UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
CENTRO DE ENGENHARIA ELÉTRICA E COMPUTAÇÃO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

TEEE - Projeto de circuitos fotônicos em silício

Unidade 01

Prof. Adolfo Herbster
20 de Dezembro de 2021

Lição atual: Guia planar dielétrico

Definição do guia

O guia dielétrico planar é formado por N camadas de material dielétrico de espessura h_i e índice de refração n_i $(i = f, n, s)$. Nosso primeiro estudo consiste em um guia dielétrico planar de 3 (três) camadas, conforme ilustra a Fig. 7. A relação entre os índices é

$$0 < n_c < n_s < n_f. \tag{79}$$

Por esta relação, devido à reflexão interna total, o campo é confinado majoritariamente no núcleo (índice n_f). Entretanto, há campo evanescente na casca (índice n_c) e no substrato (índice n_s). É importante destacar que μ_r (permeabilidade magnética) em todos os guias dielétricos é unitária.

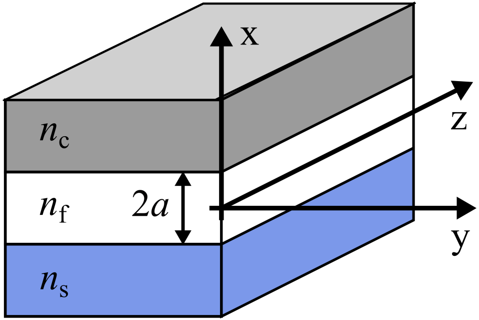

Figura 7: Ilustração do guia dielétrico planar e a escolha do sistema de coordenadas. Observe que a origem da coordenada x é o centro da camada cujo índice é n_f.

Modo TE

Soluções vetoriais

O guia ilustrado na Fig. 7 suporta apenas os modos TE e TM (por qual motivo?). Os modos TE (*Transverse Electric*) são caracterizados pela condição $E_z = 0$ e $H_z \neq 0$. Todas as componentes dos modos TE são obtidas por[4]:

$$\begin{cases} \nabla_T^2 H_z + k_i^2 H_z = 0 \\ \mathbf{H}_T = -j\dfrac{\beta}{k_i^2}\boldsymbol{\nabla}_T H_z \\ \mathbf{E}_T = \eta_{\mathsf{TE}}\mathbf{H}_T \times \hat{\mathbf{z}} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}^2 H_z}{\mathrm{d}x^2} + k_i^2 H_z = 0 \\ H_x = -j\dfrac{\beta}{k_i^2}\dfrac{\mathrm{d}H_z}{\mathrm{d}x} \\ E_y = j\eta_{\mathsf{TE}}\dfrac{\beta}{k_i^2}\dfrac{\mathrm{d}H_z}{\mathrm{d}x} \end{cases} \tag{80}$$

em que $k_i^2 = k_0^2 n_i^2 - \beta^2$ $(i = f, n, s)$ e $\eta_{\mathsf{TE}} = {}^{\omega\mu}/_{\beta}$. Importante lembrar que $\beta = k_0 n_{eff}$ é a constante de propagação e n_{eff} o índice de refração efetivo do modo no guia e, portanto, $k_i = k_0\sqrt{n_i^2 - n_{eff}^2}$. As componentes E_x, E_z e H_y são nulas.

[4] Importante destacar que $\partial_y H_z = 0$.

Na Fig. 7, há três dielétricos distintos. A equação que descreve a componente H_z em cada região é expressa como

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}^2 H_z}{\mathrm{d}x^2} + k_c^2 H_z = 0, & x \geqslant a \\ \dfrac{\mathrm{d}^2 H_z}{\mathrm{d}x^2} + k_f^2 H_z = 0, & |x| \leqslant a \\ \dfrac{\mathrm{d}^2 H_z}{\mathrm{d}x^2} + k_s^2 H_z = 0, & x \leqslant -a \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}^2 H_z}{\mathrm{d}x^2} - \alpha_c^2 H_z = 0, & x \geqslant a \\ \dfrac{\mathrm{d}^2 H_z}{\mathrm{d}x^2} + k_f^2 H_z = 0, & |x| \leqslant a \\ \dfrac{\mathrm{d}^2 H_z}{\mathrm{d}x^2} - \alpha_s^2 H_z = 0, & x \leqslant -a \end{cases} \tag{81}$$

