Solución a una ecuación trigonométrica con tangente y cotangente

@autor: script-cat@outlook.com

$$\text{Tan}\left(6x^2+7x+8\right) = \text{Cot}\,(11x-6)$$

restamos Cot (11 x - 6) en ambos lados

$$\text{Tan}\left(6x^2+7x+8\right) - \text{Cot}\,(11x-6) = 0$$

expresamos en términos de senos y cosenos

$$\frac{\text{Sin}\,(6x^2+7x+8)}{\text{Cos}\,(6x^2+7x+8)} - \frac{\text{Cos}\,(11x-6)}{\text{Sin}\,(11x-6)} = 0$$

operamos el lado izquierdo

$$\left(\text{Sin}\left(6x^2+7x+8\right)\text{Sin}\,(11x-6) - \text{Cos}\left(6x^2+7x+8\right)\text{Cos}\,(11x-6)\right) \Big/ \left(\text{Cos}\left(6x^2+7x+8\right)\text{Sin}\,(11x-6)\right) = 0$$

es igual a 0, si el numerador es igual a 0

$$\text{Sin}\left(6x^2+7x+8\right)\text{Sin}\,(11x-6) - \text{Cos}\left(6x^2+7x+8\right)\text{Cos}\,(11x-6) = 0$$

multilpicamos en ambos lados por (-1)

$$\text{Cos}\left(6x^2+7x+8\right)\text{Cos}\,(11x-6) - \text{Sin}\left(6x^2+7x+8\right)\text{Sin}\,(11x-6) = 0$$

Simplificamos la ecuacuion

```
Cos[6 x^2 + 7 x + 8] Cos[11 x - 6] - Sin[6 x^2 + 7 x + 8] Sin[11 x - 6] == 0 // FullSimplify
```

coseno coseno seno seno simplifica completamente

$$\text{Cos}\left[2+6x\left(3+x\right)\right] == 0$$

para llegar al mismo resultado del software podemos usar la identidad trigonométrica de la suma o resta angular

$$\text{Cos}\,(x+y) = \text{Cos}\,(x)\,\text{Cos}\,(y) - \text{Sin}\,(x)\,\text{Sin}\,(y)$$

continuando, tenemos entonces que, luego expandiendo el angulo interno del coseno

$$\text{Cos}\,[2+6x\,(3+x)] = 0$$

```
Expand[2 + 6 x (3 + x)]
```

expande factores

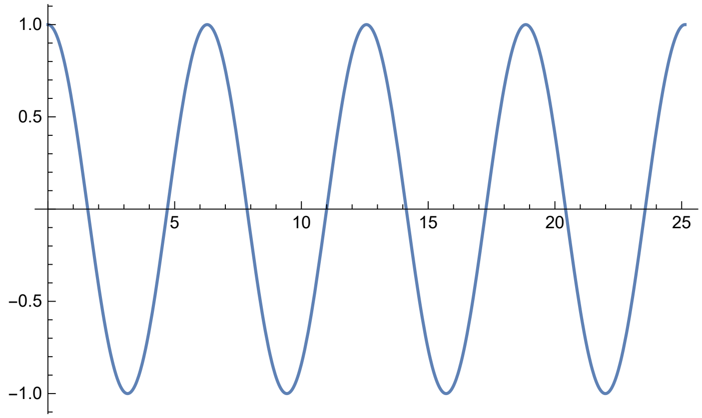
$$2 + 18x + 6x^2$$

finalmente tenemos que resolver la ecuación

$$\text{Cos}\left(6x^2+18x+2\right) = 0$$

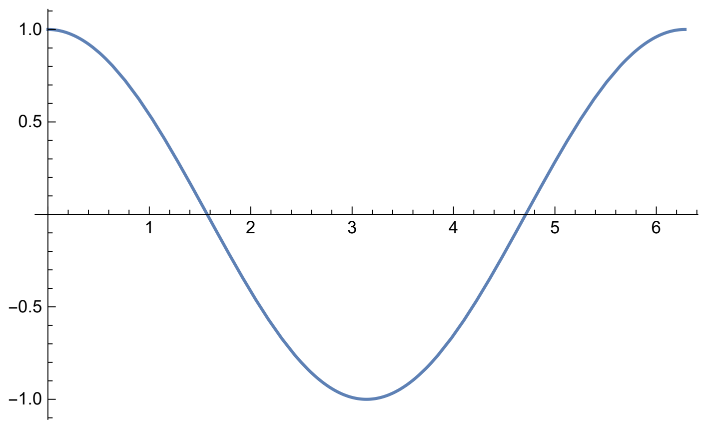
antes de resolver la ecuación echemos un vistazo a la función coseno

```
Plot[Cos[x], {x, 0, 8 Pi}]
```
repr··· coseno número



el coseno es una función periódica con periodo de 2π, es decir la función se repite cada 2π veces.
Ahora veamos la función acotada de 0 a 2π

