UMA ABORDAGEM *FUZZY* PARA O PROBLEMA DE CORTE DE ESTOQUE UNIDIMENSIONAL COM SOBRAS DE MATERIAL APROVEITÁVEIS

Adriana Cristina Cherri

Douglas José Alem Junior

Ivan Nunes da Silva

{adriana,dougalem}@icmc.usp.br

Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação – ICMC

Universidade de São Paulo – USP

Av. Trabalhador São-carlense, 400 - Caixa Postal 668

13560-970 – São Carlos – SP

insilva@sel.eesc.usp.br

Departamento de Engenharia Elétrica – EESC

Universidade de São Paulo – USP

Av. Trabalhador São-carlense, 400 - Caixa Postal 473

13560-970 – São Carlos – SP

Resumo: Neste trabalho, foi considerada uma abordagem alternativa para analisar soluções do problema de corte de estoque unidimensional em que o objetivo é aproveitar as sobras advindas do processo de corte. Dessa forma, as soluções *crisp* antes encontradas, são substituídas por soluções *fuzzy* e a análise torna-se mais simplificada, pois são usados determinados modificadores lingüísticos para qualificar os atributos que caracterizam as soluções como *ideal*, *aceitável* e *indesejável*. Isto introduz uma nova postura para se comparar soluções do problema de corte, pois uma solução antes indesejável pode ser considerada aceitável dependendo do grau de pertinência com o qual ela pertence ao conjunto. A análise das heurísticas modificadas para o problema de corte com aproveitamento de sobras foi feita com base na resolução de um conjunto de problemas-teste gerados aleatoriamente. Com a abordagem proposta, facilitou-se o processo de escolha das melhores heurísticas para o problema de corte considerado.
Palavras-chave: problema de corte de estoque, reaproveitamento das sobras de material, inferência *fuzzy*.

Abstract: In this paper, we study an alternative approach to analyze solutions to the one-dimensional cutting stock problem where the goal is to utilize the leftovers from the cutting process. In this way, the *crisp* solutions previously found are replaced by *fuzzy* solutions in order to simplify the analysis. We use certain linguistic modifiers to qualify the attributes that classify the solutions as *ideal*, *acceptable*, *underisable*. This introduces a new posture for comparing solutions to the cutting problem, because a solution at first undesirable can be considered acceptable depending on the degree of pertinence in which it belongs in the set. The performance of the modified heuristics is observed by solving randomly generated instances. Since the present approach was adopted, the process of choosing the best heuristics to the considered problem was very simplified.
Keywords: cutting stock problems, usable leftovers, *fuzzy* inference.

1 Introdução

Os problemas de corte de estoque consistem em cortar peças maiores disponíveis em estoque para produzir um conjunto de peças menores, com a finalidade de atender uma certa demanda, otimizando uma determinada função objetivo que pode ser, por exemplo, minimizar o número total de objetos a serem cortados, ou as perdas, ou o custo dos objetos cortados, entre outros. Estes problemas são essenciais no planejamento da produção em muitas indústrias, tais como indústrias de papel, vidro, móveis, metalúrgica, plástica e têxtil.

Devido à diversidade de situações práticas em que surgem os problemas de corte de estoque, é comum restrições ou objetivos novos para os quais os métodos de solução desenvolvidos para os modelos tradicionais são de valia limitada. Assim, o uso de heurísticas simples, usualmente sem qualquer avaliação de desempenho, tem sido observado na prática.

Um problema pouco estudado e freqüentemente encontrado na prática é o aproveitamento de sobras de padrões (pedaços cortados, não demandados) desde que não sejam demasiadamente pequenos. Como as sobras grandes são inaceitáveis quando se objetiva a sua minimização, considerar que algumas delas são aproveitáveis, torna este último critério (minimização de sobras) não mais adequado para quantificar uma solução ruim.

Neste trabalho, que aborda o problema de corte de estoque com sobras aproveitáveis e que pode ser visto como um modelo multi-objetivo, alguns parâmetros *fuzzy* são introduzidos para classificar as soluções como *ideal*, *aceitável* e *indesejável* (evitamos o termo "solução ótima" pois uma função objetivo que avalia as soluções não está definida), visto que as soluções obtidas são classificadas em termos de suas perdas (pequenas ou não tão pequenas), retalhos (sobra grande), número de padrões de corte gerados com perdas e com retalhos. Desta forma, a escolha do melhor procedimento a ser utilizado requer a análise simultânea de várias soluções. Zimmermann (1978) aplicou o conceito da teoria dos conjuntos *fuzzy* com uma função de pertinência apropriada visando resolver programação linear com vários objetivos.

São poucos os trabalhos na literatura que consideram sobras aproveitáveis. Do nosso conhecimento, apenas Gradisar *et al.* (1997 e 1999) apresentam em seus estudos a possibilidade de reutilização de material cortado. Gradisar *et al.* (1997) propuseram um procedimento heurístico (denominado de COLA) para otimizar o corte de rolos em indústrias de tecidos, cujos objetos (*rolos*) em estoque são todos de comprimentos diferentes, e propõem um modelo bi-objetivo para minimizar o número de itens que não são atendidos e a sobra total (soma de perdas inferiores a um limite, em cada padrão). Gradisar *et al.* (1999) propuseram uma modificação do algoritmo anterior (denominado de CUT).

