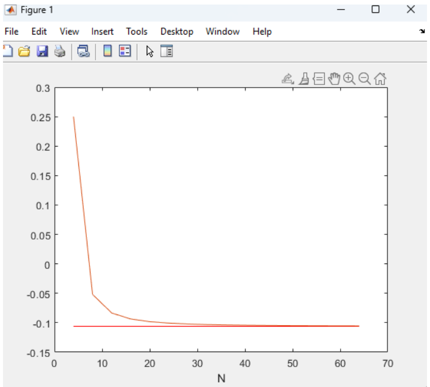
Blir det samma värde på N för de olika ak koefficienter i fyrkantsvågen när du anser att de har konvergerat?
Ja, när alla a_k-koefficienter har konvergerat till sina teoretiska värden kommer det att finnas samma värde på N för alla koefficienter. Däremot kan olika a_k-koefficienter konvergera olika snabbt, vilket kan påverka hur många sampel som krävs för att nå konvergens.

Finns det något mönster på värdet N när val av k ökar för samma vågform?

Fyrkantsvåg & Triangelformad

När man ökar värdet på k för samma vågform, så konvergerar a_k-koefficienten olika snabbt beroende på om k är udda eller jämnt. När k är udda så närmar sig a_k-estimatet det teoretiska värdet och N-kurvan har ett mönster som liknar en logaritmisk funktion. Å andra sidan när k är jämnt, så sker aldrig ett närmande av a_k-estimatet till det teoretiska värdet och N-kurvan har inget mönster. Till exempel, när k=2 och N=160, visar plotten för a_k-estimatet inget tydligt mönster utan ökar upp och ner slumpmässigt.





Halv Sinussignal

När värdet på k ökar för samma vågform kommer ak-koefficienten att konvergera på ett annat sätt. Detta beror på att högre värden på k kräver fler sampel för att ge en tillräckligt noggrann uppskattning av dess koefficienter. Därför kan det ta längre tid för ak-koefficienten att konvergera när k är högre.

När vi tittar på grafen för ak-koefficienten som en funktion av antalet sampel N, känner de flesta fallen igen mönstret av en logaritmisk funktion.

Blir det samma värde på N för samma ak koefficient fast för olika vågformer?

Det är möjligt att det blir olika värden på N för samma a_k koefficient för olika vågformer, eftersom konvergenshastigheten beror på den specifika vågformen. Vissa vågformer kan ha högre frekvenskomponenter som kräver fler sampel för att uppnå konvergens, medan andra vågformer kan ha lägre frekvenskomponenter som kan konvergera snabbare. Så även om samma a_k koefficient används, kan antalet sampel som krävs för att uppnå konvergens vara olika för olika vågformer.

3. Inspelning av den egna rösten

Undersök vad är den lägsta och högsta samplingsfrekvensen ni kan åstadkomma på datorn. MATLAB kommer att ge ett felmeddelande om ni underskridit eller överskridit den möjliga samplingshastigheten där den lägsta/högsta möjliga specificeras. Väljer ni samplingsfrekvens som finns mellan min och max kommer MATLAB ge ett varningsmeddelande att den närmaste möjliga samplingsfrekvensen har valts om ni inte angivit den stödda hastigheten. På min nuvarande dator är minimum 8000Hz och maximum 192000Hz. Vilka gränser får ni fram?

På min dator Sample rate must be a positive number between 80 Hz and 1000000 Hz

Vad händer om fs ändras i soundsc(audio,fs) (kodrad 39). Hur låter det om fs minskas eller ökas från dess ursprungliga värde?

Om fs minskas från dess ursprungliga värde blir ljudet mer långsamt och mörkare medan om fs ökar blir ljudet högre och mer metalliskt. Detta beror på att samplingsfrekvensen påverkar antalet datapunkter som tas per sekund och därmed påverkar kvaliteten på den inspelade signalen. Om fs minskas tar systemet färre datapunkter per sekund vilket resulterar i att högfrekventa komponenter i signalen inte fångas upp lika väl och därmed minskar upplösningen i frekvensdomänen. Å andra sidan, om fs ökas, tar systemet fler datapunkter per sekund, vilket gör att högfrekventa komponenter i signalen kan fångas upp bättre men ökar också mängden datan som måste bearbetas och lagras.