Métodos de solução para o problema de corte bidimensional com sobras aproveitáveis

Luis Antonio de Souza Júnior
Depto. de Computação, FC, UNESP
17033-360, Bauru, SP
lu.playon@gmail.com

Adriana Cherri
Depto de Matemática, FC, UNESP
CEP: 17033-360, Bauru, SP
adriana@fc.unesp.br

Andrea Vianna
Depto. de Computação, FC, UNESP
17033-360, Bauru, SP
vianna@fc.unesp.br

Resumo: O problema de corte de estoque bidimensional consiste em cortar placas disponíveis em estoque com a finalidade de atender uma demanda de itens, otimizando uma função objetivo. Um problema frequentemente encontrado, porém, pouco abordado na literatura de problemas de corte de estoque, consiste no aproveitamento de sobras geradas durante o processo de corte. Desta forma, neste trabalho, apresentamos um estudo sobre estes problemas e propomos algumas alterações em um trabalho proposto na literatura. Basicamente, o estudo considera alterações na abordagem em Grafo E/OU e em procedimentos heurísticos da literatura. Para avaliação do desempenho dos procedimentos propostos para o problema de corte com aproveitamento de sobras, problemas gerados aleatoriamente serão utilizados.

Palavras-chave: Aproveitamento de sobras, problema de corte bidimensional, abordagem grafo E/OU.

1. Introdução

A otimização do processo de corte de peças maiores disponíveis em estoque para a produção de peças menores, em quantidades encomendadas, tem sido objeto de estudo há 5 décadas, desde os trabalhos pioneiros de Gilmore e Gomory (1961, 1963, 1965). Trata-se de um problema importante (devido às várias aplicações industriais) e interessante (devido à complexidade computacional) da otimização combinatória.

Os problemas de corte de estoque bidimensionais são problemas de otimização combinatória que consistem no corte de peças maiores (*placas*) em peças menores (*itens*) otimizando um objetivo, que pode ser a minimização das perdas, maximização do lucro, minimização do número total de objetos a serem cortados, entre outros. Este é um problema frequente em empresas que possuem processos de corte integrados, como por exemplo o corte de chapas metálicas, de vidro e de madeira, dentre vários outros. Considerando a diversidade de ambientes em que surgem os problemas de corte, propomos um estudo que considera o aproveitamento de sobras geradas durante o processo de corte bidimensional. O problema de corte de estoque com sobras aproveitáveis (PCESA-2D) apresentado neste trabalho é baseado em Cherri (2009) e consiste em aproveitar sobras de padrões de corte (pedaços cortados, não demandados) desde que não sejam demasiadamente pequenas. Como sobras grandes (retalhos) são inaceitáveis quando se objetiva sua minimização, considerar que algumas das sobras são aproveitáveis e podem retornar ao estoque como retalhos, torna o critério de minimização de sobras não mais adequado para quantificar a qualidade de uma solução. Entretanto, acumular muitos retalhos em estoque não é uma prática desejável e, desta forma, os retalhos disponíveis em estoque têm prioridades de uso em relação aos demais objetos.

Para resolver este problema, Cherri (2009) já apresentou alguns estudos e realizou algumas alterações na abordagem grafo E/OU (Morabito (1989) e Vianna (2000)). Entretanto, algumas alterações estão sendo realizadas neste trabalho com a finalidade de melhorar a solução dos problemas. Antes de apresentar as alterações realizadas no Grafo E/OU utilizado por Cherri (2009), apresentamos uma breve definição do problema de corte bidimensional com sobras de material aproveitáveis.

2. Problema de corte de bidimensional com aproveitamento de sobras

Durante o processo de corte de peças, sobras inevitáveis ocorrem e, eventualmente, são descartadas. Porém, algumas indústrias apresentam possibilidades de utilizar estas sobras para cortes futuros, desde que tenham dimensões significativas.

