

O PROBLEMA DE CORTE DE ESTOQUE COM REAPROVEITAMENTO DAS SOBRAS DE MATERIAL – HEURÍSTICA FFD MODIFICADA

Adriana Cristina Cherri

Marcos Nereu Arenales

adriana@icmc.usp.br, arenales@icmc.usp.br

Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação – ICMC

Universidade de São Paulo – USP

Av. Trabalhador São-carlense, 400 - Caixa Postal 668

13560-970 – São Carlos – SP

RESUMO

Tipicamente, os problemas de corte buscam minimizar as perdas. Entretanto, se uma sobra é suficientemente grande para ser reaproveitada no futuro, não deve ser contabilizada como perda. Isto introduz uma postura diferente frente ao problema de corte: até que ponto a solução de perda mínima é a mais interessante, já que sobras podem ser reaproveitadas? Algumas características para considerar se uma solução é desejável são definidas neste trabalho e uma alteração no método clássico FFD (*First Fit Decreasing*) é proposta, de modo que os padrões de corte com perdas indesejáveis (nem tão grande, nem tão pequena) sejam alterados de maneira que as perdas tornem-se pequenas ou, então, uma sobra com tamanho suficientemente grande para ser reaproveitada no futuro. Os resultados preliminares são promissores, pois mostram uma concentração das perdas em poucos padrões.

Palavras-chave: problema de corte de estoque, reaproveitamento das sobras de material.

ABSTRACT

Typically, cutting stock problems search for minimal waste. However, if a non-used piece is large enough to be used in the future, it should not be counted as waste. This introduces a new posture on facing a cutting stock problem: when is the minimal waste solution more interesting, considering that some pieces can be reused? In this paper, some characteristics are defined in order to identify desirable solutions. Some modifications on the classical FFD (*First Fit Decreasing*) heuristic are proposed in a way that cutting patterns with undesirable waste (i.e., not too small, nor too large) are modified to get cutting patterns with small waste or a piece big enough to be reused. Preliminary experiments are promising since they show that waste tends to be concentrated in few cutting patterns.

Keywords: cutting stock problem, usable trim.

1. Introdução

Os problemas de cortes são essenciais para o planejamento da produção em muitas indústrias, tais como indústrias de papel, vidro, móveis, metalúrgica, plástica, têxtil, etc. Nessas indústrias, a redução dos custos de produção e a melhoria da eficiência estão, frequentemente, associadas à utilização de estratégias adequadas de cortes.

A importância econômica e operacional de tais problemas, bem como a dificuldade de resolução e sua aplicabilidade em indústrias, despertaram grandes interesses de pesquisadores da área de otimização combinatória.

Basicamente, os problemas de corte consistem em cortar peças maiores (*objetos*) disponíveis em estoque, produzindo um conjunto de peças menores (*itens*), com a finalidade de atender uma certa demanda, otimizando uma determinada função objetivo que pode ser, por exemplo, minimizar o número total de peças em estoque a serem cortadas, ou as perdas, ou custos das peças cortadas, etc. Em geral, os problemas de corte estoque são formulados como problemas de otimização linear inteira, o que os tornam difíceis ou até mesmo impossíveis de serem resolvidos computacionalmente. Deste modo, para resolver esses problemas, em 1961, Gilmore e Gomory [6] relaxaram a condição de

integralidade sobre as variáveis e propuseram um método eficiente de geração de colunas para a resolução do problema linear resultante, em que cada coluna gerada representa um padrão de corte.

Embora os problemas de corte de estoque sejam clássicos na pesquisa operacional, principalmente por constituírem aplicações de sucesso em indústrias, é comum pesquisadores na área defrontarem-se com problemas práticos ainda não estudados, os quais são resolvidos de forma bem rudimentar. Um destes problemas consiste em reaproveitar pedaços cortados, desde que não sejam tão pequenos. Isto introduz uma mudança no critério de qualificar uma solução ruim, já que perdas grandes são inaceitáveis quando se objetiva a minimização de perdas. Neste trabalho, com a finalidade de resolver este problema, algumas características são definidas para uma solução desejável e algumas modificações no método heurístico clássico FFD são realizadas.

Gradisar *et al.* [2], [3] e [4] objetivaram em seus trabalhos a minimização das perdas, mas não computaram como perda pedaços grandes não utilizados.

