

# Prosjektoppgave besvarelse

15267

May 5, 2018

## Oppgave 1

Ved å løse differensial likningen

$$m\ddot{x}(t) + kx(t) = 0, \quad (1)$$

og plotte systemets bane i faserommet så får vi plottet i figur 1

Hvis vi varier initialverdiene for posisjonen og hastigheten, så vil det fortsatt være en ellipse. Hvis vi ser på totalenergien til systemet så ser vi hvorfor dette stemmer. Totalenergien er

$$\begin{aligned} E_{tot} &= E_k + E_p \\ E_{tot} &= \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}kx^2 \\ \frac{2E_{tot}}{mk} &= \frac{\dot{x}^2}{k} + \frac{x^2}{m}, \\ \text{Hvis vi setter } C &= \frac{2E_{tot}}{mk} \\ \Rightarrow \frac{x^2}{m} + \frac{\dot{x}^2}{k} &= C \end{aligned}$$

Kan man bruke forskjellige initialbetingelser for å generere en bane som ikke er eliptisk, bruk totalenergien for å begrunne.

Hvorfor står banen i faserommet vinkelrett på x og y aksen?

Beverger plotet seg med eller mot klokka? Plott litt mindre enn en runde

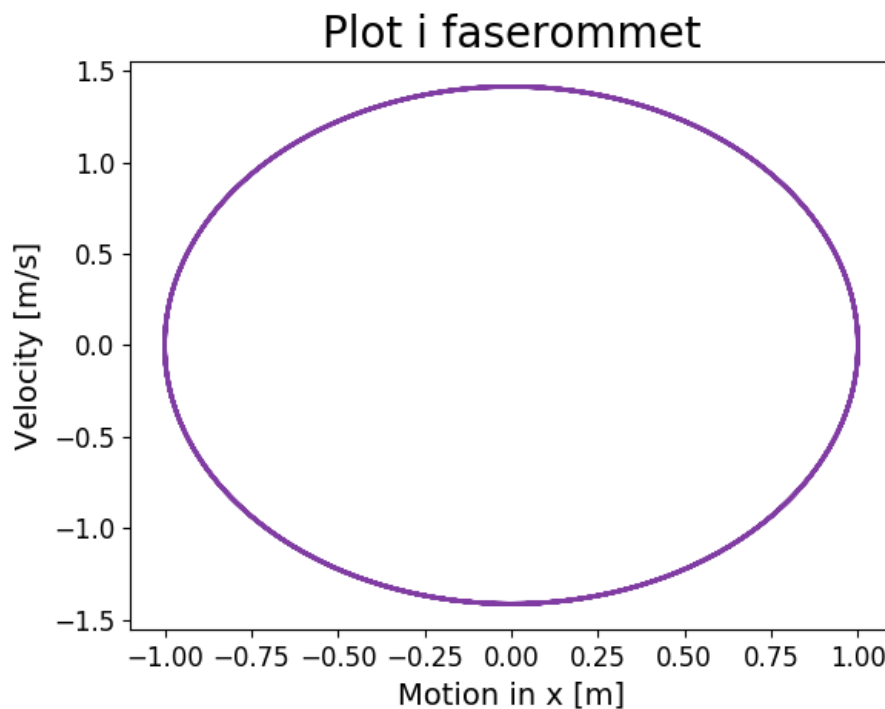


Figure 1: Figuren viser faseplottet for en fri harmonisk oscillator

og se. Kan den gå motsatt retning?

Se plot for plot, kode for kode.

Energien for en fjerpendel

Totalenergien viser et eller annet, FINN UT AV HVA TOTALENERGIEN ER. Siden det ikke er noen form for friksjon så vil energien bare veksle mellom potensiell og kinetisk. + mer forklaring

Systemet i faserommet beveger seg med klokka. Det går ikke an å bruke

en kombinasjon av initialverdier til å få den til å gå motsatt retning, fordi det avhenger av hvordan vi har satt positiv retning. SIKKERT IKKE HELT RIKTIG ELLER KOMPLETT, SÅ DISKUTER LITT OG SKRIV BEDRE

## Oppgave 2

Diskuter banen i faserommet.

Står banen fortsatt loddrett på begge aksene. Nei, men står den vinkelrett, det kan du finne ut av.

Hva er en attraktor?