Embora sobras baixas seja um objetivo desejado, a possibilidade de aproveitá-las para atender demandas futuras introduz uma nova condição na avaliação de uma solução. De acordo com o trabalho de Cherri (2009) no PCESA-2D os itens que compõem os padrões de corte podem ser rearranjados de modo a gerar retalhos para o estoque no lugar de determinadas perdas. Entretanto, a quantidade de retalhos gerada durante o processo de corte deve ser limitada. Uma breve definição do problema de corte de estoque bidimensional com sobras de material aproveitáveis é apresentada a seguir:

Um conjunto de itens com dimensões ($l \times w$) deve ser produzido a partir do corte de placas com dimensões ($L \times W$), as quais podem ser de tamanhos padronizados (placas comprados pela empresa) ou não-padronizadas (placas que são retalhos de cortes anteriores). São dadas as dimensões e as quantidades dos itens e das placas disponíveis em estoque. As demandas devem ser atendidas, cortando-se os objetos disponíveis, de modo que as sobras sejam 'pequenas' (chamadas de perdas) ou 'suficientemente grandes' (chamadas de retalhos) para retornarem ao estoque, porém em número limitado.

Para uma melhor compreensão do PCESA-2D, considere o seguinte exemplo, no qual estabelecemos que toda sobra com dimensões superiores a (15×10) é um retalho que pode ser utilizado no atendimento de demandas futuras e as dimensões dos itens a serem cortados são:

- $(l_1 \times w_1) = (15 \times 25)$;
- $(l_2 \times w_2) = (21 \times 14)$;
- $(l_3 \times w_3) = (12 \times 13)$;
- $(l_4 \times w_4) = (24 \times 21)$.

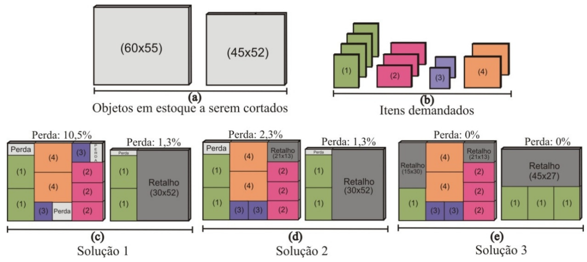

Figura 1: Dados de um problema de corte bidimensional e soluções alternativas

Neste exemplo, observamos que os três possíveis padrões de corte são equivalentes se avaliarmos a função objetivo *sobra total* (soma das áreas das sobras nas placas cortadas). Entretanto, a Solução 2 (Fig. 1 - **d**) deve ser preferível à Solução 1 (Fig. 1 - **c**), uma vez que se trata de um rearranjo de itens dentro de um padrão de corte. Com relação a Solução 3 (Fig. 1 - **e**), obtida por desfazer parcialmente a Solução 2, observamos que a perda foi reduzida, porém, o número de retalhos aumentou, ou seja, esta solução adia o desperdício com a demanda atual, na expectativa de que demandas futuras possam ser mais bem adequadas aos retalhos gerados, reduzindo a perda total num horizonte de planejamento, além do período atual.

A seguir, apresentamos algumas alterações que vem sendo realizadas no trabalho proposto por Cherri (2009) para resolver o PCESA.

3. Trabalho Realizado

No trabalho de Cherri (2009), o processo de ramificação do Grafo E/OU inicia com uma solução inicial (limitante inferior) obtida a partir de um padrão de corte homogêneo, que é caracterizado por ser composto apenas por itens de um mesmo tipo. Essa estratégia exige pouco esforço computacional, entretanto, gera soluções de baixa qualidade (dizemos que a estratégia gera um limitante inferior fraco).

Desta forma, no trabalho realizado até o momento trocamos do método que calcula a solução inicial (limitante inferior) para a ramificação do Grafo E/OU. O cálculo do limitante inferior agora é obtido a partir do padrão de corte guilhotinado 2-estágios restrito (um corte é guilhotinado se aplicado em uma placa, o corte produz dois novos retângulos e é restrito quando há restrições na demanda de itens).

