Graphentheoretische Konzepte und Algorithmen

VL 10

Zusammenfassung

Julia Padberg

Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg
Hamburg University of Applied Sciences

14. Juni 2017

Übersicht

- Graphen, spezielle Graphen,
- Speicherung von Graphen
- Suchstrategien & Kürzeste Wege
- Planare Graphen& Färbungen
- Bäume & Wälder
- Flüsse
- Euler-& Hamiltonkreise
- Graphmorphismen
- Graphersetzung
- Modellierung mit Graphersetzungen
- Eigenschaften von Graphersetzungen
- Petrinetze

Graphen

Definition

- In einem **ungerichteter** Graph $G = (V, E)$ bezeichnet $s\_t : E \to \mathcal{P}(V)$ die Menge der durch eine Kante verbundenen Knoten. Man schreibt auch $e = qs$ für $s\_t(e) = \{q, s\}$.
- Eine Kante, die genau eine Anfangsknoten und eine Endknoten besitzt, heißt eine gerichtete Kante
  Ein Graph, dessen Kanten sämtlich gerichtet sind, heißt ein **gerichteter** Graph (oder Digraph). Wenn gerichtete Kanten durch Knotenpaare $e = qs$ bezeichnet werden, wird die Anfangsknoten stets zuerst genannt. Dann bezeichnet $s, t : E \to V$ den Knoten, der für eine Kante Anfangsknoten (s) bzw. Endknoten (t) ist.

Schlichter, Einfacher, Multi-Graph

Knotengrad

Definition

Sei $v \in V$ ein Knoten eines Graphen $G = (V, E)$.

- Falls G ungerichtet ist, ist der **Knotengrad** $d(v)$ definiert als $d(v) = |\{e \in E | v \in s\_t(e)\}| + |\{e \in E | v \in s\_t(e) \wedge |s\_t(e)| = 1\}|$, d.h. die Anzahl der Kanten, deren Endknoten v ist.
- Falls G gerichtet ist, ist die Zahl $d_-(v)$ [bzw. $d_+(v)$] definiert als $d_-(v) = |\{e \in E | s(e) = v\}|$ bzw. $d_+(v) = |\{e \in E | t(e) = v\}|$, d.h. die Anzahl der Kanten, deren Ausgangsknoten [bzw. Endknoten] v ist. $d_-(v)$ [bzw. $d_+(v)$] heißt **Ausgangsgrad** [bzw. **Eingangsgrad**] des Knotens v.

Δ und δ

Definition

Den Maximalgrad bezeichnen wir mit $\Delta(G) = max_{v \in V} d(v)$ und den Minimalgrad mit $\delta(G) = min_{v \in V} d(v)$. Der Graph G heißt k-regulär, wenn $d(v) = k$ für alle $v \in V$.

Aufgabe 1:

- Zeigen Sie, dass es in jedem schlichten, ungerichteten Graphen mit $|V| \geq 2$ Knoten mindestens zwei Knoten gleichen Grades gibt.
- Geben Sie eine allgemeine Vorschrift an, einen schlichten, ungerichteten Graphen mit $p \geq 2$ Knoten zu konstruieren, in dem $p - 1$ verschiedene Gradzahlen auftreten, $p \in \mathbb{N}$.

Lösung von Aufgabe 1

- Durch das Schubfachprinzip:
  Es gibt $n = |V|$ viele Knoten, aber höchsten den Knotengrad $\Delta(G) = n - 1$, dann verteilen sich aber n Knoten auf $n - 1$ viel Knotengrade, also muss ein mindestens Knotengrad doppelt sein.
- 1. für $|V| = 1$ wähle v_1
  2. für jeden neuen Knoten v_n, verbinde zusätzlich den letzten v_n mit dem ersten v_1, den vorletzten mit den zweiten v_2 usf.

Teil- und Untergraph

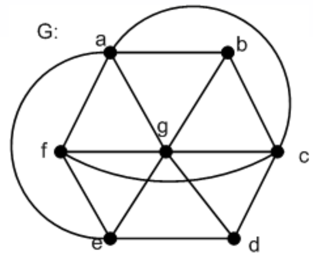
Definition

Sei $G = (V, E)$ ein Graph. Jeder Graph $H = (W, F)$ mit $W \subseteq V$ und $F \subseteq E$ heißt ein **Teilgraph** von G, geschrieben $H \subseteq G$.

