5. Теорема о λ-свободной грамматике.

Основные определения

- **Аннулирующее правило (λ-правило):** это правило вывода вида $A \to \lambda$, где из нетерминала выводится пустая строка.
- **Аннулирующий символ:** нетерминал B, из которого за один или несколько шагов можно вывести пустую цепочку ($B \Rightarrow^* \lambda$).
- **λ-свободная грамматика:** контекстно-свободная грамматика (КС-грамматика), которая либо вообще не содержит аннулирующих правил, либо содержит единственное правило $S \to \lambda$ для аксиомы, при условии, что аксиома не встречается в правых частях других правил.

Формулировка теоремы

Для любой КС-грамматики G существует эквивалентная ей λ-свободная (или λ-свободная) КС-грамматика G'.

Это означает, что из любой грамматики можно исключить правила, порождающие пустые строки «в середине» вывода, не изменив при этом язык, который она порождает.

Док-во:

Док-во:

$G = (\Sigma, \Gamma, P, S)$ и $Ann(G)$

Рассмотрим отношение на мн-ве цепочек на $(\Sigma \cup \Gamma)^*$ $\beta \preceq \gamma \Leftrightarrow$ можно получить из γ "стиранием" произвольного кол-ва символов из $Ann(G)$, $\beta \neq \lambda$

$G' = (\Sigma, \Gamma, P', S')$

Если $\lambda \in L(G)$, то $(S' \to \lambda) \in P'$, $(S' \to S) \in P'$

иначе $S' = S$

$\forall (A \to \gamma) \in P \quad \gamma \neq \lambda : \ (A \to \beta) \in P' \quad \forall \beta \preccurlyeq \gamma$

G' – λ-свобод по постр

$L(G) = L(G')$?

1) Пусть $w \in L(G)$

Рассмотрим вывод $S \overset{*}{\underset{G'}{\Rightarrow}} w$

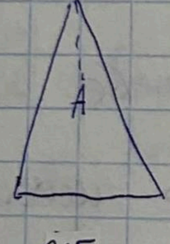
$\forall (A \to \beta)$ в этом выводе

$\exists \ (A \to \gamma) \in P \quad \beta \preccurlyeq \gamma$

Тогда получим вывод в G, заменив правила $A \to \beta$ на соответ. $A \to \gamma$ и аннулировав все символы из γ, которых нет в β $\Rightarrow$

$L(G') \subseteq L(G)$?

Докажем



$A \Rightarrow \gamma'$, все символы в γ' нанулир

то это же правило есть в G

$(A \underset{G}{\Rightarrow} \gamma')$, иначе $A \underset{G'}{\Rightarrow} \beta$ по построен

$(A \to \gamma) \in P \ : \beta \preccurlyeq \gamma$

$A \to \beta$ заменить в выводе на $A \to \gamma$

($\forall \beta$, котор

входит в δ, но не входит в β

$B \Rightarrow_G^* X$)

Алгоритм построения

Процесс преобразования грамматики в λ-свободную включает следующие шаги:

1. **Поиск всех аннулирующих символов:** Сначала вычисляется множество $Ann(G)$ всех нетерминалов, способных породить пустую строку.
2. **Формирование новых правил:** Для каждого исходного правила $A \to \gamma$ создаются все возможные новые правила $A \to \beta$, где β — это любая непустая подпоследовательность цепочки γ, полученная путем удаления одного или нескольких аннулирующих символов.
3. **Обработка аксиомы:** Если пустая строка принадлежит языку (аксиома S была аннулирующей), вводится новая аксиома S' и правила $S' \to S$ и $S' \to \lambda$, чтобы сохранить возможность порождения пустой цепочки в самом начале вывода.