

Projet LO21: Rapport final

Adrien Burgun

Automne 2020

Résumé

Le projet de ce semestre pour le cours de **LO21** (Algorithmique et Programmation II) porte sur un « *système expert* ». Un système expert est constitué de 3 éléments :

Une base de connaissance, qui prend la forme suivante :

$$A \wedge B \wedge \dots \wedge Z \Rightarrow \Omega$$

Où A, B, \dots sont les symboles (d'arité zéro, aussi appelés « propositions ») constituant la *prémisse* et Ω est la *conclusion*.

Une base de faits, qui est la liste des symboles ayant la valeur « *Vrai* » (qui correspond à l'état « *Certain* »).

Un symbole ne faisant pas partie de cette liste a par défaut la valeur « *Faux* » (qui correspond à l'état « *Incertain* »).

Un moteur d'inférence, qui, à partir de la base de connaissance et la base de faits, déduit quels autres symboles sont aussi vrais et les ajoute à la base de faits.

Nous définirons d'abords le type « *Règle* », constituant la base de connaissance. Nous définirons ensuite le type « *BC* » (Base de Connaissance).

Nous décrirons enfin le moteur d'inférence comme implémenté dans ce projet, avec différents exemples.

1 Règles

Soit **Règle** le type représentant une règle sous la forme d'une liste de symboles :

Structure 1 : Règle		
Nom	Type	Description
<i>symbole</i>	$\text{Règle} \rightarrow \text{Symbole}$	Retourne le nom du symbole correspondant au noeud en tête de liste.
<i>suivant</i>	$\text{Règle} \rightarrow \text{Règle}$	Retourne une référence au prochain élément de la liste, <i>règle_vide</i> si l'élément est le dernier de la liste.
<i>nouvelle_règle</i>	$((\text{Symbole}) \times \text{Règle}) \rightarrow \text{Règle}$	Compose une nouvelle règle à partir du nom d'un symbole et une référence à la prochaine règle.
<i>règle_vide</i>	Règle	La règle vide.
<i>mettre_suivant</i>	$(\text{Règle} \times \text{Règle}) \rightarrow \text{Règle}$	Modifie une Règle pour y attacher une Règle comme règle suivante ; retourne également la règle modifiée.

Le type « Symbole » correspond dans l'implémentation C à une chaîne de caractères. Le dernier élément d'une telle liste correspond à la conclusion de la règle, tandis que tous les autres éléments appartiennent à la prémisse (contrainte du projet).

Les axiomes sur ces fonctions sont :

- $\text{symbole}(\text{nouvelle_règle}(s, r)) = s$
- $\text{suivant}(\text{nouvelle_règle}(s, r)) = r$
- $A \leftarrow \text{nouvelle_règle}(s, r) ; \text{mettre_suivant}(a, r') \Rightarrow \text{suivant}(A) = r'$

Nous pouvons noter que :

Liste \prec Règle [$\emptyset : \text{règle_vide}$, tête : *symbole*, reste : *suivant*, insérer_tête : *nouvelle_règle*, Élément : Symbole]

(Un type concret implémentant Règle implémente également Liste)

1.1 Créer une règle vide

Nous représentons une règle vide par *règle_vide*. Voici l'algorithme permettant de créer une règle vide :

Algorithme 1 : RègleVide	
	Variables : <i>R</i> : La règle vide à retourner
	Résultat : <i>R</i> : Règle
1	Début RègleVide()
2	$R \leftarrow \text{règle_vide}$
3	Fin

1.2 Ajouter une proposition à la prémisse d'une règle

L'ajout des propositions (symboles) à la prémisse d'une règle se fait par l'algorithme *AjoutPrémisse* défini ci-dessous. Cet ajout se fait en queue de la liste (contrainte du projet). La liste donnée en entrée est modifiée par l'algorithme et est retournée.

Algorithme 2 : AjoutPrémisse	
	Variables :
	— <i>R</i> : La règle à modifier
	— <i>R'</i> : Une variable temporaire pour traverser la liste
	— <i>symbole</i> : Le nom de la proposition (symbole) à insérer
	Données : <i>R</i> : Règle, <i>symbole</i> : Symbole
	Résultat : <i>R</i> : Règle
	Assertion : <i>R</i> n'a pas encore de conclusion
1	Début AjoutPrémisse(<i>R</i> , <i>symbole</i>)
2	Si <i>R</i> = <i>règle_vide</i> alors
3	$R \leftarrow \text{nouvelle_règle}(\text{symbole}, \text{règle_vide})$
4	Sinon
5	$R' \leftarrow R$
	// Répéter jusqu'à ce qu'on atteigne le dernier élément
6	Tant que <i>suivant</i> (<i>R'</i>) \neq <i>règle_vide</i> faire
7	$R' \leftarrow \text{suivant}(R')$
8	Fin
	// <i>R'</i> contient désormais le dernier élément de la liste
9	$\text{mettre_suivant}(R', \text{nouvelle_règle}(\text{symbole}, \text{règle_vide}))$
10	FinSi
11	Fin

1.3 Créer la conclusion d'une règle

Créer la conclusion d'une règle revient à ajouter une proposition (symbole) à la fin de la règle. Pour ce faire, nous ré-utilisons l'algorithme [AjoutPrémisse](#) défini plus tôt.

