Graphentheoretische Konzepte und Algorithmen
Übungsaufgabe 1

WiSe 18/19

Deckblatt

Besprechung am 22.11.2018

J. Padberg

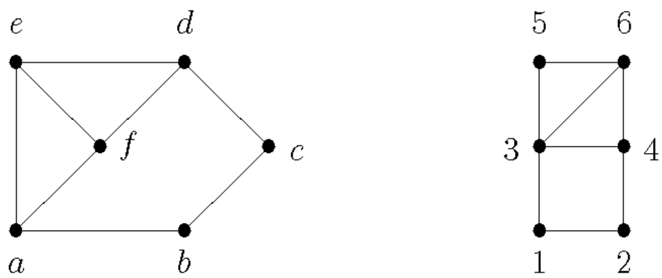
HINWEISE zur Bearbeitung des Blattes:

- Bearbeiten Sie bitte das Blatt zu zweit.
- Geben Sie bitte Ihren Name und Ihr Team an:

Team	
Name	
Name	

- Bitte geben Sie Ihre Lösungen lesbar auf den ausgedruckten Hausaufgaben an.
- Heften Sie bitte die Blätter zusammen!!

Aufgabe I:
Sind die beiden folgenden Graphen isomorph? Geben Sie entweder einen Isomorphismus an, oder begründen Sie, warum keiner existiert.



Aufgabe II:
Existiert ein schlichter Graph mit fünf Knoten und den folgenden Knotengraden?
Wenn ja, wie groß ist die Anzahl der Kanten?
Falls möglich, zeichnen Sie einen Graphen mit den gegebenen Eigenschaften.

1. $3, 3, 3, 3, 2$:
   Begründung:

2. $1, 2, 3, 4, 4$:
   Begründung:

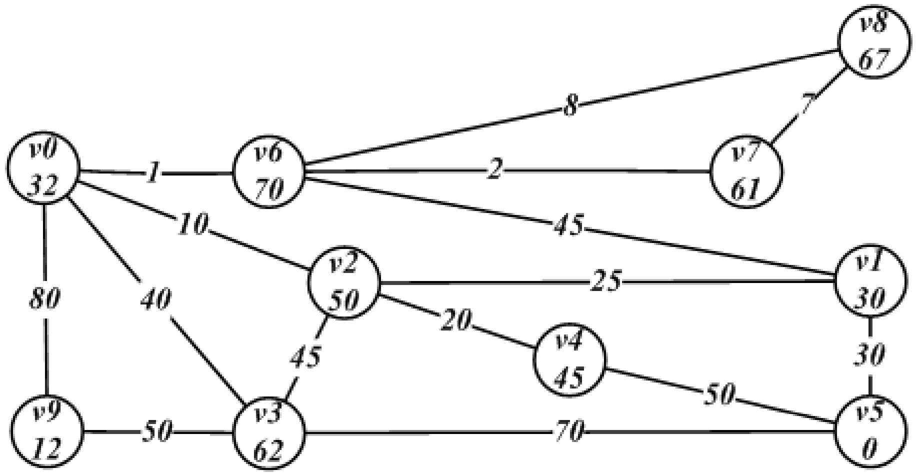
Fortsetzung der Aufgabe II:

3. $0, 1, 2, 2, 3$:
   Begründung:

4. $1, 2, 3, 4, 5$:
   Begründung:

