UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
CENTRO DE ENGENHARIA ELÉTRICA E COMPUTAÇÃO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

TEEE - Projeto de circuitos fotônicos em silício

Unidade 02

Prof. Adolfo Herbster
21 de dezembro de 2021

Lição atual: Guias ópticos retangulares

Guias ópticos retangulares

Tipos

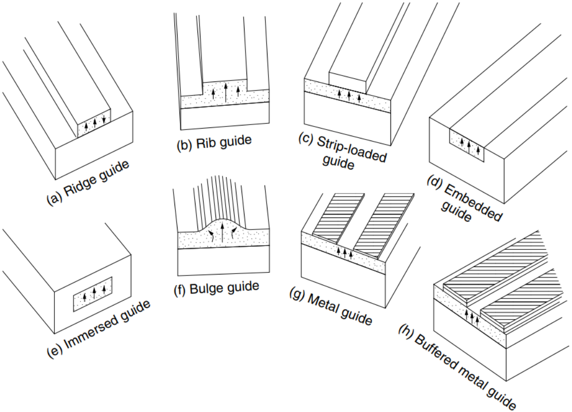


Figura 1: Tipos de guias retangulares. As linhas de campo correspondem ao modo E_{11}^{x} (x está na direção vertical) [1].

Guias ópticos retangulates

Guias mais utilizados

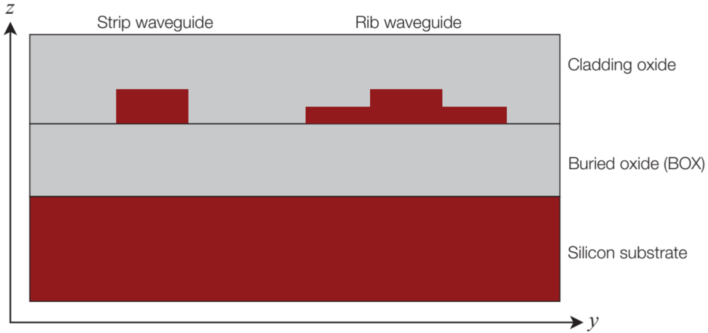


Figura 2: Common waveguides in silicon photonics. (Left) Strip waveguide, also known as channel waveguides, photonic wires, or ridge waveguides. (Right) Rib waveguide, also known as ridge waveguide or strip-loaded ridge waveguide [2].

Guias ópticos retangulares

Estrutura do guia óptico

Características do guia:

- Nas bordas, as soluções são acopladas em x e y;
- Dificuldade em satisfazer todas as condições de fronteira simultaneamente;
- Muito acima da frequência de corte $\rightarrow$ modo confinado;
- Próximo da frequência de corte $\rightarrow$ modo não confinado e, portanto, a energia nas bordas é significativa.

Nomeclatura:

- E^y_{nm} - No limite do confinamento total, o campo elétrico é paralelo ao eixo y;
- E^x_{nm} - No limite do confinamento total, o campo elétrico é paralelo ao eixo x.

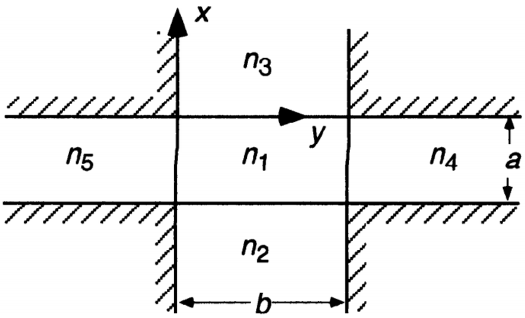


Figura 3: Estrutura geral do guia retangular. O núcleo é centrado e apresenta o maior índice de refração [3].