Algorithme 3 : AjoutConclusion
<p>Variables :</p> <ul style="list-style-type: none">— R: La règle à modifier— $symbole$: Le nom de la proposition (symbole) à insérer comme conclusion <p>Données : R: Règle, $symbole$: Symbole</p> <p>Résultat : R: Règle</p> <p>Assertion : R n'a pas encore de conclusion</p> <p>1 Début AjoutConclusion(R, $symbole$)</p> <p>2 $R \leftarrow$ AjoutPrémisse(R, $symbole$)</p> <p>3 Fin</p>

1.4 Tester si une proposition appartient à la prémisse d'une règle

Nous testons si une proposition appartient à la prémisse d'une règle en traversant celle-ci de manière récursive (contrainte du projet).

Les 3 cas minimaux sont :

$R = []$ (règle vide) : retourner « Faux »

$R = \{\text{symbole} : "...", \text{suivant} : \text{r\grave{e}gle_vide}\}$ (conclusion) : retourner « Faux »

$R = \{\text{symbole} : \text{symbole_recherché}, \text{suivant} : ...\}$ (symbole trouvé) : retourner « Vrai »

Dans les autres cas, nous retournons de manière récursive le résultat de la même

fonction, appelée sur $suivant(R)$.

Algorithme 4 : TestAppartenance

Variables :

- R : La règle à étudier
- $symbole$: La nom de la proposition à rechercher
- $résultat$: Si oui ou non la proposition à été trouvée

Données : R : Règle, $symbole$: Symbole

Résultat : $résultat$: Booléen

Assertion : R a une conclusion

```

1 Début TestAppartenance( $R$ ,  $symbole$ )
2   Si  $R = règle\_vide$  alors
3     // Règle vide
4      $résultat \leftarrow$  Faux
5   Sinon si  $suivant(R) = règle\_vide$  alors
6     // Conclusion
7      $résultat \leftarrow$  Faux
8   Sinon si  $symbole(R) = symbole$  alors
9     // Symbole trouvé
10     $résultat \leftarrow$  Vrai
11 FinSi
12 Fin

```

1.5 Supprimer une proposition de la prémisse d'une règle

Nous supprimons une proposition de la prémisse d'une règle de manière récursive. Les cas minimaux sont les suivants :

$R = []$ (règle vide) : retourner $règle_vide$

$R = \{symbole : "...", suivant : règle_vide\}$ (conclusion) : retourner R

Dans le cas général, nous attribuons à $suivant(R)$ la valeur retournée par cette fonction, appelée sur $suivant(R)$, et nous retournons $suivant(R)$ si le noeud correspond au

symbole et R sinon.

Algorithme 5 : SupprimerSymbole

Variables :

- R : La règle à modifier
- $symbole$: La nom de la proposition à rechercher
- R' : La règle privée de $symbole$ dans sa prémisse

Données : R : Règle, $symbole$: Symbole

Résultat : R' : Règle

Assertion : R a une conclusion

```
1 Début SupprimerSymbole( $R$ ,  $symbole$ )
2   Si  $R = règle\_vide$  alors
3     // Règle vide
4      $R' \leftarrow règle\_vide$ 
5   Sinon si  $suivant(R) = règle\_vide$  alors
6     // Conclusion
7      $R' \leftarrow R$ 
8   Sinon
9     Si  $symbole(R) = symbole$  alors
10      // Retourner le reste de la liste, sans ce noeud
11       $R' \leftarrow SupprimerSymbole(suivant(R), symbole)$ 
12    Sinon
13       $R' \leftarrow mettre\_suivant(R, SupprimerSymbole(suivant(R), symbole))$ 
14    FinSi
15  FinSi
16 Fin
```

1.6 Tester si la prémisse d'une règle est vide

Voici la fonction retournant « Vrai » si la prémisse d'une règle est vide et « Faux » si la prémisse d'une règle contient au moins 1 symbole :

Algorithme 6 : PrémisseVide

Variables :

- R : La règle à étudier
- $résultat$: Si oui ou non la prémisse d'une règle est vide