Definition

Ein Graph $H = (W, F)$ mit $W \subseteq V$ heißt ein **Untergraph** von $G = (V, E)$, wenn seine Kantenmenge F genau diejenigen Kanten aus E enthält, die zwei Knoten aus W verbinden.
Das wird mit $H \sqsubseteq G$ oder durch $H = G[W]$ notiert.

Aufgabe 2:

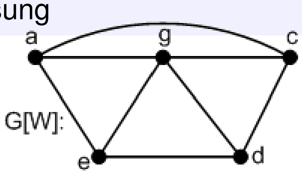


1. Gegeben G und $W = \{a, c, d, e, g\}$.
   Bestimmen Sie bitte $G[W]$.

2. Sei $G_1 = (\mathbb{N}, E_1)$ mit $E_1 = \{(n, m) | n \text{ ist Teiler von } m\}$.
   Sei $G_2 = (\{1, ..., 100\}, E_2)$ mit $E_2 = \{(n, m) | n \text{ ist Teiler von } m\}$.
   Sei $G_3 = (\mathbb{N}, E_3)$ mit $E_3 = \{(n, m) | n \leq m\}$.
   Bestimmen Sie bitte die Teil- und Untergraphbeziehungen dazwischen.

Lösung

1. G[W]:

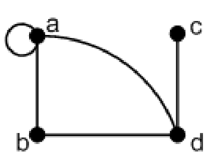


2. $G_2 \subseteq G_1 \subseteq G_3$ und $G_2 \sqsubseteq G_1$

Speicherung

- Adjazenzmatrix für ungerichtete Graphen
  mit $a_{ij} :=$ Anzahl der Kanten mit den inzidenten Knoten v_i und v_j
- Adjazenzmatrix für gerichtete Graphen
  mit $a_{ij} :=$ Anzahl der Kanten mit Anfangsknoten v_i
  und Endknoten v_j
- Inzidenzmatrix für ungerichtete Graphen
  mit $m_{ij} := \begin{cases} 0, & \text{falls } v_i \text{ nicht inzident ist mit } e_j \\ 1, & \text{falls } v_i \text{ eine der Endknoten von } e_j \text{ ist} \\ 2, & \text{falls } v_i \text{ die Endknoten der Schlinge } e_j \text{ ist} \end{cases}$
- Inzidenzmatrix für gerichtete Graphen
  mit $m_{ij} := \begin{cases} 0, & \text{falls } v_i \text{ nicht inzident ist mit } e_j \\ -1, & \text{falls } v_i \text{ die Anfangsknoten von } e_j \text{ ist} \\ +1, & \text{falls } v_i \text{ die Endknoten von } e_j \text{ ist} \end{cases}$
- Nachbarschaftslisten

Aufgabe 3:

Gegeben G mit 

.

1. Geben sie die Adjanzenzmatrix $A(G)$ an.
2. Berechnen Sie bitte $A(G)^2$ und Interpretieren Sie diese.
3. Was beschreibt A^2 für eine beliebige Adjanzenzmatrix A?

Lösung von Aufgabe 3

Lösung

1. Adjanzenzmatrix $A(G) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$
2. $A(G)^2 = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$
   a_{ij} beschreibt im Ausgangsgraphen G die Anzahl Kantenfolgen der Länge 2 von einem Knoten i zu einem Knoten j.
3. Was beschreibt A^2 für eine beliebige Adjanzenzmatrix A? Sei a_{ij} die Adjanzenmatrix, dann ist $c_{ij} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik} \cdot a_{kj}$.
   Dann gibt c_{ij} die Anzahl der Kantenfolgen von v_i nach v_j an, die genau zwei Kanten enthalten.

Wege, Kreise

Definition

- Eine Kantenfolge heißt ein **Weg** von v_0 nach v_k, wenn alle Knoten $v_0, \dots, v_k$ (und damit auch alle Kanten $e_1, \dots, e_k$) voneinander verschieden sind.
- Eine geschlossene Kantenfolge heißt ein **Kreis**[1], wenn alle Knoten $v_0, \dots, v_{k-1}$ und alle Kanten $e_1, \dots, e_k$ voneinander verschieden sind und $v_0 = v_k$ gilt.

