DINCON'09
8TH BRAZILIAN CONFERENCE ON DYNAMICS, CONTROL AND APPLICATIONS
MAY 18-22, 2009

UMA HEURÍSTICA GULOSA PARA O PROBLEMA DE CORTE BIDIMENSIONAL COM SOBRAS APROVEITÁVEIS

Adriana Cristina Cherri[1], *Andréa Carla Gonçalves Vianna*[2], *Marcos Nereu Arenales*[3]

[1] Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação - USP, São Carlos, Brasil, adriana@icmc.usp.br
[2] Faculdade de Ciências - UNESP, Bauru, Brasil, vianna@fc.unesp.br
[3] Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação - USP, São Carlos, Brasil, arenales@icmc.usp.br

Resumo: Nos problemas de corte de estoque, a qualidade dos padrões de corte depende diretamente dos tamanhos e quantidades dos itens a serem produzidos. Nesse trabalho, que aborda o problema de corte bidimensional, consideramos que se as sobras resultantes de um processo de corte forem indesejáveis (nem tão grandes para serem aproveitáveis, nem tão pequenas para serem perdas aceitáveis), então convém gerar retalhos (não computáveis com perda) que serão utilizados para produzir itens de demandas futuras. Para resolver este problema, propomos algumas alterações na abordagem em grafo E/OU e definimos algumas características desejáveis para uma boa solução, de modo que os padrões de corte com sobras indesejáveis sejam alterados. Utilizamos uma heurística gulosa para a geração dos padrões de corte. A análise das soluções para o problema de corte com aproveitamento de sobras é realizada com base na resolução de um conjunto de problemas testes.

Palavras Chave: Aproveitamento de sobras, Problema de corte bidimensional, Abordagem grafo E/OU.

1. INTRODUÇÃO

O problema de corte de estoque bidimensional consiste em cortar um conjunto de placas retangulares em itens menores, também retangulares, de um determinado produto (vidro, madeira, tecido, papel, entre outros), otimizando uma determinada função objetivo, que pode ser, por exemplo, minimizar o número total de objetos a serem cortados, ou as perdas, ou o custo dos objetos cortados, entre outros. Estes problemas são essenciais no planejamento da produção de muitas indústrias, tais como indústria de papel, vidro móveis, metalúrgica, plástica, têxtil, etc.

Os problemas de corte bidimensionais pertencem a uma classe de problemas de corte que tem sido bastante estudada desde o trabalho pioneiro de Gilmore e Gomory [1], em que um método de programação dinâmica foi proposto. Hertz [2] propôs um eficiente algoritmo recursivo para melhorar o tempo computacional das soluções para os problemas de corte de estoque bidimensional. Christofides e Whitlock [3] apresentaram uma árvore de busca para problemas de corte de estoque bidimensionais, na qual existiam restrições na quantidade de peças que seriam produzidas. O método de solução proposto incorpora programação dinâmica e uma rotina de transporte em um algoritmo de busca. Wang [4] apresentou dois métodos combinatórios que geram padrões de corte restritos por sucessivos cortes horizontais e verticais em retângulos ordenados. Cada algoritmo desenvolvido utiliza um parâmetro para limitar as porcentagens máximas de perdas que são geradas. Beasley [5] modelou o problema de corte bidimensional como um problema 0–1. Neste trabalho, considerou problemas restritos sendo que os cortes dos padrões eram não guilhotinados. Mais tarde, Morabito e Arenales [6] estenderam o trabalho de Hertz [2], propondo um método de enumeração implícita utilizando limitantes, como métodos de busca num grafo E/OU, que é uma importante ferramenta utilizada neste trabalho. Vianna [7] estendeu esta abordagem em grafo E/OU para diferentes processos de corte, utilizando limitantes inferiores diferentes aos propostos por Morabito e Arenales [6].

Dentre os vários tipos de problemas de corte existentes, um problema pouco estudado consiste em aproveitar sobras de padrões de corte (pedaços cortados, não demandados) desde que estas não sejam demasiadamente pequenas. Como sobras grandes são inaceitáveis quando se objetiva a minimização de sobras, considerar que algumas das sobras são aproveitáveis torna o critério de minimização de sobras não mais adequado para quantificar a qualidade de uma solução.

