Práctica 5 - Gramáticas libres de contexto.

Adrián Portillo Sánchez

January 14, 2016

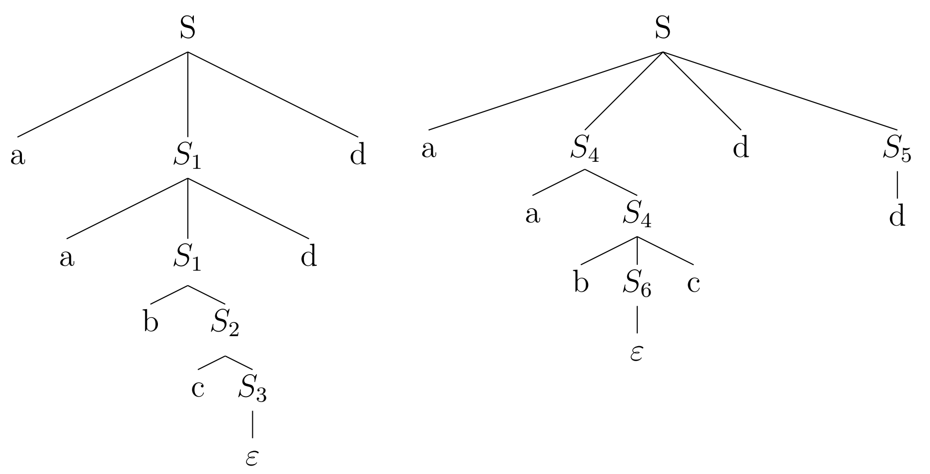
1 Ejercicio 1.

Dada la gramática:

$$\begin{array}{ll} S \to aS_1d & S \to aS_4dS_5 \\ S_1 \to aS_1d|bS_2 & S_4 \to aS_4|bS_6c \\ S_2 \to bS_2|cS_3 & S_5 \to dS_5|d \\ S_3 \to cS_3|\varepsilon & S_6 \to bS_6c|\varepsilon \end{array}$$

A. **Demuestra que es ambigua.**

Podemos comprobar que la gramática es ambigua puesto que podemos formar dos arboles distintos para una misma palabra por ejemplo si tomamos la palabra *aabcdd*:



B. **Determina el lenguaje que genera la gramática.**

El lenguaje que genera esta gramática es la unión de los lenguajes L_1, L_2 que se definen de la siguiente forma:
$L_1 = \{a^i b^j c^k d^i : i, j, k \geq 0\}, L_2 = \{a^i b^j c^j d^k : i, j, k \geq 0\}$
$L = L_1 \cup L_2 = \{a^i b^j c^k d^i : i, j, k \geq 0\} \cup \{a^i b^j c^j d^k : i, j, k \geq 0\}$

C. **Encuentra una gramática no ambigua que genere el mismo lenguaje.**

Una gramática no regular es la siguiente:

$S \to S_1 S_2$	$S \to S_5 S_6$	$S \to S_9 S_{10}$
$S_1 \to aS_1d \mid \varepsilon$	$S_5 \to aS_5d \mid S_7 \mid S_8$	$S_9 \to aS_9d \mid \varepsilon$
$S_2 \to bS_2c \mid S_3 \mid S_4$	$S_6 \to bS_6c \mid \varepsilon$	$S_{10} \to bS_{10}c \mid \varepsilon$
$S_3 \to bS_3 \mid b$	$S_7 \to aS_7 \mid a$	
$S_4 \to cS_4 \mid c$	$S_8 \to dS_8 \mid d$	

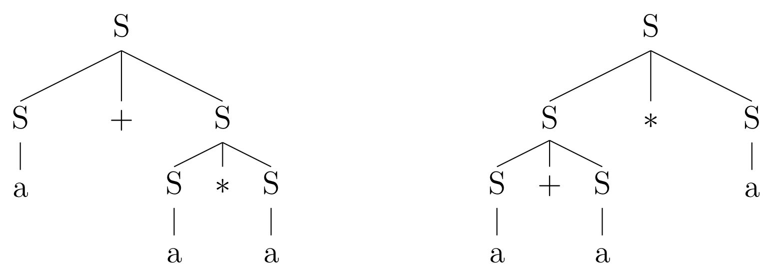
2 Ejercicio 2.