[1] bei gerichteten Graphen auch oft **Zyklus**

Aufgabe 4:

Zeigen Sie bitte, dass in einem ungerichteten, zusammenhängenden und schlichten Graphen zwei Wege maximaler Länge immer mindestens einen gemeinsamen Knoten haben.

Lösung von Aufgabe 4

Lösung

Seien $x_1, x_2, ..., x_n$ und $y_1, y_2, ..., y_n$ die beiden maximalen Wege der Länge n. Sei $X := \{x_1, x_2, ..., x_n\}$ und $Y := \{y_1, y_2, ..., y_n\}$ und $X \cap Y = \emptyset$, dann gibt es aber einen Weg von einem x_i zu einem y_j, der keinen Knoten $v \in X \cup Y$ enthält und mindeststens die Länge $l \geq 1$ hat. Dann gibt es 2 Fälle:

$i \geq j$ es gibt den Weg $x_1, ..., x_i, ..., y_j, ..., y_n$ mit der Länge $i + l + n - j \geq n + l > n$, Widerspruch, da dann n nicht maximale Weglänge.

$i < j$ es gibt den Weg $y_1, ..., y_j, ..., x_i, ..., n_n$ mit der Länge $j + l + n - i \geq n + l + 1 > n$, Widerspruch, da dann n nicht maximale Weglänge.

Also kann nicht $X \cap Y = \emptyset$ gelten, also gibt es einen gemeinsamen Knoten.

Zusammenhang

- Zusammenhang
- Komponenten
- starke Komponenten
- schwache Komponenten

Aufgabe 5:

Berechnen Sie bitte die starken Komponenten mit Hilfe der Relation
$R = \{(v, w)|$ es gibt eine Kante $v, ..., w\}$:

Lösung

$t(r(R))$ beschreibt alle Wege (auch der Länge 0)
$t(r(R)) \cap t(r(R))^{-1}$
beschreibt alle Wege, für die es auch einen zurück gibt
ist Äquivalenzrelation
Die Äquivalenzklassen sind nun die starken Komponenten.

Kürzeste Wege

- BFS
- kantenbewertete Graphen
- Dijkstra
- A*

Planare Graphen

- planar
- Graphminor

Satz von Kuratowski

Ein Graph $G = (V, E)$ ist genau dann nichtplanar, wenn der zugrundeliegende ungerichtete Graph einen Teilgraphen besitzt, der isomorph ist zu

1. dem Graphen K_5 oder
2. dem Graphen $K_{3,3}$ oder
3. einer Unterteilung der beiden.

Satz von Wagner

Ein Graph G ist genau dann planar, wenn weder K_5 noch $K_{3,3}$ ein Minor von G ist

Eulersche Polyederformel für die Ebene

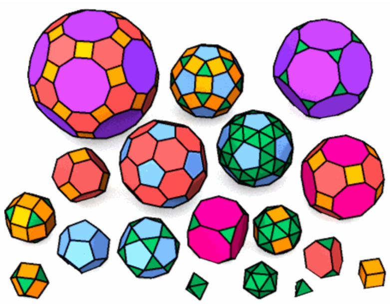
Satz

Ist $G = (V, E)$ ein planarer Graph,

1. der zusammenhängt, dann gilt: $|V| - |E| + |F| = 2$
2. mit K Komponenten, dann gilt: $|V| - |E| + |F| = 1 + |K|$

Für diesen Satz gibt es eine Vielzahl von Beweisen.

Unter http://www.ics.uci.edu/ eppstein/junkyard/euler/ finden sich schon mal 19 Stück
... und nur zwei davon machen wir!



http://www.3d-meier.de/Videos/Polyeder/Seite0.html

Färbung

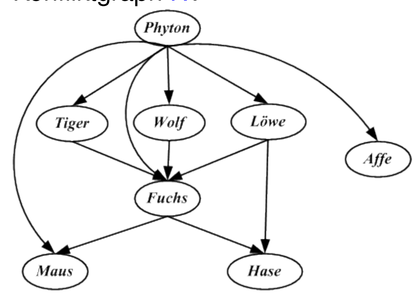
- chromatische Zahl
- 4-Farbensatz
- 5-Farbensatz
- Konfliktgraphen
- Algorithmen

ZOO

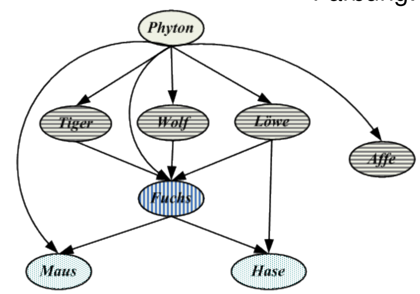
Im Zoo sollen möglichst viele Tiere in gemeinsame Gehege ohne, dass sie sich fressen. Die Tiere sind : Löwe, Tiger , Phyton, Wolf, Fuchs, Hase, Maus, Affe.
Wieviel Gehege sind notwendig?

