

1. Ejercicio de Optimización No Lineal

Considera la función

$$f(x) = a(x_1^2 - x_2^2)^2 + (x_1 - 1)^2 + (x_3 - 1)^2 + b(x_3^2 - x_4)^2 + c[(x_2 - 1)^2 + (x_4 - 1)^2] + d(x_2 - 1)(x_4 - 1),$$

con los valores de los parámetros a, b, c, d que tienes asignados.

1. Escribe las condiciones necesarias de primer y segundo orden para la minimización de la función que tienes asignada. ¿Puedes identificar algún punto que las cumpla? En caso afirmativo, ¿cumple dicho punto las condiciones suficientes de segundo orden?
2. Considera el punto $X_a = (0, 0, 0, 0)$ y la dirección $d = (1, 1, 1, 1)$. Comprueba si d es una dirección de descenso para f en X_a .
3. Resuelve con AMPL la instancia que tienes asignada. Para ello crea un fichero .mod que represente la formulación del apartado anterior y un fichero .dat con tus datos numéricos. Utiliza como punto inicial el punto $X_a = (0, 0, 0, 0)$.
4. Considera ahora el problema de minimizar $f(x)$ en el dominio definido por $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 1$. Escribe las condiciones de Karush-Khun-Tucker. ¿Puedes identificar algún punto que las cumpla?
5. Resuelve con AMPL la instancia que tienes asignada incluyendo la nueva restricción. ¿Cuál es la solución obtenida? ¿Cuál es el valor de la función objetivo? Comprueba que dicha solución cumple las condiciones de KKT e indica el valor del multiplicador.

Documentación a entregar:

- a) Las condiciones necesarias de primer y segundo orden para la minimización de la función que tienes asignada. Si has identificado algún punto que las cumpla, el punto obtenido y la comprobación de si verifica o no las condiciones suficientes de segundo orden
- b) Los cálculos realizados para comprobar si d es o no una dirección de descenso en X_a .
- c) El fichero .mod y el fichero .dat utilizados con AMPL.
- d) Un screenshot de la ejecución de AMPL en el que se vea el valor óptimo del problema y los valores de las variables en la solución óptima obtenida en el apartado 3.
- e) Las condiciones de KKT aplicadas a la minimización de la función que tienes asignada cuando se añade la restricción.
- f) Un screenshot de la ejecución de AMPL en el que se vea el valor óptimo del apartado 4 y los valores de las variables en la solución óptima. La comprobación de si dicha solución cumple o no las condiciones de KKT.
- g) Todos los comentarios que creas conveniente incluir.

2. Ejercicio de Programación Lineal

(Resolución de un problema de PL usando el algoritmo del simplex)

1. Considera la instancia de programación lineal que tienes asignada y escribe la formulación del correspondiente problema de programación lineal.
2. Considera una base factible inicial (puede ser la formada por las variables de holgura), obtén la solución básica asociada y comprueba si cumple o no las condiciones de optimalidad. En caso de no ser óptima realiza manualmente una iteración del algoritmo del simplex.
3. Resuelve con AMPL la instancia que tienes asignada. Para ello crea un fichero .mod que represente la formulación del apartado anterior y un fichero .dat con tus datos numéricos.
4. Indica una base óptima, así como la solución básica asociada. Comprueba manualmente que dicha base cumple las condiciones de optimalidad para un problema de programación lineal.

Documentación a entregar:

- a) La formulación del apartado 1
- b) La base inicial del apartado 2 y su solución básica asociada. Los cálculos numéricos correspondientes a la iteración del algoritmo del simplex realizada.
- c) El fichero .mod y el fichero .dat utilizados con AMPL.
- d) Un screenshot de la ejecución de AMPL en el que se vea el valor óptimo del problema y los valores de las variables en la solución óptima.
- e) Todos los comentarios que creas conveniente incluir.

3. Ejercicio de Flujos en Redes

Considera la instancia del problema de flujos en redes que tienes asignado. Supón que los únicos nodos de producción son los nodos 1 y 3, cada uno de ellos con una producción de 400. Supón asimismo que los únicos nodos con demanda son los nodos 2 y 4, y que la demanda de cada uno de ellos es también 400. Comprueba que la instancia define un grafo conexo. En caso contrario contacta con la profesora.

1. Formula el problema de flujo de coste mínimo utilizando la matriz de incidencias nodos-arcos que contiene tu fichero de datos.
2. Resuelve con AMPL la instancia que tienes asignada. Para ello crea un fichero .mod que represente la formulación de flujos en redes y un fichero .dat con tus datos numéricos.
3. Dibuja la solución obtenida, especificando los arcos básicos y los arcos no básicos, así como los flujos que circula por cada uno de ellos.

Documentación a entregar:

- a) La formulación del apartado 1
- b) El fichero .mod y el fichero .dat utilizados con AMPL.
- c) Un screenshot de la ejecución de AMPL en el que se vea el valor óptimo del problema y los valores de las variables en la solución óptima.
- d) La representación gráfica de la solución óptima junto con la información requerida en el apartado 2.
- e) Todos los comentarios que creas conveniente incluir. Se valorará muy positivamente la obtención de una base factible inicial y la realización manual de una iteración (cualquiera) del algoritmo del Simplex.

4. Ejercicio de Programación Lineal Entera

Considera la instancia del problema de programación lineal entera que tienes asignado.

1. A partir de la solución óptima de la relajación lineal obtén todos los cortes de Gomory que puedas identificar. Elige uno de ellos arbitrariamente e incorpóralo a la formulación. Reoptimiza el nuevo problema utilizando AMPL . Observa la nueva solución obtenida y, en particular, el valor de la función objetivo.
2. Resuelve el problema de programación lineal entera que tienes asignado por el método de Branch and Bound. Utiliza las penalizaciones para la selección de las variables de ramificación y de los subproblemas candidatos. Resuelve con AMPL los subproblemas candidatos. Utiliza los criterios de factibilidad y acotación vistos en clase para eliminar los subproblemas. Cual es la solución óptima del problema?

Documentación a entregar:

- a) Los cálculos manuales para la obtención de los cortes de Gomory del apartado 1. La comparación de los valores de la función objetivo de la solución inicial y la obtenida después de la reoptimización.
- b) La representación gráfica del árbol de exploración en la resolución del problema por Branch and Bound. El detalle de la obtención de las penalizaciones (como mínimo en el nodo raíz). Los valores de las cotas obtenidas en los distintos nodos y el detalle de la aplicación de los criterios de eliminación.
- c) Todos los comentarios que creas conveniente incluir.