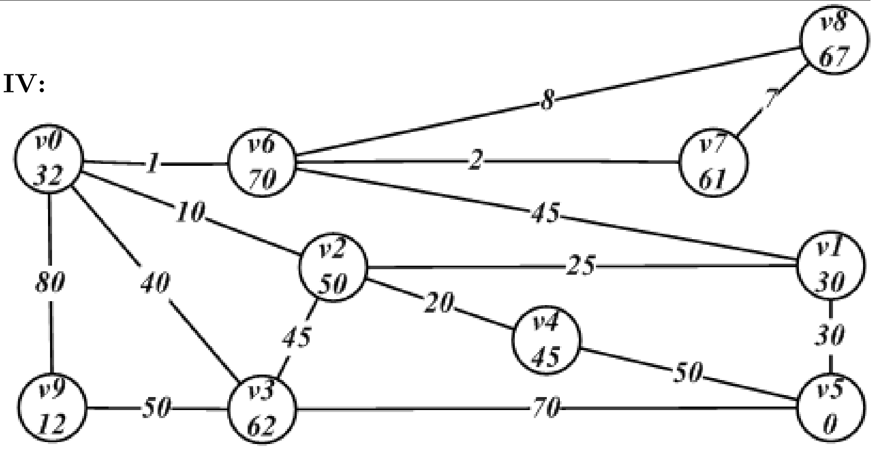
Aufgabe III:
Bitte bestimmen Sie die Anzahl von Kanten in vollständigen, bipartiten Graphen $K_{n,n}$.
Geben Sie $K_{1,1}$, $K_{2,2}$ und $K_{3,3}$ an.
Beweisen Sie bitte diesen Zusammenhang.

Aufgabe IV:
Gegeben sei



1. Berechnen Sie bitte mit Hilfe des Dijkstra-Algorithmus den kürzesten Weg von $v0$ nach $v5$. Die Heuristik ignorieren Sie bitte.

Fortsetzung der Aufgabe IV:

2. 

   Berechnen Sie bitte mit Hilfe des A*-Algorithmus den kürzesten Weg von $v0$ nach $v5$. Die Heuristik ist fest und im Knoten angegeben.

3. Was stellen Sie im Vergleich fest?

Aufgabe V:

In Nord-Amerika werden bestimmte Fernsehkanäle den Fernsehstationen so zugeteilt, daß niemals zwei Stationen, die weniger als 150 Meilen voneinander entfernt sind, denselben Kanal verwenden.
Wieviele verschiedene Kanäle werden dann für die sechs Stationen benötigt, deren Entfernungen voneinander in der folgenden Tabelle gegeben sind?

	1	2	3	4	5	6
1	-	85	175	200	50	100
2	85	-	125	175	100	160
3	175	125	-	100	200	250
4	200	175	100	-	210	220
5	50	100	200	210	-	100
6	100	160	250	220	100	-

Aufgabe VI:
Bitte zeigen Sie, dass es für jeden Graphen eine Ordnung gibt, so dass der Greedy-Algorithmus optimal ist.

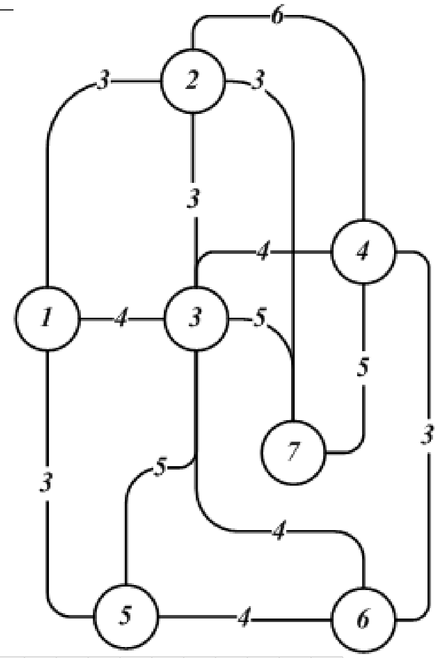
Aufgabe VII:
Ein Graph mit $\chi(G) = k$ heißt kritisch k-chromatisch, wenn er sich durch Entfernen einer beliebigen Kante der chromatische Index von G $\chi(G) = k$ verringert, also wenn gilt:

$$\chi(G \setminus e) = k - 1$$

1. Geben Sie bitte für $k = 2, 3, ...$ eine Familie von kritisch k-chromatischen Graphen an.

2. Geben Sie bitte für $n = 3, 5, ...$ eine Familie von kritisch 3-chromatischen Graphen mit n Knoten an.

Aufgabe VIII:



1. Geben Sie bitte 3 nicht-isomorphe Gerüste für den folgenden Graph an.
   Dabei ignorieren Sie jetzt erstmal die Kantenbewertung.