Na literatura, o problema de aproveitamento de sobras é recente, sendo apresentado apenas para o caso em que o corte é unidimensional. Sinuany-Stern e Weiner [8] realizaram um estudo considerando problemas de corte unidimensionais, sendo que dois objetivos deveriam ser satisfeitos simultaneamente: minimizar a sobra e acumular a máxima quantidade de sobras no último objeto a ser cortado. Com este objetivo, a sobra acumulada, desde que fosse maior que o comprimento do menor item demandado, seria utilizada para atender futuras demandas. O algoritmo desenvolvido para resolver este problema resolve apenas problemas pequenos.

Gradisar *et al.* [9] desenvolveram um procedimento heurístico (denominado de COLA) para otimizar o corte de rolos em indústrias de tecidos, cujos objetos (rolos) em estoque eram todos de comprimentos diferentes e propõem um modelo bi-objetivo para minimizar o número de itens que não são atendidos e a perda total (soma de sobras inferiores a um valor pré-definido). Gradisar *et al.* [10, 11] realizaram uma modificação no algoritmo anterior (denominado de CUT). Gradisar e Trkman [12] desenvolveram um algoritmo para encontrar a solução de problemas gerais de corte de estoque unidimensional com todos os objetos distintos, partindo da solução obtida pelo algoritmo CUT e refazendo padrões que não satisfazem alguns critérios estabelecidos.

Recentemente, Abuabara [13] modificou o modelo matemático proposto por Gradisar *et al.* [9] reduzindo o número de restrições e variáveis do modelo, o qual foi resolvido utilizando um software comercial de otimização (CPLEX). O problema de corte de estoque com sobras aproveitáveis também foi estudado por Cherri *et al.* [14]. Neste trabalho, os autores tinham como principal objetivo a minimização das perdas e tentavam concentrar as sobras geradas em poucos padrões de corte para que estas apresentassem comprimento superior a um valor estabelecido. Estas sobras (denominadas de retalhos) não eram contabilizadas como perda e retornavam ao estoque para atender futuras demandas. Para resolver este problema, foram realizadas alterações em procedimentos heurísticos clássicos da literatura (construtivos e residuais), sendo que as soluções obtidas pelas heurísticas desenvolvidas foram satisfatórias, considerando critérios de avaliação estabelecidos a priori.

Considerando o caso bidimensional, embora muitos trabalhos envolvam este tipo de problema, desconhecemos a existência de algum que considera o aproveitamento de sobras.

2. DEFINIÇÃO DO PROBLEMA DE CORTE BIDIMENSIONAL COM SOBRAS APROVEITÁVEIS

O problema de corte bidimensional com sobras aproveitáveis aparece freqüentemente em muitas indústrias, que descartam pedaços cortados não demandados (sobras) por estes não apresentarem tamanhos significativos.

São vários os métodos existentes na literatura que consideram o problema de corte bidimensional, entretanto, em quase todos estes métodos, o principal objetivo perseguido é minimizar a sobra resultante do processo de corte. Embora sobras baixas seja ainda um objetivo perseguido, a possibilidade de aproveitá-las introduz uma nova condição na avaliação de uma solução. Neste novo problema, planejar padrões de corte que concentrem as sobras em poucos padrões parece uma boa alternativa a ser perseguida, pois aumenta as chances delas serem suficientemente grandes para voltarem ao estoque e serem utilizadas no futuro.

Desta forma, definimos o problema de corte de estoque bidimensional com sobras de material aproveitáveis como:

"Um conjunto de tipos de peças retangulares (itens) de dimensão (ℓ_i, w_i), em que ℓ_i é o comprimento e w_i é a largura da peça i, i = 1, ..., m , deve ser produzido a partir do corte de placas retangulares (objetos) de dimensões (L_k, W_k), em que L_k é o comprimento e W_k é a largura da peça k em estoque, k = 1, ...,K, as quais podem ser de tamanhos padronizados (placas que são comprados de fornecedores) ou não padronizados (placas que são retalhos de cortes anteriores). São dadas as demandas dos itens e as quantidades disponíveis das placas. As demandas devem ser atendidas, cortando-se as placas disponíveis, de modo que as sobras sejam 'pequenas' (chamadas de ***perda****) ou 'suficientemente grandes' (chamadas de* ***retalhos****) para retornarem ao estoque, porém em número reduzido."*

Nesta definição, procuramos captar os principais elementos do problema de corte bidimensional com sobras aproveitáveis, sendo que muitos detalhamentos devem ser realizados.

Diferentemente dos problemas clássicos de corte bidimensionais, para os quais funções objetivo são bem definidas, no problema de corte bidimensional com sobras de material aproveitáveis objetivamos sobras *'pequenas'* ou *'suficientemente grandes'*, sem que o objetivo de minimizar a sobra seja descartado. Para estes problemas, uma sobra *'suficientemente grande'* ou, de outra forma, um tamanho mínimo aceitável para um retalho, pode ser qualquer valor arbitrário.