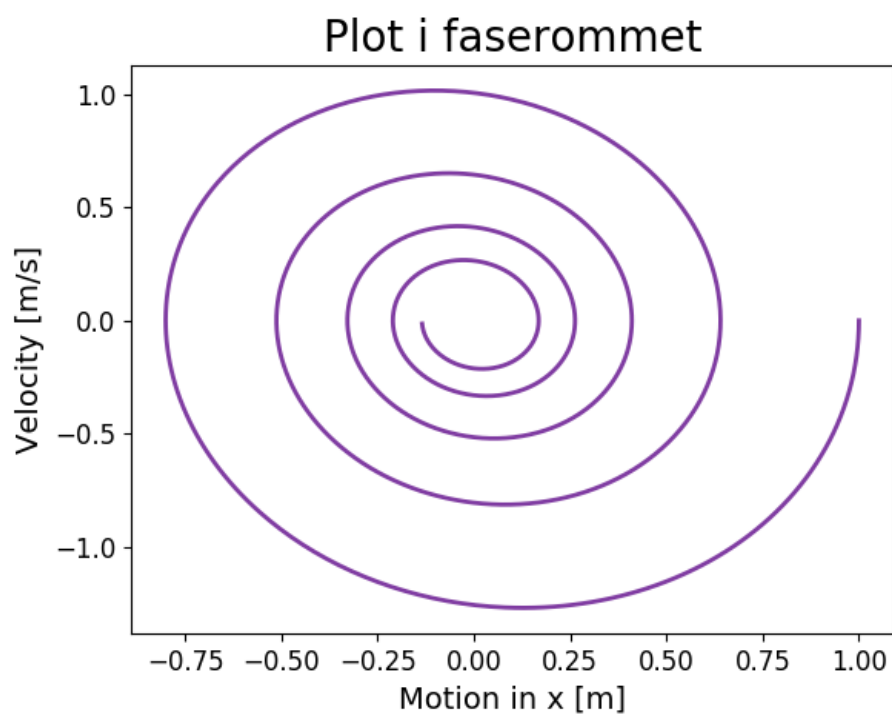
En attraktor er et set med numeriske verdier som et dynamisk system har en tendens til å utvikle seg mot for et bredt utvalg av initialbetingelser. En attraktor kan være et punkt(1 dim), et set med punkter(Jeg syntes 1 dim også), en kurve(2 dim), og flere ting innenfor matematikk. Punktet  $x = 0m$  og  $\dot{x} = 0m/s$  er en attraktor av dimensjon 1, fordi det er et singulært punkt. Kurven i oppgave 1 er også en attraktor i følge definisjonen tror jeg, siden systemet alltid havner i den kurven uansett initialbetingelser. På den andre siden så kan det argumenteres for at det ikke er en attraktor fordi systemet faktisk ikke kan gjøre noe annet, og dermed ikke kan ha en tendens til å ende langs kurven. Altså siden den ikke begynner utenfor kurven og så går inn og blir der så er det ikke en attraktor. FINN UT AV DET.

## Oppgave 3

Vi skal løse følgende likning alanytisk.

$$m\ddot{x}(t) + kx(t) = F_D \cos(\omega_D t) \quad (2)$$

Begynner med å finne den generelle løsningen for den homogene likningen, og løser derfor den karakteristiske likningen  $m\lambda^2 + k = 0$



$$\begin{aligned} m\lambda^2 + k &= 0 \\ \lambda^2 &= \frac{-k}{m} \\ \lambda &= \pm \sqrt{\frac{-k}{m}} \end{aligned}$$

Hvis vi har  $\lambda$  på formen  $\lambda_{\pm} = \mu \pm i\eta$ , så får vi den generelle løsningen

$$\begin{aligned}\lambda &= \pm i\sqrt{\frac{k}{m}} \\ x_h &= e^{\mu t} (A \cos(\eta t) + B \sin(\eta t)) \\ x_h &= e^{0t} \left( A \cos \left( \sqrt{\frac{k}{m}} t \right) + B \sin \left( \sqrt{\frac{k}{m}} t \right) \right) \\ x_h &= A \cos \left( \sqrt{\frac{k}{m}} t \right) + B \sin \left( \sqrt{\frac{k}{m}} t \right)\end{aligned}$$

Så den generelle løsningen for den homogene delen er

$$x_h = A \cos \left( \sqrt{\frac{k}{m}} t \right) + B \sin \left( \sqrt{\frac{k}{m}} t \right) \quad (3)$$

Nå skal vi bruke metoden for ubestemte koeffisienter for å finne den partikulære løsningen. Siden høyre side av likningen er på formen  $A \cos(pt)$ , så kan vi bruke  $x_p$  på formen  $Ce^{ipt}$

$$\begin{aligned}x_p &= Ce^{ipt}, \quad p = \omega_D, \text{ fra likningen} \\ x_p &= Ce^{i\omega_D t} \\ \dot{x}_p &= iC\omega_D e^{i\omega_D t} \\ \ddot{x}_p &= -C\omega_D^2 e^{i\omega_D t}\end{aligned}$$

Dette setter vi inn i difflikningen og løser for C

$$\begin{aligned}m\ddot{x} + kx &= F_D \cos(\omega_D t) \\ m \left( -C\omega_D^2 e^{i\omega_D t} \right) + kCe^{i\omega_D t} &= F_D \cos(\omega_D t) \\ -mC\omega_D^2 e^{i\omega_D t} + kCe^{i\omega_D t} &= F_D \cos(\omega_D t) \\ Ce^{i\omega_D t} \left( -m\omega_D^2 + k \right) &= F_D \cos(\omega_D t) \\ C &= \frac{F_D \cos(\omega_D t)}{e^{i\omega_D t} (-m\omega_D^2 + k)}\end{aligned}$$

