

PROBLEMA DE CORTE UNIDIMENSIONAL COM SOBRAS APROVEITÁVEIS: RESOLUÇÃO DE UM MODELO MATEMÁTICO

Adriana Cherri

Departamento de Matemática, Faculdade de Ciências, UNESP, Bauru
adriana@fc.unesp.br

Karen Rocha Coelho

Departamento de Engenharia de Produção, Faculdade de Engenharia, UNESP, Bauru
karenrc345@hotmail.com

Douglas Nogueira do Nascimento

Departamento de Computação, Faculdade de Ciências, UNESP, Bauru
douglasnn@fc.unesp.br

RESUMO

Os problemas de corte de estoque (PCE) consistem em cortar um conjunto de objetos disponíveis em estoque em um conjunto de itens para atender a demanda de clientes ou para compor estoque. Neste trabalho, pretende-se avaliar as vantagens de investir em técnicas que consideram o aproveitamento de sobras (possíveis retalhos para estoque) gerados durante o processo de corte. Um modelo matemático proposto na literatura será utilizado com algumas alterações. Este modelo, que tem o objetivo de minimizar a perda, considera a geração de retalhos e seu uso para atender às demandas futuras. O modelo foi resolvido utilizando a técnica de geração de colunas. Testes computacionais foram realizados com instâncias geradas aleatoriamente e mostram um bom desempenho do modelo.

PALAVRAS CHAVE. Problema de corte de estoque, Aproveitamento de sobras, Otimização Combinatória.

ABSTRACT

Cutting stock problems (CSP) consist of cutting a set of available objects in order to produce items to attend the demand of clients or to compose stock. In this work, we intend to evaluate the advantages of investing in cutting techniques that consider the usable leftovers (possible retails to stock) generated during the cutting process. A mathematical model proposed in the literature will be used with some modifications. This model, that has the objective to minimize the waste, considers the generation of retails and their use to meet future demands. This model was solved using the column generation technique. Computational tests were performed with randomly generated instances and showed a good performance of the model.

KEYWORDS: Cutting stock problem, Usable leftovers, Combinatorial optimization.

1. Introdução

O problema de corte de estoque (PCE) consiste em cortar um conjunto de objetos padronizados (comprados de fornecedores pela empresa) disponíveis em estoque em um conjunto de itens com a finalidade de atender demandas de clientes ou compor estoque. As quantidades e tamanhos dos itens são especificados e para solucionar o problema deve-se otimizar uma função objetivo. São exemplos de função objetivo: minimizar o número total de objetos cortados, minimizar o custo de cortar objetos, maximizar o lucro, minimizar a perda, entre outras. A aplicação desse tipo de problema ocorre em diversos processos industriais tais como o corte de bobinas de aço e de papel, peças de couro, chapas de vidro, peças de madeira, barras de ferro, entre outros objetos.

De modo geral, os PCE são problemas importantes (devido às várias aplicações industriais) e interessantes (devido à complexidade computacional) da otimização combinatória. Além disso, a importância econômica, operacional e a dificuldade de resolução destes problemas têm motivado pesquisadores da comunidade de pesquisa operacional pela busca de boas soluções para estes problemas.

Uma solução para o PCE, frequentemente chamada de plano de corte, é gerada por um conjunto de padrões de corte e suas respectivas frequências, ou seja, quantas vezes cada padrão de corte deve ser cortado para produzir itens. Um padrão de corte define um subconjunto de itens que deve ser cortado de um objeto disponível em estoque.

O PCE começou a ser estudado por volta de 1940, embora as principais pesquisas sobre o assunto tenham surgido na década de 1960 com os trabalhos de Gilmore e Gomory (1961, 1963). Em 1961 os autores apresentaram um método para a resolução de PCE, no qual utilizaram o *método simplex com geração de colunas* para um modelo de otimização linear, que resolveu pela primeira vez um problema real de corte de estoque unidimensional. Em Gilmore e Gomory (1963) foi apresentado um novo método para o problema da mochila e foi realizado um estudo de caso no corte de papel. Nos PCE, o problema da mochila surge como um subproblema a ser resolvido, fornecendo as novas colunas (padrões de corte) para o problema.