Neste trabalho, consideramos que uma sobra no padrão de corte é suficientemente grande, ou seja, um retalho para retornar ao estoque desde que suas dimensões satisfaçam simultaneamente:

$$\ell_s > \phi_1 L_k \quad \text{e} \quad w_s > \phi_2 W_k \tag{1}$$

em que ℓ_s e w_s representam o comprimento e largura da sobras, respectivamente, L_k e W_k representam o comprimento e largura da placa, respectivamente e ϕ_1 e ϕ_2 são tais que: $0 < \phi_1 \leq 1$ e $0 < \phi_2 \leq 1$. Um retalho também pode ser definido pelas dimensões do menor ou maior item demandado ou com qualquer outra dimensão definida pelo usuário.

Observe que a área da sobra não é considerada para análise do retalho, pois uma sobra pode ter uma área relativamente grande, porém dimensões que não são viáveis para serem utilizadas no corte de futuras demandas.

Também definimos o parâmetro π_k, k = 1, ...,K, que é dado pela mínima porcentagem de perda que cada placa em estoque pode obter durante o processo de corte. Utilizando este parâmetro e definindo *prof* a profundidade da busca no grafo E/OU temos uma expectativa para a perda que é dada por:

$$\text{Se } prof \leq 2 \text{ e sobra} < \frac{\pi_k}{2^{prof} L_k W_k} \Rightarrow \textit{perda pequena.}$$

$$\tag{2}$$

$$\text{Se } prof > 2 \text{ e sobra} < \frac{\pi_k}{2 L_k W_k} \Rightarrow \textit{perda pequena.}$$

A expectativa de perda em um nó (retângulos) é a metade (ou uma fração) da expectativa de perda no nó predecessor (nó pai).

Alternativamente, valores poderiam ser atribuídos pelo usuário para estabelecer uma *perda pequena* no padrão de corte.

Para especificar se uma perda é pequena limitamos a análise pela profundidade da busca no grafo E/OU. Este critério foi adotado, pois, à medida que a profundidade da busca aumenta (*prof* > 2), os limites para a perda tornam-se muito pequenos e desta forma, bons padrões de corte eram rejeitados gerando muitos retalhos.

Utilizando estes parâmetros, definimos que toda sobra em um padrão de corte que não é uma perda pequena ou retalho, é chamada *perda indesejável*, ou seja, é uma perda que não deve estar presente nos padrões de corte. Por simplicidade, utilizaremos no texto o termo *sobra aceitável* quando esta for uma perda pequena ou um retalho.

Para uma melhor compreensão do problema de corte de estoque bidimensional com sobras de material aproveitáveis, considere o exemplo a seguir no qual temos que as dimensões dos itens são:

- - 15 × 25
- - 21 × 16
- - 12 × 7
- - 24 × 24

e estabelecemos que toda sobra com comprimento (ℓ_s) ≥ 0,2L_k, k = 1,2 e largura (w_s) ≥ 0,2W_k, k = 1,2 é considerada retalho. As placas disponíveis no estoque têm dimensões 60 × 55 e 30 × 32 e são consideradas padronizadas e não padronizadas, respectivamente.

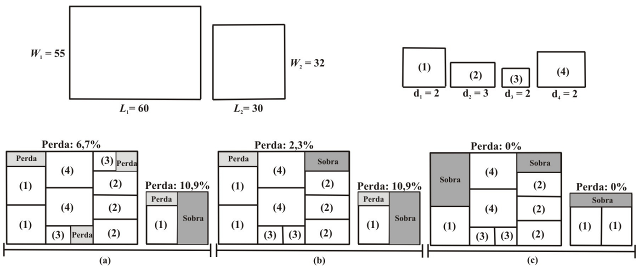

Fig. 1. Dados de um problema de corte e soluções alternativas

Neste exemplo, que considera o aproveitamento de sobras, temos que as soluções apresentadas possuem características conflitantes (perda × quantidade de retalhos). Do ponto de vista da função objetivo *sobra total*, a Solução (c) é preferível às Soluções (a) e (b), pois concentra as sobras nos padrões de corte de modo que estas tornam-se retalhos que podem ser utilizados para atender demandas futuras. Entretanto, devido à quantidade de retalhos gerados pela Solução (c), está pode não ser considerada a melhor solução quando comparada com as Soluções (a) e (b), que apresentam uma quantidade menor de sobras, porém algumas perdas. Para este exemplo, observe que a escolha da melhor solução depende do quanto estamos dispostos estocar para ter perda mínima ou quanto admitimos perder para estocar poucos retalhos.