O artigo está organizado da seguinte maneira. Na Seção 2, é definido o problema de corte de estoque com sobras de material aproveitáveis. Na Seção 3, são tratados alguns métodos heurísticos de solução para este problema. Na seção 4, é realizada uma revisão sobre estimadores e controladores *fuzzy*. Alguns resultados computacionais são apresentados na Seção 5. Na seção 6, foi realizada a análise dos dados considerando a inferência *fuzzy*. Finalmente, na Seção 7, são apresentadas algumas conclusões e sugestões de trabalhos futuros.

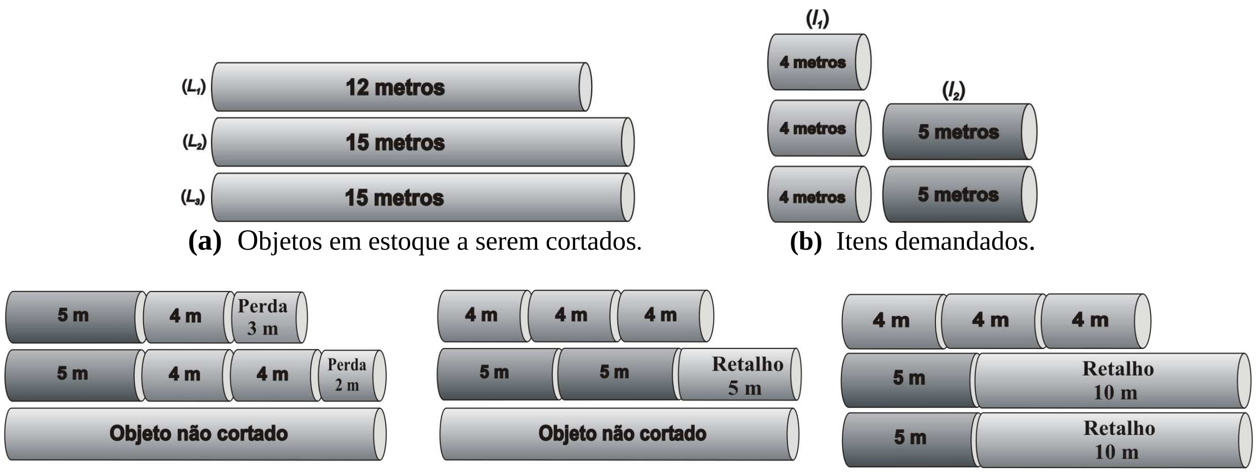
2 Definição do Problema de Corte com Sobras de Material Reaproveitáveis

Durante o processo de corte de peças, sobras inevitáveis ocorrem e, eventualmente, são descartadas. Porém, algumas indústrias apresentam a possibilidade de reutilizar as sobras como matéria prima, desde que tenham tamanhos significativos. Tal possibilidade de reutilização introduz uma mudança no critério de seleção de uma solução, como por exemplo, planejar padrões de corte que concentrem as perdas em poucos padrões, de modo que elas sejam suficientemente grandes para voltar ao estoque e serem utilizadas novamente.

O problema de corte de estoque com sobras de material aproveitáveis é definido como:

*“Um conjunto de itens deve ser produzido a partir do corte de objetos, os quais podem ser de tamanhos padronizados (objetos que são comprados de fornecidores) ou não padronizados (objetos que são retalhos de cortes anteriores). São dadas as demandas dos itens e as quantidades disponíveis dos objetos. As demandas devem ser atendidas, cortando-se os objetos disponíveis, de modo que as sobras sejam 'pequenas' (chamadas de **perda**) ou 'suficientemente grandes' (chamadas de **retalhos**) para retornarem ao estoque, porém em número reduzido*”.

Diferentemente dos problemas clássicos de corte, para os quais funções objetivos são bem definidas, no problema de corte com sobras de material aproveitáveis objetivamos perdas 'pequenas' (como nos problemas clássicos), e/ou um número reduzido de retalhos. Duas soluções com a mesma sobra são, agora, diferenciadas. Para uma melhor compreensão do problema de corte de estoque com sobras de material aproveitáveis, considere o seguinte exemplo, no qual estabelecemos que toda sobra de tamanho superior ou igual a 4 metros é considerada retalho.



(a) Objetos em estoque a serem cortados. **(b)** Itens demandados.

(c) Solução 1. **(d)** Solução 2. **(e)** Solução 3.

Figura 1: Dados de um problema de corte de estoque e soluções alternativas

Do ponto de vista da função objetivo *sobra total*, a Solução 1 (Fig **1 - c**) e a Solução 2 (Fig **1 - d**) são equivalentes, pois têm a mesma sobra total igual a 5 metros, porém, para o problema de corte com aproveitamento, a Solução 2 é preferível à Solução 1, pois concentra as sobras em um único objeto e, como é superior a 4 metros, é um retalho que poderá ser utilizado para atender demandas futuras. Na Solução 1, as sobras estão distribuídas nos padrões de corte, sendo inferiores a 4 metros e, portanto, são descartadas. Assim, a Solução 1 tem perda de 5 m enquanto que a Solução 2 tem perda zero e um retalho de 5 m. Para o problema de corte com sobras de material aproveitáveis podemos dizer que a Solução 1 é uma solução *indesejável*, enquanto a Solução 2 é *ideal*. Uma outra solução *indesejável* (comparada com a Solução 2) é dada na Figura **1 - e**, pois embora não gere perdas, gera um número maior de retalhos.

