

GERAÇÃO DE COLUNAS PARA O PROBLEMA DE CORTE COM APROVEITAMENTO DE SOBRAS E NÚMERO DE RETALHOS LIMITADOS

COLUMN GENERATION TO THE CUTTING STOCK PROBLEM WITH USABLE LEFTOVER AND LIMITED NUMBER OF RETAILS

Everton F. da Silva, Adriana Cherri, Andréa Vianna - Campus de Bauru - Faculdade de Ciências - Ciências da Computação - evertaum@fc.unesp.br - Prope

Palavras-chave: problemas de corte de estoque unidimensional; aproveitamento de sobras; geração de colunas.
Keywords: one-dimensional cutting stock problem; usable leftovers; column generation.

1. INTRODUÇÃO

O problema de corte de estoque consiste em cortar um conjunto de peças disponíveis em estoque para a produção de peças menores, em quantidades especificadas, otimizando uma determinada função objetivo. Estes problemas aparecem em diversos processos industriais, em que os objetos correspondem a barras de aço, bobinas de papel e alumínio, placas de madeira, chapas de vidro e fibra de vidro, peças de couro etc. Nessas indústrias, a redução dos custos de produção e a melhoria da eficiência estão, frequentemente, associadas à utilização de estratégias adequadas de cortes.

São várias as situações em que surgem os problemas de corte de estoque, cada um deles com suas especificidades, restrições e objetivos definidos pelas exigências práticas impostas em cada ambiente em que estes problemas aparecem.

Um problema que vem sendo recentemente estudado consiste em aproveitar sobras de padrões de corte em períodos futuros desde que estas não sejam pequenas. O problema de aproveitamento de sobras para problemas unidimensionais foi citado por Brown (1971), entretanto, só mais tarde começaram a aparecer os primeiros trabalhos que abordam este tema.

Para considerar o aproveitamento de sobras, Scheithauer (1991) modificou o problema proposto por Gilmore e Gomory (1963) incluindo itens extras aos demandados e sem haver demandas para serem atendidas. Gradisar *et al.* (1997), com o objetivo de criar um plano de corte unidimensional para diminuir a perda ou então concentrá-las em um único objeto, apresentaram um procedimento heurístico (denominado COLA) para otimizar o corte de rolos em uma indústria de tecidos.

Trkman e Gradisar (2007) destacaram a importância de adaptar adequadamente métodos que consideram o aproveitamento de sobras para que não haja acúmulo de retalhos no estoque e propuseram um método de solução que considera esta condição. Abuabara e Morabito (2009) escreveram modelos matemáticos para o problema proposto por Gradisar *et al.* (1997). O problema de corte de estoque com sobras aproveitáveis também foi estudado por Cherri *et al.* (2009) em que heurísticas bem conhecidas da literatura foram modificadas, de modo que as sobras geradas em cada padrão de corte deveriam ser pequenas para serem descartadas como perdas ou suficientemente grandes para serem estocadas como retalhos, os quais seriam utilizados no atendimento de futuras demandas.

Cui e Yang (2010) modificaram o problema proposto por Scheithauer (1991) incluindo limitações no estoque de objetos e na quantidade de retalhos que podem ser geradas em um padrão de corte. Além destes trabalhos, também apresentam estudos para o problema de corte de estoque unidimensional com sobras aproveitáveis: Gradisar *et al.* (1999a), Gradisar *et al.* (1999b), Chu e Antonio (1999), Gradisar e Trkman (2005), Koch *et al.* (2010), Cherri *et al.* (2011), entre outros.

Neste trabalho, apresentamos um estudo sobre o problema de corte de estoque unidimensional com sobras de material aproveitáveis e desenvolvemos um procedimento heurístico para obter

soluções para estes problemas. Este procedimento foi denominado de ASRL (Aproveitamento de Sobras com Retalhos Limitados).

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E OBJETIVOS

2.1. Fundamentação Teórica

Em várias empresas o processo de corte de peças pode gerar sobras que eventualmente são descartadas. Porém, algumas indústrias apresentam a possibilidade de utilizar estas sobras como matéria prima, desde que estas tenham tamanhos significativos. Embora os problemas de corte sejam bastante estudados na literatura, a maioria dos métodos de solução existentes para resolver estes problemas buscam minimizar sobras sendo que, nesses métodos, considera-se como sobra todo pedaço cortado que não seja um item demandado.

