

# **MODELO MATEMÁTICO PARA O PROBLEMA DE CORTE COM USO/VENDA DE RETALHOS E HEURÍSTICA DE ARREDONDAMENTO**

**Douglas Nogueira do Nascimento**

Departamento de Computação, Faculdade de Ciências, UNESP, Bauru  
Av. Eng. Luiz Edmundo Carrijo Coube, 14-01, Vargem Limpa, Bauru, SP  
douglasnn@fc.unesp.br

**Adriana Cherri**

Departamento de Matemática, Faculdade de Ciências, UNESP, Bauru  
Av. Eng. Luiz Edmundo Carrijo Coube, 14-01, Vargem Limpa, Bauru, SP  
adriana@fc.unesp.br

**Karen Rocha Coelho**

Pós-graduação em Engenharia de Produção, Faculdade de Engenharia, UNESP, Bauru  
Av. Eng. Luiz Edmundo Carrijo Coube, 14-01, Vargem Limpa, Bauru, SP  
karenrc345@hotmail.com

**Edméa Cassia Baptista**

Departamento de Matemática, Faculdade de Ciências, UNESP, Bauru  
Av. Eng. Luiz Edmundo Carrijo Coube, 14-01, Vargem Limpa, Bauru, SP  
baptista@fc.unesp.br

## **RESUMO**

Os problemas de corte de estoque com sobras aproveitáveis (PCESA) consistem em cortar um conjunto de objetos padronizados ou retalhos disponíveis em estoque para produzir um conjunto de itens demandados. O objetivo consiste em determinar a melhor maneira de cortar os objetos de modo a otimizar uma função objetivo e considerando que retalhos podem ser gerados para retornarem ao estoque. A abordagem utilizada neste trabalho considera que os retalhos são gerados em quantidades e tamanhos previamente determinados e, além de serem estocados para atender demandas futuras, também podem ser vendidos a empresas que utilizam estes objetos como matéria-prima. Um modelo matemático proposto na literatura foi alterado para resolver esse problema visando a maximização do lucro no processo de corte. Para a obtenção de soluções inteiras, um procedimento heurístico residual que também considera o aproveitamento de sobras foi proposto. Testes computacionais foram realizados com dados gerados aleatoriamente.

**PALAVRAS CHAVE.** Aproveitamento de sobras, Modelo matemático, Procedimento heurístico.

**Tarefa do temático que se relaciona o trabalho:** A.1.

## **1. Introdução**

Os problemas de corte de estoque (PCE) visam cortar um conjunto de objetos disponíveis em estoque em um conjunto de itens, cujas quantidades e tamanhos são especificados, com a finalidade de atender demandas ou compor estoque, buscando otimizar uma determinada função objetivo. Esse tipo de problema é encontrado em diferentes processos industriais como, por exemplo, o corte de bobinas de aço, bobinas de papel e barras de ferro.

Uma solução para o PCE, frequentemente chamada de plano de corte, é gerada por um conjunto de padrões de corte e suas respectivas frequências, ou seja, quantas vezes cada padrão de corte deve ser cortado para produzir itens. Um padrão de corte define um subconjunto de itens que deve ser cortado de um objeto disponível em estoque.

As principais pesquisas sobre os PCE surgiram na década de 1960 com os trabalhos de Gilmore e Gomory (1961, 1963). Em 1961 os autores apresentaram um método pioneiro para a resolução de PCE que resolveu pela primeira vez, um problema real de corte de estoque unidimensional. Em Gilmore e Gomory (1963) foi apresentado um novo método para o problema da mochila, que é um subproblema a ser resolvido durante a resolução do PCE, fornecendo as novas colunas (padrões de corte) para o problema. Poldi e Arenales (2009) estudaram o problema de obtenção de uma solução inteira para o PCE considerando baixas demandas e diferentes tamanhos de objetos em estoque.

Uma variação do PCE é o Problema de Corte de Estoque com Sobras Aproveitáveis (PCESA). Neste problema, as sobras geradas durante o processo de corte podem ser utilizadas para atender demandas futuras desde que estas sejam suficientemente grandes (retalhos). No PCESA é interessante que os retalhos disponíveis em estoque tenham prioridade de uso, pois, além de ocuparem espaço físico, estes podem se tornar sucatas se não forem utilizados em um determinado período de tempo.