Données : R : Règle

Résultat : $résultat$: Booléen

Assertion : R a une conclusion ou R est vide

```
1 Début PrémisseVide( $R$ )
2   Si  $R = règle\_vide$  alors
3     // La règle est vide, donc sa prémisse est vide
4      $résultat \leftarrow Vrai$ 
5   Sinon si  $suivant(R) = règle\_vide$  alors
6     // La règle n'a qu'une conclusion, donc sa prémisse est vide
7      $résultat \leftarrow Vrai$ 
8   Sinon
9      $résultat \leftarrow Faux$ 
10  FinSi
11 Fin
```

1.7 Accéder à la proposition se trouvant en tête d'une prémisse

Voici la fonction retournant la valeur de la proposition se trouvant en tête d'une prémisse. Si la prémisse est vide, alors la fonction retourne *règle_vide*.

Algorithme 7 : TêteRègle

Variables :

- R : La règle à étudier
- $résultat$: La valeur du premier symbole de la prémisse, si existant

Données : R : Règle

Résultat : $résultat$: Symbole

Assertion : R a une conclusion

```
1 Début TêteRègle( $R$ )
2   Si PrémisseVide( $R$ ) alors
3     // La prémisse est vide: nous retournons règle_vide
4      $résultat \leftarrow règle\_vide$ 
5   Sinon
6      $résultat \leftarrow symbole(R)$ 
7   FinSi
8 Fin
```

1.8 Accéder à la conclusion d'une règle

La conclusion se trouvant à la fin d'une règle, nous traversons simplement la liste jusqu'au dernier élément de celle-ci. Si la liste est vide, alors la fonction retourne *règle_vide*.

Algorithme 8 : ConclusionRègle

Variables :

- R : La règle à étudier
- R' : Variable temporaire pour traverser la liste
- $résultat$: La valeur du premier symbole de la prémisse, si existant

Données : R : Règle

Résultat : $résultat$: Symbole

Assertion : R a une conclusion

```
1 Début ConclusionRègle( $R$ )
2   Si  $suivant(R) = règle\_vide$  alors
3      $résultat \leftarrow règle\_vide$ 
4   Sinon
5      $R' \leftarrow R$ 
6     // Avancer jusqu'à la fin de la liste
7     Tant que  $suivant(R') \neq règle\_vide$  faire
8        $R' \leftarrow suivant(R')$ 
9     Fin
10     $résultat \leftarrow symbole(R')$ 
11  FinSi
12 Fin
```

2 Base de Connaissance

Soit **BC** le type représentant une base de connaissance (liste de règle); celle-ci prend la forme d'une liste de Règles :

Structure 2 : BC		
Nom	Type	Description
<i>règle</i>	$BC \rightarrow \text{Règle}$	Retourne une référence à la règle correspondant à ce noeud.
<i>suivant</i>	$BC \rightarrow BC$	Une référence au prochain élément de la liste, NULL si l'élément est le dernier de la liste.
<i>nouvelle_base</i>	$(\text{Règle} \times BC) \rightarrow BC$	Crée une nouvelle base à partir d'une référence vers une Règle et d'une référence vers BC
<i>base_vide</i>	BC	La base vide

Les axiomes sur ces fonctions sont :

- $règle(nouvelle_base(r, b)) = r$
- $suivant(nouvelle_base(r, b)) = b$

2.1 Créer une base vide

Nous représentons une base vide par *base_vide*. Voici l'algorithme permettant de créer une base vide :

Algorithme 9 : BaseVide	
Variables : B : La base vide à retourner	
Résultat : B : BC	
1 Début BaseVide()	
2 $B \leftarrow base_vide$	
3 Fin	

2.2 Ajouter une règle à une base de connaissance

L'ajout de règle à la base de connaissance se fait en tête. Voici son algorithme :

Algorithme 10 : AjoutRègle

Variables :

- B : La base de connaissance à modifier
- $règle$: La valeur de $règle$ à mettre dans le noeud
- B' : La base de connaissance contenant la nouvelle règle

Données : B : BC ; $règle$: Règle

Résultat : B' : BC

```
1 Début AjoutRègle( $B$ ,  $règle$ )
2   |  $B' \leftarrow nouvelle\_base(règle, B)$ 
3 Fin
```

2.3 Accéder à la règle se trouvant en tête de la base

Voici l'algorithme permettant d'accéder à la règle se trouvant en tête :

Algorithme 11 : TêteBase

Variables :

- B : La base de connaissance à modifier
- R : La règle se trouvant en tête de la base, $règle_vide$ si la base est vide

Données : B : BC

Résultat : R : Règle

```
1 Début TêteBase( $B$ )
2   | Si  $B = base\_vide$  alors
3     |  $R \leftarrow règle\_vide$ 
4   | Sinon
5     |  $R \leftarrow règle(B)$ 
6   | FinSi
7 Fin
```

3 Moteur d'inférence

Le moteur d'inférence est un algorithme permettant de déduire à partir de la liste initiale des symboles (propositions) ayant la valeur « Vrai » et de la base de connaissance la liste de tous les symboles étant vrais.