Så setter vi uttrykket for C inn i  $x_p$  og får at

$$x_p = \frac{F_D \cos(\omega_D t)}{(k - m\omega_D^2)} \quad (4)$$

Så den fullstendige generelle løsningen er

$$A \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right) + B \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right) + \frac{F_D \cos(\omega_D t)}{(k - m\omega_D^2)} \quad (5)$$

Vi skulle løse den for  $x(0) = 2m$  og  $\dot{x}(0) = 0m/s$ , så da gjør vi det og får

$$A = 2 - \frac{F_D}{k - m\omega_D^2}$$

$$B = 0$$

Dette setter vi inn i løsningen og får

$$x(t) = 2 \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right) + \frac{F_D}{k - m\omega_D^2} \left( \cos(\omega_D t) - \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right) \right) \quad (6)$$

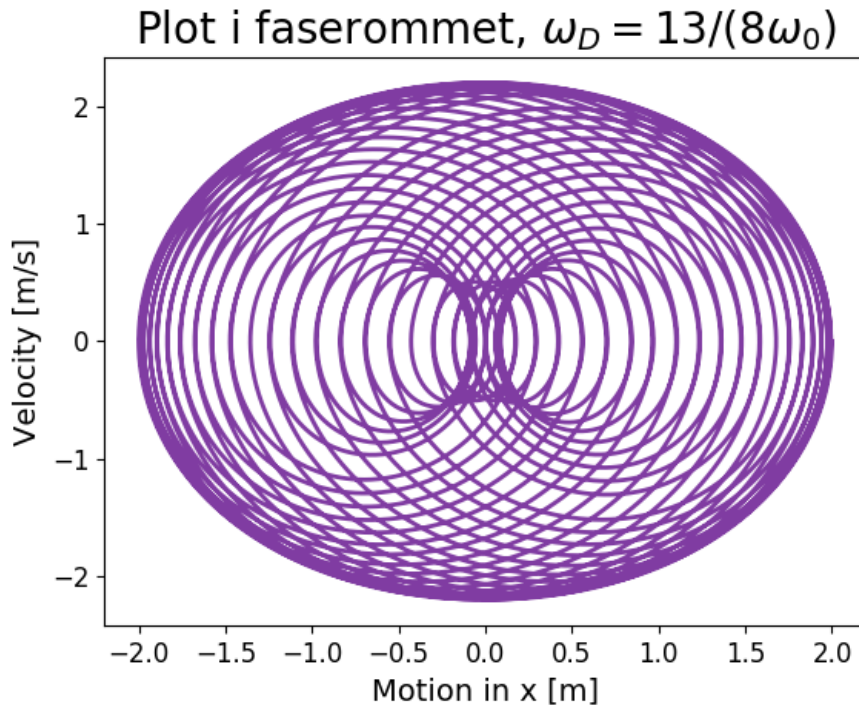
Så bruker vi en trigonometrisk identitet funnet på side 42 i Rottmann, som ser slik ut

$$\cos\alpha - \cos\beta = -2 \sin\frac{\alpha + \beta}{2} \sin\frac{\alpha - \beta}{2} \quad (7)$$

og da får vi

$$x(t) = 2 \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right) - \frac{2F_D}{k - m\omega_D^2} \left( \sin\frac{\left(\omega_D + \sqrt{\frac{k}{m}}\right)t}{2} \sin\frac{\left(\omega_D - \sqrt{\frac{k}{m}}\right)t}{2} \right) \quad (8)$$

Hvordan kan vi tolke en slik løsning?