Dada la gramática:

$$S \to S + S, \quad S \to S * S, \quad S \to (S), \quad S \to a$$

A. **Determina si es ambigua.**

Podemos comprobar que la gramática es ambigua puesto que podemos formar dos arboles distintos para una misma palabra por ejemplo si tomamos la palabra $a + a * a$:



B. **¿Eres capaz de encontrar una gramática que genere el mismo lenguaje y que sea no ambigua?**

Una gramática no regular es la siguiente:

$S \to S_1 + S_2 | S_3 * S_4 | a | (S)$
$S_1 \to a | (S_1)$
$S_2 \to S_1 + S_2 | S_3 * S_4 | a | (S_2)$
$S_3 \to a | S_3$
$S_4 \to S_1 + S_2 | S_3 * S_4 | a | (S_4)$

3 Ejercicio 3.

Dada la siguiente gramática libre de contexto:

$S \to A|BCa|aDcd|EDF$
$A \to aAb|c$
$B \to CD|ECd|Ad|\varepsilon$
$C \to Cc|Bb|AaE|c$
$D \to aDd|Dd|\varepsilon$
$E \to aaEB|EFG$

A. **Elimina las producciones inútiles.**

En primer lugar buscamos las producciones inutiles, para ello buscamos las producciones con simbolos terminales.
Declaramos la variable V_t, entonces:

$V_t = \{\emptyset\}, V_t = \{A, B, C, D\}, V_t = \{S, A, B, C, D\}$

Eliminamos las producciones de E:

$S \to A|BCa|aDcd$
$A \to aAb|c$
$B \to CD|Ad|\varepsilon$
$C \to Cc|Bb|c$
$D \to aDd|Dd|\varepsilon$

B. **Elimina las producciones nulas.**

Eliminamos las producciones nulas:

$H = \{\emptyset\}, H = \{BD\}, H = \{BD\}$

Por lo que obtenemos:

$S \to A|BCa|Ca|aDcd|acd$
$A \to aAb|c$
$B \to CD|Ad$
$C \to Cc|Bb|c|b$
$D \to aDd|Dd|ad|d$

C. **Elimina las producciones unitarias.**

Ahora eliminamos las producciones unitarias:

$S \to aAb|c|BCa|Ca|aDcd|acd$
$A \to aAb|c$
$B \to CD|Ad$
$C \to Cc|Bb|c|b$
$D \to aDd|Dd|ad|d$

D. **Pasa a Forma Normal de Chomsky.**

Ahora lo ajustamos para ponerlo en la forma normal de Chomsky:

$S \to E_aF_1|c|BF_2|CE_a|E_aF_3|E_aF_4$
$A \to E_aG|c$
$B \to CD|AE_d$
$C \to CE_c|BE_b|c|b$
$D \to E_aH|DE_d|C_aE_d|d$
$E_a \to a,\ E_b \to b,\ E_c \to c,\ E_d \to d$
$F_1 \to AE_b,\ F_2 \to CE_a,\ F_3 \to DF_4,\ F_4 \to E_cE_d$
$G \to AE_b$
$H \to DE_d$

Práctica 6 - Autómatas con pila.

Adrián Portillo Sánchez.

January 14, 2016

1 Ejercicio 1.

Dar un autómata con pila que acepte las cadenas del siguiente lenguaje por el criterio de pila vacía :

$L = \{a^i b^j c^k d^l | (i = l) \vee (j = k)\}$

Un autómata con pila capaz aceptar este lenguaje por de pila vacía será:

$M = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}, \{a, b, c, d\}, \{R, B, G\}, \delta, q_0, R, \emptyset)$