Como uma função objetivo para diferenciar tais soluções não é facilmente descrita, qualificamos as soluções conforme a Definição 1

Definição 1: *Para o problema de corte de estoque com sobras de material aproveitáveis, as soluções são definidas como:*

- *<u>Solução</u> <u>ideal</u>: quando poucos objetos cortados tiverem perda pequena e nenhum dos objetos cortados tiver perda não tão pequena (não aproveitáveis). Em caso de ocorrência de retalhos, estes devem estar concentrados em muito poucos objetos cortados;*
- *<u>Solução</u> <u>aceitável</u>: quando poucos objetos cortados apresentarem perdas não tão pequenas e poucos objetos cortados apresentarem retalhos;*

- *Solução indesejável: quando vários objetos cortados apresentarem perdas não tão pequenas ou vários retalhos.*

Conforme observado pela Definição 1, há variáveis lingüísticas e uma relação entre quantidade de padrões de corte com perda pequena, não tão pequena e retalho, o que torna a análise destas soluções difícil. Para contornar tal dificuldade, este trabalho propõe a utilização de uma abordagem *fuzzy* para analisar e qualificar as soluções do problema de corte de estoque com sobras de material aproveitáveis.

Por simplicidade, utilizaremos no texto o termo *sobra aceitável* quando esta for uma perda pequena ou um retalho.

3 Resolução do Problema

Para resolver o problema com sobras aproveitáveis, realizamos alterações em métodos heurísticos clássicos bem conhecidos na literatura (detalhes dos procedimentos heurísticos para resolver o problema de corte de estoque com sobras aproveitáveis estão em Cherri (2006)) e, em seguida, nos resultados obtidos, aplicamos o processo de inferência *fuzzy*, que nos permite realizar um mapeamento do conhecimento a respeito de um determinado sistema através de regras *fuzzy* do tipo "Se (condição) então (ação)". Desta forma, pode-se determinar o comportamento das variáveis de saída do mesmo, visto que a análise simultânea de diferentes tipos de soluções é realizada.

3.1 Heurísticas para Resolver o Problema de Corte de Estoque

Para resolver o problema de corte com sobras aproveitáveis, modificamos as heurísticas FFD (*First Fit Decreasing*), Residual FFD e Residual de Arredondamento Guloso (RAG), gerando as heurísticas de aproveitamento FFD_A, Residual FFD_A e RAG_A, descritas a seguir:

Heurística FFD_A: esta heurística utiliza o procedimento de geração de padrões de corte da heurística FFD. Depois de gerado cada padrão de corte, a sobra é analisada. Se a sobra for aceitável, então o padrão é aceito, senão, alterações no padrão, como retirada de alguns tipos itens e inserção de outros é realizada de modo a obtermos uma sobra aceitável.

Heurística Residual FFD_A: consiste em aplicar a heurística residual e, no final do procedimento, se ainda restar demanda residual, aplicamos a heurística FFD_A.

Heurística Residual RAG_A: consiste em aplicar a heurística RAG e, depois de gerado todos os padrões de corte, a perda em cada padrão é analisada. Se a perda estiver em limitantes aceitáveis (calculados previamente), o padrão de corte analisado é aceito e armazenado, caso contrário, é rejeitado e em seguida desfeito. Depois de analisados todos os padrões, aplica-se a heurística FFD_A na demanda residual formada pelos padrões de corte rejeitados.

3.2 Mecanismo de Inferência

O uso de conjuntos *fuzzy* produz uma base para um meio sistemático para a manipulação das concepções incertas e vagas (Pedrycz (1998)). Em particular, podemos empregar conjuntos *fuzzy* para representar as variáveis lingüísticas. Uma variável lingüística pode ser considerada como qualquer variável cujo valor é um número *fuzzy* ou cujos valores são definidos em termos lingüísticos. As principais operações entre variáveis lingüísticas são realizadas através da utilização dos conectivos "e" (operador de intersecção τ-norma), "ou" (operador de união S-norma) e "não". Assim, dados dois termos A e B de uma determinada variável lingüística as operações compostas por "A e B" e "A ou B", são definidas em termos dos seus graus de pertinência como:

$$\mu_A(x) \text{ e } \mu_B(x) = \mu_A(x)\, \tau\, \mu_B(x)\,, \qquad \mu_A(x) \text{ ou } \mu_B(x) = \mu_A(x)\, S\, \mu_B(x)$$

em que $x \in U$ (Universo de discurso).

Utilizando para o operador τ-norma a função mínimo (min) e para o operador *S*-norma a função máximo (max), tem-se:

$$\mu_A(x) \text{ e } \mu_B(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)) , \quad \mu_A(x) \text{ ou } \mu_B(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x))$$

Para a operação de complemento "não", temos a seguinte expressão:

$$\text{não}(\mu_A(x)) = 1\text{-}\mu_A(x) , \qquad x \in \text{U}$$

Se considerarmos *x* e *y* variáveis lingüísticas compostas respectivamente por um conjunto de termos $\{A_1, A_2, ..., A_n\}$ e $\{B_1, B_2, ...,B_m\}$ o problema básico do processo de inferência é encontrar uma função de pertinência *B*' que representa a conseqüência da aplicação simultânea das regras da forma "se - então".

Normalmente, os processos de inferência *fuzzy* aplicados em determinadas regras, são baseados na regra de Modus Pones generalizada que é explicitada para um conjunto observável A' como:

- Fato: *x* é *A*';
- Regra: se *x* é A então *y* é *B*;
- Conseqüência: *y* é B'.