Brown (1971) foi o primeiro autor a mencionar o aproveitamento de sobras. Roodman (1986) propôs um procedimento heurístico para a geração de padrões para o PCE, tendo como objetivo minimizar a perda e a concentração das sobras em poucos padrões de corte. Scheithauer (1991) apresentou um modelo matemático para resolver o PCESA, o qual foi resolvido utilizando a técnica de geração de colunas proposta por Gilmore e Gomory (1963). Gradisar et al. (1997) apresentaram um estudo sobre PCE em uma indústria de tecidos. Um modelo matemático para minimizar o número de itens cujas demandas não eram atendidas durante o processo de corte e a perda de material foi proposto, mas não foi utilizado para no problema. Os autores propuseram um procedimento heurístico (COLA) que também considera a possibilidade de sobras.

Abuabara e Morabito (2009) utilizaram o modelo matemático proposto por Gradisar et al. (1997) para resolver o PCESA em uma pesquisa aplicada a uma empresa brasileira que corta tubos estruturais metálicos para a produção de aeronaves agrícolas. Cherri et al. (2009) realizaram alterações em heurísticas, construtivas e residuais, clássicas da literatura, para resolver o PCESA. Cui e Yang (2010) propuseram uma extensão do modelo de Scheithauer (1991), considerando que a quantidade de objetos em estoque é limitada e a quantidade de retalhos gerados nos padrões de corte pode ser controlada. Cherri et al. (2013) modificaram as heurísticas propostas em Cherri et al. (2009), assumindo que retalhos em estoque devem ter prioridade de uso durante o processo de corte. Cherri et al. (2014) escreveram um *survey* envolvendo o PCESA para o caso unidimensional.

Neste trabalho, propomos alterações em um modelo matemático recentemente proposto na literatura para resolver o PCESA. Com as alterações realizadas, os retalhos disponíveis em estoque além de serem utilizados durante o processo de corte, podem ser vendidos para outras empresas que utilizam estes objetos como matéria prima. Um procedimento heurístico que também considera o aproveitamento de sobras foi proposto para a obtenção de soluções inteiras.

## **2. PCESA considerando venda de retalhos**

No PCESA e venda de retalhos, um conjunto de itens demandados deve ser produzido a partir do corte de objetos padronizados ou retalhos disponíveis em estoque em quantidades limitadas. Neste problema, retalhos com comprimentos definidos previamente e em quantidades limitadas para cada tipo podem ser gerados durante o processo de corte e não são computados como perdas. Os retalhos disponíveis em estoque podem ser utilizados durante o processo de corte ou, se atrativo, podem ser vendidos para outras empresas que usam esses objetos como matéria prima. O objetivo do problema consiste em maximizar o lucro da empresa.

### 3. Modelo matemático e procedimento heurístico

No modelo matemático obtido a partir de alterações no modelo proposto por Arenales et. al (2015), a função objetivo visa maximizar o lucro a partir do corte de objetos padronizados, retalhos, ou venda de retalhos. De acordo com o modelo, um objeto padronizado pode ser completamente cortado ou parcialmente cortado. No segundo caso, são gerados dois objetos: um objeto reduzido que será cortado em itens e um retalho que retornará ao estoque para atender futuras demandas ou, caso seja mais lucrativo, ser vendido a outras empresas.

Com relação à venda de retalhos, duas situações podem ser consideradas: (i) quando atrativo, vender os retalhos durante o processo de corte e manter em estoque os que não forem vendidos ou cortados, ou (ii) vender todos os retalhos restantes em estoque, após o processo de corte.

Para a obtenção de soluções inteiras, foi proposto um procedimento heurístico residual que também considera o aproveitamento de sobras. Tanto o modelo matemático quanto o procedimento heurístico proposto foram implementados utilizando a interface OPL do software CPLEX.

