



Encontro Regional de Matemática Aplicada e Computacional  
De 2 a 5 de Maio de 2017  
Unesp, Faculdade de Ciências - Bauru/SP

## Problema de corte com sobras aproveitáveis e demandas incertas

*Adriana Cristina Cherri*

*Universidade Estadual Paulista; Faculdade de Ciências  
adriana@fc.unesp.br*

*Luiz Henrique Cherri*

*Universidade de São Paulo; Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação  
lhcherri@icmc.usp.br*

*José Fernando Oliveira*

*Universidade do Porto; Faculdade de Engenharia  
jfo@fe.up.pt*

*Maria Antónia Carravilla*

*Universidade do Porto; Faculdade de Engenharia  
mac@fe.up.pt*

*Douglas Alem*

*Universidade Federal de São Carlos; Centro de Ciências em Gestão e Tecnologia  
douglas@ufscar.br*

**Resumo:** Neste trabalho apresenta-se um estudo envolvendo o problema de corte de estoque com sobras aproveitáveis do ponto de vista da programação estocástica, considerando incertezas nas demandas dos itens, situação que tipicamente pode ocorrer nas empresas. Durante o processo de corte, uma possibilidade para auxiliar na redução das perdas é permitir que sobras com comprimentos pré-estabelecidos sejam geradas. Essas sobras retornam ao estoque de objetos para serem utilizadas no futuro no atendimento de novas demandas. Entretanto, definir o tamanho conveniente das possíveis sobras é uma tarefa difícil, pois, espera-se que essas sejam bem utilizadas no futuro, gerando perdas mínimas após o corte. Como a proposta desse trabalho considera incertezas nas demandas dos itens, as sobras poderão ser geradas considerando a probabilidade de demandas futuras, resultando em uma melhor estimativa dos possíveis comprimentos. Um modelo de programação inteira mista foi proposto para representar este problema e um algoritmo de geração de colunas foi desenvolvido para resolvê-lo. Testes computacionais preliminares estão sendo realizados com instâncias geradas aleatoriamente.

**Palavras-chave:** Otimização. Problema de Corte de Estoque. Programação Estocástica.

## Introdução

Os problemas de corte de estoque (PCE) são clássicos na literatura e possuem várias aplicações na indústria. Devido a sua importância econômica, dificuldade de resolução e complexidade computacional estes problemas tornaram-se muito importantes na otimização combinatória e constantemente motiva a comunidade de pesquisa operacional na busca de métodos eficientes para obtenção de soluções.

Devido as diversas situações práticas em que esses problemas surgem, a aplicação de modelos e algoritmos existentes de uma forma direta torna-se impraticável. Uma variação do PCE surge quando existe a possibilidade de sobras (retalhos) com comprimento mínimo podem ser geradas durante o processo de corte e estocadas para serem utilizadas no atendimento de demandas futuras. Na literatura, esse problema é conhecido como problema de corte de estoque com sobras aproveitáveis (PCESA). Na prática, este problema já foi observado no corte de tubos



estruturais para a produção de aeronaves agrícolas, no corte de esquadrias metálicas, na indústria moveleira, entre outros.

No PCESA um conjunto de itens demandados deve ser cortado a partir de objetos padronizados (objetos comprados de fornecedores) ou retalhos (sobras de cortes anteriores). São conhecidas as demandas dos itens e o estoque de objetos. O problema consiste em atender a demanda dos itens, cortando os objetos disponíveis de modo a minimizar o desperdício. Retalhos em quantidades limitadas podem ser gerados para estoque e não são computados como perdas.

Para resolver o PCESA Scheithauer (1991) modificou o problema proposto por Gilmore e Gomore (1963) incluindo alguns itens extras aos demandados (possíveis retalhos) e sem haver demandas para serem atendidas. O problema possui um único tipo de objeto em estoque e vários retalhos pré-definidos podem ser gerados. Gradisar et al. (1997) apresentaram um procedimento heurístico (denominado COLA) para otimizar o corte de rolos em uma indústria de tecidos e também permitindo a possibilidade de gerar retalhos.

Abuabara e Morabito (2009) reescreveram o modelo matemático proposto por Gradisar et al. (1997) e resolveram o PCESA em uma indústria que fabrica aviões agrícolas. Em Cherri et al. (2009) heurísticas da literatura foram modificadas, de modo que as sobras geradas em cada padrão de corte deveriam ser pequenas para serem descartadas como perdas ou suficientemente grandes para serem estocadas como retalhos, os quais seriam utilizados no atendimento de futuras demandas.

Cherri et al. (2014) escreveram um *survey* referente ao PCESA no caso unidimensional. Nele os autores apresentam as aplicações do PCESA, o modelo matemático (quando proposto), comentários dos resultados obtidos em cada trabalho e propostas para a continuidade de estudos relacionados ao PCESA. Arenales et al. (2015) propuseram um modelo matemático para resolver o PCESA. Neste trabalho, os retalhos gerados possuem comprimento e quantidades máximas definidos previamente. Os testes computacionais realizados mostraram bom desempenho do modelo proposto e a forte relação que existe entre quantidade de retalhos gerados e redução da perda.

Na literatura existente para resolver os PCESA, dois fatores de importância são a quantidade de retalhos em estoque e o comprimento que estes devem apresentar. Além disso, os modelos matemáticos e métodos de solução são desenvolvidos considerando a demanda dos itens determinística. Entretanto, as demandas futuras para muitos problemas podem estar sujeitas à incertezas, ou ainda, podem existir casos em que as demandas dos itens em períodos subsequentes são desconhecidas, mas suas distribuições de probabilidade são conhecidas.