As variáveis k_c, k_f e k_s correspondem às constantes de propagação na casca, núcleo e substrato, respectivamente. Para garantir que os campos decaiam na casca e no substrato, é necessário que $k_c = -j\alpha_c$ e $k_s = j\alpha_s$. A solução da Eq. 81 é então

$$H_z(x) = \begin{cases} Ae^{-\alpha_c x} + A'e^{\alpha_c x}, & x \geqslant a \\ B\cos(k_f x) + C\sin(k_f x), & |x| \leqslant a \\ De^{\alpha_s x} + D'e^{-\alpha_s x}, & x \leqslant -a \end{cases} \tag{82}$$

Mode TE

Componente longitudinal

Como os campos devem decair nas regiões distantes do núcleo, é necessário que A' e D' sejam nulos, portanto[5]

$$H_z(x) = \begin{cases} Ae^{-\alpha_c x}, & x \geqslant a \\ H_0 \sin(k_f x + \phi), & |x| \leqslant a \\ De^{\alpha_s x}, & x \leqslant -a \end{cases} \tag{83}$$

As condições de fronteira em $x = \pm a$ são aplicada na componente $H_z(x)$:

$$H_z(x) = H_0 \begin{cases} \sin(k_f a + \phi)e^{-\alpha_c (x-a)}, & x \geqslant a \\ \sin(k_f x + \phi), & |x| \leqslant a \\ -\sin(k_f a - \phi)e^{\alpha_s (x+a)}, & x \leqslant -a \end{cases} \tag{84}$$

[5]Considere ainda que $a \sin\theta \pm b\cos\theta = \sqrt{a^2 + b^2}\sin(\theta \pm \alpha)$.

Mode TE

Componentes transversais

As componentes $H_x(x)$ e $E_y(x)$ são determinadas a partir da Eq. 80 e Eq. 84:

$$H_x(x) = -jH_0\beta \begin{cases} \alpha_c^{-1}\sin(k_f a + \phi)e^{-\alpha_c(x-a)}, & x \geqslant a \\ k_f^{-1}\cos(k_f x + \phi), & |x| \leqslant a \\ \alpha_s^{-1}\sin(k_f a - \phi)e^{\alpha_s(x+a)}, & x \leqslant -a \end{cases} \tag{85}$$

$$E_y(x) = jH_0\omega\mu \begin{cases} \alpha_c^{-1}\sin(k_f a + \phi)e^{-\alpha_c(x-a)}, & x \geqslant a \\ k_f^{-1}\cos(k_f x + \phi), & |x| \leqslant a \\ \alpha_s^{-1}\sin(k_f a - \phi)e^{\alpha_s(x+a)}, & x \leqslant -a \end{cases} \tag{86}$$

Observe que

$$\lim_{x\to\pm\infty} \left|H_z(x)\right| = 0 \qquad \lim_{x\to\pm\infty} \left|E_y(x)\right| = 0 \qquad \lim_{x\to\pm\infty} \left|H_x(x)\right| = 0,$$

e, portanto, o campo é confinado no núcleo do guia.

Modo TE

Equação característica

As condições de contorno em $E_y(x = \pm a)$ resultam em

$$\frac{1}{k_f}\cos(k_f x + \phi) = \frac{1}{\alpha_c}\sin(k_f x + \phi) \rightarrow \tan(k_f a + \phi) = \frac{\alpha_c}{k_f} \tag{87}$$

$$\frac{1}{k_f}\cos(k_f x - \phi) = \frac{1}{\alpha_s}\sin(k_f x - \phi) \rightarrow \tan(k_f a - \phi) = \frac{\alpha_s}{k_f} \tag{88}$$

Considerando as identidades trigonométricas $\tan(\theta) = \tan(\theta + m\pi)$ e $\arctan a \pm \arctan b = \arctan\left(\frac{a \pm b}{1 \mp ab}\right)$, obtemos a equação característica para os modos TE:

$$\boxed{\frac{k_f(\alpha_c + \alpha_s)}{k_f^2 - \alpha_s \alpha_c} = \tan(2k_f a)} \tag{89}$$

cuja soluções são as constantes de propagação β dos modos TE.