Para resolver o problema bidimensional com sobras aproveitáveis, algumas alterações foram realizadas na abordagem grafo E/OU [7], visto que este apresenta uma estratégia muito eficiente para resolver problemas de corte quando duas dimensões são consideradas.

3. ABORDAGEM GRAFO E/OU

A abordagem em grafo E/OU para resolução de problemas de corte foi inicialmente proposta por Morabito [15] para problemas bidimensionais guilhotinados (o corte é chamado 'guilhotinado' quando, aplicado em um retângulo, produz dois novos retângulos), irrestritos (o termo 'irrestrito' é usado na literatura dos problemas de corte para designar que não há limitação sobre o número de itens num padrão de corte e 'restrito' caso contrário) e não estagiados. Morabito *et al.* [16] estendeu esta abordagem para problemas de corte guilhotinado irrestrito e restrito, considerando as dimensões unidimensional, bidimensional e tridimensional. Considerando ainda problemas guilhotinados, Morabito e Arenales [6] apresentaram uma abordagem em grafo E/OU para a resolução de problemas estagiados e restritos. Vianna [7] estendeu a abordagem para diferentes processos de corte.

Um grafo E/OU pode ser definido para representar todos os possíveis padrões de corte, em que os nós representam retângulos (no caso do problema de corte bidimensional, com placa e peças retangulares) e os arcos representam cortes. Um arco (corte) estabelece uma relação entre um nó N do grafo (retângulo), com dois outros nós N_1 e N_2 (retângulos obtidos após o corte), portanto, um arco-E. Os nós N_1 e N_2 são chamados nós sucessores de N e, N predecessor de N_1 e N_2. Os padrões de corte são gerados examinando-se todas as possíveis alternativas de corte (daí, arcos-OU) e uma delas é reproduzir o próprio retângulo N (chamado de corte-0, lê-se corte zero), ao qual nenhum outro corte será feito, indicando o final do processo de corte.

Um corte-0 é representado por um arco comum, isto é, aponta para um único nó. O nó inicial é representado pela placa (L,W) e os nós finais são aqueles originados de um corte-0 (sem perda de generalidade, associam-se aos retângulos finais um ou mais itens idênticos).

Um padrão de corte é bem definido seguindo-se uma seqüência de arcos-E (cortes), a partir da raiz (placa inicial) até nós finais (nós após cortes-0). Esta seqüência é chamada de caminho completo e todo padrão de corte tem um caminho completo associado. Um mesmo nó pode pertencer a seqüências diferentes, isto é, retângulos de mesmos tamanhos podem ser obtidos por diferentes seqüências de corte, o que caracteriza um ciclo.

O número de possíveis caminhos completos no grafo E/OU (número de padrões de corte) pode ser enorme e computacionalmente impraticável. No caso do problema restrito, a decisão de produzir um item do tipo i em um determinado nó do grafo E/OU depende da produção deste item nos demais nós do mesmo caminho, o que dificulta a sua resolução.

4. ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO PARA O APROVEITAMENTO DE SOBRAS

Nossa estratégia para resolver este problema se assemelha com a apresentada para o caso unidimensional: tentar concentrar as sobras em poucos padrões de corte de modo que estas gerem um retalho que deve retornar ao estoque e ser utilizada no corte de novas demandas, além disso, soluções com *perdas indesejáveis* devem ser evitadas.

As *perdas indesejáveis* em um padrão de corte são eliminadas realizando alterações no padrão de corte final. Para um melhor entendimento da alteração realizada, suponha que temos um padrão de corte como o apresentado na Figura 2.

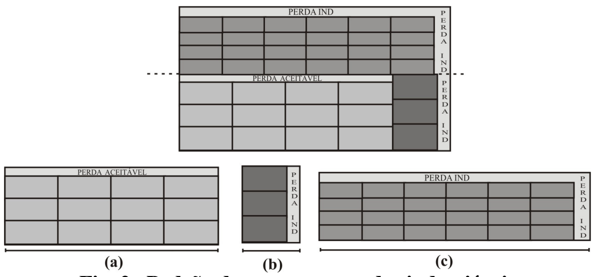

Fig. 2. Padrão de corte com perdas indesejáveis

Observe que este padrão de corte é composto por 3 nós finais, sendo que o primeiro nó (a) possui *perda aceitável*, desta forma neste nó não realizaremos alterações. Os nós (b) e (c) possuem *perdas indesejáveis*, neste caso, alterações são realizadas para que estas perdas tornem-se *retalhos* que devem retornar ao estoque. As alterações são realizadas removendo-se camadas de itens que compõem o nó final. A Figura 3 ilustra estas alterações.