Para o desenvolvimento deste trabalho, na Seção 2, apresentamos o problema de corte de estoque unidimensional que, por simplicidade, apenas um único tipo de objeto em estoque é considerado. Na Seção 3, o problema de corte de estoque com reaproveitamento das sobras de material é definido. Alguns métodos de resolução para este problema são tratados na Seção 4 e 5. Testes computacionais são apresentados na Seção 6 e, finalmente, na Seção 7 algumas propostas para a continuidade deste trabalho.

2. O problema de corte de estoque

Os problemas de corte de estoque têm sido estudados por inúmeros pesquisadores nas últimas décadas. As pesquisas nesta área têm caminhado no sentido de desenvolver técnicas heurísticas adequadas, visto que os problemas são da classe NP-completos e técnicas exatas, tais como métodos de enumeração implícita e variantes (por ex. branch and cut, branch and price), são inviáveis para resolver problemas práticos que envolvem várias dezenas de itens a serem produzidos.

Problemas de corte de estoque unidimensional têm sido resolvidos por relaxação por programação linear e, geralmente, são problemas que envolvem centenas de milhares de variáveis de decisão, mas com dezenas de restrições. Assim, na década de 60, vários trabalhos importantes surgiram, sendo que as modelagens matemáticas e os métodos de resolução de maior repercussão na literatura foram publicados por Gilmore e Gomory [5],[6] e [7], que são o método simplex com técnicas de geração de colunas.

O problema de corte de estoque unidimensional, pode ser formulado como:

“Suponha que em estoque haja um número suficientemente grande de peças (barras, bobinas, etc), os quais chamaremos de *objetos*, de um determinado comprimento L , e um conjunto de pedidos de barras menores de comprimentos l_i , $i = 1, \dots, m$, os quais chamaremos de *itens*. Cada item i deve ser produzido de acordo com sua demanda d_i , $i = 1, \dots, m$. O problema consiste em produzir itens a partir do corte de peças em estoque de modo a atender a demanda, otimizando uma determinada função objetivo”.

A formulação do modelo matemático para o problema de corte de estoque unidimensional, procede em duas etapas:

- Definir todos os possíveis padrões de corte (maneira como um objeto em estoque é cortado para a produção de itens demandados);
- Definir o número de vezes que cada padrão de corte é utilizado para atender a demanda.

Considerando como objetivo minimizar a perda total (outros objetivos são utilizados na literatura), o problema de corte de estoque pode ser modelado como um problema de otimização linear inteiro:

$$\begin{aligned} &\text{minimizar } f(x) = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n \\ &\text{sujeito a : } \begin{cases} a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_n x_n = d \\ x_j \geq 0, j = 1, \dots, n \text{ e inteiro} \end{cases} \end{aligned} \quad (1.1)$$

que, em notação matricial, pode ser escrito como:

$$\begin{aligned} &\text{minimizar} && c^T x \\ &\text{sujeito a :} && \begin{cases} Ax = d \\ x \geq 0 \text{ e inteiro} \end{cases} \end{aligned} \quad (1.2)$$

em que cada coluna da matriz $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ é um vetor associado a um padrão de corte: $a_j = (a_{1j}, a_{2j}, \dots, a_{mj})$ e a_{ij} é o número de itens do tipo i no padrão de corte j .

Qualquer solução do sistema linear (1.2), cujas componentes sejam inteiras e não negativas, fornece uma solução factível para o problema de corte de estoque.

Um fator que torna os problemas de corte difíceis, senão impossíveis, de serem resolvidos computacionalmente é a condição de integralidade frequentemente encontrada sobre as variáveis x_j no modelo (1.2). Uma estratégia para contornar esta dificuldade é relaxar a condição de integralidade sobre as variáveis x_j , e resolver o problema de otimização linear resultante pelo *método simplex com geração de colunas*, que fornece uma solução ótima contínua para o problema de corte de estoque. A técnica de geração de colunas foi proposta por Gilmore e Gomory [6] e consiste basicamente em, a cada iteração do método simplex, substituir um dos padrões básicos (coluna) por um novo padrão de corte (coluna) que melhora a solução básica atual. Tal padrão de corte (coluna), para o problema unidimensional, é determinado resolvendo-se um problema da mochila.

A partir da solução ótima do problema relaxado, que geralmente não é inteira, determina-se uma solução inteira para o problema de corte de estoque original. Esta solução inteira é determinada por procedimentos heurísticos que vêm sendo desenvolvidos por vários pesquisadores na área: Wäscher e Gau [17], Poldi [14], Stadtler [16] entre outros. Na Seção 5, alguns desses procedimentos heurísticos são apresentados.