Método de Marcatili

Formulação do problema

É considerado que modo opera distante do ponto de corte. Ao ignorar os efeitos das bordas, as componentes de campo são desacopladas, portanto:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \left[k_0 n^2 \left(x, y\right) - \beta^2\right] \Psi = 0 \tag{1}$$

em que k_0 é o número de onda no espaço livre, β a constante de propagação e $n\left(x, y\right)$ o índice de fração. Para resolver a equação diferencial parcial anterior, utiliza-se o método da separação de variáveis, fazendo $\Psi\left(x, y\right) = X(x)Y(y)$. Há cinco soluções distintas:

- A solução guiada (varia de forma senoidal em x e y) no núcleo com índice n_1;
- As soluções nas regiões 2 e 3 apresentam dependência senoidal em y, entretanto a dependência em x é da forma exponencial decrescente;
- As soluções nas regiões 4 e 5 apresentam dependência senoidal em x, entretanto a dependência em y é da forma exponencial decrescente.

A solução geral é da forma

$$\Psi\left(x, y\right) = \Psi_0 e^{-j\left(k_x^i x + k_y^i y\right)} e^{-j\beta z} + c.c. \tag{2}$$

em que os coeficientes de propagação k_x^i e k_y^i podem ser real ou imaginário de acordo com a região i. Assim, ao considerar que $\Psi\left(x, y\right) = X(x)Y(y)$:

$$\frac{1}{X}\frac{\mathrm{d}^2 X}{\mathrm{d}x^2} + \frac{1}{Y}\frac{\mathrm{d}^2 Y}{\mathrm{d}y^2} + \left[k_0^2 n^2\left(x, y\right) - \beta^2\right] = 0 \tag{3}$$

$$\frac{1}{X}\frac{\mathrm{d}^2 X}{\mathrm{d}x^2} = -\left[k_0^2 n^2\left(x, y\right) - \beta^2\right] - \frac{1}{Y}\frac{\mathrm{d}^2 Y}{\mathrm{d}y^2} = -k_x^2. \tag{4}$$

Da mesma forma, na região 1:

$$\frac{1}{Y}\frac{\mathrm{d}^2 Y}{\mathrm{d}y^2} = -\left[k_0^2 n^2\left(x,y\right) - \beta^2\right] + k_x^2 = -k_y^2 \rightarrow \beta = \sqrt{k_0^2 n_1^2 - k_x^2 - k_y^2}. \tag{5}$$

Portanto:

$$X\left(x\right) = A\cos\left(k_x x + \phi_x\right) \tag{6}$$

$$Y\left(x\right) = B\cos\left(k_y y + \phi_y\right) \tag{7}$$

em que ϕ_x e ϕ_y são constantes de fase ajustadas para cumprir as condições de contorno. Assim, na região 1:

$$\Psi\left(x,y\right) = \Psi_0\cos\left(k_x x + \phi_x\right)\cos\left(k_y y + \phi_y\right) \tag{8}$$

Método de Marcatili

Solução do problema

Na região 3, k_y é mantido e, portanto, $\partial^2\Psi/\partial^2 y = -\Psi k_y^2$. Logo, a partir da Eq. 1 e considerando que $\Psi\left(x, y\right) = X(x)Y(y)$:

$$\frac{1}{X}\frac{\mathrm{d}^2 X}{\mathrm{d}x^2}\underbrace{-k_y^2 + \left(k_0^2 n_3^2 - \beta^2\right)}_{\gamma_3^2} = 0 \rightarrow \frac{\mathrm{d}^2 X}{\mathrm{d}x^2} = \gamma_3^2 X \rightarrow X\left(x\right) = Ae^{x\gamma_3} + Be^{-x\gamma_3} \tag{9}$$

A importante observar que

$$\begin{aligned} -\gamma_3^2 &= \left(k_0^2 n_3^2 - \beta^2\right) - k_y^2 \\ &= k_0^2\left(n_1^2 - n_3^2\right) - k_x^2 \\ \gamma_3 &= \sqrt{k_0^2\left(n_1^2 - n_3^2\right) - k_x^2} \end{aligned} \tag{10}$$

Portanto, considerando que o campo é limitado na região 3:

$$\Psi\left(x, y\right) = \Psi_0 e^{-x\gamma_3}\cos\left(k_y y + \phi_y\right) \tag{11}$$