2. Bestimmen Sie bitte mittels des Algorithmus von Kruskal das Minimalgerüst.

Aufgabe IX:

1. Stellen Sie bitte für AVL-Bäume die „Problemsituation Rechts“ schematisch dar.

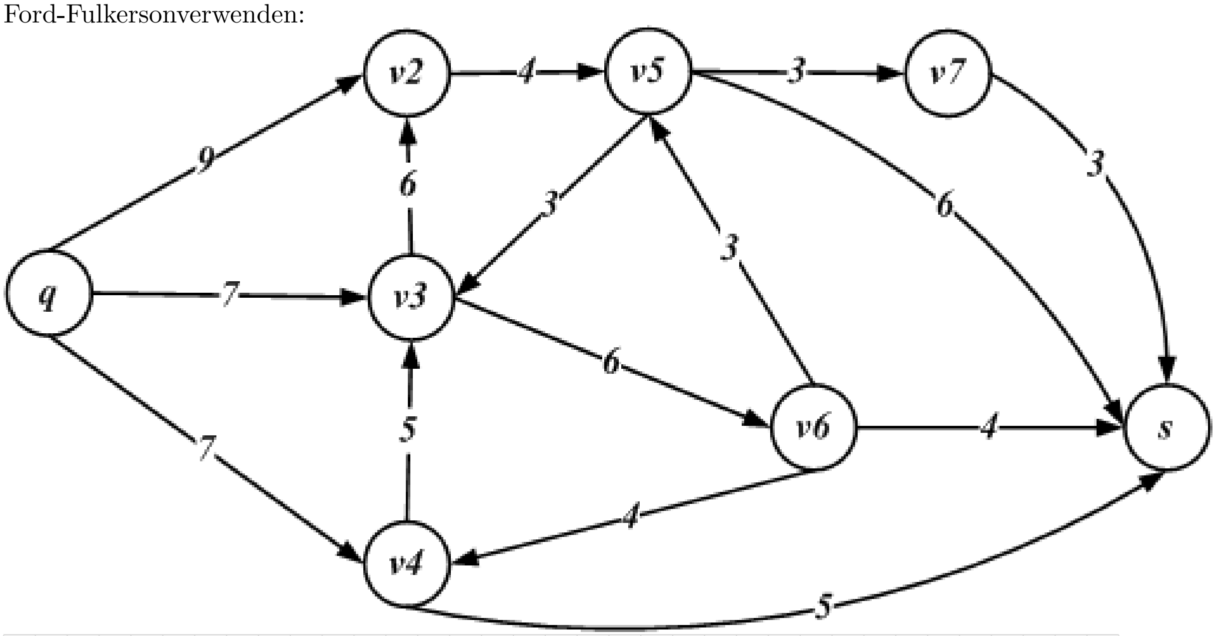
2. Geben Sie ein konkretes Beipiel dafür an.

Fortsetzung der Aufgabe IX:

3. Konstruieren sie de AVL-Baum für die Ordnung $\leq$ auf Zahlen in dieser Reihenfolge:

$$5, 1, 2, 3, 8, 11, 7, 9, 10$$

Aufgabe X:
Finden Sie zu dem nachfolgenden Netzwerk N den maximalen Fluss f, indem Sie den Algorithmus von Ford-Fulkersonverwenden:



Aufgabe XI:

1. Geben Sie bitte mit Begründung einen zusammenhängenden Graphen an, der einen Hamiltonkreis, aber keinen Eulerkreis enthält.

2. Geben Sie bitte mit Begründung einen zusammenhängenden Graphen an, der einen Eulerkreis, aber keinen Hamiltonkreis enthält.