3. Definição do problema

O processo de corte de peças gera perdas que, eventualmente, são descartadas (algumas indústrias podem reutilizar as perdas como matéria prima) e, tipicamente, os métodos de solução buscam minimizar perdas (objetivos alternativos podem ser definidos, mas perdas baixas devem ser perseguidas). Nesses métodos, considera-se como perda todo pedaço cortado que não seja um item demandado. Porém, muitos problemas de corte admitem reutilizar, para uma demanda futura, os pedaços não aproveitados. Embora perdas baixas sejam ainda um objetivo a ser perseguido, a possibilidade de reuso introduz uma mudança no critério de seleção de uma solução. Uma alternativa para resolver este problema, seria planejar padrões de corte que concentrassem as sobras em poucos padrões e que fossem grandes suficientes para voltar ao estoque e serem utilizadas novamente.

Desta forma, apresentamos o problema de corte de estoque unidimensional com reaproveitamento das sobras de material como:

“Um conjunto de peças (*itens*) deve ser produzido a partir do corte de unidades grandes (*objetos*). São dados a demanda dos itens e as quantidades disponíveis dos objetos. A demanda deve ser atendida, cortando-se os objetos disponíveis, de modo que as perdas sejam 'pequenas' ou 'suficientemente' grandes para retornar ao estoque”.

Definição 3.1: Um pedaço cortado, que não seja um item, de comprimento suficientemente grande para ser reaproveitado é chamado **sobra**.

Diferentemente dos problemas clássicos de corte, para os quais funções objetivos são bem definidas (por exemplo, minimizar a perda total, número de objetos cortados, custos, etc.), agora objetivamos perdas 'pequenas' ou 'suficientemente grandes', sem que os objetivos anteriores sejam descartados. Duas soluções com a mesma perda total são, agora, diferenciadas. Para uma melhor compreensão do problema de corte de estoque com reaproveitamento das sobras de material, considere o seguinte exemplo, em que todo pedaço de tamanho superior ou igual a 4 metros é considerado sobra (o tamanho da sobra pode ser, por exemplo, o comprimento do menor item demandado).

Dados dos objetos em estoque:

Figura 3.1: Objetos em estoque a serem cortados.

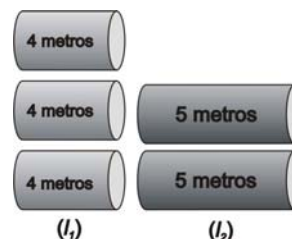
Dados dos itens demandados:

Figura 3.2: Itens demandados.

Solução 1:

Figura 3.3: Padrões de corte para a Solução 1.

Solução 2:

Figura 3.4: Padrões de corte para a Solução 2.

Do ponto de vista da função objetivo perda total, as duas soluções são equivalentes pois têm a mesma perda total igual a 5 metros. Para o problema de corte com reaproveitamento, a Solução 2 é preferível à Solução 1, pois concentra as perdas em um único objeto, superior a 4 metros, portanto uma sobra que pode ser utilizada novamente para atender demandas futuras. Na Solução 1, as perdas estão distribuídas entre os padrões, sendo inferiores a 4 metros e, portanto, descartadas. A solução 1 é uma solução *indesejável*, enquanto a solução 2 é *ideal*.

Como uma função objetivo para diferenciar tais soluções não é facilmente descrita, qualificamos as soluções como:

- **Solução ideal:** quando todos os padrões tiverem perdas nulas, quase nulas ou, no máximo um padrão com sobra;
- **Solução aceitável:** quando alguns padrões apresentarem perdas pequenas e alguns padrões apresentarem sobras;
- **Solução indesejável:** quando vários padrões apresentarem perdas (não sobras).

Para a definição de uma perda pequena e uma sobra, utilizamos 2 parâmetros (a serem fornecidos pelo usuário):

β = Porcentagem para *perda máxima aceitável* (βL : tamanho da perda aceitável para uma barra de comprimento L).

δ = Tamanho da *sobra mínima aceitável*.

Isto é, um padrão cuja perda é menor do que βL ou maior do que δ é considerado aceitável.

Com a finalidade de gerar um conjunto de padrões de corte ideais ou, pelo menos, aceitáveis, como os apresentados na Solução 2, introduzimos alterações na Heurística FFD.

4. Heurísticas Construtivas

Nesta seção são apresentadas duas heurísticas de construção, bem conhecidas na literatura, para se obter uma solução do problema de corte de estoque inteiro: FFD (*First Fit Decreasing*) e Gulosa. Ainda, para resolvermos o problema de corte de estoque com reaproveitamento das sobras de material, uma modificação na Heurística FFD é apresentada juntamente com seu algoritmo.