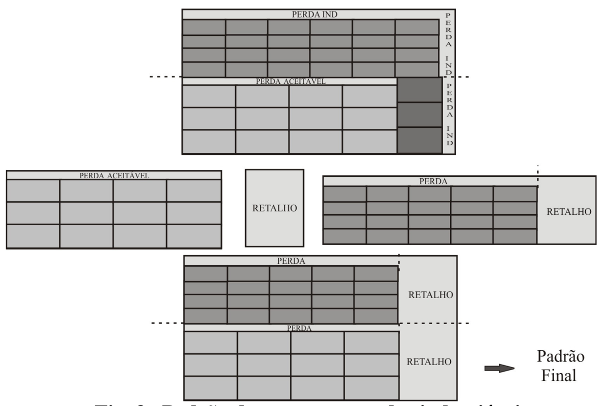

Fig. 3. Padrão de corte sem perdas indesejáveis

Observe que no terceiro nó (c), Figura 2 havia duas perdas indesejáveis (uma na parte superior do nó e outra a direita). Neste caso, analisamos qual das perdas possui maior dimensão e removemos a camada que está ao lado desta perda.

A seguir apresentamos os principais passos do algoritmo desenvolvidos para resolver o problema de corte com sobras aproveitáveis.

Algoritmo 2D com sobras aproveitáveis:

Passo 1: Resolver o problema utilizando a abordagem grafo E/OU e obter um padrão de corte.

Passo 2: Verificar se as soluções geradas apresentam retalhos, perdas aceitáveis ou indesejáveis;

Passo 3: Se há perda indesejável, então o padrão de corte é alterado com a remoção de camadas até obtermos um retalho.

Passo 4: Se o padrão de corte alterado tornar-se nulo, então a solução apresentada pelo grafo E/OU (sem alterações no padrão de corte) é considerada.

Para ilustrar esta estratégia, apresentamos um exemplo na Figura 4 a seguir, na qual 5 tipos de itens devem ser produzidos.

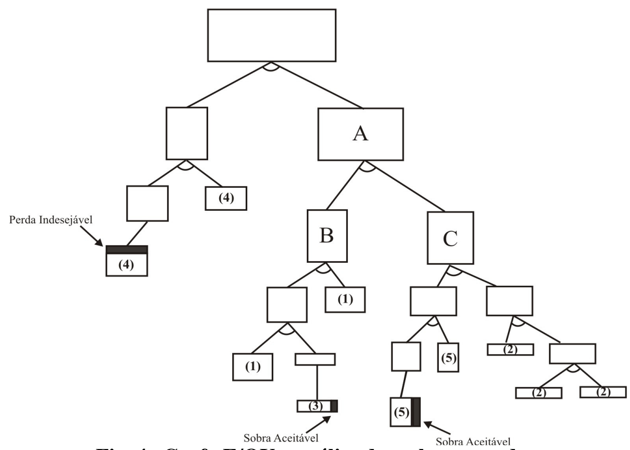

Fig. 4. Grafo E/OU e análise das sobras geradas

Observe que a sobra gerada é sempre analisada no nó final do grafo E/OU. O padrão de corte gerado pelo grafo da Figura 4, sem as alterações realizadas para o aproveitamento de sobras, é representado como:

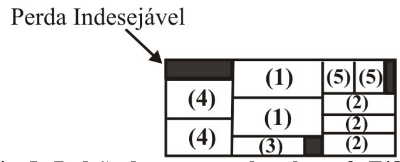

Fig. 5. Padrão de corte gerado pelo grafo E/OU

Para eliminar a perda indesejável presente no padrão de corte, aplicamos a estratégia desenvolvida para o aproveitamento de sobras. Desta forma, temos o seguinte padrão de corte:

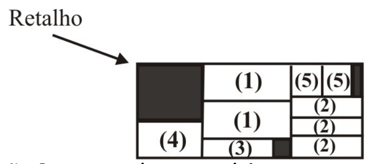

Fig. 6. Padrão de corte após a estratégia para o aproveitamento

Neste caso, o item (6) retorna à demanda para ser cortado em outra placa do estoque. Realizando esta alteração, o padrão de corte ficou com duas perdas (consideradas aceitáveis) e um retalho que deve retornar ao estoque.