A possibilidade de aproveitar sobras para atender demandas futuras introduz uma mudança no critério de seleção de uma solução. Uma alternativa para resolver este problema, seria planejar padrões de corte que concentrassem as sobras em poucos padrões de modo que estas fossem grandes o suficiente para voltarem ao estoque e serem utilizadas novamente. Desta forma, definimos o problema de corte de estoque unidimensional com sobras de material aproveitáveis:

"Um conjunto de itens deve ser produzido a partir do corte de objetos, os quais podem ser de tamanhos padronizados (objetos que são comprados pela empresa) ou não-padronizados (objetos que são retalhos de cortes anteriores). São dados os tamanhos e as quantidades dos itens e dos objetos disponíveis em estoque. As demandas devem ser atendidas, cortando-se os objetos disponíveis, de modo que as sobras sejam 'pequenas' (chamadas de perdas) ou 'suficientemente grandes' (chamadas de retalhos) para retornar ao estoque, porém em número limitado".

Um comprimento suficientemente grande é um parâmetro que pode ser definido por algum critério, como por exemplo: o comprimento do menor item demandado, a média dos comprimentos dos itens demandados, um comprimento qualquer definido pela empresa que considera o aproveitamento de sobras em seu processo produtivo, entre outros.

Pela definição do problema de corte com sobras aproveitáveis observamos que as sobras dos padrões de corte devem ser 'pequenas' (perdas que serão descartadas) ou então 'suficientemente grandes' (retalhos). Uma alternativa para gerar sobras suficientemente grandes, é concentrar as sobras geradas durante o processo de corte em poucos padrões. Entretanto, a quantidade de retalhos gerada deve ser limitada, pois, os retalhos necessitam de espaço para armazenamento e, além disso, dependendo do material que está sendo cortado (por exemplo, bobinas de aço) retalhos estocados podem tornar-se sucatas caso não sejam utilizados após um determinado período de tempo.

2.2. Objetivos

O presente trabalho tem por objetivo, revisar trabalhos da literatura que tratam do aproveitamento de sobras de material para problemas de corte unidimensionais, implementar o modelo matemático proposto por Cui e Yang (2010) para resolver o problema de corte de estoque com sobras aproveitáveis. Como as soluções obtidas pelo modelo matemático não são inteiras, implementar o procedimento heurístico proposto por Poldi e Arenales (2009) para obter soluções inteiras para o problema de corte de estoque com sobras aproveitáveis e realizar testes computacionais.

3. METODOLOGIA

A metodologia consistem em revisar os principais trabalhos da literatura que abordam o problema de corte de estoque com sobras de material aproveitáveis, implementar o modelo matemático de Cui e Yang (2010) e o procedimento heurístico de Poldi e Arenales (2009).

O modelo matemático de Cui e Yang (2010) considera vários tipos de objetos em estoque com quantidades limitadas e custos diferenciados associados. Desta forma, os retalhos em estoque possuem custos associados que priorizam seu uso. A solução para o problema é obtida utilizando a técnica de geração de colunas proposta por Gilmore e Gomory (1963) sendo que os possíveis retalhos (definidos previamente) também são considerados durante este processo. O comprimento dos retalhos que podem ser gerados é discretizado, a partir de um determinado limitante, por 1 unidade de comprimento até o comprimento do maior objeto padronizado disponível em estoque. Para obter uma solução inteira para a solução contínua do problema, uma adaptação de um procedimento heurístico proposto pelos autores é utilizada.

O procedimento ASRL utiliza o mesmo modelo matemático proposto por Cui e Yang (2010). Entretanto, o comprimento dos possíveis retalhos são discretizados, a partir de um determinado limitante, por 5 unidades de comprimento até o comprimento do maior objeto padronizado disponível em estoque. Estes retalhos podem ser utilizados durante o processo de geração de colunas, porém, os padrões com retalhos podem ser utilizados apenas uma vez durante o processo de corte. Caso algum retalho seja inserido em um padrão de corte e mesmo assim, alguma perda seja gerada, associamos essa perda ao retalho gerado, ou seja, o retalho passa a ter comprimento maior.

O procedimento ASRL foi desenvolvido na linguagem de programação C++ utilizando o software Microsoft Visual Studio 2008. Testes computacionais foram realizados com exemplares reais apresentados na literatura.

4. RESULTADOS COMPUTACIONAIS

Os testes apresentados foram retirados de Abuabara e Morabito (2009). Estes testes fazem parte de carteiras de pedidos de uma pequena indústria brasileira de aeronaves agrícolas que realiza o corte de tubos metálicos na fabricação de suas aeronaves, cujas estruturas são formadas por pórticos treliçados.

Nestes exemplos, consideramos que toda sobra com comprimento maior ou igual ao comprimento do menor item demandado é um retalho que pode retornar ao estoque. Para cada problema, a quantidade de retalho é limitada em duas unidades. Para verificar o desempenho do procedimento ASRL, comparamos as soluções obtidas para os exemplares de Abuabara e Morabito (2009) com as soluções obtidas pelo procedimento heurístico RAG -1 de Cherri (2009) que também considera o aproveitamento de sobras. Os dados dos exemplares não são apresentados neste trabalho devido a dimensão que os mesmos apresentam. Na Tabela 1 a seguir, *Perda* refere-se ao comprimento da perda gerada e *Retalho* refere-se a quantidade de retalhos gerados.