Hinxman (1980) fez uma revisão dos problemas e métodos de resolução para os PCE e formalizou a heurística de repetição exaustiva, bastante utilizada na prática principalmente quando a demanda dos itens é baixa. Na década de 1990, Stadtler (1990) realizou um estudo de caso em uma indústria de alumínio com o objetivo de determinar o número mínimo necessário de objetos em estoque para atender as demandas de clientes. O autor propôs um novo método baseado no processo de geração de colunas proposto por Gilmore e Gomory (1961) e (1963), apresentando um procedimento de arredondamento para obtenção de uma solução inteira (heurística residual). Poldi e Arenales (2009) estudaram o problema de obtenção de uma solução inteira para o PCE enfatizando baixas demandas e vários tamanhos de objetos em estoque.

Como consequência do processo de corte, um problema que vem sendo estudado é o aproveitamento de sobras de objetos cortados desde que estas sejam suficientemente grandes para retornar ao estoque e atender futuras demandas. Estas sobras que retornam ao estoque são denominadas de *retalhos* e o problema é conhecido na literatura como problema de corte de estoque com sobras aproveitáveis (PCESA). Brown (1971) foi um dos primeiros autores a tratar implicitamente o aproveitamento de sobras em seu trabalho.

Roodman (1986) descreveu um procedimento heurístico para a geração de padrões para o PCE no qual os objetos do estoque possuem comprimentos diferentes e disponibilidade limitada. Seu principal objetivo era a minimização da perda e a concentração das sobras em poucos padrões de corte para que pudessem ser utilizadas no corte de futuros itens demandados. Scheithauer (1991) modificou o problema proposto por Gilmore e Gomory (1963) e também considerou o aproveitamento de sobras durante o processo de corte.

Gradisar et al. (1997) apresentaram um estudo sobre PCE em uma indústria de tecidos. Um modelo matemático para minimizar o número de itens cujas demandas não eram atendidas durante o processo de corte e a perda total de material foi proposto, entretanto, este modelo não

foi utilizado para resolver o problema. Os autores propuseram um procedimento heurístico (COLA) que também considera a possibilidade de sobras com comprimento superior a um determinado parâmetro retornarem ao estoque como retalho para atender futuras demandas.

Abuabara e Morabito (2009) utilizaram o modelo matemático proposto por Gradisar et al. (1997) para resolver o PCESA em uma empresa brasileira que corta tubos estruturais metálicos para a produção de aeronaves agrícolas. O problema resolvido considerou diferentes tipos de objetos em estoque em quantidades suficientes para atender a demanda e possíveis retalhos que foram gerados em cortes anteriores.

Cherri et al. (2009) realizaram alterações em heurísticas (construtivas e residuais) clássicas da literatura para solucionar o PCESA. Neste trabalho, sobras com dimensões superiores a um determinado comprimento retornavam ao estoque para atender futuras demandas e não eram computadas como perdas. Embora as soluções obtidas tenham sido boas em termos de perdas, nenhuma prioridade de uso dos retalhos foi imposta, permitindo que muitos permanecessem em estoque durante longo período de tempo. Em Cherri et al. (2013) foram modificadas algumas heurísticas desenvolvidas em Cherri et al. (2009) e, além de minimizar a perda, assume-se que retalhos em estoque devem ter prioridade de uso durante o processo de corte.

Cherri et al. (2014) reuniram trabalhos da literatura que consideram o PCESA para o caso unidimensional. Neste survey, os autores apresentam as aplicações do PCESA, o modelo matemático (quando proposto), comentários dos resultados obtidos em cada trabalho e propostas para continuidade de estudos relacionados ao PCESA.

Considerando que o objetivo central de uma empresa é a geração de lucro e a matéria prima não convertida em produto pode significar prejuízos, tecnologias e processos que visam o máximo aproveitamento das peças de estoque e utilização eficiente de matéria prima, como é o caso dos PCESA, são de extrema importância no processo industrial, pois, uma vez que as sobras não são descartadas, ocorre menor desperdício de material, o que pode gerar aumento de lucro para a empresa e minimização do prejuízo ao meio ambiente, que recebe menor quantidade de resíduos.

Neste trabalho, para resolver o PCESA, realizamos uma pequena alteração no modelo matemático proposto por Silva et al. (2013), que é baseado no modelo de Gilmore e Gomory (1963). No modelo utilizado, os padrões de corte com ou sem retalho são considerados para um mesmo tipo de objeto e a quantidade total de retalhos gerados é limitada. Para verificar o desempenho do modelo, testes computacionais foram realizados com exemplares gerados aleatoriamente. No trabalho de Silva et al. (2013) os autores apresentam o modelo matemático, entretanto, nem todas as restrições do modelo são consideradas para a implementação. Desta forma, implementamos todas as restrições do modelo utilizando a ferramenta OPL (Optimization Programming Language) do software CPLEX.