$\delta(q_0, a, R) = \{(q_1, BR)\}$	$\delta(q_1, b, G) = \{(q_1, GG)\}$	$\delta(q_4, \varepsilon, G) = \{(q_4, \varepsilon)\}$
$\delta(q_0, b, R) = \{(q_1, GR)\}$	$\delta(q_1, c, G) = \{(q_2, \varepsilon)\}$	$\delta(q_4, d, B) = \{(q_4, \varepsilon)\}$
$\delta(q_0, c, R) = \{(q_0, RR)\}$	$\delta(q_1, d, G) = \{(q_4, \varepsilon)\}$	$\delta(q_4, c, G) = \{(q_4, \varepsilon)\}$
$\delta(q_0, d, R) = \{(q_0, RR)\}$	$\delta(q_2, c, G) = \{(q_2, \varepsilon)\}$	$\delta(q_4, d, B) = \{(q_4, \varepsilon)\}$
$\delta(q_0, \varepsilon, B) = \{(q_0, \varepsilon)\}$	$\delta(q_2, d, B) = \{(q_2, \varepsilon)\}$	$\delta(q_4, \varepsilon, B) = \{(q_5, \varepsilon)\}$
$\delta(q_0, \varepsilon, R) = \{(q_0, \varepsilon)\}$	$\delta(q_2, d, G) = \{(q_4, \varepsilon)\}$	$\delta(q_5, \varepsilon, R) = \{(q_5, \varepsilon)\}$
$\delta(q_1, d, B) = \{(q_3, \varepsilon)\}$	$\delta(q_2, c, B) = \{(q_4, B)\}$	
$\delta(q_1, a, B) = \{(q_1, BB)\}$	$\delta(q_2, \varepsilon, R) = \{(q_2, \varepsilon)\}$	
$\delta(q_1, b, B) = \{(q_1, GB)\}$	$\delta(q_3, d, B) = \{(q_3, \varepsilon)\}$	
$\delta(q_1, \varepsilon, B) = \{(q_1, \varepsilon)\}$	$\delta(q_3, \varepsilon, R) = \{(q_3, \varepsilon)\}$	
$\delta(q_1, \varepsilon, R) = \{(q_1, \varepsilon)\}$		

2 Ejercicio 2.

Dar un autómata con pila determinista que acepte, por el criterio de pila vacía, las cadenas definidas sobre el alfabeto A de los siguientes lenguajes. Si no fuera posible encontrarlo por el criterio de pila vacía, entonces justifica por qué no ha sido posible y utiliza el criterio de estados finales.

a) $L_1 = \{0^i 1^j 2^k 3^m | i, j, k \geq 0, m = i + j + k\}$ con $A = \{0, 1, 2, 3\}$

Un autómata con pila capaz aceptar este lenguaje por de pila vacía será:

$M = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{0, 1, 2, 3\}, \{R, B\}, \delta, q_0, R, \emptyset)$

$$
\begin{array}{l|l|l}
\delta(q_0, \varepsilon, R) = \{(q_0, \varepsilon)\} & \delta(q_1, 0, B) = \{(q_1, BB)\} & \delta(q_1, 3, 3) = \{(q_4, \varepsilon)\} \\
\delta(q_0, 0, R) = \{(q_1, BR)\} & \delta(q_1, 1, B) = \{(q_2, BB)\} & \delta(q_2, 3, B) = \{(q_4, \varepsilon)\} \\
\delta(q_0, 1, R) = \{(q_2, BR)\} & \delta(q_2, 1, B) = \{(q_2, BB)\} & \delta(q_3, 3, B) = \{(q_4, \varepsilon)\} \\
\delta(q_0, 2, R) = \{(q_3, BR)\} & \delta(q_2, 2, B) = \{(q_3, BB)\} & \delta(q_4, 3, B) = \{(q_4, \varepsilon)\} \\
 & \delta(q_3, 2, B) = \{(q_3, BB\} & \delta(q_4, \varepsilon, R) = \{(q_4, \varepsilon)\}
\end{array}
$$

b) $L_2 = \{0^i 1^j 2^k 3^m 4 | i, j, k \geq 0, m = i + j + k\}$ con $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

Un autómata con pila capaz aceptar este lenguaje por de pila vacía será:

$M = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}, \{0, 1, 2, 3, 4\}, \{R, B, G\}, \delta, q_0, RG, \emptyset)$

$$
\begin{array}{l|l|l}
\delta(q_0, \varepsilon, R) = \{(q_0, \varepsilon)\} & \delta(q_1, 0, B) = \{(q_1, BB)\} & \delta(q_1, 3, 3) = \{(q_4, \varepsilon)\} \\
\delta(q_0, 0, R) = \{(q_1, BR)\} & \delta(q_1, 1, B) = \{(q_2, BB)\} & \delta(q_2, 3, B) = \{(q_4, \varepsilon)\} \\
\delta(q_0, 1, R) = \{(q_2, BR)\} & \delta(q_2, 1, B) = \{(q_2, BB)\} & \delta(q_3, 3, B) = \{(q_4, \varepsilon)\} \\
\delta(q_0, 2, R) = \{(q_3, BR)\} & \delta(q_2, 2, B) = \{(q_3, BB)\} & \delta(q_4, 3, B) = \{(q_4, \varepsilon)\} \\
\delta(q_4, 4, R) = \{(q_5, \varepsilon)\} & \delta(q_3, 2, B) = \{(q_3, BB\} & \delta(q_4, \varepsilon, R) = \{(q_5, \varepsilon)\}
\end{array}
$$