Modo TE

Equação característica

Para praticidade nas manipulações algébricas, são definidos os parâmetros modais $u = k_f h$, $v = \alpha_s h$ e $w = \alpha_c h$. Esses parâmetros são positivos (ou nulos) e adimensionais. A partir desses parâmetros modais, a Eq. 89 é reescrita como

$$\boxed{\frac{u(v+w)}{u^2 - vw} = \tan(2u)} \tag{90}$$

É importante lembrar que

$$u = ak_f = ak_0\sqrt{n_f^2 - n_{eff}^2} \tag{91}$$

$$w = a\alpha_c = ak_0\sqrt{n_{eff}^2 - n_c^2} \tag{92}$$

$$v = a\alpha_s = ak_0\sqrt{n_{eff}^2 - n_s^2} \tag{93}$$

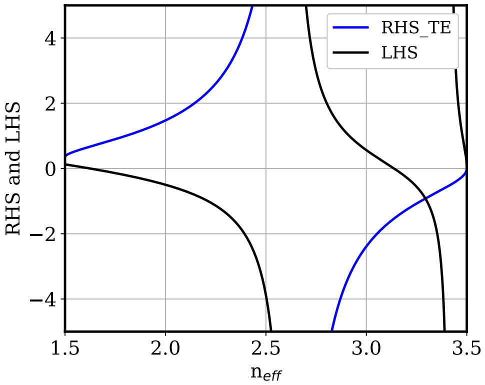

Figura 8: Curvas da equação característica, considerando $n_f = 3.5$, $n_s = 1.45$, $n_c = 1.0$, $a = 0,25$ μm e $\lambda = 1550$ nm.

Modo TE

Equação característica

A partir da Eq. 87 e Eq. 88:

$$2u = m\pi + \arctan\left(\frac{w}{u}\right) + \arctan\left(\frac{v}{u}\right) \tag{94}$$

$$2\phi = m\pi + \arctan\left(\frac{w}{u}\right) - \arctan\left(\frac{v}{u}\right) \tag{95}$$

Partindo do parâmetro modal u, temos (mostre!)

$$u = \sqrt{1 - \underbrace{\left(\frac{\beta^2 - k_0^2 n_s^2}{k_0^2 n_f^2 - k_0^2 n_s^2}\right)}_{b}}\ \underbrace{\left[k_0 a \sqrt{\left(n_f^2 - n_s^2\right)}\right]}_{V}, \tag{96}$$

em que b é a constante de propagação normalizada e V é a frequência normalizada, que depende de todos os parâmetros do guia: índices de refração, espessura e comprimento de onda. A partir da Eq. 96 é possível concluir que

$$u = \sqrt{1-b}V \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{b}V \quad \rightarrow \quad u^2 + v^2 = V^2 \tag{97}$$

Modo TE

Curvas universais

A relação entre o parâmetro modal w e os demais parâmetros, é obtida a partir de

$$\left(\frac{w}{u}\right)^2 = \frac{\beta^2 - k_0^2 n_c^2}{k_0^2 n_f^2 - \beta^2} = \frac{\beta^2 - k_0^2 n_c^2 + k_0^2 n_s^2 - k_0^2 n_s^2}{k_0^2 n_f^2 - \beta^2 + k_0^2 n_s^2 - k_0^2 n_s^2} = \frac{b + \delta}{1 - b}, \tag{98}$$

em que

$$\delta = \frac{k_0^2 n_s^2 - k_0^2 n_c^2}{k_0^2 n_f^2 - k_0^2 n_s^2} = \frac{n_s^2 - n_c^2}{n_f^2 - n_s^2}, \tag{99}$$

denominado de parâmetro de assimetria. Caso $n_s = n_c$ (guia simétrico), então $\delta = 0$. A Eq. 98 é reescrita como

$$\frac{w}{u} = \sqrt{\frac{b + \delta}{1 - b}} \quad \rightarrow \quad w^2 - v^2 = \delta V^2 \tag{100}$$

Assim, a equação característica (Eq. 94) é reescrita como

$$2V\sqrt{1 - b} = m\pi + \arctan\left(\sqrt{\frac{b + \delta}{1 - b}}\right) + \arctan\left(\sqrt{\frac{b}{1 - b}}\right) \tag{101}$$

