Estudo de problemas de dimensionamento de lotes com múltiplos itens

Ana Laura Carvalho Bianco
Universidade Estadual Paulista; Faculdade de Engenharia
analauracb.1996@gmail.com

Adriana Cristina Cherri Nicola
Universidade Estadual Paulista; Faculdade de Ciências
adriana@fc.unesp.br

Resumo: Problemas de dimensionamento de lotes são amplamente estudados na literatura e fazem parte de uma classe de problemas que envolvem decisões de planejamento da produção industrial. Basicamente, esses problemas consistem em definir uma estratégia para a utilização da capacidade de determinada estrutura fabril. As decisões envolvem quais produtos serão produzidos, em quais quantidades e em qual período, dentro de um horizonte de planejamento pré estabelecido, de forma a atender a demanda com a melhor relação custo-benefício possível. Este problema apresenta diversas aplicações industriais e, desta forma, neste trabalho é realizado um estudo detalhado do problema de dimensionamento de lotes com múltiplos itens , restrições de capacidade, custos de produção, preparação e estoque. Além do estudo teórico, para resolver este problema, a heurística relax and fix vem sendo implementada.
Palavras-chave: Dimensionamento de lotes. Heurística. Otimização. Planejamento de produção.

Introdução

A progressiva integração dos mercados, aliada ao desenvolvimento cada vez mais rápido de novos produtos, faz com que um número crescente de empresas se preocupe com a qualidade e a adaptabilidade de seus processos produtivos. Muitas empresas, percebendo o benefício da pesquisa operacional, estão dando abertura para os profissionais da área trabalharem com determinados problemas, buscando com isso uma melhor otimização dos recursos. Os problemas de dimensionamento de lotes (PDL) se alinham a esta tendência de evolução do processo de decisão e são extensivamente estudados por pesquisadores.

Os PDL podem ser tratados como problemas discretos, em que a produção está inserida num horizonte de planejamento dividido em períodos, nos quais as demandas dos produtos são conhecidas e a produção excedente realizada em cada período pode ser estocada para os períodos posteriores. O objetivo é de cunho econômico, representado pelos custos de produção. Uma extensão para o PDL envolve a tomada de decisão para realizar a produção de vários itens num mesmo período de tempo. Neste problema, conhecido como PDL multi-Itens, além de determinar a quantidade de cada item a ser produzida, deve-se levar em consideração que estes itens possuem um custo de produção, de preparação e de armazenamento em estoque. De acordo com Karimi et al. (2003), o PDL é um importante problema de decisão e planejamento de médio e, em alguns casos, de curto prazo, as quais se tratam de decisões do dia-a-dia da produção de uma empresa.

Esse é um problema clássico de pesquisa operacional que consiste em determinar a quantidade a ser produzida de cada produto e o momento em que a produção deve ocorrer, ou seja, o planejamento está relacionado a um horizonte de planejamento.

Os primeiros trabalhos que enfocam o PDL são de Manne (1958) e de Wagner e Whitin (1958) os quais abordam o problema com um único produto e sem restrições quanto a capacidade de produção para esse produto. Após esses estudos, vários autores direcionaram suas pesquisas a extensões e métodos de solução para os PDL. Uma extensão para esse problema envolve a tomada de decisão para realizar a produção de vários itens num mesmo período de tempo.

Além disso, pode-se considerar que há um tempo para que cada item seja produzido e para a preparação da linha de produção (máquina). Trigeiro et al. (1989) apresentaram o primeiro trabalho com um método para a resolução do PDL com tempos de preparação para produção.

Mercé e Fontan (2003) consideram o PDL monoestágio com múltiplos itens, restrições de capacidade e possibilidade de atraso na entrega dos itens. Também há inserção de restrições de quantidade mínima de peças produzidas, tempos e custos de preparações não nulos. Em Rocha (2016) o PDL foi aplicado em uma indústria moveleira, caracterizada como multi-itens, multiestágio, de demanda determinística, com horizonte finito, capacitado, com custo de ajuste e de estoques e penalizações por atrasos dos pedidos.

Entre as várias técnicas empregadas para a resolução dos PDL e suas variações, encontra-se a heurística *relax-and-fix*. A principal motivação em adotar essa heurística é a facilidade de implementação em muitos pacotes de otimização. De forma geral, essa heurística decompõe problemas grandes em vários problemas menores, particionando o conjunto de variáveis inteiras em n subconjuntos disjuntos.

PDL com múltiplos itens, restrições de capacidade, custo e tempo para preparação

Em diversos contextos industriais, é muito comum a produção de vários itens em um mesmo período de tempo. Visando uma solução com custos totais mínimos, vários aspectos operacionais podem ser considerados Um modelo clássico de dimensionamento é apresentado a seguir, proposto originalmente por Trigeiro (1989). O problema consiste em um PDL monoestágio, multi-itens, com restrição de capacidade, custos de produção, preparação e estoque. Para tornar a representação mais realista, são considerados tempos de preparação e de produção. Para a formulação do problema os seguintes dados são considerados:

Índices:

- ✓ $t = \{1,....,T\}$ períodos de tempo;
- ✓ $i = \{1,....,N\}$ itens.