Beraldi et al. (2009) utilizaram uma abordagem baseada em cenários e desenvolveram uma formulação estocástica 2-estágios para resolver o PCE. Os autores propuseram um algoritmo baseado em duas fases, sendo que a primeira consiste em explorar a estrutura do problema fazendo uma decomposição em subproblems menores e a segunda impõe uma coordenação entre as soluções dos diferentes subproblems. Alem et al. (2010) apresentaram um estudo envolvendo o PCE quando a demanda é uma variável aleatória. O problema foi modelado como um problema não-linear. Um método baseado no método simplex com geração de colunas foi proposto para resolver a relaxação linear do problema.

Dentro deste contexto, este trabalho desenvolve um estudo para o PCESA considerando incertezas na demanda dos itens, que será produzida cortando objetos padronizados e retalhos disponíveis em estoque. Novos retalhos para estoque serão gerados considerando diferentes cenários, resultando em uma melhor estimativa para seus comprimentos. Um modelo de programação estocástica de dois estágios com recurso foi proposto para representar esse problema e um algoritmo de geração de colunas foi desenvolvido para resolvê-lo. Testes computacionais estão sendo realizados com instâncias geradas aleatoriamente.

## Definição do Problema e Método de Solução

Em situações reais, durante o processo de corte, é comum demandas de itens não existirem no momento em que certas decisões devem ser executadas, fazendo com que seja necessário utilizar valores aproximados por métodos de previsão, que dependem da existência de séries históricas, nem sempre disponíveis e precisas.

O PCESA sob incertezas surge para suprir essa carência. Nesse problema um conjunto de objetos padronizados e retalhos devem ser cortados em itens cuja demanda é desconhecida. Durante o processo de corte, retalhos podem ser gerados para estoque desde que a perda de material seja reduzida.

Para melhor dimensionar os retalhos para o uso posterior, a informação sobre as possíveis demandas é de extrema importância, uma vez que espera-se que a perda ao cortar um retalho no futuro também seja mínima. De modo geral, as estimativas para os retalhos são feitas com base na demanda atual Cherri et. al. (2013) e na expectativa que, nos períodos subsequentes, eles sejam bem aproveitados.



Neste contexto, um modelo matemático baseado em Arenales et al. (2015) foi proposto para resolver o PCESA sob incertezas (devido a sua extensão, o modelo é omitido nesse texto). Neste modelo, a demanda é tratada como uma variável aleatória e, com base em uma previsão de demanda, será possível alterar os tamanhos e quantidades dos retalhos que retornarão ao estoque para serem utilizados no futuro com um melhor aproveitamento.

Devido ao número exponencial de variáveis e as condições de integralidade do modelo, torna-se muito difícil resolvê-lo na otimalidade. Desta forma, as condições de integralidade são relaxadas e a técnica de geração de coluna (Gilmore e Gomory (1963)) é utilizada para resolver o problema. Para a obtenção de soluções inteiras, um procedimento heurístico ainda será proposto.

Como o problema envolve otimização sob incertezas, a programação estocástica também é utilizada. Nela, assume-se que a distribuição de probabilidade dos parâmetros incertos (estocásticos) é conhecida ou pode ser estimada.

## Considerações Finais

Este trabalho aborda o problema de corte de estoque com sobras aproveitáveis quando a demanda dos itens é tratada como uma variável aleatória. Um modelo matemático para representar o problema foi proposto e um método de solução foi desenvolvido para resolvê-lo.

As implementações para o método de solução proposto estão sendo desenvolvidas e testes computacionais serão realizados com exemplares gerados aleatoriamente.

## Agradecimentos

Os autores agradecem a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP - Proc. n. 2015/03066-8) pelo suporte financeiro.

## Referências

- ABUABARA, A.; MORABITO, R. Annals of Operations Research. **Cutting optimization of structural tubes to build agricultural light aircrafts**, n. 149, p. 149-165, 2009.
- ALEM, D. J.; MUNARI, P. A.; ARENALES, M. N.; FERREIRA, P. A. V. Annals of Operations Research. **On the cutting stock problem under stochastic demand**, n. 179, p. 169-186, 2010.
- ARENALES, M. N.; CHERRI, A. C.; NASCIMENTO D. N.; VIANNA, A. C. G. Pesquisa Operacional. **A new mathematical model for the cutting stock/leftover problem**, n. 35, p. 1-14, 2015.
- BERALDI, P.; BRUNI, M.E.; CONFORTI, D. European Journal of Operational Research. **The stochastic trim-loss problem**, n. 197, p. 42-49, 2009.
- CHERRI, A. C.; ARENALES, M. N.; YANASSE, H. H. European Journal of Operational Research. **The one dimensional cutting stock problems with usable leftover: A heuristic approach**, n. 196, p. 897-908, 2009.
- CHERRI, A. C., ARENALES, M. N., YANASSE, H. H. International Transactions in Operational Research. **The usable leftover one-dimensional cutting stock problem - a priority-in-use heuristic**, n. 20, p. 189-199, 2013.
- CHERRI, A. C.; ARENALES, M. N.; YANASSE, H. H.; POLDI, K. C.; VIANNA, A. C. G. European Journal of Operational Research. **The one-dimensional cutting stock problem with usable leftovers - A survey**, n. 236, p. 395-402, 2014.
- GILMORE, P. C.; GOMORY, R. E. Operations Research. **A linear programming approach to the cutting stock problem - Part II**, n. 11, p. 863-888, 1963.
- GRADISAR, M.; JESENKO, J.; RESINOVIC, C. Computers and Operational Research. **Optimization of roll cutting in clothing industry**, n. 10, p. 945-953, 1997.
- SCHEITHAUER, G. Optimization. **A note on handling residual length**, n. 22, p. 461-466, 1991.