Modo TE

Relações de dispersão

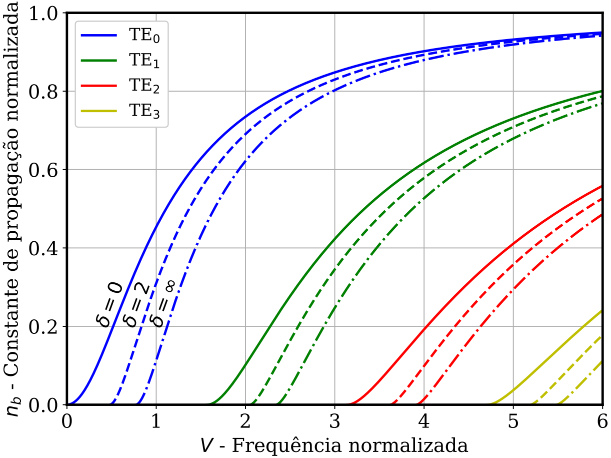

Figura 9: Curvas universais para diferentes valores do parâmetro de assimetria - modos TE.

Modo TE

Frequência de corte

A frequência normalizada de corte V_c^m é determinada quando $b = 0$ e, portanto, a partir da Eq. 101:

$$2V_c^m = m\pi + \arctan(\sqrt{\delta}) \rightarrow f_c^m = \frac{m\pi + \arctan(\sqrt{\delta})}{4\pi \frac{a}{c_0}\sqrt{n_f^2 - n_s^2}} \tag{102}$$

Observe que para $\delta = 0$ (guia simétrico), as equações anteriores são reescritas como

$$V_c^m = m\frac{\pi}{2} \quad \text{e} \quad f_c^m = \frac{m\pi}{4\pi \frac{a}{c_0}\sqrt{n_f^2 - n_s^2}}$$

A quantidade de modos TE guiados pode ser obtida considerando que $V_c^m \leqslant V$ ou[6]

$$m \leqslant \frac{2V - \arctan(\sqrt{\delta})}{\pi} \rightarrow M = \text{floor}\left(\frac{2V - \arctan(\sqrt{\delta})}{\pi}\right) \tag{103}$$

em que M é o índice do modo de mais alta ordem e, portanto, haverá $M + 1$ modos.

[6] floor(x) é o maior inteiro menor que x.

Exemplo 1: Considere um guia de placas dielétricas paralelas formado por silício ($n_f = 3,48$) e óxido de silício ($n_s = 1,45$) envolto no ar ($n_c = 1$). A largura da camada de silício é 500 nm. Considere o comprimento de onda do sinal em 1550 nm (no espaço livre). Inicialmente, a partir da Eq. 103, determine o número de modos propagantes e suas respectivas frequências de corte. Em seguida, a partir das curvas universais, determine quantos modos propagantes TE existem no guia. Em seguida determine o índice efetivo dos modos guiados.

Modo TM

Componente longitudinal

Os modos TM (*Transverse Magnetic*) são caracterizados pela condição $E_z \neq 0$ e $H_z = 0$. Todas as componentes dos modos TM são obtidas por:

$$\begin{cases} \nabla_T^2 E_z + k_i^2 E_z = 0 \\ \mathbf{E}_T = -j\dfrac{\beta}{k_i^2}\boldsymbol{\nabla}_T E_z \\ \mathbf{H}_T = \dfrac{1}{\eta_{\text{TM}}}\,\hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{E}_T . \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}^2 E_z}{\mathrm{d}x^2} + k_i^2 E_z = 0 \\ E_x = -j\dfrac{\beta}{k_i^2}\dfrac{\mathrm{d}E_z}{\mathrm{d}x} \\ H_y = -j\dfrac{\omega\varepsilon}{k_i^2}\dfrac{\mathrm{d}E_z}{\mathrm{d}x} \end{cases} \tag{104}$$

em que $\eta_{\text{TM}} = {}^{\beta}/_{\omega\varepsilon}$. As componentes E_y, H_z e H_x são nulas. Importante lembrar que há três dielétricos distintos no guia (casca, núcleo e substrato). As considerações realizadas para os modos TE são mantidas para os modos TM. Portanto

$$E_z(x) = E_0 \begin{cases} \sin(k_f a + \phi)e^{-\alpha_c(x-a)}, & x \geqslant a \\ \sin(k_f x + \phi), & |x| \leqslant a \\ -\sin(k_f a - \phi)e^{\alpha_s(x+a)}, & x \leqslant -a \end{cases} \tag{105}$$