Logo, se o conjunto *A* implica diretamente no conjunto *B* ($A \rightarrow B$), então esta operação de implicação pode ser transformada em uma relação de implicação $R_{A\rightarrow B}(x,y)$. Desta forma, para obteros o conjunto *B*', basta compor o conjunto que denota um fato observável *A*', com a relação de implicação $R_{A\rightarrow B}(x,y)$, utlizando a operação de composição max-min, ou seja:

$$B' = A'(x) \circ R_{A\rightarrow B}(x,y)$$

3.2.1 Relações de Implicação

A obtenção da função de pertinência relativa à relação de implicação $R_{A\rightarrow B}$ pode ser computada utilizando vários operadores de implicação (Pedrycz (1998)). Considerando as variáveis lingüísticas *A* e *B*, a função de pertinência $\mu_{R_{A\rightarrow B}}(x,y)$ pode ser obtida, por exemplo, através do operador de Mamdani:

<u>Operador de implicação de Mamdani</u>: a idéia do operador de implicação de mamdani é descrever determinados processos por meio de variáveis lingüísticas e usar estas variáveis como entrada para regras de controle. Formalmente, temos:

$$\mu_{R_{A\rightarrow B}}(x,y) = \min(\mu_A(x); \mu_B(y))$$

Definição 2: *Singleton* é um caso particular de conjunto *fuzzy* normalizado, cujo suporte é um único ponto $x \in$ X com $\mu(x) = 1$.

Os conjuntos *singleton* são especialmente utilizados para mapear as grandezas de entrada do sistema *fuzzy* que geralmente são representadas por valores pontuais.

4 Estimadores e Controladores *Fuzzy*

Os controladores/estimadores *fuzzy* são formados por:
- <u>Interface de fuzzificação</u>: considera os valores das variáveis de entrada e faz um escalonamento para condicionar os valores dos universos de discurso, tranformando números em conjunto *fuzzy*.

- _Base de conhecimento_: consiste de uma base de regras, caracterizando a estratégia de estimação de suas metas.
- _Base de dados_: armazena as definições necessárias sobre discretizações, definições de funções de pertinência, etc.
- _Procedimento de inferência_: processa os dados *fuzzy* de entrada juntamente com as regras, de modo a inferir as ações de saída *fuzzy*.

Se considerarmos um sistema composto por duas entradas e uma saída, com as variáveis lingüísticas de entrada x e y compostas por um conjunto de termos *fuzzy* $\{A_1, A_2, ..., A_n\}$, $\{B_1, B_2, ...,B_m\}$ e uma variável de saída z especificada no conjunto de termos $\{C_1, C_2, ..., C_p\}$, temos:

Fato 1: x é A'.
Fato 2: y é B'.
Regra 1: Se (x é A_1) **e** (y é B_1) **então** z é C_1.
Regra 2: Se (x é A_2) **e** (y é B_2) **então** z é C_2.
Conseqüência: z é C'.

Para obtermos a relação de implicação $R_{AeB \to C}$, basta aplicar o conectivo lógico "e" em todas as regras ativadas, levando-se em consideração somente a relevância em termos do grau de ativação e, em seguida, detectar todas as regras ativadas e suas respectivas regiões *fuzzy* de saída. Através da operação de composição max-min, temos para cada regra ativada k a relação:

$$C_k^{'}(z) = AB'(x, y) \circ R_{AB \to C}(x, y, z)$$

Combinando todas as regiões *fuzzy* de saída $C_k^{'}(z)$, temos uma região *fuzzy* $C(z)$ que representa a agregação de todas as contribuições $C_k^{'}(z)$, ou seja, $C_k^{'} = Ag(C_1^{'}, C_2^{'}, ..., C_k^{'})$, em que k é o número de regras ativadas.

- _Interface de defuzzificação_: transforma as ações de saída *fuzzy* inferidas em ações/respostas não-*fuzzy*. Em seguida, efetua-se um escalamento de modo a compatibilizar os valores normalizados, vindos do procedimento de inferência, com os valores reais do universo de discurso das variáveis.

4.1 Métodos de Defuzzificação

Os métodos de defuzzificação são freqüentemente baseados em idéias heurísticas. Entretanto, esses métodos também podem ser caracterizados por suas propriedades (matemáticas) formais. A defuzzificação não é somente relevante para controles *fuzzy*, mas também para outros tipos de problemas.

Para determinar a região *fuzzy* gerada por todas as regras ativadas, devemos aplicar um método de defuzzificação no conjunto $C'(z)$ resultante da agregação de todos os conjuntos *fuzzy* de saída $C_k^{'}(z)$. Existem vários métodos de defuzzificação. Neste trabalho utilizamos o Centro de Área (CDA), cuja idéia é agregar as informações sobre possíveis ações de controle que são representadas pela função de pertinência. A solução é um termo comum que combina a nebulosidade (*fuzziness*) das conseqüências. Formalmente, temos:

$$CDA = \frac{\sum_{k=1}^{n} \mu_{C'}(V_k) V_k}{\sum_{k=1}^{n} \mu_{C'}(V_k)},$$

em que n é o número de discretizações realizadas no universo de discurso de C' e V_k são os valores do universo de discuso de C'.