### 4. Conclusões e perspectivas futuras

Neste trabalho, abordamos o problema de corte de estoque unidimensional com sobras aproveitáveis (PCESA) com a possibilidade de uso e venda de retalhos em estoque. Para resolver este problema, realizamos alterações em um modelo matemático proposto na literatura com a finalidade de maximizar o lucro da empresa. Para considerar o aproveitamento de sobras, foram realizados cortes parciais nos objetos padronizados disponíveis em estoque de modo a gerar retalhos com quantidades e tamanhos previamente definidos. Para obter soluções inteiras, um procedimento heurístico residual também foi proposto. Tanto o modelo matemático quanto o procedimento heurístico foram implementados utilizando a interface OPL do software CPLEX.

Para avaliar o desempenho da estratégia proposta, foram realizados testes computacionais com problemas gerados aleatoriamente e considerando períodos de tempo. Os resultados preliminares obtidos foram satisfatórios e serão apresentados no evento, juntamente com o modelo matemático e o procedimento heurístico.

Como continuidade deste trabalho, pretendemos desenvolver uma nova heurística, utilizando *mixed integer programming* (MIP), para obtenção de soluções inteiras. Outros testes devem ser realizados considerando a possibilidade de gerar mais variedades de retalhos.

**Agradecimentos:** Os autores agradecem o apoio financeiro do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP – Proc.: 2013/18607-9).

### Referências

- Abuabara, A. e Morabito R.** (2009), Cutting optimization of structural tubes to build agricultural light aircrafts, *Annals of Operations Research*, 149, 149-165.
- Arenales, M.N., Cherri, A. C., Nascimento, D. N. e Vianna, A. C. G.** (2015), A new mathematical model for the cutting stock/leftover problem. Notas do ICMC-USP: Série Computação, n.97, São Carlos: ICMC, 2015. 14p. Disponível em: <[http://www.icmc.usp.br/CMS/Arquivos/arquivos\\_enviados/ESTAGIO-BIBLIO\\_171\\_Notas%20Serie %20Comp%2097.pdf](http://www.icmc.usp.br/CMS/Arquivos/arquivos_enviados/ESTAGIO-BIBLIO_171_Notas%20Serie%20Comp%2097.pdf)>.
- Brown, A. R.** (1971), Optimum packing and depletion: the computer in space and resource usage proble. *New York: Macdonald - London and American Elsevier Inc*, 1971.
- Cherri, A. C., Arenales, M. N. e Yanasse, H. H.** (2009), The one-dimensional cutting stock problems with usable leftover: A heuristic approach, *European Journal of Operational Research*, 196, 897-908.

- Cherri, A. C., Arenales, M. N. e Yanasse, H. H.** (2013), The usable leftover one-dimensional cutting stock problem — a priority-in-use heuristic, *International Transactions in Operational Research*, 20, 189-199.
- Cherri, A. C., Arenales, M. N., Yanasse, H. H., Pold, K. C. e Vianna, A. C. G.** (2014), The one-dimensional cutting stock problem with usable leftovers - A Survey, *European Journal of Operational Research*, 236, 395-402.
- Cui, Y. e Yang, Y.** (2010), A heuristic for the one-dimensional cutting stock problem with usable leftover. *European Journal of Operational Research*, 204, 245-250.
- Gilmore, P. C. e Gomory, R. E.** (1961), A linear programming approach to the cutting stock problem, *Operations Research*, 9, 848-859.
- Gilmore, P. C. e Gomory, R. E.** (1963), A linear programming approach to the cutting stock problem - Part II, *Operations Research*, 11, 863-888.
- Gradisar, M., Jesenko, J. e Resinovic, C.** (1997), Optimization of roll cutting in clothing industry, *Computers & Operational Research*, 10, 945-953.
- Poldi, K. C. e Arenales, M. N.** (2009), Heuristics for the one-dimensional cutting stock problem with limited multiple stock lengths, *Computers and Operations Research*, 36, 2074-2081.
- Roodman, G. M.** (1986), Near-optimal solutions to one-dimensional cutting stock problem, *Computers and Operations Research*, 13, 713-719.
- Scheithauer, G.** (1991), A note on handling residual length, *Optimization*, 22, 461 – 466.