Para verificar as soluções nos nós gerados pelo grafo E/OU, utilizamos os critérios definidos na Seção 2. Desta forma, se em algum nó a sobra gerada não estiver dentro dos limites que definem uma perda pequena ou um retalho, esta será considerada uma perda indesejável e o padrão de corte será alterado com a retirada de camadas de itens que compõem este nó final (seguindo determinadas regras) de modo a obter um retalho.

O algoritmo 2D com sobras aproveitáveis é utilizado no procedimento Heurístico Guloso [14] para resolver o problema de aproveitamento de sobras em problemas de corte bidimensionais.

O exemplo a seguir mostra o resultado de um pequeno problema no qual consideramos o aproveitamento de sobras.

Exemplo: Temos em estoque dois tipos de placas com dimensões e disponibilidades especificadas na Tabela 1 e demanda com três tipos de itens apresentados na Tabela 2.

Tabela 1. Dados das placas em estoque

Placa	Dimensões	Estoque
1	150×100	100
2	100×70	100

Tabela 2. Dados da demanda

Item	Dimensão	Demanda
1	45×28	41
2	34×13	30
3	28×9	46

Para este exemplo, estabelecemos uma sobra é considerada *retalho* desde que tenha dimensões superiores a do menor item demandado, ou seja, 28×9. Como a rotação de itens também é permitida, sobras com dimensões 9×28 também são aceitas. Observe que o valor de π_k , k = 1, ...,K é obtido pelo algoritmo durante o processo de corte considerando a perda da melhor solução obtida para cada placa que será cortada (se a sobra na placa for nula, então definimos π_k = 0,05, k = 1, ...,K).

A solução apresentada é obtida considerando um procedimento guloso, o qual utiliza o algoritmo 2D com sobras aproveitáveis. Assim, considerando os dados das Tabelas 1 e 2 e os parâmetros definidos para perda (Seção 2), temos como solução para o problema os padrões de corte apresentados as Figuras 7, 8, 9, 10, 11 e 12.