O problema de corte guilhotinado 2-estágios corresponde ao problema da mochila no caso unidimensional. Para uma melhor compreensão da geração de padrões de corte 2-estágios, considere uma placa de dimensões $L\times W$ (comprimento L e largura W) que deve ser cortada para a produção de m tipos de itens de dimensões $l_i\times w_i$, i = 1, ..., m. Os itens que compõem cada faixa devem pertencer ao conjunto $W_k = \{ \ i \ tal \ que: \ w_i \ \le w_k \ \}$. Além disso, a cada item i está associado um valor de utilidade v_i , $i=1,\ldots,m$.

Seja $(\gamma_1, \gamma_2,\ldots, \gamma_m)$ o vetor associado a um padrão de corte sobre a placa $L\times W$, isto é, γ_i é o número de itens do tipo i na faixa L. O problema é resolvido em duas etapas. Na primeira etapa, temos que determinar a melhor maneira de cortar as faixas: $L \times w_i$, i = 1, ..., m. Se considerarmos, r o número de diferentes larguras dos itens, para determinar a melhor maneira de cortar uma faixa da placa $L \times W$ devemos resolver os seguintes problemas da mochila (Gilmore e Gomory (1961)):

$$V_k = Máximo \sum_{i\in W_k} v_i \gamma_{ik} \qquad (1)$$

sujeito a:

$$\sum_{i \in W_k} l_i \gamma_{ik} \le L \qquad (2)$$

$$\gamma_{ik} \ge 0, \text{ inteiro}, \ i=1,..,m \qquad (3)$$

Após resolvidos os r problemas da mochila (1)-(3), temos em mãos as melhores faixas e com elas podemos compor o padrão de corte bidimensional.

A segunda etapa consiste em determinar quantas vezes cada faixa deve ser utilizada no melhor padrão bidimensional. Como cada faixa k tem largura w_k e a largura da placa é W, resolvemos o seguinte problema da mochila:

$$V = maximizar\ V_1\beta_1 + V_2\beta_2 + \ldots + V_r\beta_r \qquad (4)$$

sujeito a:

$$w_1\beta_1 + w_2\beta_2 + \ldots + w_r\beta_r \le W \qquad (5)$$

$$\beta_1 \ge 0,\ \beta_2 \ge 0, \ldots,\ \beta_r \ge 0 \text{ e inteiros.} \qquad (6)$$

Assim, para a obtenção de um padrão de corte guilhotinado 2-estágios, é necessária a resolução de r + 1 problemas da mochila unidimensional. Estes procedimentos devem ser realizados sempre observando a demanda dos itens para não haver violações. Para a resolução dos r + 1 problemas da mochila o método *Branch & Bound* foi utilizado.

Este cálculo, embora necessite de um maior esforço computacional, é utilizado como limitante inferior para as demais ramificações do Grafo E/OU, porém, como a solução é melhor que a solução homogênea, ramificações não promissoras são eliminadas.

Este procedimento para determinar a solução inicial já foi substituído no Grafo E/OU utilizado por Cherri (2009). Alguns testes computacionais estão sendo realizados para verificar se as soluções obtidas são melhores que as soluções geradas anteriormente e verificar o tempo computacional.

Referências

[1] Cherri, A. C., *Algumas extensões do problema de corte de estoque com sobras de material aproveitáveis*. Tese de doutorado, ICMC - USP, São Carlos, SP, Brasil (2009).

[2] Gilmore, P. C., Gomory, R. E., *A linear programming approach to the cutting stock problem*. Operational Research, 9: 848-859, (1961).

[3] Gilmore, P. C., Gomory, R. E., *A linear programming approach to the cutting stock problem – Part II*. Operations Research, 11: 863-888, (1963).

[4] Gilmore, P. C., Gomory, R. E., *Multi-stage cutting stock problems of two and more dimensions*. Operations Research, 13: 94-120, (1965).

[5] Morabito, R., *Corte de estoque bidimensional*. Dissertação de Mestrado, ICMC - USP, São Carlos, SP, Brasil (1989).

[6] Vianna, A. C. G., *Problemas de corte e empacotamento: Uma abordagem em grafo E/OU*. Tese de Doutorado, ICMC - USP, São Carlos, SP, Brasil (2000).