

O Problema de Corte Bidimensional envolvendo peças do tipo L

Izabela dos Santos **Andréa Vianna**

Departamento de Computação - FC - UNESP,
17033-360, Bauru, SP

E-mail: izabelaams@yahoo.com.br , vianna@fc.unesp.br

Adriana Cherri

Departamento de Matemática - FC - UNESP,
17033-360, Bauru, SP

E-mail: adriana@fc.unesp.br

Palavras-chave: *Problemas de corte e empacotamento, busca em Grafo E/OU, otimização combinatória, geração de padrões de corte*

Resumo: *O problema de corte consiste em, dada uma unidade maior (objeto), cortá-la em unidades menores (itens), visando à otimização de um objetivo, como, por exemplo, minimização de perda de material. É um problema frequentemente encontrado em processos industriais de corte, cuja solução pode ser obtida computacionalmente. Este trabalho propõe o estudo e a resolução computacional de um problema de corte bidimensional que envolva um tipo específico de corte, o corte degrau (no qual o formato das peças a serem obtidas é semelhante a um L), utilizando abordagem Grafo E/OU.*

1 Introdução

Genericamente o problema de corte consiste em, dada uma unidade maior (chamada objeto), dividi-la em unidades menores (chamadas itens), tentando otimizar um objetivo – como, por exemplo, obter o maior número de itens possível, ou minimizar a perda de material. Este é um problema que ocorre frequentemente em sistemas de produção industriais que contêm processos de corte, como cortes de chapas metálicas, de vidro e de madeira, peças de tecido, couro e plástico, bobinas de papel e alumínio, dentre diversos outros.

Semelhante e intimamente relacionado com os problemas de corte estão os problemas de empacotamento que consistem em, dada uma unidade maior e unidades menores, empacotar as unidades menores dentro da maior, otimizando uma função – como a minimização de espaço vago ou a maximização da quantidade de itens em cada objeto, e satisfazendo possíveis restrições como a estabilidade no transporte dos pacotes. Neste caso os objetos são representados por embalagens de produtos, caixas, contêineres, etc.

Estas duas classes de problemas de otimização possuem diversas aplicações práticas de grande potencial, e são tratadas na literatura como Problemas de Corte e Empacotamento (Dyckhoff, 1990). Na literatura existem diversas abordagens para resolvê-los, conforme mostram os exames especiais de periódicos em Brown (1971), Golden (1976), Hinxman (1980), Dyckhoff e Waescher (1990), Lirov (1992), Dowsland e Dowsland (1992), Sweeney e Paternoster (1992), Dyckhoff e Finke (1992), Martello (1994a, 1994b), Bischoff e Waescher (1995), Mukhacheva (1997), Dyckhoff et al. (1997), Arenales et al. (1999), Valdés et al. (2002), SICUP (2006), entre outros.

Entre os problemas de corte, tem-se o problema com peças do tipo L (detalhado na seção 2), que será o foco de estudo neste projeto. Esta classe de problema foi pouco explorada na literatura (Lins *et. al.*, 2003).

2 O Problema de Corte Bidimensional com Peças do Tipo L

O problema de corte bidimensional é constituído de uma placa retangular de dimensões (L,W), onde L é seu comprimento e W, sua largura. O objetivo é alocar na placa determinados itens, de dimensões (l_i, w_i), minimizando a perda da placa. O modo como os itens estão arranjados ao longo da placa é chamado de padrão de corte (Figura 1).

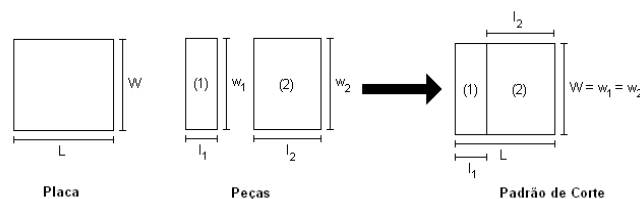


Figura 1: Padrão de Corte Bidimensional.

Em grande parte dos problemas de cortes bidimensionais, deseja-se obter peças retangulares de dimensões (l_i, w_i) , como já descrito anteriormente. Para resolver esse tipo de problema aplica-se cortes guilhotinados na placa. Cortes guilhotinados são aqueles que, quando aplicados a um retângulo, produzem dois novos retângulos. Os cortes guilhotinados podem ser horizontais ou verticais.

