# Ejemplos de Modelización

## Planificación de la producció:

| | Consum unitari mà obra (h) | Consum unitari fusta (kg) | Consum plastic (kg) | Benefici unitari (€) | $x^*$ (kg) |
|---|---|---|---|---|---|
| **Producte A** | 1 | 3 | 2 | 300 | 50 |
| **Producte B** | 2 | 2 | - | 250 | 50 |
| **Disponibilitat** | 150h/dia | 300kg/dia | 100kg/dia | | |

Construir un modelo de Programación Matemática

# Datos (Parámetros)

Recursos

Consumo
(por kg producido)

Disponibilidad

Productos

Beneficios

| | Producte A | Producte B | Disponibilitat |
|---|---|---|---|
| Consum unitari mà obra (h) | 1 | 2 | 150h/dia |
| Consum unitari fusta (kg) | 3 | 2 | 300kg/dia |
| Consum plastic (kg) | 2 | - | 100kg/dia |
| Benefici unitari (€) | 300 | 250 | |

# Modelo Optimización

| | Producte A | Producte B | Disponibilitat |
|---|---|---|---|
| Consum unitari mà obra (h) | 1 | 2 | 150h/dia |
| Consum unitari fusta (kg) | 3 | 2 | 300kg/dia |
| Consum plastic (kg) | 2 | - | 100kg/dia |
| Benefici unitari (€) | 300 | 250 | |

**Variables de decisión:** $x_j$: cantidad fabricada de producto j (en Kg), $j \in J=\{A, B\}$

**Restricciones:**

$x_A + 2\,x_B \leq 150$ (disp. mano obra)

$3\,x_A + 2\,x_B \leq 300$ (disp. madera)

$2\,x_A \leq 100$ (disp. pástico)

$$\sum_{j \in J} a_{ij} x_j \leq b_i \quad i \in Recursos$$

**Dominio de las variables**: $x_A, x_B \geq 0$

**Función Objetivo:** Max $300\,x_A + 250\,x_B$

$$\text{Max} \sum_{j \in J} p_j x_j$$

## Modelo Optimización:

| | |
|---|---|
| **Variables de decisión:** $x_j$: cantidad fabricada de producto j (en Kg), $j \in J=\{A, B\}$ | |
| **Restricciones:** | $\sum_{j \in J} a_{ij} x_j \leq b_i, \quad i \in Recursos$ |
| **Dominio de las variables:** $x_A, x_B \geq 0$ | |
| **Función Objetivo:** | Max $\sum_{j \in J} p_j x_j$ |

## MODELO AMPL?

# Problema de mezcla

| | Disolventes | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | Contenido mezcla (ml/l) |
| **Cloro (ml/l)** | 180 | 120 | 90 | 60 | $\geq 90$ |
| **Amoniaco (ml/l)** | 3 | 2 | 6 | 5 | $\leq 4$ |
| **Coste (€/l)** | 16 | 12 | 10 | 11 | |

Construir un modelo de Programación Matemática

# Modelo Optimización

| | Disolventes | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | Contenido mezcla (ml/l) |
| **Cloro (ml/l)** | 180 | 120 | 90 | 60 | $\geq 90$ |
| **Amoniaco (ml/l)** | 3 | 2 | 6 | 5 | $\leq 4$ |
| **Coste (€/l)** | 16 | 12 | 10 | 11 | |

**Variables de decisión:** $x_j$: **proporción** de disolvente j en la mezcla, $j \in \{1, 2, 3, 4\}$

cantidad (en litros) disolvente j en un litro de mezcla

**Dominio** : $x_j \geq 0$, $j \in \{1, 2, 3, 4\}$

**Restricciones:**

$$180\, x_1 + 120\, x_2 + 90\, x_3 + 60\, x_4 \geq 90 \quad \text{(Cloro)}$$

$$3\, x_1 + 2\, x_2 + 6\, x_3 + 5\, x_4 \leq 4 \quad \text{(Amoniaco)}$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \quad \text{(CANTIDAD DE MEZCLA PRODUCIDA)}$$

**Función Objetivo:** $\text{Min } 16\, x_1 + 12\, x_2 + 10\, x_3 + 11\, x_4$

## Modelo Parametrizado?

## Modelo AMPL?

# Problema de la dieta

| | Contingut per kg de menjar | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Vitamines (ui) | Hidrats de Carboni (u.i.) | Oligoelements (u.i.) | Proteines (u.i.) | Preu (€/kg) | $x^*$ (kg) |
| **Carn** | 25 | 20 | 10 | 150 | 8 | |
| **Peix** | 200 | 50 | 10 | 200 | 10 | |
| **Cereals** | 300 | 300 | 10 | 50 | 2 | |
| **Fruita** | - | 160 | 50 | 20 | 1.5 | |
| **Pa** | - | 120 | 100 | 20 | 0.5 | |
| **Aportació minima diaria** | 60u.i./dia | 40u.i./dia | 100u.i./dia | 100 u.i./dia | | |