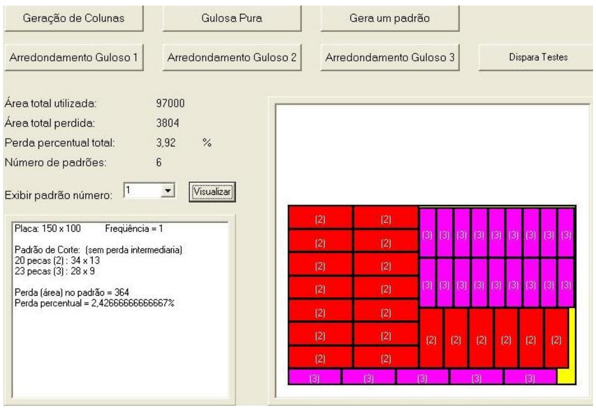

Figura 7. Solução - Primeiro padrão de corte

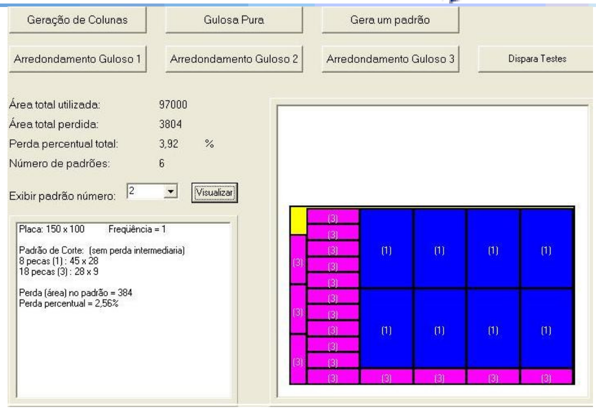

Figura 8. Solução - Segundo padrão de corte

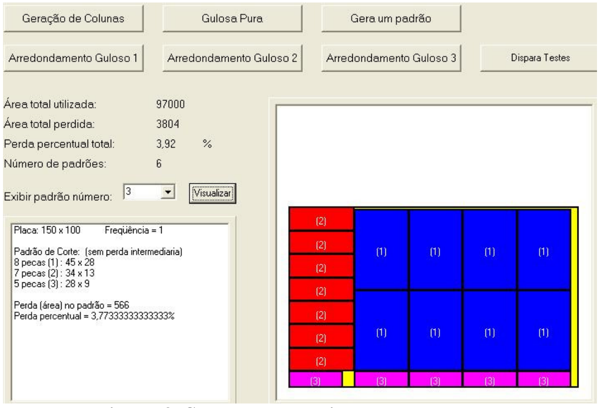

Figura 9. Solução – Terceiro padrão de corte

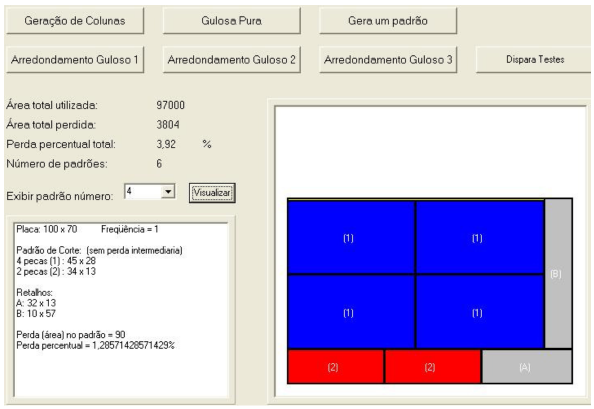

Figura 10. Solução - Quarto padrão de corte

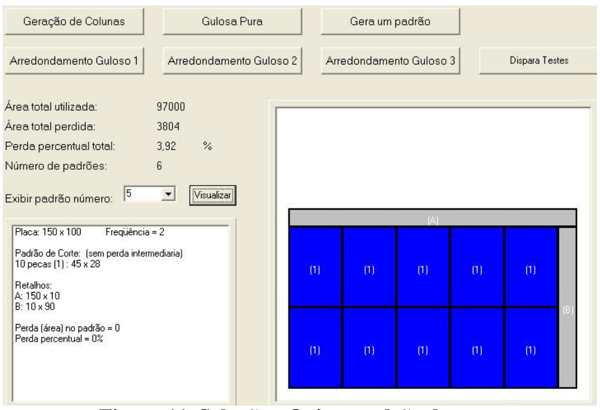

Figura 11. Solução - Quinto padrão de corte

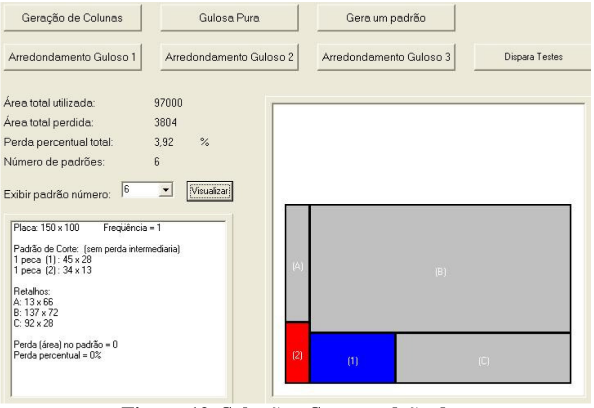

Figura 12. Solução - Sexto padrão de corte

Pela solução apresentada (Figuras 7 a 12), temos que a perda nos padrões de corte é muito pequena (inferiores a 3,77%), porém, 7 retalhos com dimensões especificadas na interface gráfica serão estocados (os retalhos são identificados pelas letras A, B,...). Através da interface gráfica desenvolvida, podemos observar que o percentual total de perda é muito baixa, 3,92%, enquanto que o percentual de perda sem considerar o aproveitamento de sobras é de 5,9%, porém, menos retalhos são estocados. Observe que em todos os padrões de corte gerados, não há solução com *perda indesejável*, pois padrões de corte que apresentam este tipo de perda são alterados de modo a gerar um retalho. Alguns critérios para evitar soluções com número muito grande de retalhos ainda estão em estudo e informações adicionais importantes para análise das soluções serão acrescentadas na interface gráfica.

Observe que os padrões de corte obtidos podem ter perdas e retalhos espalhados. Um problema que surge é de reorganizar os itens, por simetria, de modo a conectar o maior número possível de retalhos e perdas. Este problema pode ser útil para redefinir retalhos maiores, conforme apresentado na Figura 13.

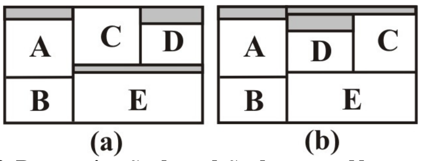

Figura 13. Reorganização do padrão de corte – Novo retalho

Entretanto, como observamos na Figura 14, isto nem sempre é possível.

