

Otimização do processo de corte unidimensional com objetivo de minimizar custos de matérias-primas e utilização de máquina

Guilherme Simões

Universidade do Oeste Paulista

guii.simoes@hotmail.com

Felipe Kesrouani Lemos

Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”; Faculdade de Engenharia de Bauru

felipekemos@gmail.com

Adriana Cristina Cherri

Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”; Faculdade de Ciências

adriana@fc.unesp.br

Silvio Alexandre de Araújo

Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”; Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas

saraujo@ibilce.unesp.br

Resumo: Problemas de corte estão inseridos em contextos fabris reais e podem apresentar objetivos integrados conflitantes que não contemplem apenas a minimização do uso de matérias-primas. Neste trabalho, foi estudado um processo fabril em que múltiplas barras podem ser cortadas simultaneamente. O objetivo deste trabalho é propor um modelo de programação matemática que reflita a decisão de corte unidimensional que otimize desperdícios de matéria-prima e também ocupação do recurso produtivo. Foram feitos testes em instâncias reais e parametrizações diversas de custos relativos para explorar o comportamento do modelo. Nas instâncias testadas, foi possível obter soluções com *gaps* satisfatórios em tempos computacionais razoáveis.

Palavras-chave: Modelagem matemática e Aplicações. Corte e empacotamento. Otimização multi-objetivo. Utilização de máquinas

Introdução

A estratégia de manufatura de muitas empresas se baseia em objetos de tamanhos padronizados a serem cortados em itens menores de diferentes tamanhos, de acordo com as especificações dos clientes (Arenales et al., 2006), o que gera perdas indesejáveis de material e dá origem aos problemas de corte e empacotamento. São problemas, portanto, que estudam a alocação de um conjunto de itens menores em objetos maiores obedecendo os limites destes com o intuito de otimizar seu aproveitamento (Wäscher et al., 2007). O interesse nesta área ocorre devido à sua aplicabilidade, diversidade de problemas reais e complexidade (Poltronieri et al., 2008). Tais casos são vastamente encontrados nas indústrias, dos mais variados tipos e, o gerenciamento correto deste problema pode gerar impactos significativos na economia e no espaço físico das empresas (Almeida e Steiner, 2015).

O presente trabalho refere-se ao problema de otimização de corte de itens unidimensionais em um processo com possibilidade, mas não obrigação, de execução em lotes de múltiplas barras simultaneamente. Seja I um conjunto de n itens a serem programados em uma operação de corte ($i = 1, 2, \dots, n$) com demanda de b_i unidades e excesso máximo de produção de e_i unidades. Seja K um conjunto ($k = 1, 2, \dots, m$) de possibilidades de corte de um objeto, sendo k o número de barras cortadas simultaneamente e m o máximo de barras suportado pela máquina. Cada barra possui comprimento L e custo unitário θ .

O objetivo do problema consiste em formar lotes de produção a serem processados na máquina de corte e decidir o número de barras a serem cortadas simultaneamente. A solução deve levar em conta

a ocupação do recurso produtivo (utilização da máquina), que possui um custo fixo ao operar e, como em muitos problemas de corte, o custo de matéria-prima utilizado para atender à demanda.

A abordagem conjunta do problema de corte de estoque com outras características técnicas dos processos de produção é uma preocupação importante e recente para este tipo de problema, dada sua imersão em contextos reais com suas peculiaridades. Entre as junções que podem ser vistas na literatura ressalta-se considerações quanto a:

- i. quantidade de estoques intermediários (Yanasse, 1997; Pillegi et al., 2007), sobretudo tudo o problema de pilhas abertas, que consiste em diminuir a dispersão das ordens produzidas e reduzir o estoque em processo;
- ii. dimensionamento de lotes (Gramani, 2006; Poldi e Araújo, 2016), que cuida do planejamento e quantificação do tamanho de ordens a serem fabricadas, equilibrando faltas e estoques nos períodos de demanda;
- iii. datas de entrega (Braga et al., 2016; Arbib e Marinelli, 2017), que trata de atrasos (*tardiness*) ou adiantamento (*earliness*) de ordens de corte com datas de entrega relacionadas a cada pedido.

