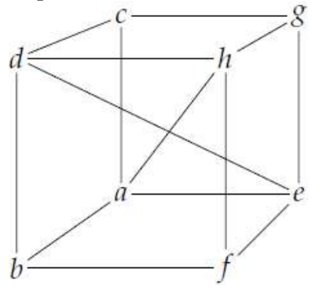
Université de N'Djamena
Faculté des Sciences Exactes et Appliquées
Département d'Informatique
Semestre 2/Niveau : Inf2
Unité : Théorie des graphes

Année académique : 2020-2021

Clermont-Ferrand, le 30/11/2021 12:39:21
Examen (1ère session) /Durée : 2h/Documents interdits

Le Général **Jack O'Neill** peut se déplacer aux 8 coins de l'univers (cubique) grâce à un système de portails. La carte des connexions entre ces portails est donnée ainsi :



ou sous forme de matrice d'adjacence
$$M = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Comme il est assez difficile de représenter ce graphe en trois dimensions, ou de lire la matrice, **O'Neill** aimerait une représentation planaire.

1. Justifiez que ce graphe n'est pas planaire.

On demande à **O'Neill** de tester les portails en empruntant toutes les connexions possibles.

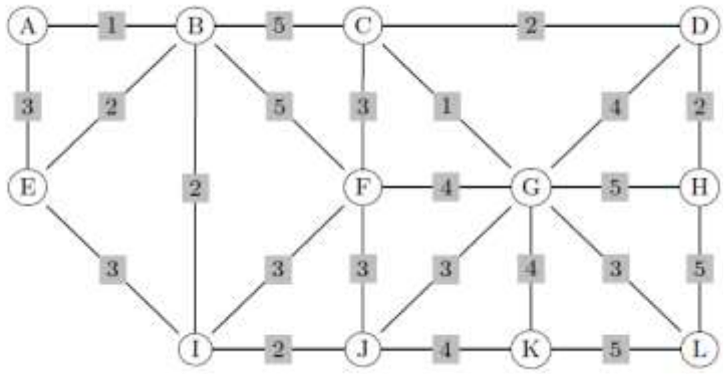
2. Justifiez que ce graphe n'est pas eulérien.
3. Quel est le nombre chromatique du graphe.

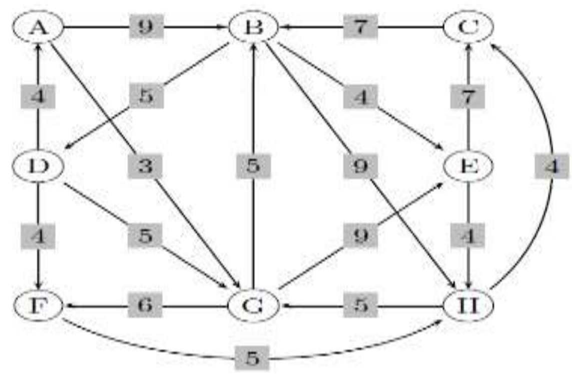
En utilisant 4 sommets numérotés de 1 à 4, il est possible de construire 2^6 graphes différents.

4. Combien ont pour nombre chromatique 4 ?

Les coûts de câblage sont donnés par le graphe non orienté G_1(ci-dessous, à gauche), reliant 12 commutateurs. Suite à une décision politique les liaisons câblées **GH** et **AE** sont imposées.

5. Déterminer alors un câblage à coût minimal respectant ces contraintes.





Le graphe orienté G_2 (ci-haut, à droite) représente des temps de vol (heures) entre 8 aéroports.

6. Déterminer les trajets les plus rapides depuis A vers chacune des 7 autres villes.

On impose maintenant un temps d'escale dans chaque aéroport selon le tableau suivant.

Aéroport	B	C	D	E	F	G	H
Temps d'escale	2h	2h	3h	1h	2h	5h	2h

7. Que doit-on modifier sur le graphe ?
8. Quel est le trajet le plus rapide depuis A vers H ?

Bon courage !

Proposé par : Dr Mahamat Atteib Ibrahim DOUTOUM