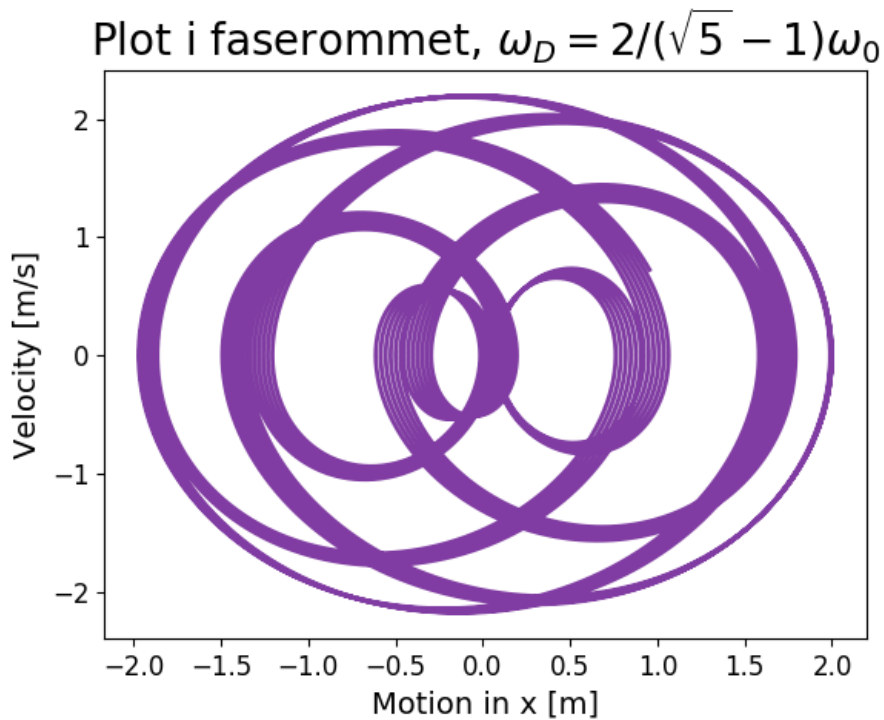
## Oppgave 4

Det numeriske resultatet bør være det samme som det analytiske. Er bevegelsen periodisk?

Med ny  $\omega_D$  er bevegelsen fortsatt periodisk. Begrunn svaret. Finn definisjon av periodisk bevegelse.

ting Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Nulla sed massa urna. Fusce placerat, nulla id aliquam varius, nulla risus commodo metus, in fringilla velit massa eu odio. Aliquam vitae eros at orci volutpat pulvinar eu a sapien. Proin ullamcorper tincidunt orci vel vehicula. Vestibulum venenatis eget magna at pharetra. Aenean ut rutrum urna. Aliquam venenatis leo viverra, fermentum massa vel, maximus lectus. Pellentesque pulvinar sodales massa non venenatis. Praesent lobortis consequat erat ut semper. Nulla tincidunt ac enim sed imperdiet. Nulla maximus dui eget eros laoreet, vitae eleifend magna vulputate. Sed ut molestie neque. Sed sagittis sagittis metus. Fusce placerat enim ut augue ornare mattis.

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Nulla sed

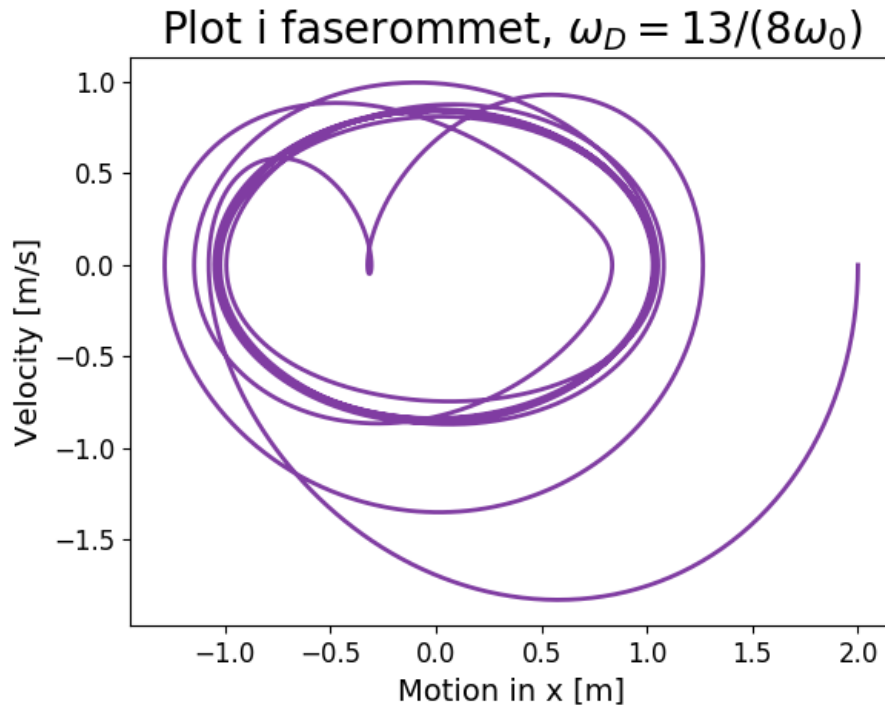


massa urna. Fusce placerat, nulla id aliquam varius, nulla risus commodo metus, in fringilla velit massa eu odio. Aliquam vitae eros at orci volutpat pulvinar eu a sapien. Proin ullamcorper tincidunt orci vel vehicula. Vestibulum venenatis eget magna at pharetra. Aenean ut rutrum urna. Aliquam venenatis leo viverra, fermentum massa vel, maximus lectus. Pellentesque pulvinar sodales massa non venenatis. Praesent lobortis consequat erat ut semper. Nulla tincidunt ac enim sed imperdiet. Nulla maximus dui eget eros laoreet, vitae eleifend magna vulputate. Sed ut molestie neque. Sed sagittis sagittis metus. Fusce placerat enim ut augue ornare mattis.