A Seção 2 deste trabalho apresenta uma breve apresentação sobre PCESA. Na Seção 3 é apresentado o modelo matemático utilizado. Na Seção 4 alguns testes computacionais são realizados. A Seção 5 refere-se às conclusões e trabalhos futuros.

2. Problema de corte de estoque com sobras aproveitáveis

No problema de corte de estoque com sobras aproveitáveis (PCESA) um conjunto de itens demandados deve ser cortado a partir de objetos maiores com tamanhos padronizados (objetos comprados de fornecedores) ou objetos não padronizados (retalhos obtidos a partir de cortes anteriores) de modo a minimizar o desperdício. Novos retalhos podem ser gerados e não são computados como perdas, entretanto, sua quantidade deve ser limitada.

A Figura 1 (retirada de Cherri (2009)) ilustra um PCESA em que são demandados itens de 3, 4 e 5 metros e, portanto, considera-se que a sobra com tamanho igual ou superior a 5 metros é um retalho. Os objetos com comprimentos 11, 10 e 7 são retalhos em estoque.

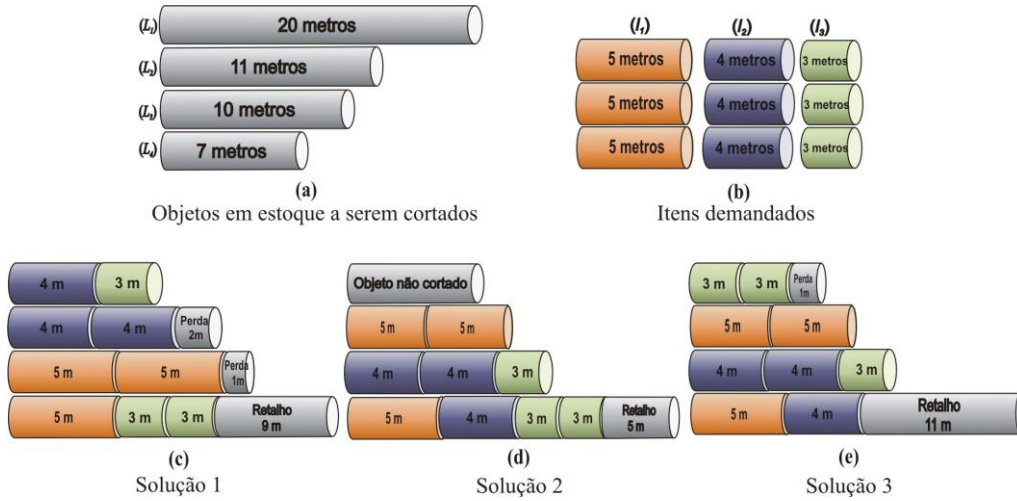


Figura 1: Exemplo de um problema de corte com soluções alternativas

Neste exemplo, a Solução 1 e a Solução 3 cortam todos os retalhos do estoque e geram um novo que deve retornar ao estoque. Assim, como a perda total na Solução 3 é menor, ela é superior em relação à Solução 1. A Solução 2 tem perda nula, mas fica com dois retalhos em estoque. Em nossa abordagem, a Solução 3 e a Solução 2 são interessantes para o problema, a escolha entre elas seria de acordo com a disponibilidade de armazenamento de novos retalhos em estoque (neste caso, a Solução 2 seria superior).

São poucos os trabalhos da literatura que apresentam um modelo matemático para resolver o PCESA. Desta forma, neste trabalho utilizamos um modelo matemático (Silva et al. (2013)) que pode ser resolvido utilizando a técnica de geração de colunas (Gilmore e Gomory (1963)). Com este modelo, cortes parciais nos objetos disponíveis em estoque são avaliados implicitamente, permitindo que retalhos sejam gerados para atender demandas futuras. Pretende-se concluir qual a melhor maneira de cortar objetos do estoque de modo a evitar ao máximo o desperdício de material e possibilitando a geração de retalhos.

