



Fakultät für Mathematik
Lehrstuhl für Angewandte Geometrie und Diskrete Mathematik

Visualization of advanced graph algorithms

push-relabel algorithm

to solve the maximum flow problem

label-setting algorithm

to solve the shortest path problem with resource constraints

Final Report for an Interdisciplinary Project by Adrian Haarbach

Examiner: Prof. Dr. Peter Gritzmann

Advisor: Wolfgang F. Riedl

Submission Date: December 19, 2016

I hereby confirm that this is my own work, and that I used only the cited sources and materials.

München, December 19, 2016

Adrian Haarbach

Abstract

This interdisciplinary project deals with the vivid visualization of advanced graph algorithms. In particular, algorithms to solve two distinctive problems in discrete math are considered. Namely the **max-flow problem** as well as the **shortest path problem with resource constraints**. For efficiency reasons, one often employs advanced graph algorithms to solve above problems. The **max-flow problem** is solved using the efficient push-relabel algorithm of Goldberg-Tarjan. To solve the **shortest path problem with resource constraints**, we employ a generic label-setting algorithm which follows the dynamic programming principle.

Both algorithms carry a lot of state variables and are thus not easy to understand intuitively. An additional visualization layer with an intuitive representation of all state variables and state transitions during algorithm execution was developed. It displays the height function of each node in case of the Tarjan-Goldberg algorithm or the pareto frontier of all labels resident in a certain node in case of the label-setting algorithm. To achieve the goal of a high interactivity, we replaced the previous Canvas based graph visualization code with a new implementation based on SVG, using D3.js, a JavaScript library for producing dynamic, interactive data visualizations in web browsers.

Zusammenfassung

Das vorliegende interdisziplinäre Projekt beschäftigt sich mit der anschaulichen Darstellung von fortgeschrittenen Graphalgorithmen. Betrachtet werden zwei Verfahren zur Lösung von Problemstellungen der diskreten Mathematik. Die zu visualisierenden Problemstellungen sind hierbei das **Max-Flow Problem** sowie das **Kürzeste-Wege Problem mit Ressourcenbeschränkungen**. Als Lösungsverfahren für die aufgeführten Problemstellungen werden aus Effizienzgründen häufig fortgeschrittene Graphalgorithmen herangezogen. Für die Lösung des Max-Flow Problems findet der bekannte Push-Relabel Algorithmus von Goldberg-Tarjan in der Praxis häufig Anwendung. Zur Lösung des Kürzeste-Wege Problems mit Ressourcenbeschränkungen wird mit einem Label-Setting Algorithmus ein bekanntes Verfahren der dynamischen Programmierung vorgestellt.

Beide Algorithmen führen eine Menge an Statusvariablen mit sich und sind deshalb nicht leicht intuitiv zu verstehen. Es wurde eine zusätzliche Visualisierungsebene mit intuitiver Repräsentation aller Statusvariablen und -übergänge entwickelt. Diese veranschaulicht die Höhenfunktion jedes Knotens im Falle des Tarjan-Goldberg Algorithmus oder die Pareto-Front im Falle des Label-Setting Algorithmus. Um hohe Interaktivität zu erreichen ersetzen wir den bisherigen auf Canvas basierenden Graphen-Visualisierungscode mit einer neuen Implementierung basierend auf SVG mit D3.js, eine JavaScript Bibliothek zur Erzeugung dynamischer, interaktive Datenvisualisierungen in Web Browsern.

Contents

0.1 Introduction	1
----------------------------	---

0.1 Introduction

Most previous visualizations of graph algorithms are based on displaying the state of the algorithm on top of a network visualization of a graph, e.g. by annotating vertices or edges with additional information.

For advanced graph algorithms, which are often employed for efficiency reasons, the state size to visualize may become quite large. It may be thus advantageous to visualize the state of such algorithms in an additional visualization layer.

The ideas of these visualizations have long existed in a static form in textbooks describing the theory behind these algorithms with specific examples. Nevertheless, we are unaware of a dynamic visualization of these additional state variables.