Lösung

Konfliktgraph K:



Färbung:



$\chi(K) = 4$ also 4 Gehege.

Baum

- Wurzelbaum
- Suchbaum
- Binärer Baum
- AVL-Baum
- Gerüst
- Minimales Gerüst
- Algorithmen

Aufgabe 6:

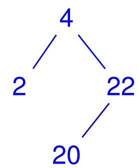
Hat ein Baum nur isomorphe Gerüste?

Lösung

Indirekte Argumentation: nicht-isomorphe Gerüste $\Longrightarrow$ kein Baum:
Seien $G_1 \subseteq G$ und $G_2 \subseteq G$ nicht-isomorphe Gerüste von G, dann gibt es eine Kante $e \in G_1$ mit $e \notin G_2$, da beide Gerüste sind und nicht isomorph. Also enthält G mindestens ein Kreis, da G_2 ein Baum ist und e eine zusätzliche Kante und beide in G sind.
Also ist G kein Baum

AVL-Bäume

Gegeben sei dieser AVL-Baum:



Fügen Sie folgende Zahlen in der **vorgegebenen** Reihenfolge in diesen AVL-Baum ein: $18, 6, 8, 10, 5, 9, 7$. Geben Sie die durchgeführten Operationen und die betroffenen Knoten an.

Lösung von Aufgabe 6

18 wird links unterhalb von 20 eingefügt. Bei Knoten 22 tritt eine Imbalance auf. Es ist eine Rechtsrotation um (22) notwendig.

6 wird links unterhalb von 18 eingefügt. Bei Knoten 4 tritt eine Imbalance auf. Es liegt ein Problemsituation links vor.

8 wird rechts unterhalb von 6 eingefügt. Es tritt keine Imbalance auf.

10 wird rechts unterhalb von 8 eingefügt. Bei Knoten 6 tritt eine Imbalance auf. Es ist eine Linksrotation notwendig.

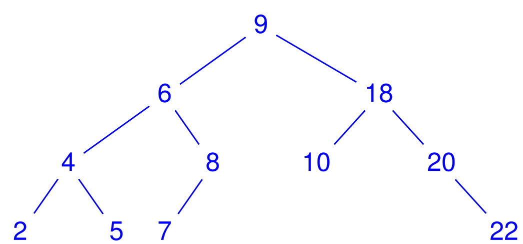
5 wird links unterhalb von 6 eingefügt. Bei Knoten 4 tritt eine Imbalance auf. Es liegt ein Problemsituation links vor.

9 wird links unterhalb von 10 eingefügt. Bei Knoten 8 tritt eine Imbalance auf. Es liegt ein Problemsituation links vor. Der linke Teilbaum ist nun vollständig!

7 wird links unterhalb der 8 eingefügt. Bei Knoten 18 tritt eine Imbalance auf. Es liegt ein Problemsituation rechts vor.

Lösung von Aufgabe 6

Das Ergebnis ist:

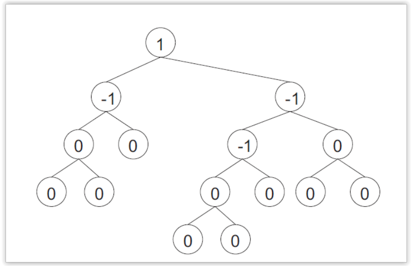


AVL Baum

Ist die Aussage, dass in einem AVL-Baum der Höhe h sich jedes Blatt in der Ebene h oder $h-1$ befindet, Wahr oder falsch?
Bitte widerlegen Sie die Aussage durch ein Gegenbeispiel oder zeigen Sie diese Behauptung durch einen Beweis mittels vollständiger Induktion.
Die Wurzel sei dabei Ebene eins und deren Söhne auf Ebene zwei usw.