5 Resultados Computacionais

Para avaliar os procedimentos heurísticos desenvolvidos para resolver o problema de aproveitamento, 6 classes de exemplos foram consideradas e, para cada classe, 20 exemplares foram gerados aleatoriamente. Para estas classes, apresentamos também as soluções obtidas pelo algoritmo COLA, desenvolvido por Gradisar *et al.* (1997) com a finalidade de minimizar a sobras de material ou então concentrá-las em um único padrão de corte de maneira que se tornem um retalho. Para a análise dos resultados, aplicamos o processo de inferência *fuzzy*, visto que vários fatores são considerados simultaneamente na classificação das soluções.

O gerador de exemplos elaborado (Cherri (2006)), considera o comprimento e a disponibilidade dos objetos padronizados e não padronizados em estoque, comprimentos, demandas e diversidade (pequeno (P) e médio (M)) de itens, tamanho aceitável para o retalho e porcentagem aceitável para as perdas geradas. Os procedimentos heurísticos desenvolvidos, o algoritmo COLA e o gerador de problemas foram implementados na linguagem de programação Dephi 6.0 e o processo de inferência *fuzzy*, em MatLab 6.2. A Tabela 1 apresenta informações sobre as classes de exemplos geradas.

Tabela 1: Descrição das classes

	Parâmetros		
Classe	*K*	*m*	Itens
1	5	10	P
2	5	10	M
3	5	20	P
4	5	20	M
5	5	40	P
6	5	40	M

Na Tabela 1, K é o número de tipos de objetos disponíveis em estoque e m é o número de tipos de itens demandados.

Embora necessitemos apenas dos números de padrões de corte com perdas pequenas, não tão pequenas ou com retalhos para classificar as soluções obtidas conforme a Definição 1, exibimos também outras características das soluções, tais como o comprimento total perdido (soma das perdas) e o comprimento total de novos retalhos (soma das sobras), os quais podem ser usados como critérios de desempate pelo usuário para a escolha de uma solução.

Em todas as tabelas, os maiores e menores valores estão em itálico e em negrito, respectivamente.

Tabela 2: Perda Total Média

		Heurísticas Construtivas		Heurísticas Residuais			
	COLA	FFD	FFD_A	FFD	FFD_A	RAG	RAG_A
C_1	17,5	*284,3*	26,4	29,9	**5,4**	16,1	6,9
C_2	925,9	*2046,5*	98,7	311,4	157,7	323,3	**87,6**
C_3	4,2	*105,1*	12,7	11,7	**4,1**	24,7	4,4
C_4	322,6	*849,5*	69,4	164,0	35,6	140,4	**18,8**
C_5	**0,8**	*44,5*	6,2	7,8	2,1	19,2	2,4
C_6	24,0	*354,9*	28,4	46,2	7,9	87,5	**7,8**
Média	215,8	*614,1*	40,3	95,2	35,5	101,9	**21,3**

Pela Tabela 2, observamos que as heurísticas residuais apresentam melhores soluções quando a perda é analisada. Entre as heurísticas de aproveitamento, podemos observar que as piores soluções são da heurística construtiva FFD_A. Considerando o algoritmo COLA, notamos que em quase todas as classes , com exceção da classe 5, são apresentadas perdas superiores aos procedimentos heurísticos residuais (FFD_A e RAG_A) desenvolvidos para resolver o problema de corte com sobras aproveitáveis.

Tabela 3: Retalho Total Médio

		Heurísticas Construtivas		Heurísticas Residuais			
	COLA	FFD	FFD_A	FFD	FFD_A	RAG	RAG_A
C_1	479,4	*566,1*	432,9	465,2	513,9	**93,00**	344,2
C_2	2437,8	324,6	*11806,8*	268,0	736,5	**32,15**	3791,9
C_3	*536,9*	490,3	*536,9*	403,3	405,6	**40,55**	312,0
C_4	858,3	479,5	*2298,4*	87,2	572,7	**0,00**	1728,9
C_5	530,0	508,3	*609,2*	331,2	465,7	**34,80**	188,7
C_6	515,8	492,1	*918,3*	393,3	441,6	**88,55**	513,9
Média	893,03	476,8	*2767,1*	324,7	522,7	**48,2**	1146,6

O retalho total, em si, não qualifica uma solução como boa ou ruim, pois uma solução com retalho total grande pode ainda ser considerada *ideal* ou *aceitável*, desde que esteja concentrado em poucos padrões. Mesmo assim, exibimos na Tabela 3 a sobra total produzida por cada método para mostrar o efeito negativo (aumento de retalhos) decorrente da diminuição de perdas não tão pequenas. Por exemplo, a heurística FFD_A reduz a perda, em média, de 614,1 para 40,3 (Tabela 2), porém o retalho aumenta, em média, de 476,8 para 2767,1 (Tabela 3). O valor absoluto do retalho não é relevante, mas em quantos padrões de corte os retalhos estão alocadas é mais importante, pois determinam o número de objetos não padronizados futuros.

Como observado anteriormente, a escolha da melhor heurística para resolução de problemas de corte com sobras reaproveitáveis não é trivial, pois envolve a análise simultânea de vários fatores.