Para as demais regiões:

$$\Psi(x,y) = \Psi_0 e^{\gamma_2(x+a)} \cos\left(k_y y + \phi_y\right) \qquad \text{região 2} \qquad (12)$$

$$\Psi(x,y) = \Psi_0 e^{-\gamma_4(y-b)} \cos\left(k_x x + \phi_x\right) \qquad \text{região 4} \qquad (13)$$

$$\Psi(x,y) = \Psi_0 e^{y\gamma_5} \cos\left(k_x x + \phi_x\right) \qquad \text{região 5} \qquad (14)$$

As constantes de propagação das demais regiões são:

$$\gamma_2 = \sqrt{k_0^2\left(n_1^2 - n_2^2\right) - k_x^2}$$

$$\gamma_4 = \sqrt{k_0^2\left(n_1^2 - n_4^2\right) - k_y^2}$$

$$\gamma_5 = \sqrt{k_0^2\left(n_1^2 - n_5^2\right) - k_y^2} \qquad (15)$$

Método de Marcatili

Resumo das soluções

$\exp(-\gamma_3 x)$ $\exp(\gamma_5 y)$	$\mathrm{Cos}(\kappa_y y + \Phi_y)$ $\exp(-\gamma_3 x)$ 3	$\exp(-\gamma_3 x)$ $\exp(-\gamma_4 (y-b))$
$\mathrm{Cos}(\kappa_x x + \Phi_x)$ $\exp(\gamma_5 y)$ 5	$\mathrm{Cos}(\kappa_x x + \Phi_x)$ $\mathrm{Cos}(\kappa_y y + \Phi_y)$ 1	$\mathrm{Cos}(\kappa_x x + \Phi_x)$ $\exp(-\gamma_4 (y-b))$ 4
$\exp(\gamma_2 (x+a))$ $\exp(\gamma_5 y)$	$\mathrm{Cos}(\kappa_y y + \Phi_y)$ $\exp(\gamma_2 (x+a))$ 2	$\exp(-\gamma_4 (y-b))$ $\exp(\gamma_2 (x+a))$

Figura 4: O guia retangular pode ser descrito como nove regiões separadas, com sua própria distribuição de campo. Note que, por simplicidade, as amplitudes entre as fronteiras não são mantidas [3].

Método de Marcatili

Distribuição de campo

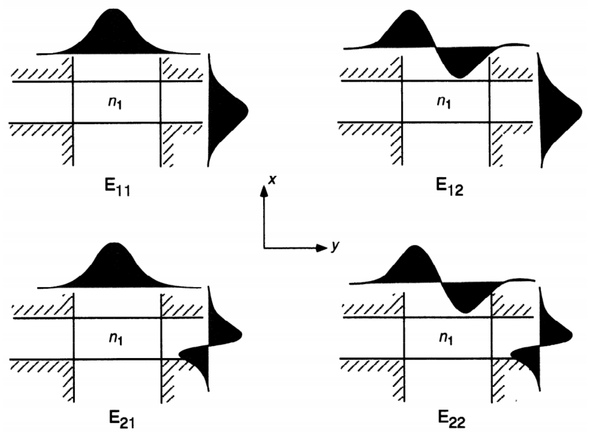


Figura 5: A distribuição do campo escalar nas direções x e y [3].

Método de Marcatili

Condições de contorno - Modos E^x_{nm}

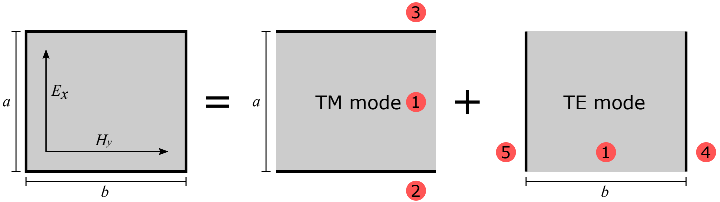


Figura 6: No modo E^x, o campo elétrico é polarizado na direção x e o campo magnético na direção y [3].

$$\tan\left(k_x a\right) = \frac{k_x\left(p_3\gamma_3 + p_2\gamma_2\right)}{k_x^2 - p_2 p_3 \gamma_2\gamma_3}, \quad p_2 = \frac{n_1^2}{n_2^2}, \quad p_3 = \frac{n_1^2}{n_3^2}, \quad \tan\left(k_y b\right) = \frac{k_y\left(\gamma_4 + \gamma_5\right)}{k_y^2 - \gamma_4\gamma_5} \tag{16}$$

$$\tan\phi_x = -\frac{k_x}{p_3\gamma_3} \qquad \tan\phi_y = -\frac{\gamma_5}{k_y} \tag{17}$$

$$V = k_0 d\sqrt{n_1^2 - n_d^2} \tag{18}$$

em que d é a menor dimensão (a ou b) e n_d o índice mais próximo de n_1.