Lösung von Aufgabe 6

In den Knoten ist der Balance-Faktor $(bal(x) = ($ Höhe des rechten Unterbaumes von $x) - ($ Höhe des linken Unterbaumes von $x))$ dargestellt. Der Baum hat die Höhe $h = 5$. Blätter befinden sich auf Ebene drei $(= h - 2)$, vier $(= h - 1)$und fünf $(= h - 0)$.



Beachten Sie: Ein Blatt kann frühestens auf Ebene zwei auftauchen, womit der Baum als Gegenbeispiel mindestens die Höhe vier haben muss!

Fluss

Definition

Ein *Fluss* in G von der Quelle $q = v_1$ zu der Senke $s = v_n$ ist eine Funktion f, die jeder Kante $e_{ij} \in E$ eine nichtnegative rationale Zahl zuordnet, so dass

1. für jede Kante $e_{ij} : f(e_{ij}) \leq c(e_{ij})$ gilt (Kapazitätsbeschränkung),
2. der gesamte Fluss, der von der Quelle v_1 wegtransportiert wird, in vollem Umfang an der Senke v_n eintrifft, $\sum_{e_{1j} \in O(q)} f(e_{1j}) = \sum_{e_{in} \in I(s)} f(e_{in})$ und
3. für jeden übrigen Knoten, den sogenannten *inneren Knoten*, werden eintreffende Mengen des Gutes verlustlos weitergeleitet, d.h. es gilt die **Flusserhaltung**: $\forall j \in \{1, \dots n\} : \sum_{e_{ij} \in O(v_i), e_{ji} \in I(v_i)} (f(e_{ij}) - f(e_{ji})) = 0$

Flüsse

- Wert des Flusses
- Komplement
- Schnitte $A(X, \overline{X})$, $A^+(X, \overline{X})$, $A^-(X, \overline{X})$
- Erster Fluss-Satz:
  Der Wert des Fluses ist für jeden Schnitt gleich dem herauslaufende Fluss minus dem hineinlaufenden Fluss
- Zweiter Fluss-Satz:
  Es gibt entweder einen vergrößernden Weg oder einen maximalen Schnitt $A(X, \overline{X})$.

Aufgabe 7:

Wieviel Kreise hat K_4,
wenn Kreise mit unterschiedlichen Anfangsknoten unterschieden werden?

Lösung

Kreise mit 4 Knoten: $4!$
und Kreise mit 3 Knoten: $4!$
also $4! + 4! = 48$

Eulerkreis

Definition

- Eine geschlossene Kantenfolge, die jede Kante eines Graphen genau einmal enthält, heißt eine *Eulerkreis*.
- Ein Graph, der einen Eulerkreis besitzt, heißt ein *eulerscher Graph*.
- Eine Kantenfolge, die jede Kante eines Graphen genau einmal enthält und nicht geschlossen ist, heißt ein *Eulerpfad*.

Satz

- Ein ungerichteter Graph besitzt genau dann eine Eulerkreis, wenn jeder Knoten einen geraden Grad besitzt.
- Ein ungerichteter Graph besitzt genau dann einen Eulerpfad, wenn genau zwei Knoten einen ungeraden Grad besitzen. Diese beiden Knoten sind der erste und der letzte Knoten des Eulerpfads.

Hamiltonscher Kreis

Definition

Ein **Hamiltonscher Weg** in einem Graphen G ist ein Weg, der jeden Knoten von G **genau einmal** enthält.
Ein **Hamiltonscher Kreis** (oder Hamiltonischer Zyklus) in einem Graphen G ist ein Kreis, der jeden Knoten von G enthält.
Ein Graph heißt hamiltonsch, wenn er einen hamiltonschen Kreis enthält.