Modo TM

Componentes transversais

As componentes $H_x(x)$ e $E_y(x)$ são determinadas a partir da Eq. 104 e Eq. 105:

$$E_x(x) = -jE_0\beta \begin{cases} \alpha_c^{-1}\sin(k_f a + \phi)e^{-\alpha_c(x-a)}, & x \geqslant a \\ k_f^{-1}\cos(k_f x + \phi), & |x| \leqslant a \\ \alpha_s^{-1}\sin(k_f a - \phi)e^{\alpha_s(x+a)}, & x \leqslant -a \end{cases} \tag{106}$$

$$H_y(x) = -jE_0\omega \begin{cases} \dfrac{n_c^2}{\alpha_c}\sin(k_f a + \phi)e^{-\alpha_c(x-a)}, & x \geqslant a \\ \dfrac{n_f^2}{k_f}\cos(k_f x + \phi), & |x| \leqslant a \\ \dfrac{n_s^2}{\alpha_s}\sin(k_f a - \phi)e^{\alpha_s(x+a)}, & x \leqslant -a \end{cases} \tag{107}$$

Observe que

$$\lim_{x\to\pm\infty}\left|E_z(x)\right| = 0 \qquad \lim_{x\to\pm\infty}\left|E_x(x)\right| = 0 \qquad \lim_{x\to\pm\infty}\left|H_y(x)\right| = 0,$$

e, portanto, o campo é confinado no núcleo do guia.

Modo TM

Equação característica

As condições de fronteira (continuidade) são aplicadas em $H_y(x = \pm a)$, obtendo as seguintes relações

$$\frac{n_f^2}{k_f}\cos(k_f x + \phi) = \frac{n_c^2}{\alpha_c}\sin(k_f x + \phi) \rightarrow \tan(k_f a + \phi) = \frac{\alpha_c}{k_f}\left(\frac{n_f}{n_c}\right)^2 = \frac{\alpha_c}{k_f}p_c \tag{108}$$

$$\frac{n_f^2}{k_f}\cos(k_f x - \phi) = \frac{n_s^2}{\alpha_s}\sin(k_f x - \phi) \rightarrow \tan(k_f a - \phi) = \frac{\alpha_s}{k_f}\left(\frac{n_f}{n_s}\right)^2 = \frac{\alpha_s}{k_f}p_s \tag{109}$$

A partir da Eq. 108 e Eq. 109 e aplicando as identidades trigonométricas já citadas, assim como os parâmetros modais u, v e w, obtemos para os modos TM

$$2u = m\pi + \arctan\left(p_c\frac{w}{u}\right) + \arctan\left(p_s\frac{v}{u}\right) \tag{110}$$

$$2\phi = m\pi + \arctan\left(p_c\frac{w}{u}\right) - \arctan\left(p_s\frac{v}{u}\right) \tag{111}$$

Modo TM

Equação característica

Utilizando as mesmas identidades trigonométricas para obtenção da equação característica para os modos TE, assim como os parâmetros u, v e w, obtemos para os modos TM:

$$\boxed{\frac{u\left(p_s v + p_c w\right)}{u^2 - p_s p_c v w} = \tan(2u)} \qquad (112)$$

cuja soluções são as constantes de propagação β dos modos TM.

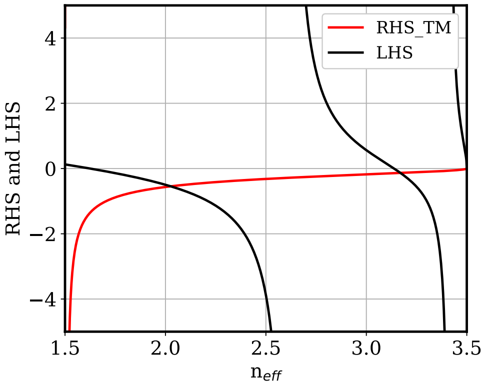

Figura 10: Curvas da equação característica, considerando $n_f = 3.5$, $n_s = 1.45$, $n_c = 1.0$, $a = 0,5$ μm e $\lambda = 1550$ nm.