Não foram encontrados abordagens que abarcassem a junção do problema com a utilização de recursos produtivos até o momento.

O contexto de desenvolvimento deste trabalho foi a demanda de uma fábrica do setor metal-mecânico especializada na produção de peças para veículos tratorizados, posicionada no setor há mais de 60 anos. Trata-se de uma empresa com uma equipe de aproximadamente 70 colaboradores, localizada no interior do estado de São Paulo. O processo de corte estudado pode ser entendido de maneira mais ilustrativa pela Figura 1, em que é possível verificar diversos objetos sendo cortados simultaneamente.



Figura 1: Ilustração do processo de corte estudado

A contribuição deste trabalho é propor um modelo que retrata um dilema de produção real entre dois indicadores de desempenho conflitantes em um processo produtivo: a utilização de recursos de produção e o aproveitamento da matéria-prima. Além de propor um modelo para a situação exposta, foi feito um estudo exploratório através de cenários dos parâmetros de custos para verificação do comportamento do modelo frente a diferentes cenários.

Este trabalho está dividido em cinco sessões, iniciando-se por esta introdução. Na segunda sessão é apresentado e explicado o modelo matemático proposto. A terceira sessão mostra os resultados computacionais obtidos, bem como a coleta de dados executada para tal. A quarta sessão discute algumas características interessantes dos resultados obtidos. A quinta e última sessão mostra as conclusões do trabalho.

Formulação matemática

Seja I um conjunto de n itens a serem programados em uma operação de corte ($i = 1, 2, \dots, n$) com demanda de b_i unidades e excesso máximo de produção de e_i unidades. Seja K um conjunto ($k = 1, 2, \dots, m$) de formas de cortar um objeto, sendo k o número de barras cortadas simultaneamente e m o máximo de barras suportado pela máquina. Cada barra possui comprimento L e custo unitário θ .

Seja p um padrão de corte a ser processado pela máquina, em que A_{ip} denota a quantidade de itens i cortadas no padrão de corte p . Seja l_p o custo fixo associado ao tempo para cortar um certo padrão (proporcional ao número de itens alocados, supondo que o custo fixo da máquina está relacionado ao tempo de corte e este depende do número de golpes dados na barra).

Seja o conjunto de variáveis inteiras x_{pk} , representando o número de vezes em que é cortado o padrão de corte p com k barras simultaneamente na máquina.

Levando em conta tais parâmetros e variáveis, o seguinte modelo matemático (1)-(4) é proposto para o problema.

$$\text{Min} \quad \sum_{p=1}^n \sum_{k=1}^m x_{pk} (k \cdot \theta + l_p) \quad (1)$$

$$\text{s.a.} \quad \sum_{p=1}^n \sum_{k=1}^m A_{ip} \cdot k \cdot x_{pk} \geq b_i \quad \forall_i \quad (2)$$

$$\sum_{p=1}^n \sum_{k=1}^m A_{ip} \cdot k \cdot x_{pk} \leq b_i + e_i \quad \forall_i \quad (3)$$

$$x_{pk} \in \mathbb{Z}^+ \quad (4)$$

A função objetivo (1) refere-se a minimização do custo total, relacionado com o consumo de matéria-prima e o tempo de máquina total utilizado no processo de corte destes materiais. A restrição (2) garante que a demanda será totalmente atendida pelos padrões de corte utilizados, enquanto (3) garante que o excesso máximo imposto não seja ultrapassado. Por fim, (4) define o domínio das variáveis de decisão.

Os padrões de corte a serem utilizados foram gerados através de um procedimento de geração de colunas (Gilmore e Gomory, 1961), levando em conta um subproblema da mochila associado, em que os itens são alocados respeitando os limites físicos da barra.