Graphmorphismen

Definition

Seien G und H Graphen über C. Ein **Graphmorphismus** $f : G \to H$ von G nach H ist ein Paar von Abbildungen $f = \langle f_V : V_G \to V_H, f_E : E_G \to E_H \rangle$, so dass für alle $e \in E_G$ und alle $v \in V_G$ gilt:

- $f_V(s_G(e)) = s_H(f_E(e))$ und $f_V(t_G(e)) = t_H(f_E(e))$
  (Bewahrung von Quelle und Ziel)
- $l_G(v) = l_H(f_V(v))$ und $m_G(e) = m_H(f_E(e))$
  (Bewahrung von Markierungen)

Definition

Ein Graphmorphismus $f = \langle f_V, f_E \rangle$ heißt **injektiv (surjektiv, bijektiv)**, wenn f_V und f_E injektiv (surjektiv, bijektiv) sind.
Zwei Graphmorphismen $f, g\colon G \to H$ sind **gleich**, in Zeichen $f = g$, wenn $f_V = g_V$ und $f_E = g_E$ gilt, d.h $f_V(v) = g_V(v)$ für alle $v \in V_G$ und $f_E(e) = g_E(e)$ für alle $e \in E_G$ gilt.
Ein bijektiver Graphmorphismus $f\colon G \to H$ heißt *Isomorphismus*. In diesem Fall heißen G und H **isomorph**, in Zeichen $G \cong H$.
Ein **abstrakter Graph** $[G]$ ist die Isomorphieklasse eines Graphen G:

$$[G] = \{G' \mid G \cong G'\}.$$

Graphersetzungsregel

Definition

Eine **Graphersetzungsregel** (kurz **Regel**) über C hat die Form

$$r = \langle L \supseteq K \subseteq R \rangle$$

wobei L, K, und R Graphen über C sind.
L heißt **linke Seite**, R **rechte Seite** und K **Klebegraph** von r.

Anwendung von $r = \langle L \supseteq K \subseteq R \rangle$ auf G (skizziert):

1. Wähle ein Vorkommen von L in G,
   d.h. einen Graphmorphismus $g\colon L \to G$.
2. Überprüfe die Kontakt- und Identifikationsbedingung.
3. Lösche $g(L{-}K)$,
   d.h. alle Kanten in $g_E(E_L{-}E_K)$ und alle Knoten in $g_V(V_L{-}V_K)$.
   Zwischenergebnis: $D = G - g(L{-}K)$.
4. Füge $R{-}K$ hinzu,
   d.h. alle Knoten in $V_R - V_K$ und alle Kanten in $E_R{-}E_K$.
   Ergebnis: $H = D{+}(R{-}K)$.

$$\begin{tikzcd}
L \arrow[r, phantom, "\supseteq"] \arrow[d, "g"] \arrow[dr, phantom, "="] & K \arrow[r, phantom, "\subseteq"] \arrow[d, "d"] \arrow[dr, phantom, "="] & R \arrow[d, "h"] \\
G \arrow[r, phantom, "\supseteq"] & D \arrow[r, phantom, "\subseteq"] & H
\end{tikzcd}$$

Löschen

Satz

Seien L und K Graphen mit $K \subseteq L$ und $g\colon L \to G$ ein Graphmorphismus, der die folgenden Bedingungen erfüllt:

$$\begin{tikzcd}
L \arrow[r, phantom, "\supseteq"] \arrow[d, "g"] & K \arrow[d, "d"] \\
G \arrow[r, phantom, "\subseteq"] & D
\end{tikzcd}$$

- **Kontaktbedingung**:
  Für alle $e \in E_G{-}g_E(E_L)$: $s_G(e), t_G(e) \in V_G{-}g_V(V_L{-}V_K)$.
- **Identifikationsbed.**:
  Für alle $x, y \in L$: $g(x) = g(y)$ impl. $x = y$ oder $x, y \in K$.

($x \in L$ steht für $x \in V_L \cup E_L$)

Dann ist $D = (V_D, E_D, s_D, t_D, l_D, m_D)$ ein Teilgraph von G mit:

$$\begin{array}{lcllcl}
V_D & = & V_G{-}g_V(V_L{-}V_K) & \text{und } E_D & = & E_G{-}g_E(E_L{-}E_K) \\
s_D & = & s_G|_{E_D} & \text{und } t_D & = & t_G|_{E_D} \\
l_D & = & l_G|_{V_D} & \text{und } m_D & = & m_G|_{E_D}
\end{array}$$

Hinzufügen/Verkleben

Satz

Seien K und R Graphen mit $K \subseteq R$ und $d\colon K \to D$ ein Graphmorphismus.
Dann ist $H = (V_H, E_H, s_H, t_H, l_H, m_H)$ mit