Tabela 4: Número de padrões de corte com sobras

		Heurísticas Construtivas		Heurísticas Residuais			
	COLA	FFD	FFD_A	FFD	FFD_A	RAG	RAG_A
C_1	*1,7*	1,0	1,2	0,8	1,6	**0,6**	1,6
C_2	2,5	0,6	*4,8*	0,4	2,1	**0,1**	3,8
C_3	*1,8*	1,0	1,2	0,9	1,3	**0,5**	*1,8*
C_4	1,9	0,8	*3,2*	0,2	1,6	**0,0**	2,0
C_5	1,1	1,0	1,1	0,9	1,3	**0,5**	*1,6*
C_6	*3,2*	0,9	2,2	0,8	1,7	**0,4**	1,6
Média	2,0	0,9	*2,3*	0,7	1,6	**0,4**	2,1

As heurísticas de aproveitamento apresentam maior quantidade de padrões com sobra (Tabela 4). Em geral, isto ocorre porque estas heurísticas eliminam perdas não tão pequenas tornando-as retalhos (Tabela 3) ou perdas pequenas (Tabela 2). Veja, por exemplo, que a heurística RAG apresenta em média, 0,4 padrões de corte com sobra por problema, enquanto a sua versão para o aproveitamento, RAG_A, apresenta 2,1 padrões de corte com retalhos por problema. Para estas classes de exemplos geradas aleatoriamente, o algoritmo COLA gera em média 2,0 padrões de corte com retalhos.

Tabela 5: Número de padrões de corte com perdas pequenas

		Heururísticas Construtivas		Heurísticas Residuais			
	COLA	FFD	FFD_A	FFD	FFD_A	RAG	RAG_A
C_1	**1,1**	*11,2*	3,6	3,0	1,2	1,2	1,5
C_2	4,7	5,1	*6,1*	4,1	4,5	**3,4**	4,4
C_3	1,2	*16,9*	3,8	3,5	1,2	0,9	**0,8**
C_4	5,3	*12,7*	7,7	6,0	3,3	**2,5**	3,0
C_5	**0,4**	*18,4*	2,1	2,9	1,0	0,8	0,6
C_6	3,1	*28,0*	2,1	7,3	2,1	**1,0**	1,4
Média	2,6	*15,4*	4,2	4,5	2,2	**1,6**	2,0

A presença de perdas pequenas numa solução é tolerável e está refletida na Definição 1, isto é, espera-se que numa solução *ideal* poucos padrões de corte apresentem perdas, porém uma solução *aceitável* não leva em conta perdas pequenas. Na Tabela 5 é mostrado o número médio de padrões de corte que apresentam perdas pequenas. Novamente, as heurísticas residuais apresentam os melhores resultados neste aspecto das soluções.

Tabela 6: Número de padrões de corte com perda não tão pequena

		Heurísticas Construtivas		Heurísticas Residuais			
	COLA	FFD	FFD_A	FFD	FFD_A	RAG	RAG_A
C_1	0,4	*2,8*	**0,0**	1,0	**0,0**	0,5	**0,0**
C_2	5,1	*11,3*	**0,0**	3,7	1,0	3,3	0,2
C_3	0,1	0,6	**0,0**	0,3	**0,0**	*1,0*	**0,0**
C_4	4,2	*14,7*	**0,0**	3,5	**0,2**	1,8	**0,0**
C_5	**0,0**	0,1	**0,0**	0,1	**0,0**	*0,7*	**0,0**
C_6	1,0	*11,3*	**0,0**	1,2	**0,0**	1,1	**0,0**
Média	1,8	*6,8*	**0,0**	1,6	0,2	1,4	**0,0**

Como era esperado, por construção, as heurísticas desenvolvidas para resolver o problema de corte de estoque com sobras aproveitáveis, apresentam os melhores resultados na característica indesejável de perdas não tão pequenas, já que padrões de corte com perdas não tão pequenas são analisados e refeitos (Tabela 6).

Se a análise das soluções fosse realizada, independentemente para cada tabela, a escolha da melhor solução seria trivial, entretanto, uma análise individual não pode qualificar uma solução quando se consedera o aproveitamento de sobras, pois existem fatores que devem ser relacionados simultaneamente, conforme a Definição 1.

6 Análise dos Dados

Para a análise dos resultados, relacionamos apenas o número de padrões de corte com retalho com o número de padrões de corte com perda não tão pequena. Estes dados foram escolhidos para a análise da solução final por serem fatores que influenciam diretamente na qualidade da solução. Observe, por exemplo, que para uma solução de boa qualidade não basta ter uma perda muito pequena e um retalho grande se este retalho estiver distribuído em vários padrões de corte, pois isto aumenta muito o estoque de sobras. Outras relações para a análise da melhor solução heurística podem ser vislumbradas. O número de padrões de corte com perda pequena será desconsiderado nesta análise.

Assim, as variáveis de entrada são o número de padrões de corte com retalhos e o número de padrões de corte com perda não tão pequena. A variável de saída é a classificação das soluções em *ideal*, *aceitável* e *indesejável* (Definição 1). As funções de pertinência relacionadas a esses dados têm como formato os seguintes padrões geométricos mostrados nas Figuras 1, 2 e 3, com os parâmetros: MP (Muito Poucos), P (Poucos) e V (Vários).

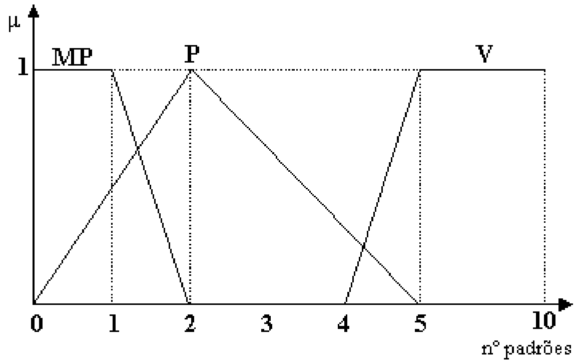


Figura 1: Padrões geométricos: Retalhos.