Para a resolução de problemas de corte com peças do tipo L, não é possível gerar um padrão de corte apenas com cortes guilhotinados. Neste caso, as dimensões das peças são representadas por $(l_{i1}, w_{i1}, l_{i2}, w_{i2})$, onde l_{i1} e l_{i2} representam o comprimento inferior e superior da peça, respectivamente, e w_{i1} e w_{i2} representam a largura esquerda e direita da peça, respectivamente. A Figura 2 apresenta um padrão de corte com peças do tipo L. Nesse caso, é necessário outro tipo de corte chamado corte do tipo degrau (Figura 3) (Vianna, 2000).

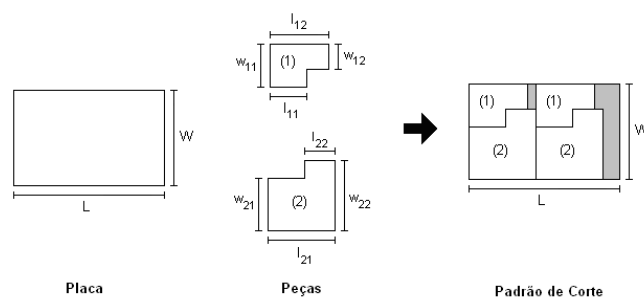


Figura 2: Corte Bidimensional com Peças do Tipo L.



Figura 3: Corte do tipo degrau.

3 A Abordagem Grafo E/OU para Resolução do Problema de Corte

Uma forma de resolução de problemas de cortes bidimensionais é representada por uma busca em Grafo E/OU, apresentada por Morabito (1992), Morabito *et al.* (1992), Vianna (2000).

Na representação de um corte em Grafo E/OU, os vértices representam as peças, e cada aresta representa um corte. Cada aresta estabelece uma relação entre um vértice N do grafo com outros dois vértices N_1 e N_2 , criando, deste modo, uma aresta-E entre eles. Na formulação do grafo, todas as possibilidades de cortes a partir de um mesmo vértice são examinadas, criando-se, assim, uma aresta-OU entre elas.

Pode-se representar um padrão de corte com peças do tipo L através de um Grafo E/OU. Neste caso, cada vértice do grafo representará uma peça retangular ou do tipo L. Na geração dos padrões de corte, onde se verifica todas as possibilidades de corte (aresta-OU), uma delas é a reprodução do próprio retângulo (corte-0), indicando o fim do processo de corte. O nó inicial é representado pela placa (L, W) e os nós finais são aqueles originados de corte-0.

Percorrer todos os caminhos possíveis de um grafo pode ser, muitas vezes, inviável durante o processo de busca. As soluções podem ser enumeradas implicitamente, descartando a

expansão de um nó sem perder a solução ótima, através do uso de limitantes (inferior e superior).

Para a determinação de um limitante inferior, utiliza-se a solução homogênea, que é uma solução trivial para um subproblema do nó. O objetivo é preencher a área determinada somente com peças iguais. Essa solução é também chamada de padrão de corte homogêneo. No problema de corte com peças do tipo L a solução homogênea pode ser calculada dos seguintes modos:

- 1) Solução homogênea formada por peças retangulares (Figura 4);
- 2) Solução homogênea formada por peças do tipo L;
 - a) Peças em L dispostas lado a lado tanto na horizontal como na vertical (Figura 5);
 - b) Combinação de duas peças em L formando um retângulo podendo haver sobra no centro. (Figura 6)

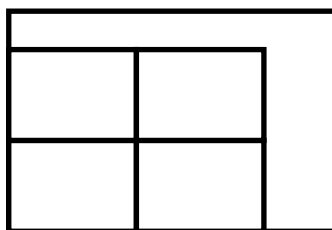


Figura 4: Solução homogênea formada por peças retangulares.

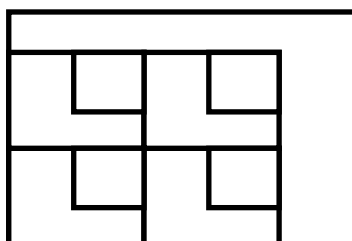


Figura 5: Solução homogênea formada por peças do tipo L.

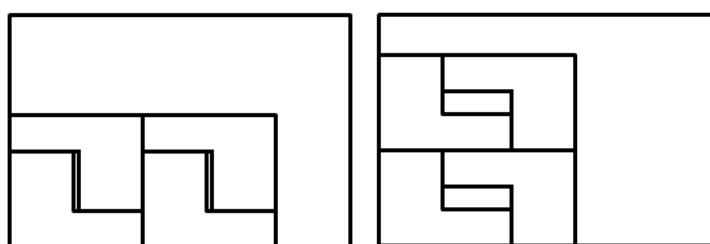


Figura 6: Solução homogênea composta de peças do tipo L combinadas.

Já o limitante superior é obtido pela relaxação do problema. O limitante superior trivial é aquele que considera que apenas a área dos itens alocados não exceda a área máxima permitida do retângulo.

