9. Распознаваемость КС-языков МП-автоматами.

Всё про МПА, НМПА можно почитать в билете выше.

Теорема

Любой КСЯ распознается НМПА с единственным состоянием и единственной командой допуска.

Док-во

Теорема

Любой КСЯ распознаётся НМПА с единств состоянием и единственной командой допуска

Док-во:

L - КСЯ

$G = (\Sigma, \Gamma, P, S)$ - КСГ (контексто-свобод грам.), $L(G) = L$

$M = (\Sigma, \Sigma \cup \Gamma, \delta, \gamma_0)$ — пока так назовём МПА

$\gamma_0 = S$ - аксиома

Мно-во команд:

1) $\exists (A \to \gamma) \in P \Rightarrow$ в M есть команды

$\forall a \in \Sigma \quad (a, A) \to (-, \gamma)$

2) $\forall a \in \Sigma \quad (a, a) \to (\to, \lambda)$

3) $(\nabla, \dashv) \to \checkmark$

$L = L(M)$?

I) $L \subseteq L(M)$

$w \in L \Rightarrow \exists$ левосторонний вывод w в G

$S \Rightarrow u_1 A_1 \alpha_1 \Rightarrow u_1 u_2 A_2 \alpha_2 \Rightarrow \ldots \Rightarrow u_1 u_2 \ldots u_{n-1} A_{n-1} \alpha_{n-1} \Rightarrow$

$= u_1 u_2 \dots u_n = w$

$u_i \in \Sigma^*$ $A_i \in \Gamma$ $\alpha_i \in (\Sigma \cup \Gamma)^*$

Тогда в M реализуется последов-ть конфигураций

$[w, S] = [u_1 \dots u_n, S] \overset{(1)}{\vdash} [u_1 \dots u_n, u_1 A_1 \alpha_1] \overset{(2)}{\vdash^*}$

$\vdash^* [u_2 \dots u_n, A_1 \alpha_1] \overset{(1)}{\vdash} [u_2 \dots u_n, u_2 A_2 \alpha_2] \overset{(2)}{\vdash^*} [u_3 \dots u_n, A_2 \alpha_2]$

$\vdash [u_n, A_{n-1} \alpha_n] \overset{(1)}{\vdash} [u_n, u_n] \vdash^* [\lambda, \lambda] \to \checkmark \Rightarrow w \in L(M)$

II) $L(M) \subseteq L$

$w \in L(M)$ команда допуска единственная $\Rightarrow$

$\Rightarrow w$ распознаётся за конечное кол-во тактов m

$w = a_1 \dots a_m$ $a_i \in \Sigma \cup \{\lambda\}$

$a_i \in \Sigma$, если на i-ом такте автомат выполнил команду вида (2)

$a_i = \lambda$ если на i-ом такте автомат

-//- вида (1)

$$[w, S] = [a_1 \dots a_m, S] \vdash [a_1 \dots a_m, a_1 \dots a_i A_1 \alpha_1]$$

$$\vdash^* [a_{i+1} \dots a_m, A_1 \alpha_1] \vdash \dots \vdash [\lambda, \lambda] \quad \blacksquare$$