Resultados computacionais

Os dados para o modelo foram coletados em uma fábrica do setor metal-mecânico, conforme mencionado na introdução. O setor abarcado foi a usinagem de peças de reposição. Foram coletados exemplos de demandas para peças de uma determinada espessura de material, assim como os excessos de produção permitidos, relacionados com o giro de estoque destas peças.

Foram coletadas 5 instâncias distintas, cada uma representando a demanda de uma diferente espessura de barras. A Tabela 1 mostra as características destas instâncias.

Tabela 1: Características das instâncias coletadas

Instância	Barra 1"	Tubo 1.1/4"	Tubo 1.1/2"	Barra 2.1/4"	Barra 3.1/2"
Número de itens diferentes	10	26	20	18	8
Quantidade total de peças	4480	6616	9477	5594	3126
Excedentes permissível total	108	507	515	409	168
Número máximo de barras a serem cortadas simultaneamente	9	7	6	5	3

O modelo foi implementado em linguagem OPL (*Optimization Programming Language*) para o software CPLEX 12.6, sendo executado em um microcomputador com processador i7 e 8 Gb de memória RAM. O tempo de execução foi limitado a 1 minuto, dada a natureza dinâmica da programação da fábrica.

Para cada instância foram mensurados: custo total da solução, gap em relação ao limitante inferior obtido, número de barras utilizadas, número de lotes distintos formados, aproveitamento do material (percentual utilizado das barras cortadas), aproveitamento da máquina (percentual de utilização da máquina em relação ao uso com o máximo de barras possível), excesso produzido em número de peças e excesso produzido em quantidade de material.

A Tabela 2 detalha os resultados obtidos em cada instância. Todas elas foram executadas considerando o custo de cada *bin* cinco vezes maior do que o custo de um golpe da máquina (custo por item cortado em um dado padrão de corte).

Tabela 2: Resultados do modelo para as instâncias coletadas

Instância	Barra 1"	Tubo 1.1/4"	Tubo 1.1/2"	Barra 2.1/4"	Barra 3.1/2"
Custo total da solução	4026	3329	5765	2660	2055
Gap	1,3%	8,6%	3,8%	18,6%	22,1%
Barras utilizadas	698	439	811	262	186
Lotes distintos	83	74	146	59	66
Aproveitamento do material	98,40%	98,09%	97,97%	86,92%	69,19%
Aproveitamento da máquina	93,98%	85,14%	93,15%	89,83%	93,94%
Excesso em peças	8	152	91	129	30
Excesso em mm	8428	56096	32226	24060	9340

Para efeito de melhorar explorar o modelo, o exemplo mais extenso (tubos de 1.1/4") foi executado com diferentes cenários de proporção entre custos de barra e custos de golpe da máquina. A Tabela 3 mostra tais resultados.

Tabela 3: Resultados do modelo para diferentes proporções entre o custo do material e o custo de cada golpe dado pela máquina

	5	5	1	1	0
Custo Barra	5	5	1	1	0
Custo Golpe	0	1	1	5	5
Custo total da solução	2115	3329	1590	7275	4780
Gap	0,41%	8,62%	13,41%	6,86%	1,15%
Barras utilizadas	423	439	478	2305	6689
Lotes distintos	174	74	79	338	956
Aproveitamento do material	99,98%	98,09%	89,85%	18,38%	6,39%
Aproveitamento da máquina	35,06%	85,14%	87,34%	97,63%	100,00%
Excesso em peças	32	152	135	61	73
Excesso em mm	9900	56096	49362	14833	35655

Por fim, um último conjunto de experimentos foi executado para efeito de comparação com o paradigma vigente na indústria de que a máquina deve ser aproveitada ao máximo, sempre com o maior número de barras possíveis. O número de barras mínimo em uma dada batelada produzida foi variado, novamente utilizando o exemplo mais extenso (tubos de 1.1/4"). Como a capacidade máxima da máquina é de 7 barras, o número mínimo de barras imposto em uma batelada foi variado de 1 a 7. A Tabela 4 mostra tais resultados.