Modo TM

Relações de dispersão e frequência de corte

A partir da Eq. 110 e das relações descritas na Eq. 97, temos

$$2V\sqrt{1-b} = m\pi + \arctan\left(p_c\sqrt{\frac{b+\delta}{1-b}}\right) + \arctan\left(p_s\sqrt{\frac{b}{1-b}}\right) \tag{113}$$

Da mesma maneira que para os modos TE, a frequência normalizada de corte V_c^m dos modos TM é determinada quando $b = 0$ e, portanto, a partir da Eq. 113:

$$2V_c^m = m\pi + \arctan(p_c\sqrt{\delta}) \rightarrow f_c^m = \frac{m\pi + \arctan(p_c\sqrt{\delta})}{4\pi\frac{a}{c_0}\sqrt{n_f^2 - n_s^2}} \tag{114}$$

Observe que para $\delta = 0$ (guia simétrico), as equações anteriores são reescritas como

$$V_c^m = m\frac{\pi}{2} \quad \text{e} \quad f_c^m = \frac{m\pi}{4\pi\frac{a}{c_0}\sqrt{n_f^2 - n_s^2}}$$

Modo TM

Curvas universais

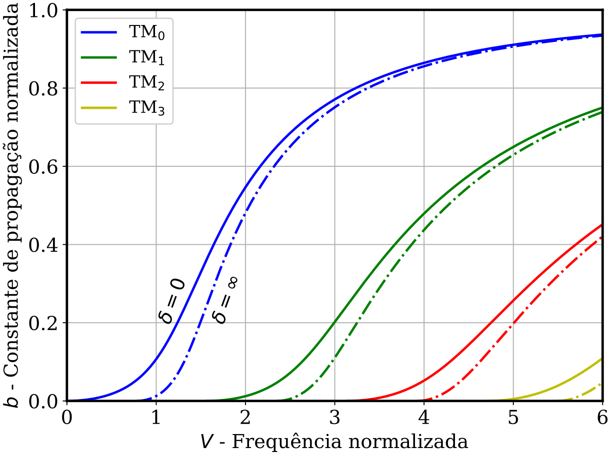

Figura 11: Curvas universais para diferentes valores do parâmetro de assimetria - modos TM ($p_c = 2$ e $p_s = 2$).

Modo TM

Frequência de corte

A quantidade de modos TE guiados pode ser obtida considerando que $V_c^m \leqslant V$ ou

$$m \leqslant \frac{2V - \arctan(p_c\sqrt{\delta})}{\pi} \rightarrow M = \text{floor}\left(\frac{2V - \arctan(p_c\sqrt{\delta})}{\pi}\right) \tag{115}$$

em que M é o índice do modo de mais alta ordem. Como $p_c > 1$, observa-se que $M_{TM} \leqslant M_{TE}$ e $f_c^{TE} \leqslant f_c^{TM}$.

Modo TE e TM

Curvas universais

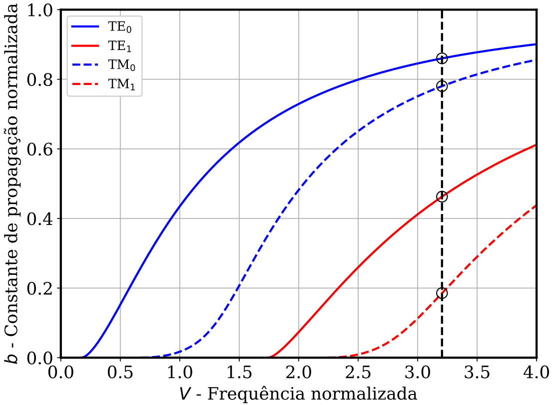

Figura 12: Curvas universais para diferentes valores do parâmetro de assimetria considerando $n_f = 3.5$, $n_s = 1.45$, $n_c = 1.0$, $a = 0,5$ μm e $\lambda = 1550$ nm.

Exemplo 2: Em um guia dielétrico simétrico, foi observado que o comprimento de onda de corte do TM_2 é cerca de 1,5 μm. O índice de refração do núcleo e do substrato/casca é cerca de 1,55 e 1,54 respectivamente.

- Qual é a espessura do guia?
- Qual o índice efetivo do modo TM_2?
- Qual a constante de propagação β_2 (TM_2)?
- Ilustre o índice de refração efetivo em função da frequência normalizada V para os modos TM.

