

APROVEITAMENTO DE SOBRAS PARA O PROBLEMA DE CORTE BIDIMENSIONAL

Adriana C. Cherri*, Andréa C. G. Vianna[†] e Marcos N. Arenales*

*Universidade de São Paulo,
São Carlos, Brasil
e-mail: {adriana,arenales}@icmc.usp.br

[†] Universidade Estadual Paulista
Bauru, Brasil
e-mail: vianna@fc.unesp.br

1 INTRODUÇÃO

O problema de corte bidimensional consiste em cortar um conjunto de placas retangulares em itens menores, também retangulares, de um determinado produto (vidro, madeira, tecido, papel, entre outros), otimizando uma determinada função objetivo, que pode ser, por exemplo, minimizar o número total de objetos a serem cortados, ou as perdas, entre outros.

Os problemas de corte bidimensionais pertencem a uma classe de problemas de corte que tem sido bastante estudada desde o trabalho pioneiro de Gilmore e Gomory (1965), em que um método de programação dinâmica foi proposto. Existem muitas aplicações dos problemas de corte e várias abordagens apresentadas na literatura para suas soluções, tal como Hertz (1972), Wang (1983), Beasley (1985), Morabito *et.al.* (1992), Morabito e Arenales (1996), Vianna (2000), entre outros.

Este trabalho aborda um problema pouco estudado e freqüentemente encontrado na prática. Tal problema consiste em aproveitar sobras de padrões de corte (pedaços cortados, não demandados) desde que não sejam demasiadamente pequenas. Como sobras grandes são inaceitáveis quando se objetiva a minimização de sobras, considerar que algumas das sobras são aproveitáveis, torna o critério de minimização de sobras não mais adequado para quantificar a qualidade de uma solução.

Na literatura, o problema de aproveitamento de sobras é recente, sendo apresentado apenas para o caso em que o corte é unidimensional (Gradisar *et. al.* (1997), (1999), Gradisar e Trkman (2005), Cherri *et. al.* (2007)). Para o caso bidimensional, não encontramos trabalhos que consideram o aproveitamento de sobras.

2 O PROBLEMA DE CORTE DE ESTOQUE BIDIMENSIONAL COM SOBRAS APROVEITÁVEIS

O problema de corte bidimensional com sobras aproveitáveis aparece freqüentemente em muitas indústrias, que descartam pedaços cortados não demandados (sobras) por estes não apresentarem tamanhos significativos.

São vários os métodos existentes na literatura que consideram o problema de corte bidimensional, entretanto, em todos estes métodos, o principal objetivo perseguido é minimizar a sobra resultante do processo de corte. Dentre os vários métodos existentes, desconhecemos algum que permita gerar retalhos ao invés de perdas intermediárias (perdas com dimensões não apropriadas em um padrão de corte). Neste novo problema, planejar padrões de corte que concentrem as sobras em poucos padrões parece uma boa alternativa a ser perseguida, pois aumenta as chances delas serem suficientemente grandes para voltarem ao estoque e serem utilizadas no futuro.

Desta forma, definimos o problema de corte de estoque bidimensional com sobras de material aproveitáveis como:

*“Um conjunto de tipos de peças retangulares (itens) de dimensão (ℓ_i, w_i) , em que ℓ_i é o comprimento e w_i é a largura da peça i , $i = 1, \dots, m$, deve ser produzido a partir do corte de placas retangulares (objetos) de dimensões (L_k, W_k) , em que L_k é o comprimento e W_k é a largura da peça k em estoque, $k = 1, \dots, K$, as quais podem ser de tamanhos padronizados (placas que são comprados de fornecedores) ou não padronizados (placas que são retalhos de cortes anteriores). São dadas as demandas dos itens e as quantidades disponíveis das placas. As demandas devem ser atendidas, cortando-se as placas disponíveis, de modo a minimizar as sobras (as sobras devem ser ‘pequenas’ (chamadas de **perda**)) ou ‘suficientemente grandes’ (chamadas de **retalhos**) para retornarem ao estoque, porém em número reduzido.”*

Diferentemente dos problemas clássicos de corte bidimensional, para os quais funções objetivo são bem definidas (por exemplo, minimizar a perda total, número de objetos cortados, custos, entre outros), no problema de corte bidimensional com sobras de material aproveitáveis objetivamos perdas ‘pequenas’ ou ‘suficientemente grandes’, sem que o objetivo de minimizar a perda seja descartado. Para uma melhor compreensão do problema de corte de estoque bidimensional com sobras de material aproveitáveis, considere a Figura 1 no qual temos que as dimensões dos itens são: (1) - 15×25 , (2) - 21×16 , (3) - 12×7 , (4) - 24×24 e estabelecemos que toda sobra com comprimento $(\ell_s) = 0,2L$ e largura $(w_s) = 0,2W$ é considerada retalho.

Neste exemplo, que considera o aproveitamento de sobras, temos que as soluções apresentadas possuem características conflitantes (perda \times quantidade de retalhos). Observe que a Solução (c) não gera perdas, entretanto gera um número maior de retalhos quando comparada com as Soluções (a) e (b), que apresentam uma quantidade menor de sobras, porém algumas perdas. Para este exemplo, observe que a escolha da melhor solução depende do quanto estamos dispostos estocar para ter perda mínima ou quanto admitimos perder para estocar poucos retalhos.

Para resolver o problema bidimensional com sobras aproveitáveis, algumas alterações foram realizadas na abordagem grafo E/OU (Vianna, 2000), visto que este apresenta uma estratégia muito eficiente para resolver problemas de corte quando duas dimensões são consideradas.