Tabela 4: Resultados do modelo para diferentes mínimos de barras simultâneos imposto

k mínimo imposto	7	6	5	4	3	2	1
Custo Barra	1	1	1	1	1	1	1
Custo Golpe	5	5	5	5	5	5	5
Custo total da solução		7377	7296	7275	7275	7275	7275
Gap		8,36%	7,17%	6,86%	6,86%	6,86%	6,86%
Barras utilizadas		2542	2396	2305	2305	2305	2305
Lotes distintos		372	351	338	338	338	338
Aproveitamento do material	Inviável	16,64%	17,66%	18,38%	18,38%	18,38%	18,38%
Aproveitamento da máquina		97,85%	97,72%	97,63%	97,63%	97,63%	97,63%
Excesso em peças		38	44	61	61	61	61
Excesso em mm		10339	11334	14833	14833	14833	14833

A solução inviável impondo o corte de sete barras simultaneamente (mínimo igual ao máximo) deve-se ao fato de não haver demanda múltipla de 7 para algum dos itens. Nesse caso, é impossível obter uma solução factível dentro da tolerância de excesso permitida.

Discussão

Figura 1 explicita graficamente os resultados da Tabela 3, comparando o aproveitamento de material e a utilização da máquina em diferentes contextos de proporções entre custos. O gráfico mostra o dilema existente entre estes dois objetivos conflitantes, sobretudo ressaltado nos extremos (em que um dos dois componentes do custo é nulo).

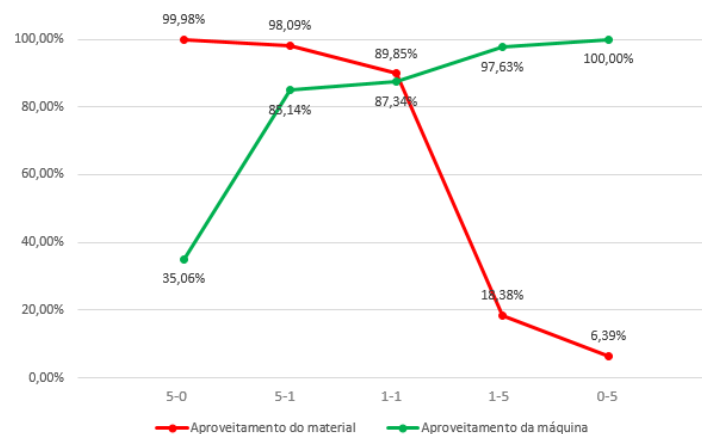


Figura 1: Gráfico comparativo dos resultados de aproveitamento de material e utilização da máquina em diferentes contextos de proporções de custos

Observa-se ainda, que, em consonância com o objetivo deste trabalho, é possível obter soluções com resultados interessantes quando existe alguma relevância em ambos custos.

A Figura 2 mostra graficamente uma comparação do custo total da solução obtida em relação ao mínimo de barras imposto para ser cortado simultaneamente pela máquina.

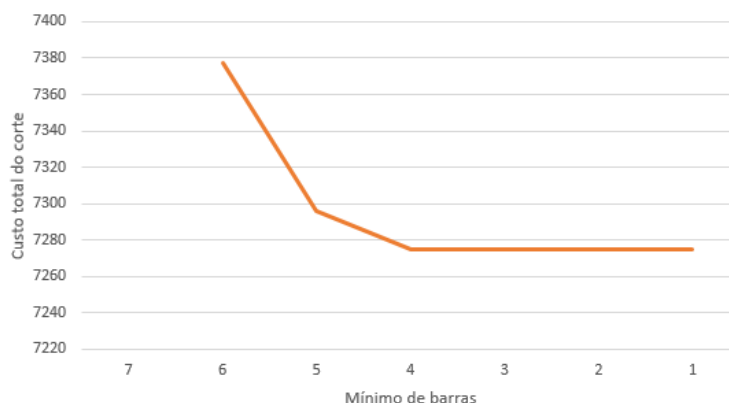


Figura 2: Gráfico comparativo dos resultados de custo total da solução em relação ao mínimo imposto de barras a serem cortadas simultaneamente

É trivial a conclusão apontada pelo gráfico, já que qualquer restrição adicionada só pode levar a uma solução igual ou pior do que sem esta. Isso fica evidenciado, ao mostrar-se que a permissão por uma pior utilização da máquina (corte apenas 4 barras ao invés de 7 em certos padrões) leva a um melhor resultado.