## Oppgave 5

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Nulla sed massa urna. Fusce placerat, nulla id aliquam varius, nulla risus commodo metus, in fringilla velit massa eu odio. Aliquam vitae eros at orci volutpat pulvinar eu a sapien. Proin ullamcorper tincidunt orci vel vehicula. Vestibulum venenatis eget magna at pharetra. Aenean ut rutrum urna. Aliquam





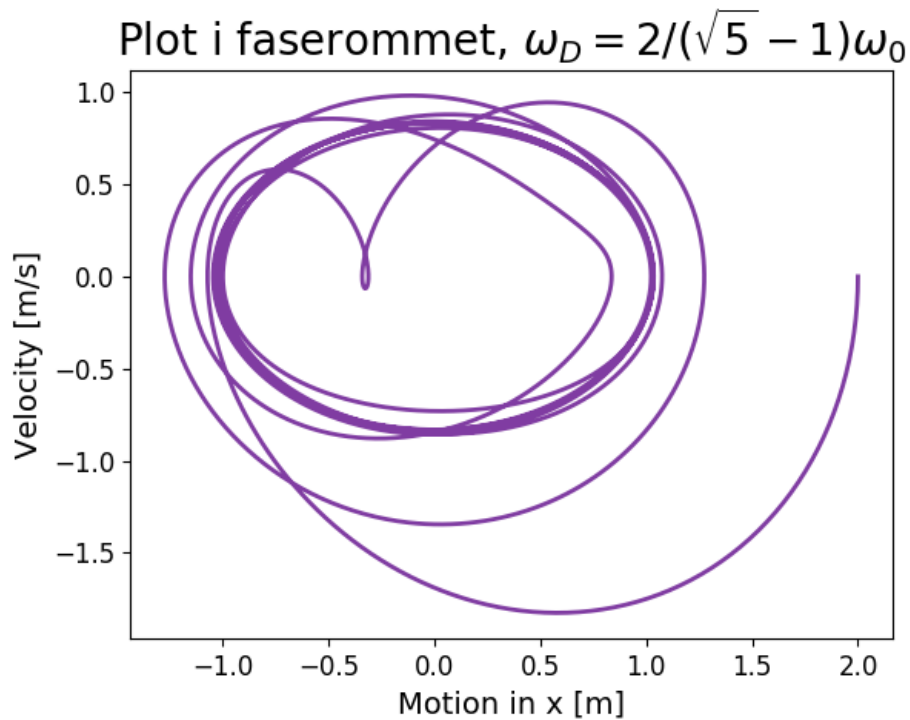
venenatis leo viverra, fermentum massa vel, maximus lectus. Pellentesque pulvinar sodales massa non venenatis. Praesent lobortis consequat erat ut semper. Nulla tincidunt ac enim sed imperdiet. Nulla maximus dui eget eros laoreet, vitae eleifend magna vulputate. Sed ut molestie neque. Sed sagittis sagittis metus. Fusce placerat enim ut augue ornare mattis.

mer ting

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Nulla sed massa urna. Fusce placerat, nulla id aliquam varius, nulla risus commodo metus, in fringilla velit massa eu odio. Aliquam vitae eros at orci volutpat pulvinar eu a sapien. Proin ullamcorper tincidunt orci vel vehicula. Vestibulum venenatis eget magna at pharetra. Aenean ut rutrum urna. Aliquam venenatis leo viverra, fermentum massa vel, maximus lectus. Pellentesque pulvinar sodales massa non venenatis. Praesent lobortis consequat erat ut semper. Nulla tincidunt ac enim sed imperdiet. Nulla maximus dui eget eros laoreet, vitae eleifend magna vulputate. Sed ut molestie neque. Sed sagittis sagittis metus. Fusce placerat enim ut augue ornare mattis.

ting

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Nulla sed



massa urna. Fusce placerat, nulla id aliquam varius, nulla risus commodo metus, in fringilla velit massa eu odio. Aliquam vitae eros at orci volutpat pulvinar eu a sapien. Proin ullamcorper tincidunt orci vel vehicula. Vestibulum venenatis eget magna at pharetra. Aenean ut rutrum urna. Aliquam venenatis leo viverra, fermentum massa vel, maximus lectus. Pellentesque pulvinar sodales massa non venenatis. Praesent lobortis consequat erat ut semper. Nulla tincidunt ac enim sed imperdiet. Nulla maximus dui eget eros laoreet, vitae eleifend magna vulputate. Sed ut molestie neque. Sed sagittis sagittis metus. Fusce placerat enim ut augue ornare mattis.

## Oppgave 6

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Nulla sed massa urna. Fusce placerat, nulla id aliquam varius, nulla risus commodo metus, in fringilla velit massa eu odio. Aliquam vitae eros at orci volutpat pulvinar eu a sapien. Proin ullamcorper tincidunt orci vel vehicula. Vestibu-

lum venenatis eget magna at pharetra. Aenean ut rutrum urna. Aliquam venenatis leo viverra, fermentum massa vel, maximus lectus. Pellentesque pulvinar sodales massa non venenatis. Praesent lobortis consequat erat ut semper. Nulla tincidunt ac enim sed imperdiet. Nulla maximus dui eget eros laoreet, vitae eleifend magna vulputate. Sed ut molestie neque. Sed sagittis sagittis metus. Fusce placerat enim ut augue ornare mattis.