3 MÉTODO DE SOLUÇÃO

A estratégia que desenvolvemos para resolver este problema consiste em tentar concentrar as sobras em poucos padrões de corte de modo que estas gerem um retalho que deve retornar ao estoque e ser utilizada no corte de novas demandas, além disso, soluções com perda intermediária devem ser evitadas. A seguir apresentamos os passos desenvolvidos para resolver o problema de corte com sobras aproveitáveis.

- *Passo 1:* Resolver o problema utilizando a abordagem grafo E/OU.
- *Passo 2:* Verificar se as soluções apresentam *retalhos*, *perdas aceitáveis* ou *intermediárias*;
- *Passo 3:* Se há *perda intermediária*, então alterar o padrão de corte até obter um retalho.

4 CONCLUSÕES

A estratégia desenvolvida (ainda em estudo) apresenta soluções significativas para o problema de corte bidimensional com sobras aproveitáveis. Neste trabalho consideramos o caso em que o problema é limitado e temos vários tipos de placas disponíveis em estoque e vários tipos de itens demandados. Embora vários testes tenham sido realizados, apresentamos a seguir um pequeno exemplo para ilustrar a estratégia de solução desenvolvida para este problema. Neste exemplo, consideramos apenas uma placa com dimensões 150×100 e apenas três tipos de itens demandados com dimensões: 45×28 , 34×13 e 28×9 . A Figura 2 é gerada pela implementação desenvolvida.

Observe que em todos os padrões de corte gerados, a perda total foi inferior a 3% e, apenas três retalhos retornaram ao estoque, ou seja, a estratégia apresentou uma boa solução para o problema. Além desta, outras estratégias serão implementadas, assim como alguns procedimentos heurísticos.

- Os autores agradecem o apoio da FAPESP e CNPq.

REFERENCIAS

- [1] J. Beasley, "Algorithms for unconstrained two-dimensional guillotine cutting", *Journal of the Operational Research Society*, 36, 297-306 (1985).
- [2] A. C. Cherri, M.N. Arenales e H. H. Yanasse, "The unidimensional cutting stock problem with usable leftover – a heuristic approach", Technical Report - Notas do ICMC, Série Computação, 90, ICMC – USP (2007).
- [3] P.C. Gilmore e R.E. Gomory, "Multi-stage cutting stock problems of two and more dimensions", *Operations Research*, 13, 94-120 (1965).
- [4] M. Gradisar, J. Jesenko e C. Resinovic, "Optimization of roll cutting in clothing industry", *Computers & Operational Research*, 10, 945-953 (1997).
- [5] M. Gradisar, M. Kljajic, C. Resinovic e J. Jesenko, "A sequential heuristic procedure for one-dimensional cutting", *European Journal of Operational Research*, 114, 557-568 (1999).
- [6] M. Gradisar e P. Trkman, "A combined approach to the solution to the general one-dimensional cutting stock problem", *Computers and Operations Research*, 32, 1793-1807 (2005).
- [7] J. Hertz, "Recursive computational procedure for two-dimensional stock cutting", *IBM Journal of Research and Development*, 16, 462-469 (1972).
- [8] R. Morabito, M. N. Arenales e V. F. Arcaro, "AND-OR-graph approach for two-dimensional cutting problems", *European Journal of Operational Research*, 58, 263-271 (1992).
- [9] R. Morabito, M. N. Arenales, "Staged and constrained two-dimensional guillotine cutting problems: An AND/OR - graph approach". *European Journal of Operational Research*, 94, 548-560 (1996).
- [10] A. C. G. Vianna, "Problemas de corte e empacotamento: Uma abordagem em grafo E/OU", tese de Doutorado, ICMC - USP (2000).
- [11] P. Wang, "Two algorithms for constrained two-dimensional cutting stock problems", *Operations Research*, 31, 573-587 (1983).

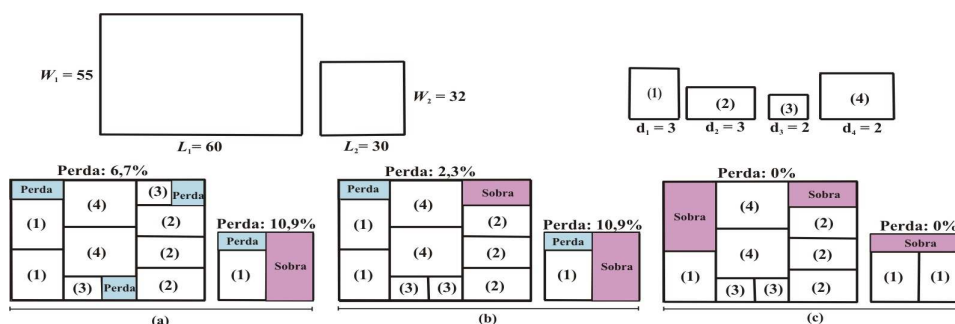


Figura 1: Dados de um problema de corte e soluções alternativas

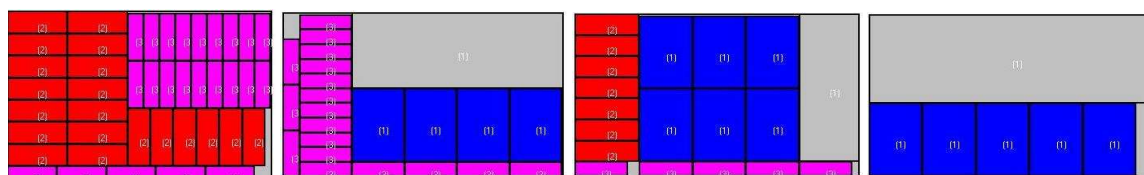


Figura 2: Soluções obtidas pelo exemplo