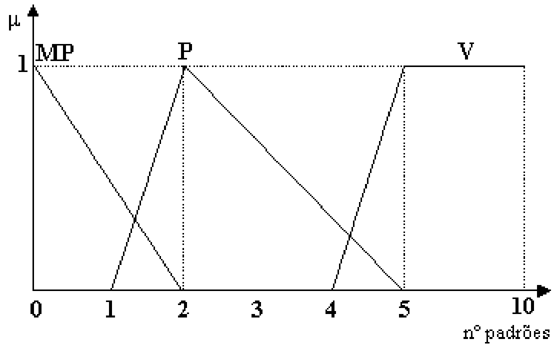


Figura 2: Padrões geométricos: Perda não tão pequena

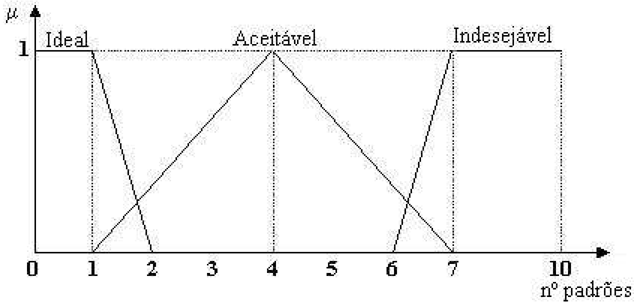


Figura 3: Padrões geométricos: Saída *Fuzzy*

As regras do sistema *fuzzy* que representam o conhecimento base para análise das soluções do problema têm o seguinte formato:

Regra 1: Se (**muito poucos** padrões tiverem perda não tão pequena) e (**muito poucos** padrões tiverem sobra), então a solução é *ideal*.

Regra 2: Se (**muito poucos** padrões tiverem perda não tão pequena) e (**poucos** padrões tiverem sobra), então a solução é *aceitável*.

Regra 3: Se (**muito poucos** padrões tiverem perda não tão pequena) e (**vários** padrões tiverem sobra), então a solução é *indesejável*.

Regra 4: Se (**poucos** padrões tiverem perda não tão pequena) e (**muito poucos** padrões tiverem sobra), então a solução é *aceitável*.

Regra 5: Se (**poucos** padrões tiverem perda não tão pequena) e (**poucos** padrões tiverem sobra), então a solução é *aceitável*.

Regra 6: Se (**poucos** padrões tiverem perda não tão pequena) e (**vários** padrões tiverem sobra), então a solução é **indesejável**.

Regra 7: Se (**vários** padrões tiverem perda não tão pequena) e (**muito poucos** padrões tiverem sobra), então a solução é *indesejável*.

Regra 8: Se (**vários** padrões tiverem perda não tão pequena) e (**poucos** padrões tiverem sobra), então a solução é *indesejável*.

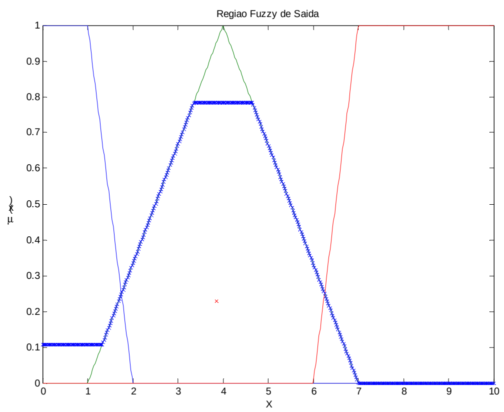
Regra 9: Se (**vários** padrões tiverem perda não tão pequena) e (**vários** padrões tiverem sobra), então a solução é *indesejável*.

Os operadores utilizados em todo processo de inferência são: implicação (Mamdani*)*; agregação (máximo*)*; defuzzificação (CDA); τ-norma (mínimo*)*.

Algumas ilustrações gráficas retiradas do processo de defuzzificação são apresentadas a seguir.

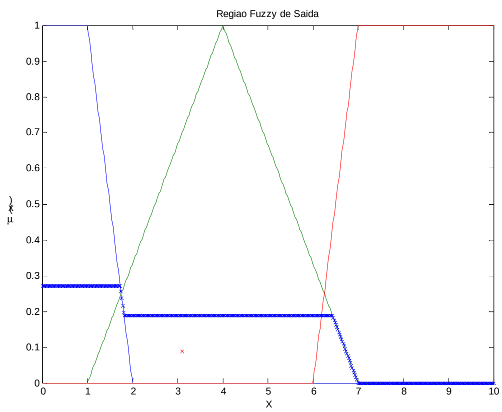
Algoritmo COLA:

Número de padrões com sobras:2,0
Número de padrões com perda não tão pequena: 1,8
CDA: 3,85



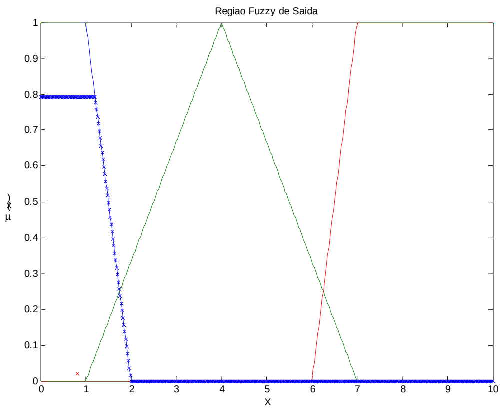
Heurística FFD$_A$:

Número de padrões com sobras: 4,2
Número de padrões com perda não tão pequena: 0,0
CDA: 3,1



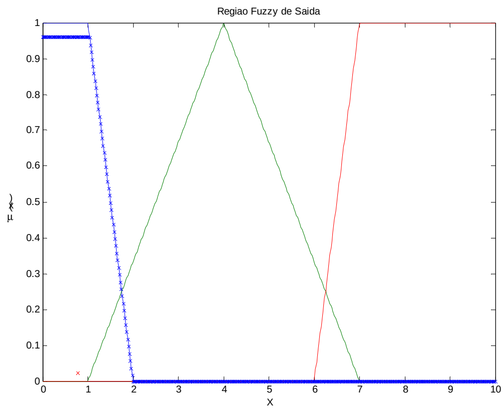
Heurística Residual FFD_A:

Número de padrões com sobras: 1,6
Número de padrões com perda não tão pequena: 0,2
CDA: 0,81



Heurística RAG_A:

Número de padrões com sobras: 2,1
Número de padrões com perda não tão pequena: 0,0
CDA: 0,78



Considerando os dados de entrada e saída já mencionados, obtemos as soluções exibidas na Tabela 7.

Tabela 7: Classificação das soluções

		Heurísticas Construtivas		Heurísticas Residuais			
	COLA	FFD	FFD_A	FFD	FFD_A	RAG	RAG_A
CDA	3,85	6,34	3,10	2,89	0,81	3,23	0,78
Solução	AC	IND	AC	AC	**ID**	AC	**ID**

Através das análises realizadas com o auxílio dos operadores *fuzzy*, podemos concluir que as melhores soluções para o problema de corte de estoque com sobras aproveitáveis quando relacionamos número de padrões de corte com sobra e com perda não tão pequena foram apresentadas pelas heurísticas Residuais FFD_A e RAG_A. Observe que em todas as heurísticas há uma melhora na solução quando comparamos a heurística clássica com sua versão para o aproveitamento de sobras. Como temos duas heurísticas com solução *ideal*, podemos usar ainda outros critérios para desempate a serem definidos pelo decisor. Esse critério pode ser por exemplo, o comprimento total da perda gerada.

Algumas ilustrações gráficas retornadas do processo de defuzzificação encontram-se no Apêndice.

7 Conclusões

Neste trabalho, abordamos o problema de corte de estoque em que as sobras geradas pelo processo de corte, se suficientemente grandes, são aproveitadas como objetos não padronizados no atendimento de futuras demandas. Para resolver este problema, alteramos alguns métodos heurísticos clássicos da literatura para resolver o problema de corte de estoque, os quais têm a minimização das perdas como objetivo, e incluímos a possibilidade de retalhos retornarem ao estoque e não serem caracterizados como perdas. Entretanto, a análise das soluções não é trivial, pois vários parâmetros podem concorrer simultaneamente para classificar as soluções. Por exemplo, os parâmetros perda total, retalho total e número de padrões de corte com perdas pequenas podem, isoladamente, fornecer soluções diferentes segundo a definição proposta, o que ocasiona uma dificuldade adicional no momento de escolher a melhor estratégia numa determinada situação. Para lidar com esse problema, foi introduzido um mecanismo de inferência *fuzzy* com a finalidade de realizar uma análise geral das soluções em função da quantidade de padrões de corte com retalhos e com perda não tão pequena. Através dos operadores *fuzzy*, a contribuição de cada parâmetro foi considerada e um valor pontual foi estabelecido para a classificação das soluções heurísticas. Utilizando estes critérios, facilitou-se o processo de escolha das melhores heurísticas para o problema de corte considerado. Como sugestões de trabalhos futuros, podemos agregar mais informações das soluções heurísticas durante o processo de inferência *fuzzy*.

8 Agradecimentos

Este trabalho contou com o apoio da FAPESP.

Bibliografia

[1] CHERRI, A. C., *O problema de corte com reaproveitamento das sobras de material*. Dissertação de Mestrado, ICMC - USP, (2006).

[2] GRADISAR, M., JESENKO, J., RESINOVIC, C., *Optimization of roll cutting in clothing industry*. Computers & Operational Research, 10: 945-953, (1997).

[3] GRADISAR, M., KLJAJIC, M., RESINOVIC, C., JESENKO, J., *A sequential heuristic procedure for one-dimensional cutting*. European Journal of Operational Research, 114: 557-568, (1999).

[4] POLDI, K. C., ARENALES, M. N., *Dealing with small demand in integer cutting stock problems with limited different stock lengths*. Notas do ICMC - Série Computação, 85, ICMC – USP, (2005).

[5] WÄSCHER, G., GAU, T., *Heuristics for the integer one-dimensional cutting stock problem: a computational study*. OR Spektrum, 18: 131-144, (1996).

[6] ZIMMERMANN, H.J, *Fuzzy programming and linear programming with several objective functions*, Fuzzy Sets and Systems 1, (1978) 45–55.

[7] PEDRYCZ, W., GOMIDE, F. C., *An Introduction to Fuzzy Sets: Analysis and Design*, The MIT Press, Massachusetts, 1998.