3. Modelo matemático

Para a modelagem matemática do PCESA, consideram-se os seguintes dados:

- S : número de tipos de objetos padronizados. Denotamos objetos tipo $s \in \{1, \dots, S\}$;
- R : número de tipos de retalhos em estoque. Denotamos retalhos $s \in \{S+1, \dots, S+R\}$;
- L_s : comprimento do objeto tipo s , $s = 1, \dots, S+R$;
- e_s : número de objetos tipo s em estoque, $s = 1, \dots, S+R$;
- m : número de tipos de itens demandados;
- ℓ_i : comprimento do item tipo i , $i = 1, \dots, m$;
- d_i : demanda do item tipo i , $i = 1, \dots, m$;
- J_s : conjunto de padrões de corte para o objeto tipo s , $s = 1, \dots, S+R$;
- $J_s(k)$: conjunto de padrões de corte para os objetos padronizados tipo s com sobra do tipo k , $k = 1, \dots, R$, $s = 1, \dots, S$;
- a_{ijs} : número de itens tipo i cortados no padrão j para o objeto s , $i = 1, \dots, m$;
- c_{js} : custo de cortar o objeto s de acordo com o padrão de corte j , $j \in \{J_s, s = 1, \dots, S+R\} \cup \{J_s(k), k = 1, \dots, R, s = 1, \dots, S\}$;
- U : número máximo permitido de retalhos.

Variáveis:

x_{js} : número de objetos tipo s cortados segundo o padrão de corte j , $j \in \{J_s, s = 1, \dots, S + R\} \cup \{J_s(k), k = 1, \dots, R, s = 1, \dots, S\}$;

Os parâmetros α e β podem ser utilizados, respectivamente, para estimular a geração de novos retalhos e o uso de objetos retalhos disponíveis em estoque.

Para o modelo, um objeto padronizado pode ser completamente cortado ou parcialmente cortado. No segundo caso, dois objetos são gerados: um objeto reduzido que será cortado em itens e um retalho que retornará ao estoque para atender futuras demandas. Além disso, novos retalhos podem apenas ser gerados para reduzir a perda.

Os tamanhos dos retalhos obtidos de um objeto padronizado s são $L_s - \ell$, em que $\ell \in [\ell_s^{\min}, \ell_s^{\max}]$, ou seja, o intervalo $[\ell_s^{\min}, \ell_s^{\max}]$ estabelece o comprimento dos novos retalhos. Os retalhos gerados não são computados como perda.

Modelo Matemático

$$\text{Minimizar } f(\mathbf{x}) = \sum_{s=1}^S \sum_{j \in J_s} c_{js} x_{js} + \alpha' \sum_{s=1}^S \sum_{k=1}^R \sum_{j \in J_s(k)} c_{js} x_{js} + \alpha'' \sum_{s=S+1}^{S+R} \sum_{j \in J_s} c_{js} x_{js} \quad (1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{s=1}^S \sum_{j \in J_s} a_{ijs} x_{js} + \sum_{s=1}^S \sum_{k=1}^R \sum_{j \in J_s(k)} a_{ijs} x_{js} + \sum_{s=S+1}^{S+R} \sum_{j \in J_s} a_{ijs} x_{js} \geq d_i, \quad i = 1, \dots, m \quad (2)$$

$$\sum_{j \in J_s} x_{js} + \sum_{k=1}^R \sum_{j \in J_s(k)} x_{js} \leq e_s, \quad s = 1, \dots, S \quad (3)$$

$$\sum_{j \in J_s} x_{js} \leq e_s, \quad s = S + 1, \dots, S + R \quad (4)$$

$$\sum_{s=1}^S \sum_{k=1}^R \sum_{j \in J_s(k)} x_{js} - \sum_{s=S+1}^{S+R} \sum_{j \in J_s} x_{js} \leq U \quad (5)$$

$$x_{js} \geq 0, \text{ inteiro}, j \in \{J_s, s=1, \dots, S+R\} \cup \{J_s(k), k=1, \dots, R, s=1, \dots, S\} \quad (6)$$

No modelo (1)-(6), a função objetivo (1) consiste em minimizar os custos de cortar objetos, sejam eles padronizados ou retalhos (não padronizados). Os fatores α e β na função objetivo são usados para incentivar a geração de um novo retalho ou cortar um retalho disponível em estoque, respectivamente. A restrição (2) assegura que a quantidade de itens cortados, seja ela de objetos padronizados ou retalhos, atenda à demanda. As restrições (3) e (4) garantem que a quantidade de objetos padronizados ou retalhos utilizados durante o processo de corte não seja superior à quantidade disponível em estoque. A quantidade de novos retalhos para estoque, que se diferencia do modelo apresentado por Silva et al. (2013), é controlada pela restrição (5). Observe que no modelo (1)-(6) a principal decisão a ser tomada consiste em determinar a frequência que cada padrão de corte deve ser cortado (modelo matemático orientado ao padrão).