4.1. Heurística FFD

A heurística FFD consiste em colocar o maior item num padrão de corte tantas vezes quanto for possível, ou seja, até que não haja mais espaço para colocar esse item, ou até que sua demanda já tenha sido atendida (os itens maiores são colocados em primeiro lugar, pois são mais difíceis de serem combinados). Assim, quando não for mais possível ou necessária a inclusão do maior item, o segundo maior item é considerado e assim por diante. Quando nenhum novo item pode ser incluído, um padrão de corte é construído e repetido tantas vezes quanto possível, sem que a demanda seja ultrapassada. Este procedimento de gerar um bom padrão de corte e repeti-lo tantas vezes quanto possível é conhecido na literatura como 'heurística de repetição exaustiva' (Hinxman [10]) e bastante empregado na área de corte e empacotamento. Para mais detalhes veja Poldi [14].

4.2. Heurística Gulosa

Outra maneira de construir um bom padrão de corte para a heurística de repetição exaustiva, é gerar um padrão de corte pela resolução do Problema da Mochila:

$$\begin{aligned} &\text{maximizar } z(x) = v_1x_1 + v_2x_2 + \dots + v_mx_m \\ &\text{sujeito a } \begin{cases} \ell_1x_1 + \ell_2x_2 + \dots + \ell_mx_m \leq L \\ 0 \leq x_i \leq r_i, i = 1, \dots, m \text{ e inteiros} \end{cases} \end{aligned} \quad (4.1)$$

o qual tem demandas atualizadas, r_i , após o uso. Usualmente, adota-se $v_i = \ell_i$, $i = 1, \dots, m$, de modo a maximizar o comprimento utilizado (minimizar a perda). Para outros valores de v_i veja Pillegi [13].

4.3. Heurística FFD Modificada

A Heurística FFD foi modificada com a finalidade de resolver o problema de corte de estoque com reaproveitamento de sobras. Basicamente a Heurística FFD Modificada consiste em aplicar a Heurística FFD para obter padrões de corte e, após gerado cada padrão, a perda/sobra é analisada. Se a perda/sobra estiver dentro de limitantes aceitáveis (definidos previamente), o próximo padrão de corte é considerado, caso contrário, um item do padrão (o maior) é retirado. Assim, para a sobra gerada com a retirada do item é aplicado o problema da mochila (4.1), cuja capacidade é a perda no padrão adicionada ao tamanho do item retirado. Depois de resolvida a mochila, a perda/sobra gerada é analisada e, se ainda não estiver dentro de limitantes aceitáveis, outro item do padrão (segundo maior) é retirado. Novamente para a sobra gerada é resolvido o problema da mochila. Este procedimento é repetido até que a perda/sobra esteja dentro dos limitantes definido como aceitáveis ou a demanda seja totalmente atendida.

A heurística FFD foi utilizada como base na formação de padrões de corte (ao invés da heurística gulosa), pois busca alocar primeiro os itens maiores (difíceis de serem combinados), deixando o resto para a alocação com a heurística gulosa. A seguir o algoritmo da Heurística FFD Modificada é apresentado.

Algoritmo FFD Modificada

Início-do-Algoritmo

Passo 1: {Inicialização}

Ordene os itens demandados de acordo com o seu tamanho, em ordem decrescente:

$$\ell_1 \geq \ell_2 \geq \dots \geq \ell_m.$$

Passo 1.1: {Conjunto de parâmetros}

$r_i = d_i$, $i = 1, \dots, m$ { r_i é a demanda residual, para todo $i = 1, \dots, m$ }

$$D = \sum_{i=1}^m r_i \quad \{\text{Demanda residual total}\}$$

$$T = \sum_{k=1}^{tb} e_k \quad \{\text{Estoque total de objetos}\}$$

$$j = 1 \quad \{\text{Primeiro padrão de corte}\}$$

Passo 2: {Passo Principal: FFD Modificada}

Enquanto $(D > 0)$ e $(T > 0)$ faça:

{enquanto existir demanda a ser atendida e objetos em estoque}

{Início-Enquanto 1}

Passo 2.1: {Construção do padrão de corte: FFD}

Para $k = 1, \dots, K$ faça:

{Início-Para k }

Se $e_k > 0$ então

$Espaço = L_k$; {A variável *Espaço* é o tamanho disponível para alocação dos itens.
Inicialmente ela é igual ao comprimento do objeto a ser cortado}