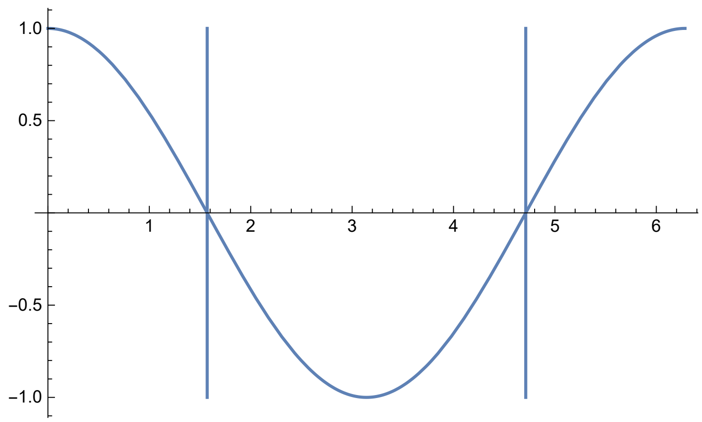
```
Plot[Cos[x], {x, 0, 2 Pi}]
```
repr··· coseno número



Ahora ¿ donde el coseno toma el valor de 0 ? sabemos que el $\text{Cos}\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ y también que $\text{Cos}\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 0$

```
Show[
muestra
    Plot[Cos[x], {x, 0, 2 Pi}],
    repr··· coseno          número pi
    ContourPlot[x == π/2, {x, 0, 2 Pi}, {y, -1, 1}],
    representación de contornos     número pi

    ContourPlot[x == 3π/2, {x, 0, 2 Pi}, {y, -1, 1}]
    representación de contornos     número pi
]
```



pero esto se repite cada 2π veces hasta el infinito, en otras palabras si a cualquier angulo del coseno le sumamos {1,2,3,4......n} veces 2π este nos dará el mismo resultado, entonces podemos afirmar que:

$$\text{Cos}\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n\right) = 0, \quad \text{Cos}\left(\frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right) = 0$$

donde n, es un numero entero que multiplica al periodo (2π).

Ahora que ya sabemos los **ángulos** para los cuales la función coseno es igual a cero podemos resolver la ecuación,

$$\text{Cos}\,(6x^2 + 18x + 2) = 0$$

Igualando los ángulos que hacen que la igualdad sea verdadera, entonces tenemos que resolver las siguientes ecuaciones de polinomios

$$6x^2 + 18x + 2 = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$$

$$6x^2 + 18x + 2 = \frac{3\pi}{2} + 2\pi n$$

esto se puede resolver igualando a 0 y haciendo uso de la formula cuadrática, yo lo resolveré haciendo uso del comando Solve de Mathematica

In[70]:=
```
Solve[6 x^2 + 18 x + 2 == π/2 + 2 π n, x]
Solve[6 x^2 + 18 x + 2 == 3 π/2 + 2 π n, x]
```
resuelve

Out[70]= $\left\{\left\{x \to \frac{1}{6}\left(-9-\sqrt{3}\sqrt{4 n \pi+\frac{1}{12}(276+12 \pi)}\right)\right\},\left\{x \to \frac{1}{6}\left(-9+\sqrt{3}\sqrt{4 n \pi+\frac{1}{12}(276+12 \pi)}\right)\right\}\right\}$

Out[71]= $\left\{\left\{x \to \frac{1}{6}\left(-9-\sqrt{3}\sqrt{4 n \pi+\frac{1}{12}(276+36 \pi)}\right)\right\},\left\{x \to \frac{1}{6}\left(-9+\sqrt{3}\sqrt{4 n \pi+\frac{1}{12}(276+36 \pi)}\right)\right\}\right\}$

Estas son las soluciones a la ecuación

Tan $(6 x^2 + 7 x + 8)$ == Cot $(11 x - 6)$

$x = \frac{1}{6}\left(-9-\sqrt{3}\sqrt{4 n \pi+\frac{1}{12}(276+12 \pi)}\right)$, $x = \frac{1}{6}\left(-9+\sqrt{3}\sqrt{4 n \pi+\frac{1}{12}(276+12 \pi)}\right)$,