Construir un modelo de Programación Matemática

**Modelo Parametrizado?**

**Modelo AMPL?**

# Modelo Optimización (papel)

| | Contingut per kg de menjar | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | Vitamines (ui) | Hidrats de Carboni (u.i.) | Oligoelements (u.i.) | Proteines (u.i.) | Preu (€/kg) |
| **Carn** | 25 | 20 | 10 | 150 | 8 |
| **Peix** | 200 | 50 | 10 | 200 | 10 |
| **Cereals** | 300 | 300 | 10 | 50 | 2 |
| **Fruita** | - | 160 | 50 | 20 | 1.5 |
| **Pa** | - | 120 | 100 | 20 | 0.5 |
| **Aportació dia** | 60u.i./dia | 40u.i./dia | 100u.i./dia | 100 u.i./dia | |

**Variables de decisión:** $x_j$: Kg de alimento j consumida al día, $j \in J=\{1, 2, 3, 4, 5\}$

**Dominio** : $x_j \geq 0$, $j \in J$

**Restricciones:**

$$
\begin{array}{llr}
25 x_1 + 200 x_2 + 300 x_3 & \geq 60 & \text{(Vitaminas)} \\
20 x_1 + 50 x_2 + 300 x_3 + 160 x_4 + 120 x_5 & \geq 40 & \text{(Hidratos Carbono)} \\
10 x_1 + 10 x_2 + 10 x_3 + 50 x_4 + 100 x_5 & \geq 100 & \text{(Oligoelementos)} \\
150 x_1 + 200 x_2 + 50 x_3 + 20 x_4 + 20 x_5 & \geq 100 & \text{(Proteinas)}
\end{array}
$$

$$\sum_{j \in J} a_{ij} x_j \geq b_i \quad i \in Nutrientes$$

**Función Objetivo:** Min $8 x_1 + 10 x_2 + 2 x_3 + 1. x_4 + 0.5 x_3$ $\quad$ $\text{Min} \sum_{j \in J} c_j x_j$

# Problema de transporte

| $c_{ij}\ (10^6€/Hm^3)$ | Mercats | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **Refineries** | 1 | 2 | 3 | 4 | Producció refineria $(Hm^3)$ |
| **1** | 4 | 7 | 9 | 10 | 6 |
| **2** | 6 | 4 | 3 | 6 | 10 |
| **3** | 9 | 6 | 4 | 8 | 4 |
| **Demanda $(Hm^3)$** | 5 | 3 | 8 | 4 | |

Construir un modelo de Programación Matemática

**Modelo Parametrizado?**

**Modelo AMPL?**

# Modelo Optimización (papel)

| $c_{ij}$ $(10^6€/Hm^3)$ | Mercats | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **Refineries** | 1 | 2 | 3 | 4 | Producció refineria $(Hm^3)$ |
| **1** | 4 | 7 | 9 | 10 | 6 |
| **2** | 6 | 4 | 3 | 6 | 10 |
| **3** | 9 | 6 | 4 | 8 | 4 |
| **Demanda $(Hm^3)$** | 5 | 3 | 8 | 4 | |

**Variables de decisión:** $x_{ij}$: cantidad de producto ($Hm^3$) enviado desde refinería i a mercado j, $i \in I=\{1, 2, 3\}$, $j \in J=\{1, 2, 3, 4\}$

**Dominio** : $x_{ij} \geq 0$, $i \in I$, $j \in J$

**Restricciones:**

$x_{i1} + x_{i2} + x_{i3} + x_{i4} \leq b_i$ (Refinería $i$) $\quad \sum_{j \in J} x_{ij} \leq b_i, \quad i \in I$

$x_{1j} + x_{2j} + x_{3j} \geq d_j$ (Mercado $j$) $\quad \sum_{i \in I} x_{ij} \geq d_j, \quad j \in J$

**Función Objetivo:** $\text{Min} \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} c_{ij} x_{ij}$

# Hospital del mar

- 5 tipus diferents de mostres fluids.
- Cada màquina pot ser usada per a analitzar qualsevol tipus de mostra
- el temps (minuts) que triga cadascuna depèn del tipus de mostra
- Cada màquina es pot usar un màxim de 8h al dia

| | Màquina | | | |
|---|---|---|---|---|
| **Temps de processat (minuts/ml)** | A | B | C | Volum (ml) |
| **Mostra 1** | 3 | 5 | 2 | 80 |
| **Mostra 2** | 4 | 3 | 5 | 75 |
| **Mostra 3** | 4 | 5 | 3 | 80 |
| **Mostra 4** | 5 | 4 | 3 | 12 |
| **Mostra 5** | 3 | 5 | 4 | 60 |