Fator de confinamento

Modo TE

A relação entre a potência do sinal no núcleo (P_{core}) e a potência total (P_t) é definida como fator de confinamento (Γ). Para determinar este parâmetro dos modos TE, é importante relembrar a Eq. **??** (vetor de Poyting do modo TE)

$$\mathcal{P}_z = \frac{1}{2}\operatorname{Re}\left(\mathbf{E}_T \times \mathbf{H}_T^*\right)\cdot\hat{\mathbf{z}} = \frac{1}{2}\eta_{\mathsf{TE}}\left|\mathbf{H}_T\right|^2 = \frac{1}{2}\eta_{\mathsf{TE}}\frac{\beta^2}{k_c^4}\left|\boldsymbol{\nabla}_T H_z\right|^2.$$

A potência total do modo TE:

$$\begin{aligned} P_t &= \int \mathcal{P}_z \mathrm{d}S = \frac{1}{2}\eta_{\mathsf{TE}}\int_0^W\int_{-\infty}^{\infty}\left|\mathbf{H}_T\right|^2 \mathrm{d}x\mathrm{d}y \\ &= \frac{W}{2}\eta_{\mathsf{TE}}\int_{-\infty}^{\infty}\left|H_x\right|^2 \mathrm{d}x\mathrm{d}y \\ &= \frac{W}{2}\eta_{\mathsf{TE}}\left[\int_a^{\infty}\left|H_x\right|^2 \mathrm{d}x\mathrm{d}y + \int_{-a}^{a}\left|H_x\right|^2 \mathrm{d}x\mathrm{d}y + \int_{-\infty}^{-a}\left|H_x\right|^2 \mathrm{d}x\mathrm{d}y\right] \\ &= P_{clad} + P_{core} + P_{sub} \end{aligned} \tag{116}$$

Distribuição do campo elétrico

Modo TE

Para cada região:

$$P_{clad} = \frac{W\eta_{\mathsf{TE}}H_0^2}{2}\left[\frac{\beta^2}{2\alpha_c^3}\sin^2\left(k_f a + \phi\right)\right] \tag{117}$$

$$P_{core} = \frac{W\eta_{\mathsf{TE}}H_0^2}{2}\left[a + \frac{\sin\left(2k_f a + 2\phi\right) + \sin\left(2k_f a - 2\phi\right)}{4k_f}\right]\frac{\beta^2}{k_f^2} \tag{118}$$

$$P_{subs} = \frac{W\eta_{\mathsf{TE}}H_0^2}{2}\left[\frac{\beta^2}{2\alpha_s^3}\sin^2\left(k_f a - \phi\right)\right] \tag{119}$$

Ao substituir os parâmetros modais (u, v e w) e considerando a equação característica para o modo TE (Eq. 90):

$$P_{core} = \frac{H_0^2 W\beta\mu_0\omega}{4k_f^3}\left[\frac{u}{v}\sin^2(u-\phi) + \frac{u}{w}\sin^2(u+\phi) + 2u\right] \tag{120}$$

$$P_t = \frac{H_0^2 W\beta\mu_0\omega}{4k_f^3}\left[\frac{u}{v} + \frac{u}{w} + 2u\right] \tag{121}$$

Distribuição do campo elétrico

Modo TE

Desta forma, o fator de acoplamento é

$$\Gamma = \frac{P_{core}}{P_t} = \frac{1 + \frac{\sin^2(u-\phi)}{2v} + \frac{\sin^2(u+\phi)}{2w}}{1 + \frac{1}{2v} + \frac{1}{2w}} \tag{122}$$

Distribuição do campo elétrico

Modo TE

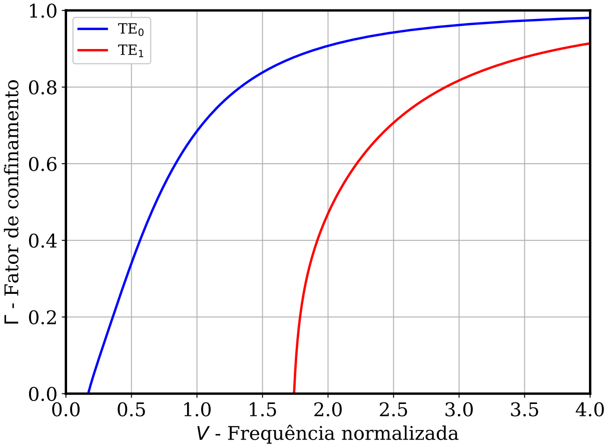

Figura 13: Fator de confinamento dos modos TE, considerando $n_f = 3.5$, $n_s = 1.5$, $n_c = 1.0$, $a = 0.25$ μm e $\lambda = 1550$ nm.