Método de Marcatili

Condições de contorno - Modos E^y_{nm}

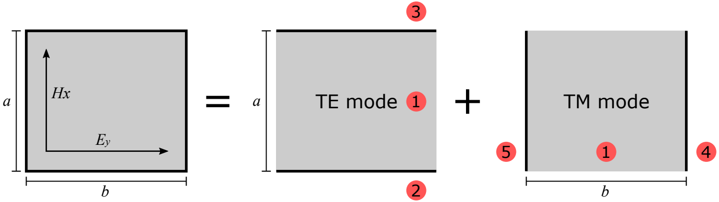


Figura 7: No modo E^y, o campo elétrico é polarizado na direção y e o campo magnético na direção x [3].

$$\tan(k_x a) = \frac{k_x(\gamma_2 + \gamma_3)}{k_x^2 - \gamma_2\gamma_3}, \quad \tan\left(k_y b\right) = \frac{k_y\left(p_4\gamma_4 + p_5\gamma_5\right)}{k_y^2 - p_4 p_5 \gamma_4\gamma_5}, \quad p_4 = \frac{n_1^2}{n_4^2}, \quad p_5 = \frac{n_1^2}{n_5^2} \tag{19}$$

$$\tan\phi_x = \frac{\gamma_3}{k_x} \qquad \tan\phi_y = \frac{k_y}{p_5\gamma_5} \tag{20}$$

$$V = k_0 d\sqrt{n_1^2 - n_d^2} \tag{21}$$

em que d é a menor dimensão (a ou b) e n_d o índice mais próximo de n_1.

Exemplo 1: Considere o guia óptico ilustrado na Fig. 8. O núcleo é formado por um dielétrico de índice $n_1 = 1,5$ envolto por um dielétrico $n_2 = 1,499$. Considere ainda que $a = 5\ \mu$m e $b = 10\ \mu$ m e que o campo elétrico é orientado na direção y. Determine o coeficiente de propagação normalizado na região em que λ varia entre $0,5$ a $2,0\ \mu$m.

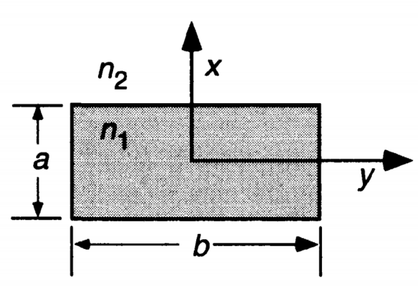


Figura 8: O guia simétrico é formado por um guia retangular dielétrico de índice n_1, envolto por um dielétrico de índice n_2 [3].

Método do índice efetivo

Definição

Método similar ao apresentado anteriormente (método de Marcatili), entretanto, é considerada a interação entre os guias ortogonais. Ainda neste método, é possível utilizar as curvas universais para projeto de guias.

