Graphentheoretische Konzepte und Algorithmen

SoSe 2013

Probeklausur vom 17. Juni 2013
Deckblatt

J. Padberg

Bitte prüfen Sie zuerst, dass Ihr Klausurexemplar **10 Seiten** hat.

Bitte heften Sie die Lösungen an das ausgefüllte Deckblatt.

Bitte schreiben Sie auf **jedes** Blatt, dass Sie abgeben, Ihren Namen und Matrikelnummer und vermerken Sie bitte an der Aufgabe, falls Sie zusätzliche Blätter zur Lösung benutzt haben.

Name	
Matrikelnummer	

DAUER: Für die Bearbeitung sind 90 Minuten vorgesehen.

Bewertung:

Klausurpunkte	Leistungspunkte
> 100	15
≥ 96	14
≥ 91	13
≥ 86	12
≥ 81	11
≥ 76	10
≥ 71	9
≥ 66	8
≥ 61	7
≥ 56	6
≥ 50	5
< 50	0-4

Erlaubte Hilfsmittel:

- 3 doppelseitig beschriftete Seiten mit Notizen
- Papier und Schreibgerät
- und sonst nichts:
  - keine Folienkopien
  - kein Skript
  - **keine elektronischen Geräte** (kein Taschenrechner, kein Laptop, kein PDA, kein Handy, etc.)

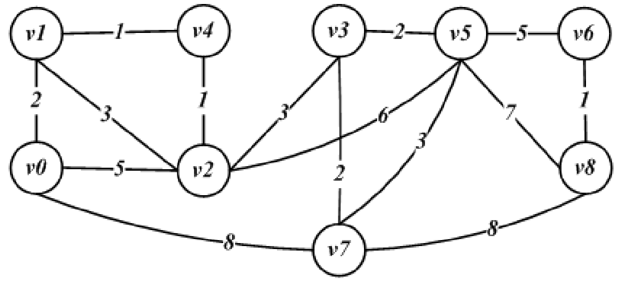
I	
II	
III	
IV	
V	
VI	
VII	
VIII	

Erreichte Leistungspunkte:

Name	
Matrikelnummer	

Aufgabe I: .... **15 Punkte**

Gegeben sei dieser gewichtete Graph: Berechnen Sie mit Hilfe des Dijkstra-Algorithmus den kürzesten Weg von $v0$ nach $v8$.



Name	
Matrikelnummer	

Aufgabe II: .... **15 Punkte**

Wahr oder Falsch?? **Jeweils** .... **1 Punkt**
Bitte begründen Sie Ihre Aussage. **Jeweils** .... **2 Punkte**

1. Es gibt bipartite 5-reguläre Graphen. ☐ wahr oder ☐ falsch
   Begründung:

2. In einem vollständigen Graphen gibt es mindestens so viele Eulerkreise wie Knoten. ☐ wahr oder ☐ falsch
   Begründung:

3. Es gibt Bäume mit genau einem Blatt. ☐ wahr oder ☐ falsch
   Begründung:

4. In jedem Netzwerk ist der Fluss, der jeder Kante den Wert 1 zuordnet, zulässig. ☐ wahr oder ☐ falsch
   Begründung:

5. Es gibt k-reguläre Graphen mit $k > 1$, die Bäume sind. ☐ wahr oder ☐ falsch
   Begründung:

Name	
Matrikelnummer	

Aufgabe III: .... **15 Punkte**

Gegeben die folgende Adjazenzmatrix:

$$A(G) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

1. Geben Sie bitte den dazugehörigen Graphen G an. .... **5 Punkte**

Name	
Matrikelnummer	

Fortsetzung der Aufgabe III:

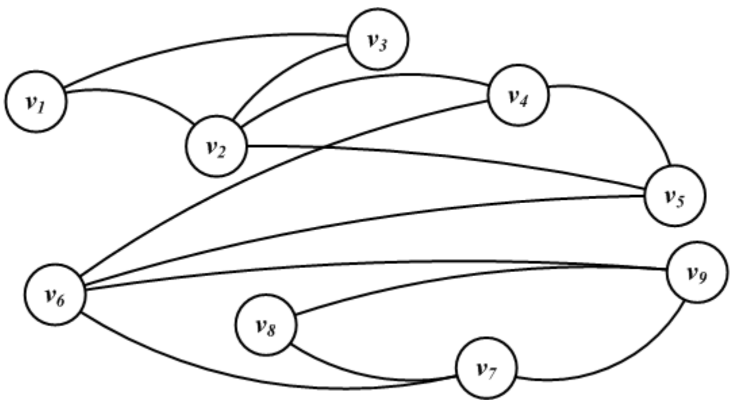
2. Geben Sie bitte die dazugehörige Inzidenzmatrix $M(G)$ an. .... **5 Punkte**