Para o modo TM, é importante reescrever a Eq. **??**

$$\mathcal{P}_z = \frac{1}{2}\,\mathrm{Re}\left(\mathbf{E}_T \times \mathbf{H}_T^*\right)\cdot\hat{\mathbf{z}} = \frac{1}{2\eta_{\text{TM}}}\left|\mathbf{E}_T\right|^2 = \frac{1}{2\eta_{\text{TM}}}\frac{\beta^2}{k_c^4}\left|\boldsymbol{\nabla}_T E_z\right|^2 .$$

A potência total do modo TM:

$$\begin{aligned} P_t &= \frac{1}{2\eta_{\text{TM}}}\int_0^W\int_{-\infty}^{\infty}\left|\mathbf{E}_T\right|^2 \mathrm{d}x\mathrm{d}y \\ &= \frac{1}{2\eta_{\text{TM}}}\int_{-\infty}^{\infty}\left|E_x\right|^2 \mathrm{d}x\mathrm{d}y \\ &= \frac{1}{2\eta_{\text{TM}}}\left[\int_a^{\infty}\left|E_x\right|^2 \mathrm{d}x\mathrm{d}y + \int_{-a}^{a}\left|E_x\right|^2 \mathrm{d}x\mathrm{d}y + \int_{-\infty}^{-a}\left|E_x\right|^2 \mathrm{d}x\mathrm{d}y\right] \\ &= P_{clad} + P_{core} + P_{sub} \end{aligned} \tag{123}$$

Distribuição do campo elétrico

Modo TM

Da mesma forma, para cada região, a potência é

$$P_{clad} = \frac{W\omega\varepsilon_0 E_0^2 \beta n_c^2}{4k_f^3}\left[\frac{u}{w}\cos^2(u+\phi)\right] \tag{124}$$

$$P_{core} = \frac{W\omega\varepsilon_0 E_0^2 \beta n_f^2}{4k_f^3}\left[\frac{u}{w}\sin^2(u+\phi) + \frac{u}{v}\sin^2(u-\phi) + 2u\right] \tag{125}$$

$$P_{subs} = \frac{W\omega\varepsilon_0 E_0^2 \beta n_s^2}{4k_f^3}\left[\frac{u}{v}\cos^2(u-\phi)\right] \tag{126}$$

Portanto, a potência total é

$$P_t = \frac{W\omega\varepsilon_0 E_0^2 \beta n_f^2}{4k_f^3}\left[p_c\frac{u}{w}\cos^2(u+\phi) + p_s\frac{u}{v}\cos^2(u-\phi) + \frac{u}{w}\sin^2(u+\phi) + \frac{u}{v}\sin^2(u-\phi) + 2u\right] \tag{127}$$

Distribuição do campo elétrico

Modo TM

O fator de confinamento para o modo TM é então

$$\Gamma = \frac{\frac{1}{2w}\sin^2(u+\phi) + \frac{1}{2v}\sin^2(u-\phi) + 1}{p_c\frac{1}{2w}\cos^2(u+\phi) + p_s\frac{1}{2v}\cos^2(u-\phi) + \frac{1}{2w}\sin^2(u+\phi) + \frac{1}{2v}\sin^2(u-\phi) + 1} \tag{128}$$

Distribuição do campo elétrico

Modo TM

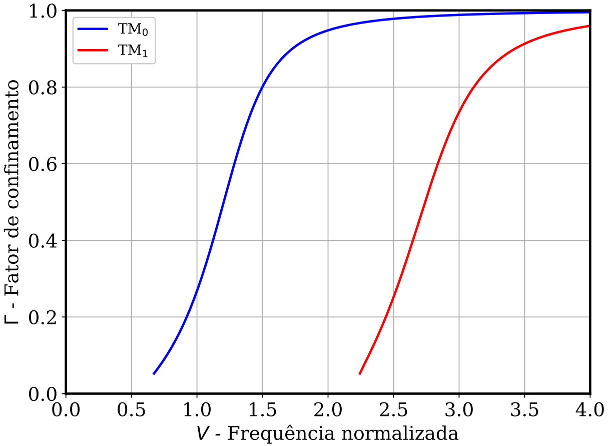

Figura 14: Fator de confinamento dos modos TM, considerando $n_f = 3.5$, $n_s = 1.5$, $n_c = 1.0$, $a = 0.25$ μm e $\lambda = 1550$ nm.