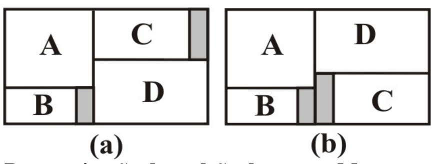

Figura 14. Reorganização do padrão de corte – Mesmos retalhos

Neste caso o corte vertical se faz necessário (os corte são do tipo guilhotinado) obtendo-se os mesmos retalhos, apesar de eles estarem conexos (Figura 14 - b).

5. CONCLUSÕES

Neste artigo, apresentamos uma estratégia para resolver o problema de corte de estoque bidimensional com aproveitamento de sobras utilizando a abordagem grafo E/OU. Para o problema apresentado, padrões de corte com perdas indesejáveis são redesenhados, priorizando-se retalhos e diminuindo a perda. O exemplo apresentado (Seção 4) mostrou que ganhos efetivos podem ser obtidos pela estratégia. Para este trabalho consideramos o caso em que o problema é limitado, o corte é do tipo guilhotinado e temos vários tipos de placas disponíveis em estoque e vários tipos de itens demandados. Vários testes estão sendo realizados para uma melhor adequação dos parâmetros que definem perda pequena e retalho, assim como visitas em empresas que têm em sua linha de produção o corte de itens considerando duas dimensões e também o aproveitamento de sobras. Testes estão sendo realizados para analisar o desempenho dos procedimentos desenvolvidos para resolver o problema de corte bidimensional com sobras aproveitáveis. Além desta estratégia apresentada, outras estão em estudo e também serão implementadas.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio da FAPESP.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] P. C. Gilmore, R. E. Gomory, “Multi-stage cutting stock problems of two and more dimensions”, Operations Research, Vol. 13, pp. 94-120, 1965.

[2] J. Hertz, “Recursive computacional procedure for two-dimensional stock cutting”, IBM Journal of Research and Development, Vol. 16, pp. 462-469, 1972.

[3] N. Christofides, N. C. Whitlock, “An algorithm for two-dimensional cutting problem”, Operations Research, Vol. 25, pp. 30-44, 1997.

[4] P. Wang, “Two algorithms for constrained two-dimensional cutting stock problems” Operations Research, Vol. 31, pp. 573-587, 1983.

[5] J. Beasley, “Algorithms for unconstrained two-dimensional guillotine cutting”, Journal of the Operational Research Society, Vol. 36, pp. 297-306, 1985.

[6] R. Morabito, M. N. Arenales, “Staged and constrained two-dimensional guillotine cutting problems: An AND/OR - graph approach”, European Journal of Operational Research, Vol. 94, pp. 548-560, 1996.

[7] A. C. G. Vianna, “Problemas de corte e empacotamento: Uma abordagem em grafo E/OU”, Tese de Doutorado, ICMC – USP, 2000.

[8] Z. Sinuany-Stern, I. Weiner, “The One Dimensional Cutting Stock Problem Using Two Objectives”, Journal of Operations Research Society, Vol. 45, pp. 231-236, 1994.

[9] M. Gradisar, J. Jesenko, C. Resinovic, “Optimization of roll cutting in clothing industry”, Computers & Operational Research, Vol. 10, pp. 945-953, 1997.

[10] M. Gradisar, C. Resinovic, J. Jesenko, "A hybrid approach for optimization of one-dimentional cutting", European Journal of Operational Research, Vol. 119, pp. 719-728, 1999.

[11] M. Gradisar, M. Kljajic, C. Resinovic, J. Jesenko, "A sequential heuristic procedure for one-dimentional cutting", European Journal of Operational Research, Vol. 114, pp. 557-568, 1999.

[12] M. Gradisar, P. Trkman, "A combined approach to the solution to the general one-dimentional cutting stock problem", Computers and Operations Research, Vol. 32, pp. 1793-1807, 2005.

[13] A. Abuabara, "Otimização no corte de tubos estruturais: aplicação na indústria aeronáutica agrícola", Dissertação de Mestrado, DEP – UFSCar, 2006.

[14] A. C. Cherri, M. N. Arenales, H. H. Yanasse, "The one dimensional cutting stock problem with usable leftover – a heuristic approach", European Journal of Operational Research, Aceito para publicação, 2008.

[15] R. Morabito, M. N. Arenales, "Corte de estoque bidimensional.", Dissertação de Mestrado, ICMC – USP, 1989.

[16] R. Morabito, M. N. Arenales, V. F. Arcaro, "AND-OR-graph approach for two-dimensional cutting problems", European Journal of Operational Research, Vol. 58, pp. 263-271, 1992.