## Oppgave 7

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Nulla sed massa urna. Fusce placerat, nulla id aliquam varius, nulla risus commodo metus, in fringilla velit massa eu odio. Aliquam vitae eros at orci volutpat pulvinar eu a sapien. Proin ullamcorper tincidunt orci vel vehicula. Vestibulum venenatis eget magna at pharetra. Aenean ut rutrum urna. Aliquam venenatis leo viverra, fermentum massa vel, maximus lectus. Pellentesque pulvinar sodales massa non venenatis. Praesent lobortis consequat erat ut semper. Nulla tincidunt ac enim sed imperdiet. Nulla maximus dui eget eros laoreet, vitae eleifend magna vulputate. Sed ut molestie neque. Sed sagittis sagittis metus. Fusce placerat enim ut augue ornare mattis.

## Oppgave 8

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Nulla sed massa urna. Fusce placerat, nulla id aliquam varius, nulla risus commodo metus, in fringilla velit massa eu odio. Aliquam vitae eros at orci volutpat pulvinar eu a sapien. Proin ullamcorper tincidunt orci vel vehicula. Vestibulum venenatis eget magna at pharetra. Aenean ut rutrum urna. Aliquam venenatis leo viverra, fermentum massa vel, maximus lectus. Pellentesque pulvinar sodales massa non venenatis. Praesent lobortis consequat erat ut semper. Nulla tincidunt ac enim sed imperdiet. Nulla maximus dui eget eros laoreet, vitae eleifend magna vulputate. Sed ut molestie neque. Sed sagittis sagittis metus. Fusce placerat enim ut augue ornare mattis.

## Oppgave 9

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Nulla sed massa urna. Fusce placerat, nulla id aliquam varius, nulla risus commodo metus, in fringilla velit massa eu odio. Aliquam vitae eros at orci volutpat pulvinar eu a sapien. Proin ullamcorper tincidunt orci vel vehicula. Vestibulum venenatis eget magna at pharetra. Aenean ut rutrum urna. Aliquam venenatis leo viverra, fermentum massa vel, maximus lectus. Pellentesque pulvinar sodales massa non venenatis. Praesent lobortis consequat erat ut semper. Nulla tincidunt ac enim sed imperdiet. Nulla maximus dui eget eros laoreet, vitae eleifend magna vulputate. Sed ut molestie neque. Sed sagittis sagittis metus. Fusce placerat enim ut augue ornare mattis.

## Appendix

### RK4.py

```
"""
The function for the Runge Kutta method
"""

# The Runge Kutta method
def RK4(diffEQ, xStart, vStart, tStart, dt):
    a1 = diffEQ(xStart, vStart, tStart)
    v1 = vStart

    xHalf1 = xStart + v1 * dt/2.0
    vHalf1 = vStart + a1 * dt/2.0

    a2 = diffEQ(xHalf1, vHalf1, tStart+dt/2.0)
    v2 = vHalf1

    xHalf2 = xStart + v2 * dt/2.0
    vHalf2 = vStart + a2 * dt/2.0

    a3 = diffEQ(xHalf2, vHalf2, tStart+dt)
    v3 = vHalf2

    xEnd = xStart + v3 * dt
    vEnd = vStart + a3 * dt

    a4 = diffEQ(xEnd, vEnd, tStart+dt)
```

```

v4 = vEnd

aMiddle = 1.0/6.0 * (a1+2*a2+2*a3+a4)
vMiddle = 1.0/6.0 * (v1+2*v2+2*v3+v4)

xEnd = xStart + vMiddle*dt
vEnd = vStart + aMiddle*dt

return xEnd, vEnd

```

### oppgavel.py

```

#imports
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from RK4 import RK4
import seaborn

#declare constants
dt = 10.**-2          #some timestep [s]
m = 0.500             #mass of 500 g [kg]
k = 1.                #stiffness constant [N/m]
x0 = 1.               #start position [m]
v0 = 0.               #start velocity [m/s]
T = 20.               #total time [s]
N = int(T/dt)

#setting initialconditions
x = np.zeros(N); v = np.zeros(N); t = np.zeros(N)
x[0] = x0; v[0] = v0

"""
the function we have is
mx''(t) + kx(t) = 0
x'(t) = kx(t)/m
"""

#making functions

def diffEQ(xNow,vNow,tNow):
    aNow = -k*xNow/m
    return aNow

#running the loop
for i in range(N-1):
    x1 = x[i]; v1 = v[i]
    x[i+1],v[i+1] = RK4(diffEQ,x1,v1,t,dt)
    t[i+1] = t[i] + dt