Construir un modelo de Programación Matemática

**Modelo Parametrizado?**

**Modelo AMPL?**

# Hospital del mar: Modelo Optimización (papel)

| | Màquina | | | |
|---|---|---|---|---|
| Temps de processat (minuts/ml) | A | B | C | Volum (ml) |
| Mostra 1 | 3 | 5 | 2 | 80 |
| Mostra 2 | 4 | 3 | 5 | 75 |
| Mostra 3 | 4 | 5 | 3 | 80 |
| Mostra 4 | 5 | 4 | 3 | 12 |
| Mostra 5 | 3 | 5 | 4 | 60 |

$v_i$: volumen de la muestra i

**Variables de decisión:** $x_{ij}$: cantidad (volumen en ml) de muestra i asignada a máquina j, $i \in I=\{1, 2, 3, 4, 5\}$, $j \in J=\{A, B, C\}$

**Dominio** : $x_{ij} \geq 0,\ i \in I,\ j \in J$

**Restricciones:** $\sum_{j \in J} t_{ij} x_{ij} \geq v_i$, $i \in I$ (Muestra $i$)

$\sum_{i \in I} t_{ij} x_{ij} \leq d_j$, $j \in J$ (Máquina $j$)

$d_j$: tiempo disponible máquina $j$ (8 horas)

**Función Objetivo:** Min $\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} t_{ij} x_{ij}$

# **Hospital del mar:** Limitacions addicionals

- Cap mostra pot ocupar més del 50% del temps total de funcionament d'una màquina.

$$t_{ij}x_{ij} \leq \alpha \sum_{k \in I} t_{kj}x_{kj} \qquad i \in I,\ j \in J$$

Temps de la mostra $i \in I$ a la máquina $j \in J$

Temps total de funcionament de la màquina $j \in J$

en aquest exemple $\alpha$= 0.5

- Cap màquina pot realitzar més del 40% de volum total de les proves

$$\sum_{i \in I} x_{ij} \leq \beta \sum_{i \in I} v_i \qquad j \in J$$

volum de les proves en la máquina $j \in J$

Volum total de les proves

en aquest exemple $\beta$= 0.4

# Coalco

Cada client pot rebre carbó d'una única mina o de totes dues, mesclant, en aquest últim cas, els dos tipus de carbó rebut. En tot cas, la composició del carbó rebut, ja sigui d'una única mina o per mescla de totes dues, no pot contenir més d'un 8% de cendres i d'un 7% de sulfur.

| Cost de transport (€/Tm) | Client 1 | Client 2 | Cost de producció (€/Tm) | Capacitat (Tm) | Contingut en cendra (Tm/Tm carbó) | Contingut en sulfur (Tm/Tm carbó) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Mina 1 | 4 | 6 | 50 | 120 | 0.1 | 0.04 |
| Mina 2 | 9 | 6 | 55 | 100 | 0.05 | 0.09 |
| Demanda (Tm) | 90 | 110 | | | | |

# Coalco: Modelo Optimización (papel)

| Cost de transport (€/Tm) | Client 1 | Client 2 | Cost de producció (€/Tm) | Capacitat (Tm) | Contingut en cendra (Tm/Tm carbó) | Contingut en sulfur (Tm/Tm carbó) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Mina 1 | 4 | 6 | 50 | 120 | 0.1 | 0.04 |
| Mina 2 | 9 | 6 | 55 | 100 | 0.05 | 0.09 |
| Demanda (Tm) | 90 | 110 | | | | |

**Variables de decisión:** $x_{ij}$: cantidad (en Tm) transportada desde mina $i$ a cliente $j$,

$i \in I = \{1, 2\}$, $j \in J = \{A, B, C\}$

**Dominio :** $x_{ij} \geq 0$, $i \in I$, $j \in J$

**Restricciones:**

$\sum_{j \in J} x_{ij} \geq b_i$, $i \in I$ (Capacidad mina $i$)

$\sum_{i \in I} x_{ij} \leq d_j$, $j \in J$ ( Demanda cliente $j$)

$\sum_{i \in I} \alpha_{ik} \boxed{x_{ij}} \leq \alpha_k \sum_{i \in I} x_{ij}$ (contenido de elemento k)

**Función Objetivo:** $\text{Min} \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} (p_i + t_{ij}) x_{ij}$