$i = 1$ {item a ser cortado}

Enquanto $(i \leq m)$ e $(Espaço \geq \ell_m)$ faça:

{Início-Enquanto 2}

$$\alpha_{ik} = \min \left\{ \left\lfloor \frac{Espaço}{\ell_i} \right\rfloor, r_i \right\}$$

$\{a_k = (\alpha_{1k}, \alpha_{2k}, \dots, \alpha_{nk})^T$ é o vetor associado com o padrão de corte}

$Espaço = Espaço - (\alpha_{ik} \ell_i)$;

$i = i + 1$;

{Fim-Enquanto 2}

$Resto_k = L_k - Espaço$;

{Fim- Se}

Passo 2.2: {Testa a perda gerada pelo padrão}

Se $Resto_k \leq \beta L_k$ ou $Resto_k \geq \delta$ então

perda ou sobra gerada = *aceitável*;

Senão {Altera padrões com perda indesejável}

{Início-Senão}

Enquanto $x_{ik} > 0$ para algum i faça:

{início-Enquanto 3}

$q = 1$;

Enquanto $q \leq m$ faça:

{Início-Enquanto 4}

$q = \min \{h \text{ tal que } x_{hk} > 0, h = 1, \dots, m\}$;

{ q é o índice do item a ser retirado}

{se $\alpha_{hk} = 0, h = q, \dots, m$, fim-Enquanto 4}

$\alpha_{qk} = \alpha_{qk} - 1$;

$Resto = Resto_k + \ell_q$;

Resolva o problema da Mochila de capacidade *Resto*:

$$z(s) = \text{maximizar } \ell_1 s_1 + \ell_2 s_2 + \dots + \ell_m s_m$$

$$\text{sujeito a } \begin{cases} \ell_1 s_1 + \ell_2 s_2 + \dots + \ell_m s_m \leq Resto \\ 0 \leq s_i \leq dr_i, i = 1, \dots, m \text{ e inteiros} \end{cases}$$

{em que $dr_i = r_i - \alpha_{ik}$ é a demanda residual atualizada}

$\gamma_{ik} = \alpha_{ik} + s_i, i = 1, \dots, m$. { s_i é o número de itens do tipo i obtido pela Mochila e
 γ_i é o número de itens i no padrão}

$Resto_k = Resto - z(s)$ {Resto do padrão γ };
 Se $Resto_k \leq \beta L_k$ ou $Resto_k \geq \delta$ então
 Perda ou sobra = *aceitável*;
 Senão $q = q + 1$;
 {fim-Enquanto 4}
 {fim-Enquanto 3}
 {Fim-Senão}
 Se $\beta L_k < Resto_k < \delta$ faça:
 Retire um item de maior índice do último padrão γ até que $Resto_k \geq \delta$;
 $Resto_k = Resto_k + \ell_i$;
 $\alpha_{ik} = \gamma_i$;
 {Fim-Se}
 {Fim-Para k}

Passo 2.3: {determinação do melhor padrão de corte e da frequência com que é utilizado}

Determine h tal que:

$Resto_k = \min \{Resto_h, h = 1, \dots, K\}$ {critério para escolher o padrão de corte do objeto k }

Determine o número de vezes que o padrão é utilizado:

$$x_{jk} = \min \left\{ e_k, \left\lfloor \frac{r_i}{\alpha_{ik}} \right\rfloor \mid \alpha_{ik} > 0, i = 1, \dots, m \right\}$$

Passo 2.4: {atualiza a demanda e o estoque disponível}

$r_i = r_i - (\alpha_{ik} x_{jk}), \quad i = 1, \dots, m;$

$e_k = e_k - j_{ik};$

$j = j + 1;$

$D = D - \sum_{i=1}^m \alpha_{ik} x_{jk}; \quad T = T - x_{jk};$

{fim-Enquanto 1}

Fim-do-Algoritmo

5. Heurísticas de Arredondamento

Heurísticas de Arredondamento são métodos para encontrar uma solução inteira para o problema de corte de estoque unidimensional (1.2) a partir da solução relaxada.

Definição 5.1: Sejam x uma solução ótima fracionária para relaxação do problema (1.2) e y um vetor de números inteiros próximo de x tal que:

$$Ay \leq d \quad (5.1)$$

O vetor y é chamado de solução inteira aproximada para x .