Devido às condições de integralidade das variáveis (restrição (6)), é muito difícil resolver o modelo (1)-(6) na otimalidade. Neste caso, as condições de integralidade (6) são relaxadas e a técnica de geração de colunas (Gilmore e Gomory (1963)) é utilizada.

Além da alteração na restrição (5), outra diferença deste trabalho com relação ao trabalho apresentado por Silva et al. (2013) está no fato de considerarmos retalhos disponíveis em estoque. No trabalho apresentado por Silva (2013), os autores não apresentaram resultados para problemas com retalhos disponíveis para o corte. Quando estes objetos são omitidos, parte da

função objetivo (1) e das restrições (2) e (5) não são utilizadas. A restrição (4) também não se faz necessária. Desta forma, não é possível analisar o desempenho geral do modelo.

Desenvolvemos toda a implementação do modelo (1)-(6) utilizando a interface OPL do software CPLEX. Nos testes computacionais apresentados na próxima seção, consideramos objetos padronizados e retalhos disponíveis em estoque. Valores diferenciados são atribuídos aos parâmetros α e β para estimular a geração ou o corte de retalhos.

4. Testes Computacionais

Para avaliar o desempenho do modelo (1)-(6), testes computacionais foram realizados com problemas gerados aleatoriamente. Os testes realizados consideram um estoque com 4 tipos de objetos, sendo 1 objeto padronizado e 3 objetos não padronizados (retalhos). A dimensão dos objetos padronizados variou entre 1200 e 1500, com estoque suficiente para atender toda a demanda. Para os objetos não padronizados, a dimensão variou entre 400 e 700, com disponibilidade gerada no intervalo [10, 15]. Na Tabela 1, além dos dados referentes ao estoque de objetos, são apresentados os dados referentes à demanda de cada problema. Nesta tabela, (Obj. Pad.) refere-se ao comprimento do objeto padronizado utilizado, (tipo/tamanho) refere-se à quantidade de tipos de itens demandados e o intervalo no qual os mesmos foram gerados. Em (Demanda) apresenta-se o intervalo no qual a demanda dos itens foi gerada.

Tabela 1: Dados do estoque e demanda

Teste	Obj. Pad.	Retalhos		Itens	Demanda
		Tamanho	Estoque	(tipo/tamanho)	
1	1500	400/500/600	10	11/[50,750]	[15,350]
2	1500	400/500/600	10	11/[200,500]	[1,3]
3	1500	400/500/600	10	11/[200,500]	[1,10]
4	1400	580/640/695	15	15/[200,700]	[5,250]
5	1200	580/640/695	15	15/[200,500]	[15,300]
6	1400	580/640/695	15	20/[200,500]	[1,5]
7	1200	400/500/600	15	20/[300,600]	[15,300]
8	1200	580/640/695	15	20/[200,500]	[1,100]
9	1400	580/640/695	15	20/[300,600]	[1,5]
10	1200	580/640/695	15	40/[200,500]	[1,3]

Os testes computacionais foram realizados em um microcomputador Intel Core i5 (2.67 GHz, com 4 GB de memória RAM). Embora o tempo computacional não seja apresentado, ele foi aceitável para todos os problemas executados.

Na Tabela 2 são apresentados os resultados obtidos para $\alpha = \beta = 1$, $\alpha = 0,9$ e $\beta = 1,1$, $\alpha = 1,1$ e $\beta = 0,9$, $\alpha = 0,9$ e $\beta = 1$ e, $\alpha = 1$ e $\beta = 0,9$. Nesta tabela, (Ret. Ger.) refere-se à quantidade de retalhos gerados durante o processo de corte e (Ret. Usad.) refere-se à quantidade de retalhos usados durante o processo de corte. Para todos os problemas, o número de novos retalhos é

U = 5 com dimensões definidas no intervalo [400, 700]. Para cada problema foi permitido gerar apenas 3 novos tipos de retalhos.