Tabela 1: Soluções para o problema de corte de estoque com sobras aproveitáveis

	ASRL <i>Perda/Retalho</i>	RAG - 1 <i>Perda/Retalho</i>
Exemplo 1	76/1	180/1
Exemplo 2	460/1	490/1
Exemplo 3	0/2	0/3
Exemplo 4	0/1	0/1
Exemplo 5	0/2	0/2
Exemplo 6	0/2	2/1

Pela Tabela 1, observamos que as soluções geradas pelo procedimento ASRL são superiores ou iguais as soluções geradas pelo procedimento heurístico RAG - 1. Em alguns exemplares, a solução apresenta a mesma quantidade de retalhos, porém, a perda inferior. Estes dados são relevantes para a análise da qualidade de uma soluções, visto que as empresas buscam minimizar o desperdício de material e não possuem espaços suficientes para alocar grande quantidade de retalhos que retorna para o estoque.

5. CONCLUSÕES

Neste trabalho consideramos o problema de corte de estoque com sobras de material aproveitáveis, ou seja, toda sobra de material resultante de um objeto cortado, se grande o suficiente, pode ser utilizada para cortar futuras demandas de itens. Para resolver este problema, combinamos a implementação de um modelo matemático e um procedimento heurístico, ambos apresentados na literatura

Para verificar o desempenho do procedimento desenvolvido, realizamos testes computacionais com problemas práticos, também apresentados na literatura, e comparamos as soluções obtidas pelo ASRL com as soluções do procedimento heurístico RAG - 1 que é orientado para o aproveitamento de sobras. Com as soluções obtidas, observamos que o desempenho do procedimento proposto, ASRL, é superior ao procedimento RAG - 1.

6. REFERÊNCIAS

- ABUABARA A., MORABITO R., Cutting optimization of structural tubes to build agricultural light aircrafts. *Annals of Operations Research*, 169 (2009) 149-165.
- BROWN A. R., "Optimum packing and depletion: the computer in space and resource usage problem". New York: Macdonald - London and American Elsevier Inc, 1971.107p, (1971).
- CHERRI A. C., Algumas extensões do problema de corte de estoque com sobras de material aproveitáveis. Tese de doutorado, ICMC, USP - São Carlos, São Paulo.
- CHERRI A. C., ARENALES M. N., YANASSE H. H., The one dimensional cutting stock problems with usable leftover: A heuristic approach. *European Journal of Operational Research*, 196 (2009) 897-908.
- CHERRI A. C., ALEM D. J., SILVA I. N., Inferência Fuzzy para o problema de corte de estoque com sobras aproveitáveis de material. *Pesquisa Operacional*, 31 (2011) 1-22.
- CHU C., ANTONIO J., Approximation algorithms to solve real-life multicriteria cutting stock problems. *Operations Research*, 47 (1999) 495-508.
- CUI Y., YANG Y., A heuristic for the one-dimensional cutting stock problem with usable leftover. *European Journal of Operational Research*, 204 (2010) 245-250.
- GILMORE P. C., GOMORY R. E., A linear programming approach to the cutting stock problem - Part II. *Operations Research*, 11 (1963) 863-888.
- GRADISAR M., JESENKO J., RESINOVIC C., Optimization of roll cutting in clothing industry. *Computers & Operational Research*, 10 (1997) 945-953.
- GRADISAR M., KLJAJIC M., RESINOVIC C., JESENKO J., A sequential heuristic procedure for one-dimensional cutting. *European Journal of Operations Research*, 114 (1999a) 557-568.
- GRADISAR M., RESINOVIC C., KLJAJIC M., A hybrid approach for optimization of one-dimensional cutting. *European Journal of Operational Research*, 119 (1999b) 719-728.
- GRADISAR M., TRKMAN P., A combined approach to the solution to the general one-dimensional cutting stock problem. *Computers & Operational Research*, 32 (2005) 1793-1807.
- KOCH S., KÖNIG S., WÄSCHER G., Linear programming for a cutting problem in the wood processing industry - a case study. *International Transactions in Operational Research*, 16 (2009) 715-726.
- POLDI K. C., ARENALES M. N., Heuristics for the one-dimensional cutting stock problem with limited multiple stock lengths. *Computers and Operations Research*, 36 (2009) 2074-2081.
- SCHEITHAUER G., A note on handling residual length. *Optimization*, 22 (1991) 461-466.
- TRKMAN P., GRADISAR M., One-dimensional cutting stock optimization in consecutive time periods. *European journal of Operational Research*, 179 (2007) 291-301.

APOIO FINANCEIRO

Os autores agradecem à Pró-Reitoria de pesquisa da UNESP (PROPE) pelo apoio financeiro.

PROTOCOLO DE APROVAÇÃO DO COMITÊ DE ÉTICA