$x = \frac{1}{6}\left(-9-\sqrt{3}\sqrt{4 n \pi+\frac{1}{12}(276+36 \pi)}\right)$, $x = \frac{1}{6}\left(-9+\sqrt{3}\sqrt{4 n \pi+\frac{1}{12}(276+36 \pi)}\right)$

donde n es cualquier entero

ahora graficamos algunos puntos solo para n = 1

```
(* coodenada de los puntos en x *)
xx = {N[1/6 (-9 - √3 √(4 n π + 1/12 (276 + 12 π)))] //. {n → 1}],
  N[1/6 (-9 + √3 √(4 n π + 1/12 (276 + 12 π)))] //. {n → 1}],
  N[1/6 (-9 - √3 √(4 n π + 1/12 (276 + 36 π)))] //. {n → 1}],
  N[1/6 (-9 + √3 √(4 n π + 1/12 (276 + 36 π)))] //. {n → 1}]}
```
valor numérico

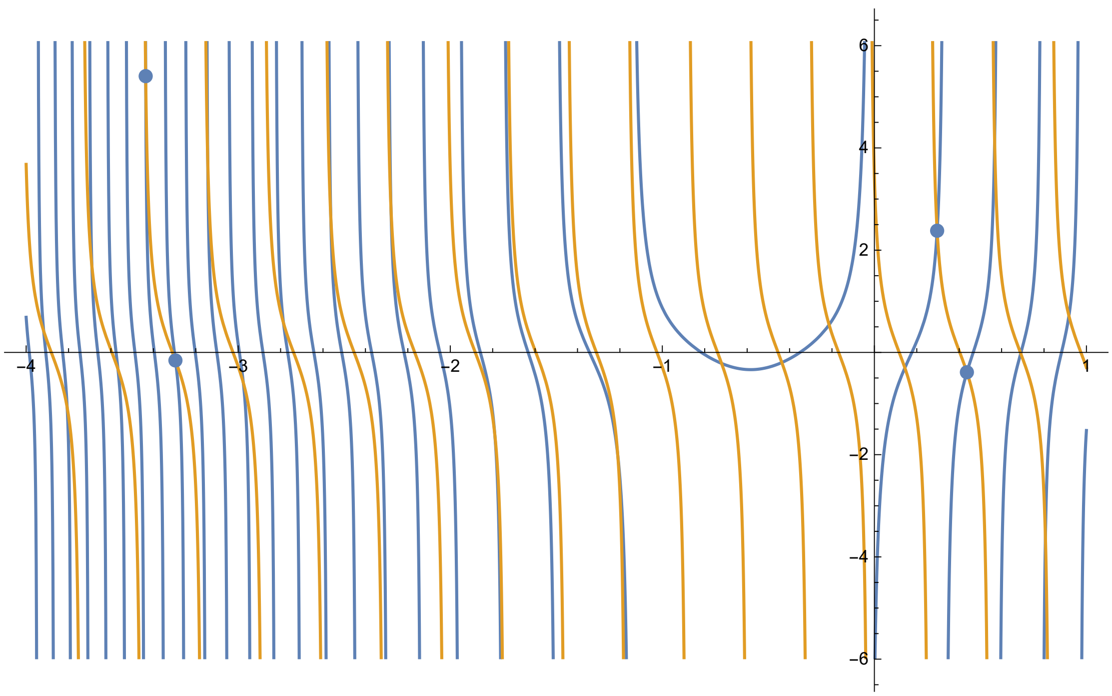
Out[143]= {-3.29601, 0.296013, -3.4363, 0.436301}

In[155]:=
```
(* coodenada de los puntos en y *)
funTan[x_] := Tan[6 x^2 + 7 x + 8]
yy = Table[ funTan[numx[[i]]], {i, 1, 4}]
(* pone los datos en forma {x,y}*)
data = Transpose@{xx, yy};
```

Out[156]= {-0.156617, 2.38022, 5.40383, -0.387989}

In[158]:=
```
Show[
    Plot[
        {Tan[6 x^2 + 7 x + 8], Cot[11 x - 6]}, {x, -4, 1}, ImageSize → Large
    ],
    ListPlot[data]
]
```

Out[158]=



“Hay una fuerza motriz más poderosa que el vapor, la electricidad y la energía atómica: la voluntad”
- Albert Einstein