Tabela 2: Resultados de perda para diferentes valores de α e β .

Teste	$\alpha = \beta = 1$			$\alpha = 0,9 / \beta = 1,1$			$\alpha = 1,1 / \beta = 0,9$		
	Perda (%)	Ret. Ger.	Ret. Usad.	Perda (%)	Ret. Ger.	Ret. Usad.	Perda (%)	Ret. Ger.	Ret. Usad.
1	0,01249	5	0	0,01248	5	0	0,01254	0	0
2	0,21	1,5	0	0,18	4,58	0	1,23	0	2,5
3	0,13	2,94	0	0,12	4,88	0	0,54	0	3
4	0,1183	15	10	0,1295	5	0	0,1282	0	10
5	0,202	4,5	2,17	0,269	5	0	0,518	0	1,44
6	0,1734	4,02	0	0,1730	4,13	0	0,81	0	4,77
7	6,48	15	10	6,53	5	0	6,77	0	10
8	0,401	7,32	10	0,405	5	0	0,407	0	10
9	0,488	0	3,53	0,463	3,5	0	0,488	0	3,53
10	0,04	0	3	0,21	3,56	0	0,11	0	8,32

Teste	$\alpha = 0,9 / \beta = 1$			$\alpha = 1 / \beta = 0,9$		
	Perda (%)	Ret. Ger.	Ret. Usad.	Perda (%)	Ret. Ger.	Ret. Usad.
1	0,01248	5	0	0,01240	13	8
2	0,18	4,58	0	0,20	1,83	0,5
3	0,12	4,88	0	0,13	2,94	0,87
4	0,1183	15	10	0,1177	20	15
5	0,177	6,64	1,64	0,177	6,64	1,64
6	0,1730	4,13	0	0,1735	4	0,05
7	6,48	15	10	6,48	15	10
8	0,401	7,32	10	0,401	7,32	10
9	0,448	5	1,5	0,488	0	3,53
10	0,15	2,06	1,46	0,11	0	8,32

Analisando os dados da Tabela 2, observamos que, de modo geral, o modelo (1)-(6) fornece boas soluções para os problemas, com perdas baixas (a única exceção foi o teste 7, em que os itens são grandes e as demandas são altas). Observe que os diferentes valores de α e β ($\alpha = 0,9 / \beta = 1,1$, $\alpha = 1,1 / \beta = 0,9$, $\alpha = 0,9 / \beta = 1$, $\alpha = 1 / \beta = 0,9$) influenciam na função objetivo do modelo, alterando a solução ótima e a perda total. Quando se atribui um valor menor ou maior que 1 a um dos parâmetros α e β , há estímulo ou penalidade para gerar ou cortar retalhos. Observe também que algumas soluções geram uma quantidade de retalhos superior a 5. Isso ocorre pelo fato de retalhos do estoque serem utilizados, porém, a diferença entre retalhos gerados e cortado é sempre 5, ou seja, o estoque de retalhos pode ser acrescentado de no máximo 5 unidades.

Quando $\alpha = 0,9$ e $\beta = 1,1$ o modelo prioriza a geração de retalhos e penaliza cortar retalhos do estoque. Desta forma, o estoque de retalhos apenas aumentou com a geração de novos retalhos. A quantidade de retalhos gerados foi igual ou maior que na situação quando $\alpha = \beta = 1$ em 8 dos 10 testes. Quando $\alpha = 1,1$ e $\beta = 0,9$ o modelo prioriza o corte de retalhos do estoque. Em todos os testes, essa imposição gerou um aumento na perda, o que era esperado, visto que os retalhos do estoque não possuem grandes comprimentos e, desta forma, a combinação de itens nesses objetos é limitada. Em alguns problemas, a quantidade de retalhos cortados foi inferior à situação $\alpha = \beta = 1$ e a perda gerada foi maior (problema 5, por exemplo). Isso ocorre pela penalidade imposta na geração de novos retalhos. Quando $\alpha = 1,1$ o modelo evita gerar novos retalhos, situação que não ocorre quando $\alpha = 1,0$.