L'algorithme exécute un maximum de n (la longueur de la base de connaissance) passages sur les règles, celles-ci prenant la forme suivante ($p \geq 0$ symboles S_x dans la prémisse et le symbole Ω_k dans la conclusion) :

$$BC \vdash \left(\bigwedge_{x=0}^{x < p} S_x \right) \Rightarrow \Omega_k$$

$$\text{Avec : } \left(\bigwedge_{x=0}^{x < p} S_x \right) = \begin{cases} S_0 \wedge S_1 \wedge \dots \wedge S_{p-1} & \text{Si } p > 0 \\ Vrai & \text{Si } p = 0 \end{cases}$$

Si Ω_k n'appartient pas encore à la liste des symboles vrais et que $\forall x \in [0, p[, S_x = Vrai$ ou $p = 0$, alors on ajoute Ω_k à la liste des symboles vrais.

Algorithme 12 : MoteurInférence

Variables :

- B : La base de connaissance
- B' : Variable temporaire pour traverser la base de connaissance
- S : La liste des symboles initialement vrais
- S' : La liste des symboles initialement vrais ainsi que ceux déduits des règles d'induction
- *ajouté*: Si oui ou non un symbole à été rajouté à S' dans le dernier passage

Données : B : BC ; S : Liste(Symbole)

Résultat : S' : Liste(Symbole)

Assertion : $\forall R \in B, R \neq \text{règle_vide}$

```

1 Début MoteurInférence( $B, S$ )
2    $S' \leftarrow S$ 
   // Boucle principale: Répétée jusqu'à ce qu'il n'y aie plus de
   // modification à  $S'$  possibles
3   Faire
4      $ajouté \leftarrow \text{Faux}$ 
5      $B' \leftarrow B$ 
   // Pour toutes les règles de la base de connaissance...
6     Tant que  $B' \neq \text{base\_vide}$  faire
       // Si la conclusion n'appartient pas à  $S'$ ...
7       Si non( $ListeContient(S', ConclusionRègle(TêteBase(B'))$ )) alors
         // Si la prémisse est vraie, alors on ajoute la
         // conclusion à  $S'$ 
8         Si  $PrémisseVraie(TêteBase(B'), S')$  alors
9            $S' \leftarrow \text{insérer\_tête}(S', ConclusionRègle(TêteBase(B'))$ 
10           $ajouté \leftarrow \text{Vrai}$ 
11        FinSi
12      FinSi
13       $B' \leftarrow \text{suivant}(B')$ 
14    Fin
15  Tant que  $ajouté$ 
16 Fin

```

Algorithme 13 : ListeContient**Variables :**

- T : Un type d'objets comparables
- L : Une liste d'objets de type T
- E : La valeur à trouver dans L
- *résultat*: Si oui ou non E est trouvé dans L

Données : L : Liste(T); E : T **Résultat :** *résultat*: Booléen

```

1 Début ListeContient( $L$ ,  $E$ )
2   Si est_vide( $L$ ) alors
3     | résultat  $\leftarrow$  Faux
4   Sinon si tête( $L$ ) =  $E$  alors
5     | résultat  $\leftarrow$  Vrai
6   Sinon
7     | résultat  $\leftarrow$  ListeContient(reste( $L$ ),  $E$ )
8   FinSi
9 Fin

```

Algorithme 14 : PrémisseVraie**Variables :**

- S : La liste de symboles vrais
- R : La règle à vérifier
- R' : Variable utilisée pour traverser R
- *résultat*: Si oui ou non la prémisse de la règle est vraie

Données : R : Règle; S : Liste(Symbole)**Résultat :** *résultat*: Booléen**Assertion :** $R \neq$ règle_vide

```

1 Début PrémisseVraie( $R$ ,  $S$ )
2   résultat  $\leftarrow$  Vrai
3   Si non(PrémisseVide( $R$ )) alors
4     |  $R' \leftarrow R$ 
5     | Tant que suivant( $R'$ )  $\neq$  règle_vide et résultat faire
6       | Si non(ListeContient( $S$ , TêteRègle( $R'$ ))) alors
7         | | résultat  $\leftarrow$  Faux
8       | FinSi
9     |  $R' \leftarrow$  suivant( $R'$ )
10    | Fin
11  FinSi
12 Fin

```