Parâmetros

- ✓ C_{it}: custo unitário de produção do item i no período t;
- ✓ S_{it}: custo de preparação para a produção do item i no período t;
- ✓ H_{it}: custo unitário de estocagem do item i no período t;
- ✓ b_{it}: tempo necessário para produzir uma unidade do item i no período t;
- ✓ s_{it}: tempo de preparação para a produção do item i no período t
- ✓ CAP_t: limite de capacidade (em unidades de tempo) no período t;
- ✓ d_{it}: demanda do item i no período t;
- ✓ M: número grande.

Variáveis de decisão são:

- ✓ X_{it}: quantidade do item i produzidas no período t;
- ✓ I_{it}: quantidade do item i estocadas no período t;
- ✓ Y_{it}: indica a produção ($Y_{it} = 1$) ou não ($Y_{it} = 0$) do item i no período t.

Modelo Matemático:

$$\text{Min } \sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}(H_{it}I_{it} + C_{it}X_{it} + S_{it}Y_{it}) \quad (1)$$

Sujeito a:

$$I_{i,t-1} + X_{it} - I_{it} = d_{it} \qquad i = 1, \ldots, N,\ t = 1, \ldots, T \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^{N} b_{it}X_{it} + \sum_{i=1}^{N} s_{it}Y_{it} \leq Cap_t \qquad t = 1, \ldots, T \quad (3)$$

$$X_{it} \leq MY_{it} \qquad i = 1, \ldots, N,\ t = 1, \ldots, T \quad (4)$$

$$X_{it} \geq 0;\ \ I_{it} \geq 0;\ \ Y_{it}\ \{0, 1\} \qquad i = 1, \ldots, N,\ t = 1, \ldots, T \quad (5)$$

No modelo (1)-(5), a função objetivo (1) minimiza o custo total obtido pela soma dos custos de estoque, produção e preparação. O conjunto de restrições (2) é referente ao balanço de estoque. Para cada item e período, a quantidade disponível em estoque no final do período anterior adicionada a quantidade produzida menos a produção em excesso que ficará em estoque deve satisfazer a demanda. As restrições (3) referem-se à limitação de capacidade para a produção dos itens em cada período. Esta restrição considera o tempo necessário para a produção dos vários itens e o tempo gasto com preparação da linha de produção. As restrições (4) garantem que há produção apenas quando a linha de produção está preparada e, por fim, as restrições (5) referem-se ao domínio das variáveis. Na implementação deste modelo, é necessário um estoque inicial, que será assumido como nulo. ($I_{i0} = 0$, $i = 1, ..., N$). Devido aos altos valores que as variáveis X_{it} e I_{it} assumem em problemas práticos, é comum a relaxação da condição de integralidade dessas variáveis. Para resolver o problema (1)-(5), a heurística relax-and-fix, que é uma abordagem de solução baseada em métodos exatos, vem sendo implementada. No caso do modelo, a partição será feita por período. Sendo assim, podemos dividir o horizonte de planejamento em três partes: com valores fixados, valores inteiros e valores relaxados. Começando pelo primeiro período com as variáveis inteiras e os demais com variáveis relaxadas, resolve-se o mesmo e fixa-se os valores inteiros encontrados. Posteriormente, passamos para o segundo período com variáveis inteiras fixadas e assim sucessivamente. Neste caso, a heurística *relax and fix* é progressiva no tempo, pois tem início no primeiro período do horizonte de planejamento e termina no último.

Considerações Finais

Este trabalho aborda o problema de dimensionamento de lotes com múltiplos itens, restrições de capacidade, custos de produção, preparação e estoque. Um modelo matemático clássico da literatura vem sendo implementado utilizando a heurística relax-and-fix. Testes computacionais serão realizados com exemplares da literatura.

Agradecimentos

Agradeço à minha professora Adriana Cherri, que está doando seu tempo e disposição para meu crescimento e estudo na área de Pesquisa Operacional e à Faculdade de Ciências da Unesp, que contribui com eventos e disponibilidade de recursos para estudo.

Referências

KARIMI, B., FATEMI GHOMI, S. M. T. e WILSON, J. M. Omega. **The capacitated lot sizing problem: a review of models and algorithms,** v. 31, p. 365-378, 2003.

TRIGEIRO, W. W., THOMAS, J. e MCCLAIN, J. O. Management Science. **Capacitated lot sizing with setup times,** v. 35, p. 353-366, 1989.

WAGNER, H. M. e WHITIN, T. M. Management Science. **Dynamic version of the economic lot size model.** vol. 5, p. 89-96, 1958.

FERREIRA, D. e MORABITO, R. XXXVIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional. **Estratégias *Relax and Fix* na solução de um problema de dimensionamento e sequenciamento da produção de refrigerantes.** 2006.

JUNIOR, D. J. A. **Programação estocástica e otimização robusta no planejamento da produção de empresas moveleiras,** 2011. Tese (Doutorado em Matemática) – ICMC USP – São Carlos, 2011.