Uma maneira trivial de obtermos y é arredondar x por um truncamento trivial:

$$y = (\lfloor x_1 \rfloor, \lfloor x_2 \rfloor, \dots, \lfloor x_n \rfloor)$$

o qual satisfaz (5.1) uma vez que todos os coeficientes de A são não-negativos e x satisfaz $Ax = d$.

Definição 5.2: Seja y uma solução inteira aproximada para x , e $r = d - Ay$, a demanda residual. O problema residual é definido por:

$$\begin{aligned} &\text{minimizar } c^T x \\ &\text{sujeito a: } \begin{cases} Ax = r \\ x \geq 0 \text{ e inteiro} \end{cases} \end{aligned} \quad (5.2)$$

A matriz A dos padrões de corte em (5.2) difere da matriz A em (1.2), pois na geração dos padrões de corte em (5.2), o problema da mochila que gera cada coluna de A considera a demanda residual.

5.1. Heurísticas Residuais

Em oposição às heurísticas construtivas, que geram um bom padrão de corte e o utilizam à exaustão, as heurísticas residuais consistem em resolver o problema (1.2) relaxado, obter uma solução inteira aproximada, resolver o problema residual relaxado resultante (5.2), obter uma solução inteira e assim por diante.

A seguir, apresentamos uma estrutura geral dessas heurísticas.

Algoritmo Residual (Poldi e Arenales [15])

Início-do-Algoritmo

Passo 1: {Inicialização}

Faça $k = 0$, $r^0 = d$ { r^k armazena a demanda residual}.

Passo 2: {Determinação da solução ótima contínua}

Resolva o problema residual (5.3);

Seja x^k a solução contínua (a técnica de geração de colunas é usada);

Se x^k é uma solução inteira, então PARE.

Passo 3: {Determinação da solução inteira aproximada}

Determine uma solução inteira aproximada y^k para a solução aproximada x^k .

Se y^k é um vetor nulo, então PARE.

Passo 4: {Atualização}

Determine a nova demanda residual

$$r^{k+1} = r^k - Ay^k;$$

$$k = k + 1.$$

Repita o Passo 2.

Passo Final:

Se o procedimento parar no Passo 2,

então a solução inteira para o problema (5.3) é obtida;

caso contrário, (se parar no Passo 3) resolve-se o problema residual final.

Fim-do-Algoritmo

Para que o algoritmo acima seja totalmente definido, especificaremos como determinar y^k , solução inteira aproximada no Passo 3, e como resolver o problema residual no Passo Final.

As heurísticas residuais FFD, Gulosa e FFD Modificada a seguir, apresentam no algoritmo residual o mesmo Passo 3, ou seja, a solução inteira aproximada y^k é determinada por um truncamento trivial dado pelo inteiro inferior.

5.2. Heurística Residual FFD

A heurística residual FFD consiste em aplicar a heurística residual (seção 5.1) e no Passo Final, se ainda houver demanda residual, aplica-se a heurística FFD (Seção 4.1).

5.3. Heurística Residual Gulosa

A heurística residual Gulosa consiste em aplicar a heurística residual (seção 5.1) e no **Passo Final**, se ainda houver demanda residual, aplica-se a heurística Gulosa (Seção 4.2).

5.4. Heurística Residual FFD Modificada

A heurística residual FFD Modificada, desenvolvida com o objetivo de resolver problemas de corte de estoque com reaproveitamento das sobras de material, também consiste em aplicar a heurística residual (seção 5.1) e no **Passo Final**, se ainda houver demanda residual, aplica-se a heurística FFD Modificada (Seção 4.3).

6. Exemplo

Nesta seção, apresentamos um exemplo pequeno de problema de corte de estoque com reaproveitamento das sobras de material.

Além da solução obtida pelas Heurísticas FFD Modificada e Residual FFD Modificada, apresentamos também a solução obtida pelas heurísticas FFD Pura e Residual FFD, visto que alterações em seus algoritmos são realizadas. Apresentamos também a solução da Heurística Gulosa Pura e Residual Gulosa, pois são heurísticas com tendência de obter bons padrões de corte no início e no final, padrões que geram perdas grandes.

Suponha que temos um estoque com $K = 4$ tipos de objetos e uma demanda com $m = 5$ tipos de itens. A perda aceitável para este caso será de aproximadamente 0.2% do objeto cortado e as sobras deverão ter comprimento superior a 250 cm. Os custos de estocar objetos não são considerados neste exemplo.