3. Was bedeutet die Addition zweier Adjazenzmatrizen, also $A(G_1)+A(G_2)$? **5 Punkte**

Name	
Matrikelnummer	

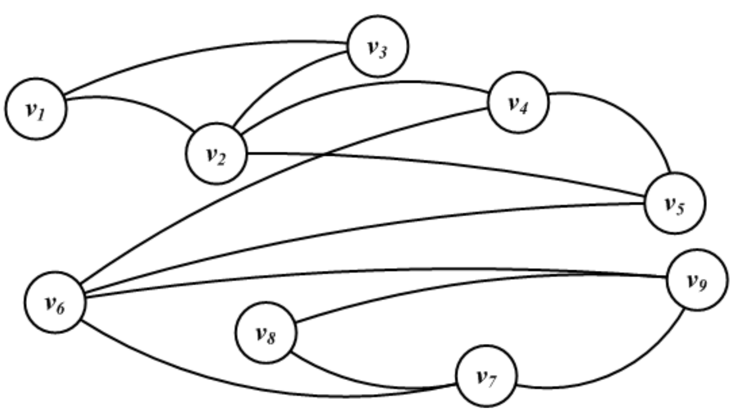
Aufgabe IV: . . . . **15 Punkte**

1. Färben Sie den gegebenen Graph G bitte mit dem einfachen Greedy-Algorithmus, wobei sich die Ordnung aus der Indizierung der Knoten ergibt, also $v_1, v_2, ..., v_9$. . . . . **6 Punkte**



2. Geben Sie für diesen graphen eine Reihenfolge der Knoten und den so gefärbten Graphen an, so dass der einfachen Greedy-Algorithmus eine nicht optimale Färbung erzielt. . . . . **9 Punkte**

Ordnung:



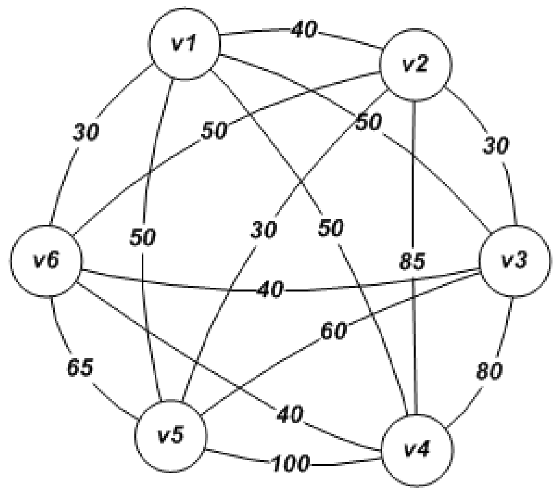
Name	
Matrikelnummer	

Aufgabe V: .... 15 Punkte

Beweisen Sie bitte, dass für einen ungerichteten, schlichten Graphen G mit Maximalgrad $\Delta(G)$ die chromatische Zahl $\chi(G) \leq \Delta(G) + 1$ ist.
Tip: Induktion!

Name	
Matrikelnummer	

Aufgabe VI: .... **15 Punkte**



Gegeben dieser vollständige und gewichtete Graph K_6. Finden Sie mit dem „Nächstgelegener Knoten"-Algorithmus einen möglichst kurze Rundreise, die bei $v1$ beginnt.

Name	
Matrikelnummer	

Aufgabe VII: .... **15 Punkte**

Erläutern Sie, die Mächtigkeit von Graphgrammatiken. Nehmen Sie Bezug auf die Turingmaschinen und erläutern Sie die zugrunde liegenden Konstruktionen. .. **15 Punkte**

Name	
Matrikelnummer	

Aufgabe VIII: .... **15 Punkte**

1. Geben Sie bitte einen möglichst kleinen Graphen mit 3 schwachen und 3 starken Komponenten an. .... **5 Punkte**

2. Gibt es

   - mindestens so viele schwache wie starke Komponenten oder
   - mindestens so viele starke wie schwache Komponenten ?

   Bitte begründen Sie Ihre Antwort. .... **10 Punkte**