1.1 FUNCIONES Y SUS GRÁFICAS

Con frecuencia, en las aplicaciones prácticas el valor de una variable depende del valor de otra. Por ejemplo, el salario de una persona puede depender del número de horas que trabaje; la producción total de una fábrica puede depender del número de máquinas que se utilicen; la distancia recorrida por un objeto puede depender del tiempo transcurrido desde que salió de un punto específico; el volumen del espacio ocupado por un gas a presión constante depende de su temperatura; la resistencia de un cable eléctrico de longitud fija depende de su diámetro; etc. La relación entre este tipo de cantidades suele expresarse mediante una *función*. Para fines exclusivos de este texto, las cantidades involucradas en estas relaciones son números reales.

Una función puede considerarse como una correspondencia de un conjunto X de números reales x a un conjunto Y de números reales y, donde el número y es único para cada valor específico de x.

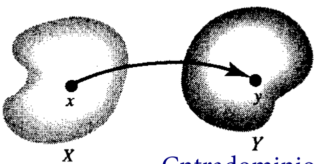

FIGURA 1

En la figura 1 se muestra la representación de una correspondencia de este tipo. Se puede establecer el concepto de función de otra manera: considere intuitivamente que el número real y del conjunto Y es una *función* del número x del conjunto X, si existe una regla mediante la cual se asocia un solo valor de y a un valor x. Esta regla se expresa frecuentemente por medio de una ecuación. Por ejemplo, la ecuación

$$y = x^2 \qquad f(x)=x^2$$

define una función para la cual X es el conjunto de todos los números reales y Y es el conjunto de los números no negativos. El valor de y asignado al valor de x se obtiene al multiplicar x por sí mismo. La tabla 1 proporciona algunos de estos valores y la figura 2 ilustra la correspondencia de los números de la tabla.

Tabla 1

x	$y = x^2$
1	1
$\frac{3}{2}$	$\frac{9}{4}$
4	16
0	0
-1	1
$-\frac{3}{2}$	$\frac{9}{4}$
-4	16

Para denotar funciones se utilizan símbolos como f, g y h. El conjunto X de los números reales indicado anteriormente es el *dominio* de la función y el conjunto Y de números reales asignados a los valores de x en X es el *contradominio* de la función. El dominio y el contradominio suelen expresarse en la notación de intervalos descrita en la sección A.1 del apéndice.

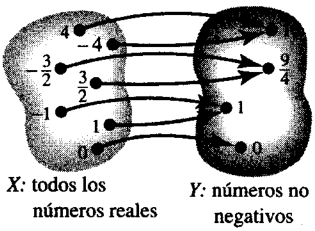

FIGURA 2

EJEMPLO ILUSTRATIVO 1 Con notación de intervalos, el dominio y contradominio de la función definida por la ecuación

$$y = x^2$$

es $(-\infty, +\infty)$ y el contradominio es $[0, +\infty)$. ◀

EJEMPLO ILUSTRATIVO 2 Sea f la función definida por la ecuación

$$y = \sqrt{x - 2}$$

Como los números se han restringido a los números reales, y es una función de x sólo si $x - 2 \geq 0$ debido a que para cualquier x que satisfaga esta desigualdad, se determina un solo valor de y. Sin embargo, si $x < 2$, se