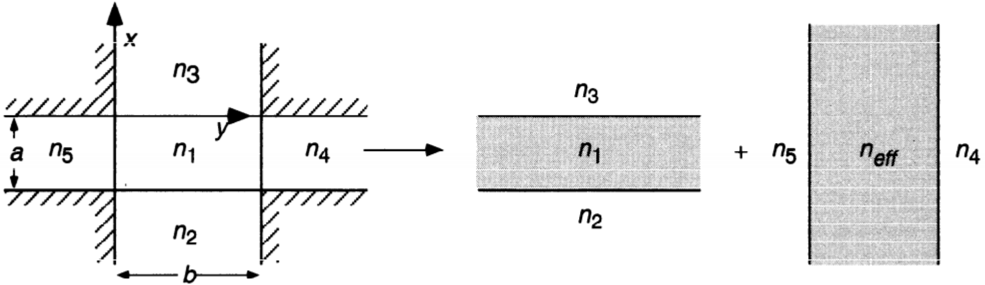


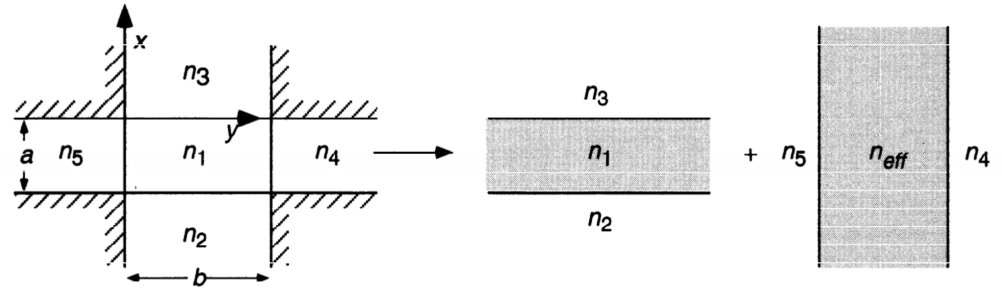
Figura 9: Guia tipo *buried* que pode ser decomposto em dois guias ortogonais: um na direção horizontal e outro na direção vertical [3].

Método do índice efetivo

Definição

O método do índice efetivo converte um problema de duas dimensões em dois problemas de uma dimensão, analisados em termos de modos TE ou TM.

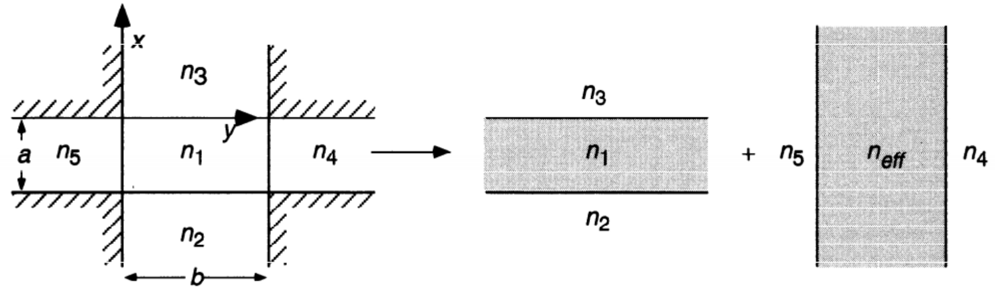
A partir da análise do guia horizontal, formado pelos materiais de índices n_1, n_2 e n_3, a constante de propagação β, e consequentemente o índice efetivo do modo n_{eff}, são determinados de acordo com o comprimento de onda e o modo de interesse.



Método do índice efetivo

Definição

Por fim, é utilizado o índice n_{eff} na análise do guia vertical (direção x) formado pelos materiais de índices n_4 e n_5. É importante lembrar o uso correto das equações características. Por exemplo, de acordo com a Fig. 9, se o campo elétrico é polarizado na direção x, então no guia de espessura a (direção horizontal), o modo propagante será TM e, portanto, a equação característica correspondente deve ser utilizada. Quando o guia de espessura b (direção vertical) for analisado, o modo propagante será TE (veja Fig. 6).



Método do índice efetivo

Exemplo - *ridge waveguide*

Determine a constante de propagação do modo fundamental no guia ilustrado na Fig. 10. Considere que o guia opera em $\lambda = 1,32$ μm e que o sinal é polarizado na direção x. Considere que $n_{\text{Si}} = 3,5$ e o índice de refração do SiGe é determinado pela expressão

$$n_{\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x} = n_{\text{Si}} + 0.104x \tag{22}$$

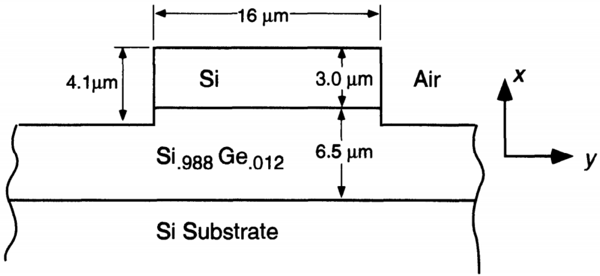


Figura 10: Guia óptico tipo *ridge* formado por Si e SiGe [3].