Id Objeto	Comprimento (cm)	Estoque
1	5155	7
2	2500	5
3	1000	9
4	900	5

Tabela 1: Dados dos objetos disponíveis em estoque

Item	Tamanho (cm)	Demanda
1	386	55
2	322	35
3	235	30
4	223	25
5	150	15

Tabela 2: Dados dos itens demandados

Solução da heurística FFD Pura

Id Objeto	x	Padrão de corte						Perda (cm)	Sobra (cm)
3	9	2	0	0	1	0		5	0
2	5	6	0	0	0	1		34	0
1	1	7	7	0	0	1		49	0
1	1	0	16	0	0	0		3	0
1	1	0	12	5	0	0		116	0
1	1	0	0	21	0	1		70	0
1	1	0	0	4	16	4		47	0
1	1	0	0	0	0	4		0	4550

Tabela 3: Solução obtida pela heurística FFD Pura

A solução apresentada pela heurística FFD Pura é considerada indesejável para o problema de reaproveitamento, pois com exceção do último padrão, os demais apresentam perdas que não podem ser reaproveitadas.

Solução da heurística FFD Modificada

Id Objeto	x	Padrão de corte						Perda (cm)	Sobra (cm)
1	4	12	0	0	1	2		0	0
2	2	3	0	0	4	3		0	0
2	3	0	2	6	2	0		0	0
1	1	0	16	0	0	0		3	0
1	1	0	12	2	3	1		2	0
1	1	1	1	10	4	0		0	1205

Tabela 4: Solução obtida pela heurística FFD Modificada

As alterações na heurística FFD Pura tornaram a solução do problema aceitável, pois apenas duas perdas muito pequenas foram geradas. Observe que o primeiro padrão na tabela 3 foi examinado pela Heurística FFD Modificada, porém descartado, já que a perda de 5 cm é inaceitável pela tolerância $\beta = 0,002$.

Solução da heurística Gulosa Pura

Id Objeto	x	Padrão de corte						Perda (cm)	Sobra (cm)
1	4	12	0	0	1	2		0	0
1	1	7	5	2	1	1		0	0
1	2	0	13	0	3	2		0	0
2	2	0	2	6	2	0		0	0
2	1	0	0	10	0	1		0	0
4	2	0	0	0	4	0		8	0
4	1	0	0	3	0	1		45	0
3	1	0	0	3	1	0		72	0
4	1	0	0	0	1	0		0	677

Tabela 5: Solução obtida pela heurística Gulosa Pura

Observe que a heurística Gulosa Pura obtém bons padrões de corte no início e concentra as perdas maiores nos últimos (fato conhecido). Porém, heurística FFD Modificada foi capaz de obter padrões melhores (Tabela 4).

Solução da heurística Residual FFD

Id Objeto	x	Padrão de corte						Perda (cm)	Sobra (cm)
1	4	12	0	0	1	2		0	0
1	1	0	13	0	3	2		0	0
2	4	0	2	6	2	0		0	0
3	3	2	0	0	1	0		5	0
1	1	1	14	1	0	0		26	0
4	1	0	0	3	0	1		45	0
2	1	0	0	2	7	3		19	0
1	1	0	0	0	0	1		0	5005

Tabela 6: Solução obtida pela heurística Residual FFD

A solução apresentada pela heurística Residual FFD apresenta muitas perdas que serão descartadas. Na Tabela 7 a seguir, podemos observar que depois de realizadas alterações no algoritmo original, as perdas se tornaram quase nulas, melhorando a solução consideravelmente.

Um fato comum que devemos observar nas soluções obtidas pelas heurísticas residuais (Tabelas 6, 7 e 8), são os primeiros padrões de corte gerados (são iguais), isto ocorre pelo fato de serem padrões obtidos pelo algoritmo residual (Seção 5.1). Os demais padrões de corte são gerados pelas heurísticas construtivas (Seção 4).

Solução da heurística Residual FFD Modificada

Id Objeto	x	Padrão de corte						Perda (cm)	Sobra (cm)
1	4	12	0	0	1	2		0	0
1	1	0	13	0	3	2		0	0
2	4	0	2	6	2	0		0	0
2	1	3	0	0	4	3		0	0
1	1	3	11	0	2	2		9	0
1	1	1	3	6	4	2		0	1201

Tabela 7: Solução obtida pela heurística Residual FFD Modificada

Pela Tabela 7 observamos que a solução apresentada pela Heurística Residual FFD Modificada é quase ideal para o problema de reaproveitamento, pois apresenta apenas uma pequena perda.