Os cortes são gerados de acordo com o tipo de peça (retangular ou do tipo L). Para peças retangulares utiliza-se corte guilhotinado (uma peça retangular gera dois novos retângulos) e corte degrau (uma peça retangular gera um novo retângulo e uma peça em L). Para peças do tipo L utiliza-se apenas o corte guilhotinado (uma peça em L gera dois novos retângulos ou um novo retângulo e uma nova peça em L).

4 Implementação computacional

A Abordagem em Grafo E/OU para a resolução de problemas de corte com peças do tipo L está sendo implementada em linguagem C, assim como um gerador de problemas com peças do tipo L, já que não são encontrados muitos problemas na literatura.

Referências

- [1] M. Arenales, R. Morabito, H. Yanasse, (eds) Special issue: cutting and packing problems. *Pesquisa Operacional*. 19(2), 107-299, 1999.
- [2] E. Bischoff, G. Waescher, G. (eds) Special issue: cutting and packing. *European Journal of Operational Research*. 84(3), 1995.
- [3] E. G. Birgin, R. D. Lobato, R. Morabito, R. An effective recursive partitioning approach for the packing of identical rectangles in a rectangle, submitted, 2007.
- [4] A. Brown, *Optimum Packing and Depletion*. New York. Elsevier Science, 1971.
- [5] K. Dowsland, W. Dowsland, Packing Problems. *European Journal of Operational Research*. 56, 2-14, 1992.
- [6] H. Dyckhoff, A Typology of Cutting and Packing Problems. *European Journal of Operational Research*. 44, 145-159, 1990.
- [7] H. Dyckhoff, U. Finke, *Cutting and Packing in Production and Distribution: Typology and Bibliography*. Heidelberg: Springer, 1992.
- [8] H. Dyckhoff, G. Waescher, (eds) Special issue: cutting and packing. *European Journal of Operational Research*. 44(2), 1990.
- [9] H. Dyckhoff, G. Scheithauer, J. Terno, *Cutting and Packing*. In *Annotated Bibliographies in Combinatorial Optimization*, edited by M. Amico, F. Maffioli and S. Martello. New York: Wiley, 393-414, 1997.
- [10] B. Golden, Approaches to the cutting stock problem. *AIIE Transactions*. 8, 265-274. 1976.
- [11] A. Hinxman, The trim-loss and assortment problems: a survey. *European Journal of Operational Research*. 5, 8-18, 1980.
- [12] L. Lins, S. Lins, R. Morabito, An L-approach for packing (l,w)-rectangles into rectangular and L-shaped pieces. *Journal of the Operational Research Society*, volume 54, number 7, pp. 777-789, 2003.
- [13] Y. Lirov, (ed.) Special issue: cutting problem, geometric resource allocation. *Mathematical and Computer Modelling*. 16(1), 1992.
- [14] S. Martello, (ed.) Special issue: Knapsack, packing and cutting – Part I: One dimensional knapsack problems. *INFOR*, 32(2), 1994a.
- [15] S. Martello, (ed.) Special issue: Knapsack, packing and cutting – Part II: Multidimensional knapsack and cutting stock problems. *INFOR*. 32(4), 1994b.
- [16] R. Morabito, *Uma Abordagem em Grafo E/OU para o Problema do Empacotamento: Aplicação ao Carregamento de Paletes e Contêineres*. Tese de Doutorado. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1992.
- [17] R. Morabito, M. Arenales, V. Arcaro, An AND/OR-Graph Approach for Two-Dimensional Cutting Problems. *European Journal of Operational Research*. 58(2), 263-271, 1992.
- [18] E. A. Mukhacheva, (ed.) *Decision Making Under Conditions of Uncertainty: Cutting-Packing Problems*. Ufa, Russia: The International Scientific Collection, 1997.
- [19] SICUP - Special Interest Group on Cutting and Packing. Disponível em: <http://www.apdio.pt/sicup/>, 2011.
- [20] P. Sweeney, E. Paternoster, Cutting and packing problems: a categorized application-oriented research bibliography. *Journal of the Operational Research Society*. 43, 691-706., 1992.
- [21] R. A. Valdés, A. Parajón, J. M. Tamarit, A Tabu Search Algorithm for Large-Scale Guillotine (un)Constrained Two-Dimensional Cutting Problems. *Computers & Operations Research*. 29, 925-947, 2002.
- [22] A. C. G. Vianna, *Problema de Corte e Empacotamento: uma Abordagem em Grafo E/OU*. São Carlos: USP, 2000. Tese (Doutorado) - Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, 2000.