Método do índice efetivo

Exemplo - *ridge waveguide*

Como primeiro passo, o guia é dividido em três regiões. Em cada região, considerando o campo elétrico na direção x, a equação característica para os modos TM é aplicada. O segundo passo consiste em determinar o índice efetivo da estrutura horizontal. Para a região II (guia simétrico de espessura h_1), a equação utilizada é

$$\tan\left(k_x {}^{h_1}\!/_2\right) = \frac{n_1^2}{n_2^2}\frac{\alpha}{k_x} \qquad (23)$$

Para as regiões I e III (guia assimétrico de espessura h_2) a equação utilizada é

$$\tan\left(k_f h_2\right) = \frac{k_f\left(p_s\alpha_s + p_c\alpha_c\right)}{k_f^2 - p_c p_s \alpha_c \alpha_s}, \quad p_i = \frac{n_i^2}{n_f^2} \qquad (24)$$

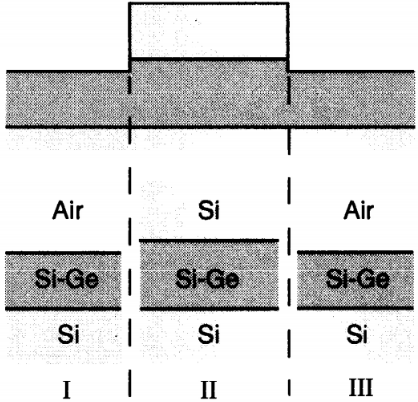


Figura 11: O guia óptico tipo *ridge* ilustrado na Fig. 10 possui três estruturas verticais distintas. As regiões I e III são idênticas [3].

Método do índice efetivo

Exemplo - *ridge waveguide*

Após a análise das três regiões da Eq. 11, é obtido um guia resultante ilustrado na Fig. 12. A terceira etapa consiste em determinar o índice efetivo a partir da análise do modo TE no Fig. 12, considerando a equação

$$\tan\left(k_y {}^{h_3}/_2\right) = \frac{\gamma_y}{k_y} \tag{25}$$

A quarta e última etapa consiste em determinar a intensidade de campo na direção x e direção y.

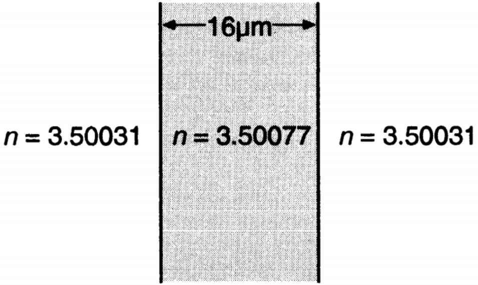


Figura 12: A estrutura horizontal do guia pode ser analisado como um guia simétrico formado por três camadas. O índice de cada camada é o índice efetivo determinado na etapa anterior [3].

Método do índice efetivo

Exemplo - *embedded waveguide*

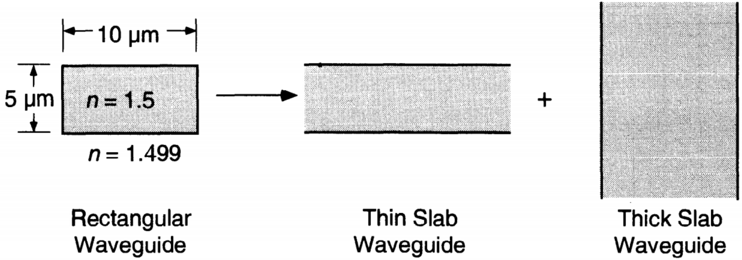


Figura 13: O guia retangular tipo *embedded* do Ex. 1 [3].

Referências

- K. Iizuka e B. Saleh, *Elements of Photonics, Volume II*. Wiley, 2002.
- L. Chrostowski e M. Hochberg, *Silicon Photonics Design*. Cambridge University Press, 2015.
- C. Pollock e M. Lipson, *Integrated Photonics*. Springer US, 2003.