```

```

#plotting

"""
#plotting the motion in x against time
plt.plot(t,x)
plt.xlabel("time")
plt.ylabel("motion")
plt.show()
"""

#plotting the phaseplot
plt.plot(x,v, '#803CA2', linewidth=2.0)
plt.title('Plot i faserommet', fontsize=20)
plt.xlabel("Motion in x [m]", fontsize=14)
plt.ylabel("Velocity [m/s]", fontsize=14)
plt.tick_params(axis = 'both', which = 'major', labelsize =
    12)
plt.savefig('Oppgave1.png')
plt.show()

```

## oppgave2.py

```

#imports
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from RK4 import RK4
import seaborn

#declare constants
dt = 10.**-2          #some timestep [s]
m = 0.500             #mass of 500 g [kg]
k = 1.                #stiffness constant [N/m]
x0 = 1.               #start position [m]
v0 = 0.               #start velocity [m/s]
T = 20.               #total time [s]
N = int(T/dt)          #number of things
b = 0.1               #dampening constant[kg/s]

#setting initialconditions
x = np.zeros(N); v = np.zeros(N); t = np.zeros(N)
x[0] = x0; v[0] = v0

"""
the function we have is

```

```

mx''(t) + bx'(t) + kx(t) = 0
x''(t) = -bx'(t)/m - kx(t)/m
"""

#making functions

def diffEQ(xNow,vNow,tNow):
    aNow = -b*vNow/m-k*xNow/m
    return aNow

#running the loop
for i in range(N-1):
    x1 = x[i]; v1 = v[i]
    x[i+1],v[i+1] = RK4(diffEQ,x1,v1,t,dt)
    t[i+1] = t[i] + dt

#plotting

#plotting the motion in x against time
plt.plot(t,x, '#803CA2', linewidth=2.0)
plt.title('Plot av utslag', fontsize=20)
plt.xlabel("Time [s]", fontsize=14)
plt.ylabel("Motion in x [m]", fontsize=14)
plt.tick_params(axis = 'both', which = 'major', labelsize =
    12)
plt.show()

#plotting the phaseplot
plt.plot(x,v, '#803CA2', linewidth=2.0)
plt.title('Plot i faserommet', fontsize=20)
plt.xlabel("Motion in x [m]", fontsize=14)
plt.ylabel("Velocity [m/s]", fontsize=14)
plt.tick_params(axis = 'both', which = 'major', labelsize =
    12)
plt.savefig('Oppgave2.png')
plt.show()

```

### oppgave4.py

```

#imports
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from RK4 import RK4
import seaborn

#declare constants

```

```

dt = 10.**-2          #some timestep [s]
m = 0.500             #mass of 500 g [kg]
k = 1.                #stiffness constant [N/m]
x0 = 2.               #start position [m]
v0 = 0.               #start velocity [m/s]
T = 200.              #total time [s]
N = int(T/dt)         #number of things
omega0 = k/m           #Svingefrekvens for H0
F_D = 0.7             #[N]
omega_D = 13./(8*omega0)
#omega_D = 2./((np.sqrt(5)-1)*omega0)

#setting initialconditions
x = np.zeros(N); v = np.zeros(N); t = np.zeros(N)
x[0] = x0; v[0] = v0
F = np.zeros(N)
F[0] = F_D

"""
the function we have is
mx''(t) + kx(t) = F(t)
x'(t) = F(t)/m -kx(t)/m
"""

#making functions

def diffEQ(xNow,vNow,tNow):
    aNow = (F[i]-k*xNow)/m
    return aNow

#running the loop
for i in range(N-1):
    x1 = x[i]; v1 =v[i]
    F[i] = F_D *np.cos(omega_D*t[i])
    x[i+1],v[i+1] = RK4(diffEQ,x1,v1,t,dt)
    t[i+1] = t[i] + dt

#The analytic solution

def anal_x_solution(t):
    return 2*np.cos(np.sqrt(k/m)*t) + F_D/(k-m*omega_D**2)*(
        np.cos(omega_D*t)-np.cos(np.sqrt(k/m)*t))

#plotting

```



```

#plotting the motion in x against time
plt.plot(t,x, '#803CA2', linewidth=2.0)
plt.title('Plot av utslag', fontsize=20)
plt.xlabel("Time [s]", fontsize=14)
plt.ylabel("Motion in x [m]", fontsize=14)
plt.tick_params(axis = 'both', which = 'major', labelsize =
12)
plt.show()

#plotting the phaseplot
plt.plot(x,v, '#803CA2', linewidth=2.0)
plt.title('Plot i faserommet,  $\omega_D = 13/(8\omega_0)$ ',
    fontsize=20)
plt.xlabel("Motion in x [m]", fontsize=14)
plt.ylabel("Velocity [m/s]", fontsize=14)
plt.tick_params(axis = 'both', which = 'major', labelsize =
12)
plt.savefig('Oppgave4del1.png')
plt.show()

#plotting the difference between the numerical and analytical
result

plt.plot(t, x-anal_x_solution(t), '#803CA2', linewidth=2.0)
plt.xlabel('t [s]', fontsize=14)
plt.ylabel('Differanse utslag [m]', fontsize=14)
plt.title('Differanse mellom analytisk og numerisk utslag',
    fontsize=16)
plt.tick_params(axis = 'both', which = 'major', labelsize =
12)
plt.savefig('Oppgave4_differanse.png')
plt.show()