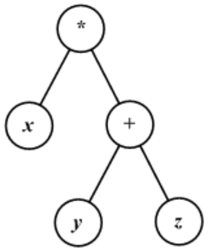
$$\begin{tikzcd}
K \arrow[r, phantom, "\subseteq"] \arrow[d, "d"] & R \arrow[d, "h"] \\
D \arrow[r, phantom, "\subseteq"] & H
\end{tikzcd}$$

$$V_H = V_D{+}(V_R{-}V_K)$$
$$E_H = E_D{+}(E_R{-}E_K)$$
$$s_H\colon E_H \to V_H \text{ mit } s_H(e) = \begin{cases} s_D(e) & \text{für } e \in E_D \\ d_V(s_R(e)) & \text{für } e \in E_R{-}E_K \text{ mit } s_R(e) \in V_K \\ s_R(e) & \text{sonst} \end{cases}$$
$$t_H\colon E_H \to V_H \text{ analog zu } s_H$$
$$l_H\colon V_H \to C_V \text{ mit } l_H(v) = \begin{cases} l_D(v) & \text{für } v \in V_D \\ l_R(v) & \text{sonst} \end{cases}$$
$$m_H\colon E_H \to C_E \text{ analog zu } l_H$$

ein Graph, die **Verklebung** von D und R gemäß d.

Aufgabe 8:

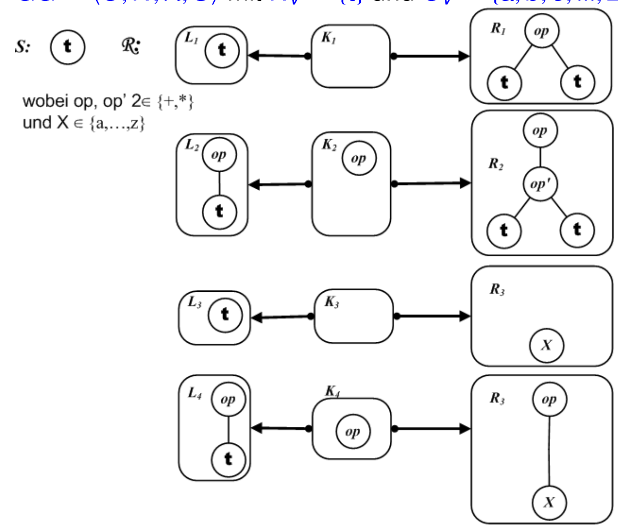
Betrachten Sie bitte die Baumdarstellung der arithmetischen Ausdrücke, z.B.:



1. Geben Sie bitte ein Graphgrammatik an, dass diese Bäume für die Multiplikation und Addition erzeugt.
2. Geben Sie das Distributivgesetz $x * (y + z) = x * y + x * z$ als Graphregel an!

Lösung von Aufgabe 8

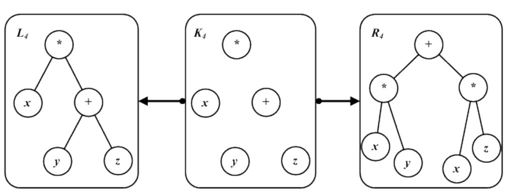
1. $GG = \langle C, N, \mathcal{R}, S\rangle$ mit $N_V = \{\mathbf{t}\}$ und $C_V = \{a, b, c, ..., z, +, *, \mathbf{t}\}$ und



Lösung von Aufgabe 8

Lösung

2.



Eigenschaften

- Mächtigkeit
- Unabhängigkeit

Stellen-Transition-Netz

Definition (S/T-Netz)

Ein *S/T-Netz* ist ein 3-Tupel $N = (P, T, W)$, für das gilt:

1. P und T sind Mengen, deren Elemente *Stellen (places)* bzw. *Transitionen* genannt werden mit $P \cap T = \emptyset$.
2. $W : (P \times T) \cup (T \times P) \to \mathbb{N}$ ordnet jeder Kante ihr *Kantengewicht* zu.

Definition (S/T-Netz mit Kapazitäten)

Ein *S/T-Netz* mit Kapazitäten ist ein 4-Tupel $N = (P, T, W, K)$ für das gilt:

1. (P, T, W) ist S/T-Netz.
2. $K : P \to \mathbb{N}^{\omega}$ erklärt eine (möglicherweise unbeschränkte) *Kapazität* für jede Stelle.