Embora matematicamente trivial, este resultado foi importante no diálogo de implantação da empresa, já que questiona um paradigma de que a melhor solução está sempre relacionada ao melhor aproveitamento da capacidade da máquina.

Conclusões

O presente trabalho propõe um modelo de corte de estoque que contempla em sua função objetivo aspectos de aproveitamento dos recursos produtivos (neste caso, máquina de corte), levando em conta, portanto, seu custo fixo associado. Foi proposto um modelo baseado em geração de colunas, que difere do modelo clássico de corte de estoque basicamente por sua função objetivo.

O modelo foi submetido a 5 instâncias reais, com diferentes espessuras de materiais, tendo, assim diferentes capacidades da máquina em termos de números de barras. Além dos resultados destas instâncias, foram realizados experimentos exploratórios com a maior instância para verificar seu comportamento frente a diferentes situações dos parâmetros, sobretudo a proporção entre custos de matéria-prima e utilização da máquina e, imposições de diferentes mínimos de barras a serem cortadas simultaneamente.

Os resultados mostram *gaps* satisfatórios em tempos computacionais razoáveis. Mais do que isso, o comportamento do modelo é coerente com o esperado perante diferentes situações possíveis em contextos industriais análogos, porém com proporções de custos distintos.

Possíveis extensões para este trabalho são testes de instâncias artificiais de maior porte para verificar os limites do modelo e procedimentos na geração de colunas que levem em conta também o problema de utilização da máquina.

Referências

- ALMEIDA, R.; STEINER, M. T. A. Gestão & Produção. **Resolução de problemas Bin Packing utilizando rede neural aumentada e Minimum Bin Slack**, v. 22, n. 3, p. 611-623, 2015.
- ARBIB, C.; MARINELLI, F. Omega. Maximum lateness minimization in one-dimensional bin packing, v. 68, p. 76-84, 2017.
- ARENALES, M. et al. **Pesquisa Operacional**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2006.
- BRAGA, N.; ALVES, C.; MACEDO, R.; VALÉRIO DE CARVALHO, J. M. International Journal of Innovative Computing and Applications. **Combined cutting stock and scheduling: a matheuristic approach**, v. 7, n. 3, 2016.
- GRAMANI, M. C. N.; França, P. M. European Journal of Operational Research. The combined cutting stock and lot-sizing problem in industrial processes, v. 174, n. 1, p. 509-521, 2006.
- GILMORE, P. C.; GOMORY, R. E. Operations Research. **A linear programming approach to the cutting-stock problem**, v. 9, n. 6, p. 849-859, 1961.
- PILEGGI, G. C. F.; MORABITO, R.; ARENALES, M. N. Pesquisa Operacional. **Heurísticas para os problemas de geração e sequenciamento de padrões de corte bidimensionais**, v. 27, p. 549-568, 2007.
- POLDI, K. C.; ARAÚJO, S. A. Annals of Operations Research. **Mathematical models and a heuristic method for the multiperiod one-dimensional cutting stock problem**, v. 238, n. 1, p. 497-520, 2016.
- POLTRONIERE, S. C.; POLDI, K. C.; TOLEDO, F. M. B.; ARENALES, M. N. Annals of Operations Research. A coupling cutting stock-lot sizing problem in the paper industry, v. 157, n. 1, p. 91-104, 2008.
- WÄSCHER, G.; HAUBNER, H.; SCHUMANN, H. European Journal of Operational Research, Amsterdam. **An improved typology of cutting and packing problems**, v. 183, p. 1109-1130, 2007.
- YANASSE, H. H. European Journal of Operational Research. **On a pattern sequencing problem to minimize the maximum number of open stacks**, v. 100, p. 454-463, 1997.