Em uma análise mais geral, com as soluções obtidas é possível verificar que a perda total quando $\alpha = 0,9$ pode aumentar, diminuir ou até mesmo se manter comparada com a perda gerada quando $\alpha = \beta = 1,0$. Essa variação nas soluções ocorre devido ao valor atribuído ao parâmetro β , que pode penalizar ou não o uso de retalhos do estoque. O mesmo acontece quando $\beta = 0,9$ o valor de α incentiva ou não gerar novos retalhos para estoque.

Mesmo gerando boas soluções para os problemas, as mesmas ainda não são interessantes pelo fato de serem contínuas. Desta forma, um procedimento heurístico para tornar as soluções inteiras está sendo estudado.

5. Conclusões e trabalhos futuros

Neste trabalho, abordamos o problema de corte de estoque unidimensional com sobras aproveitáveis (PCESA). Para resolver este problema, realizamos uma pequena alteração em um modelo matemático proposto recentemente na literatura. Este modelo foi implementado utilizando a interface OPL do software CPLEX. Para considerar o aproveitamento de sobras, cortes parciais foram realizados nos objetos disponíveis em estoque de modo a gerar retalhos. Para avaliar o desempenho do modelo, alguns exemplos foram gerados aleatoriamente. Os resultados obtidos mostraram um bom comportamento e desempenho do modelo matemático que penaliza ou incentiva a geração ou o uso de retalhos do estoque e, estas imposições influenciam diretamente a perda gerada.

Como as soluções obtidas até o momento são contínuas, um procedimento que também deve considerar o aproveitamento de sobras está sendo estudado. Novos testes computacionais serão gerados e devem simular uma situação por períodos, em que os retalhos gerados em um período devem ser utilizados no período seguinte.

Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio financeiro do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP – Proc.: 2013/18607-9).

Referências

- Abuabara, A.; Morabito R.** (2009), Cutting optimization of structural tubes to build agricultural light aircrafts, *Annals of Operations Research*, 149: 149-165.
- Brown, A. R.** (1971), Optimum packing and depletion: the computer in space and resource usage proble. New York: *Macdonald - London and American Elsevier Inc*, 1971.107p.
- Cherri, A. C.** (2009), Algumas extensões do problema de corte de estoque com sobras de material aproveitáveis. *Tese de doutorado*. ICMC – UPS – São Carlos.
- Cherri, A. C.; Arenales, M. N.; Yanasse, H. H.** (2009), The one dimensional cutting stock problems with usable leftover: A heuristic approach, *European Journal of Operational Research*, 196: 897-908.
- Cherri, A. C.; Arenales, M. N.; Yanasse, H. H.** (2013), The usable leftover one-dimensional cutting stock problem — a priority-in-use heuristic, *International Transactions in Operational Research*, 20: 189-199.
- Cherri, A. C.; Arenales, M. N.; Yanasse, H. H.; Pold, K. C.; Vianna, A. C. G.** (2014), The one-dimensional cutting stock problem with usable leftovers - A Survey, *European Journal of Operational Research*, 236: 395-402.
- Gilmore, P. C.; Gomory, R. E.** (1961), A linear programming approach to the cutting stock problem, *Operations Research*, 9: 848-859.

- Gilmore, P. C.; Gomory, R. E.** (1963), A linear programming approach to the cutting stock problem - Part II, *Operations Research*, 11: 863-888.
- Gradisar, M.; Jesenko, J.; Resinovic, C.** (1997), Optimization of roll cutting in clothing industry, *Computers & Operational Research*, 10: 945-953.
- Hinxman, A.** (1980), The trim-loss and assortment problems: a survey, *European Journal of Operational Research*, 5: 8-18.
- Poldi, K. C.; Arenales, M. N.** (2009), Heuristics for the one-dimensional cutting stock problem with limited multiple stock lengths, *Computers and Operations Research*, 36: 2074-2081.
- Roodman, G. M.** (1986), Near-optimal solutions to one-dimensional cutting stock problem, *Computers and Operations Research*, 13: 713-719.
- Scheithauer, G.** (1991), A note on handling residual length, *Optimization*, 22: 461 – 466.
- Silva E. F.; Vianna, A.; Cherri, A.; Silva, C. T. L.; Arenales, M.** (2013), Modelo matemático para o problema de corte com sobras aproveitáveis. *Anais do Congresso de Matemática Aplicada e Computacional, CMAC Sudeste 2013* p. 793-798,
- Stadtler, H.** (1990), A one-dimensional cutting stock problem in the Aluminium Industry and its solution, *European Journal of Operational Research*, 44: 209-223.