```

### oppgave5.py

```

#imports
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from RK4 import RK4
import seaborn

#declare constants
dt = 10.**-2          #some timestep [s]
m = 0.500             #mass of 500 g [kg]
k = 1.                #stiffness constant [N/m]
x0 = 2.               #start position [m]
v0 = 0.               #start velocity [m/s]

```

```

T = 100.                #total time [s]
N = int(T/dt)           #number of things
b = 0.1                 #[kg/s]
omega0 = k/m            #Svingefrekvens for H0
F_D = 0.7               #[N]
omega_D = 13./(8*omega0)
#omega_D = 2./((np.sqrt(5)-1)*omega0)

#setting initialconditions
x = np.zeros(N); v = np.zeros(N); t = np.zeros(N)
x[0] = x0; v[0] = v0
F = np.zeros(N)
F[0] = F_D

"""
the function we have is
mx''(t) +bx'(t) + kx(t) = F(t)
x''(t) = (F(t) -bx'(t) -kx(t))/m
"""

#making functions

def diffEQ(xNow,vNow,tNow):
    aNow = (F[i]-b*vNow-k*xNow)/m
    return aNow

#running the loop
for i in range(N-1):
    x1 = x[i]; v1 =v[i]
    F[i] = F_D *np.cos(omega_D*t[i])
    x[i+1],v[i+1] = RK4(diffEQ,x1,v1,t,dt)
    t[i+1] = t[i] + dt

#plotting

#plotting the motion in x against time
plt.plot(t,x, '#803CA2', linewidth=2.0)
plt.title('Plot av utslag', fontsize=20)
plt.xlabel("Time [s]", fontsize=14)
plt.ylabel("Motion in x [m]", fontsize=14)
plt.tick_params(axis = 'both', which = 'major', labelsize =
12)
plt.show()

#plotting the phaseplot
plt.plot(x,v, '#803CA2', linewidth=2.0)

```

```
plt.title('Plot i faserommet, $\omega_D = 13/(8\omega_0)$',
         fontsize=20)
plt.xlabel("Motion in x [m]", fontsize=14)
plt.ylabel("Velocity [m/s]", fontsize=14)
plt.tick_params(axis = 'both', which = 'major', labelsize =
                12)
plt.savefig('Oppgave5del1.png')
plt.show()
```

### oppgave6.py

```
#imports
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from RK4 import RK4
import seaborn

#declare constants
dt = 10.**-4          #some timestep [s]
m0 = 0.00001         #mass of waterdrop [kg]
k = 0.475            #stiffness constant [N/m]
x0 = 0.001           #start position [m]
v0 = 0.001           #start velocity [m/s]
T = 3.               #total time [s]
N = int(T/dt)         #number of things
b = 0.001            #[kg/s]
#omega0 = k/m         #Svingefrekvens for H0
#F_D = 0.7            #[N]
#omega_D = 13./(8*omega0)
#omega_D = 2./((np.sqrt(5)-1)*omega0)
g = 9.81             #gravitational acceleration [m/s^2]
psi = 0.00055        #m'(t) [kg/s]
dpsi = 3*psi/N

#setting initialconditions
x = np.zeros(N); v = np.zeros(N); t = np.zeros(N)
x[0] = x0; v[0] = v0
m = np.zeros(N)
m[0] = m0

#F = np.zeros(N)
#F[0] = F_D

"""
the functions we have are
m(t)x''(t)+(b+psi)x'(t)+kx(t)=m(t)g
```

```

x''(t) = (m(t)g - (b+psi)x'(t) - kx(t))/m(t)
"""

#making functions

def diffEQ(xNow,vNow,tNow):
    aNow = (m[i]*g-(b+psi)*vNow-k*xNow)/m[i]
    return aNow

#running the loop
for i in range(N-1):
    x1 = x[i]; v1 =v[i]
    x[i+1],v[i+1] = RK4(diffEQ,x1,v1,t,dt)
    t[i+1] = t[i] + dt
    m[i+1] = m[i] + dps

#plotting

#plotting the motion in x against time
plt.plot(t,x, '#803CA2', linewidth=2.0)
plt.title('Plot av utslag', fontsize=20)
plt.xlabel("Time [s]", fontsize=14)
plt.ylabel("Motion in x [m]", fontsize=14)
plt.tick_params(axis = 'both', which = 'major', labelsize =
12)
plt.show()

#plotting the phaseplot
plt.plot(x,v, '#803CA2', linewidth=2.0)
plt.title('Plot i faserommet', fontsize=20)
plt.xlabel("Motion in x [m]", fontsize=14)
plt.ylabel("Velocity [m/s]", fontsize=14)
plt.tick_params(axis = 'both', which = 'major', labelsize =
12)
plt.savefig('Oppgave5del1.png')
plt.show()

```