Solução da heurística Residual Gulosa

Id Objeto	x	Padrão de corte						Perda (cm)	Sobra (cm)
1	4	12	0	0	1	2		0	0
1	1	0	13	0	3	2		0	0
2	4	0	2	6	2	0		0	0
1	1	7	5	2	1	1		0	0
1	1	0	8	4	6	2		1	0
3	1	0	1	0	3	0		9	0
4	1	0	0	0	0	2		0	600

Tabela 8: Solução obtida pela heurística Residual Gulosa

Mesmo não sendo específica para o problema de reaproveitamento, a solução da Heurística Gulosa Residual fornece uma solução próxima de aceitável, pois tende concentrar as perdas maiores nos últimos padrões.

7. Conclusões e perspectivas

Neste trabalho definimos um problema de corte de estoque em que as sobras geradas pelo processo de corte são reaproveitadas para atender futuras demandas. Alterações em dois métodos heurísticos clássicos são apresentadas e experimentos computacionais preliminares sugerem resultados promissores, sendo possível obter ganhos de qualidade quando comparados com métodos heurísticos clássicos para o problema de corte de estoque. Uma continuação deste trabalho, consiste em alterar outras heurísticas de maneira que se tornem apropriadas para o problema de reaproveitamento.

8. Reconhecimento

Este trabalho contou com o apoio da FAPESP e CNPq.

Bibliografia

[1] ARENALES, M. N., MORABITO, R., HORÁCIO, H. Y., “O Problema de Corte e Empacotamento”, Livro-texto de Mini curso, XXXVI - Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, São João del Rei - MG, (2004).

- [2] GRADISAR, M., JESENKO, J., RESINOVIC, C., “*Optimization of roll cutting in clothing industry*”. Computers & Operational Research, 10: 945-953(1997).
- [3] GRADISAR, M., KLJAJIC, M., RESINOVIC, C., JESENKO, J., “*A sequential heuristic procedure for one-dimensional cutting*”. European Journal of Operational Research, 114: 557-568(1999).
- [4] GRADISAR, M., RESINOVIC, C., KLJAJIC, M., “*A hybrid approach for optimization of one-dimensional cutting*”. European Journal of Operational Research, 119: 719-728(1999).
- [5] GILMORE, P. C., GOMORY, R. E., “*A linear programming approach to the cutting stock problem*”. Operations Research, 9: 848-859 (1961).
- [6] GILMORE, P. C., GOMORY, R. E., “*A linear programming approach to the cutting stock problem - Part II*”. Operations Research, 11: 863-888 (1963).
- [7] GILMORE, P. C., GOMORY, R. E., “*Multi-stage cutting stock problems of two and more dimensions*”. Operations Research, 13: 94-120 (1965).
- [8] HAESSLER, R. W., “*Controlling cutting pattern changes in one-dimensional trim loss problems*”. Operations Research, 23: 483-493 (1975).
- [9] HAESSLER, R. W., “*A note on computational modifications to the Gilmore-Gomory cutting stock algorithm*”. Operations Research, 28: 1001-1005 (1980).
- [10] HINXMAN, A., “*The trim-loss and assortment problems: a survey*”. European Journal of Operational Research, 5: 8-18 (1980).
- [11] LIMEIRA, M. S., YANASSE, H.H., “*Uma heurística para o problema de redução de padrões de corte*”. Anais da V Oficina Nacional de Problemas de Corte e Empacotamento, São José dos Campos, SP, 137-145 (2001).
- [12] MORABITO, R., “*Problemas de corte e empacotamento*”. Livro-texto de Mini curso, Elavio, Montevideo - Uruguai (2004).
- [13] PILLEGI, G. C. F., “*Abordagens para otimização integrada dos problemas de geração e seqüenciamento de padrões de corte*”. Tese de Doutorado, ICMC – USP, (2002).
- [14] POLDI, K. C., “*Algumas extensões do problema de corte de estoque*”. Dissertação de Mestrado, ICMC - USP, (2003).
- [15] POLDI, K. C., ARENALES, M. N., “*Dealing with small demand in integer cutting stock problems with limited different stock lengths*”. Notas do ICMC - Série Computação, 85, ICMC - USP (2005).
- [16] STADTLER, H., “*A one-dimensional cutting stock problem in the Aluminium Industry and its solution*”. European Journal of Operational Research, 44: 209-223 (1990).
- [17] WÄSCHER, G., GAU, T., “*Heuristics for the integer one-dimensional cutting stock problem: a computational study*”. OR Spektrum, 18: 131-144 (1996).