O Problema de Corte de Estoque com Sobras Aproveitáveis Integrado ao Problema de Corte de Estoque Multiperíodo

Gabriela T. Agostinho
Universidade Estadual Paulista - Departamento de Engenharia de Produção
17033-360, Bauru, SP
E-mail: gabi_agostinho@hotmail.com

Adriana C. Cherri Nicola
Universidade Estadual Paulista - Departamento de Matemática
17033-360, Bauru, SP
E-mail: adriana@fc.unesp.br

Silvio A. de Araujo
Universidade Estadual Paulista - Departamento de Matemática Aplicada - DMAp
15054-000, São José do Rio Preto, SP
E-mail: saraujo@ibilce.unesp.br

Resumo: Este trabalho pretende integrar o problema de corte de estoque com sobras aproveitáveis e o problema de corte de estoque multiperíodo e encontrar uma solução para o problema resultante dessa integração. Um modelo matemático foi proposto e será resolvido utilizando o método simplex com geração de colunas. Para a obtenção de soluções inteiras, procedimentos heurísticos serão desenvolvidos. Com o modelo e a estratégia de solução espera-se determinar soluções de boa qualidade para o problema de cortar objetos do estoque, considerando demandas já conhecidas num certo período de tempo, e tomar decisões que garantam perdas mínimas.

Palavras-chave: problema de corte de estoque multiperíodo; sobras aproveitáveis; modelagem matemática; otimização linear e inteira; geração de colunas.

Eixo Temático: Modelagem Matemática e Aplicações.

1 Introdução

O problema de corte de estoque (PCE) consiste em cortar um conjunto de objetos disponíveis em estoque em um conjunto de itens com a finalidade de atender demandas de clientes ou compor estoque, sendo que as quantidades e tamanhos dos itens são especificados. Uma particularidade do PCE consiste no aproveitamento de sobras de padrões de corte, desde que essas sobras não sejam pequenas. Este tipo de problema foi citado por [3] e é conhecido na literatura como problema de corte de estoque com sobras aproveitáveis (PCESA).

No PCESA, um conjunto de itens deve ser obtido a partir do corte de objetos padronizados (comprados de fornecedores) ou não padronizados (retalhos gerados durante outros processos de corte) disponíveis em estoque de modo que a sobra de material seja minimizada e, simultaneamente, permitindo que uma quantidade limitada de retalhos retorne ao estoque.

[11] modificou o problema proposto por [8] para considerar o aproveitamento de sobras. [12] ressaltaram a importância da adaptação adequada de métodos que consideram o aproveitamento de sobras para que não haja acúmulo de retalhos no estoque e propuseram um método de solução que considera tal restrição.

[1] utilizaram dois modelos de programação linear inteira mista para o planejamento e corte unidimensional de tubos estruturais metálicos utilizados na fabricação de aeronaves leves (aeronaves agrícolas). [4] modificou heurísticas construtivas e residuais, de modo que as sobras geradas em cada padrão de corte deveriam ser pequenas para serem descartadas como perdas ou suficientemente grandes para serem estocadas como retalhos, os quais seriam utilizados no atendimento de futuras demandas.

[7] apresentaram uma extensão do modelo proposto por [10]. [5] modificaram as heurísticas desenvolvidas em [4] e, além de minimizar a perda, os retalhos em estoque passaram a ter prioridade de uso durante o processo de corte.

[6] reuniram em um *survey* trabalhos da literatura que consideram o PCESA para o caso unidimensional. Neste trabalho os autores apresentam as aplicações desses problemas e propostas para continuidades de estudo. [2] propõem um modelo matemático para resolver o PCESA cujo objetivo é minimizar a perda de material. Com este modelo, qualquer retalho tem seu tamanho determinado previamente e quantidades limitadas. O problema foi resolvido pela técnica de geração de colunas [8] e soluções ótimas contínuas foram obtidas.

O problema de corte de estoque multiperíodo (PCEM) foi apresentado em [9]. Nestes problemas, as demandas dos itens ocorrem em diversos períodos de um horizonte de planejamento finito, sendo possível antecipar ou não a produção dos itens. Os objetos não cortados em um período ficam estocados até o próximo período, junto aos novos objetos adquiridos. Um modelo matemático foi desenvolvido pelos autores e apresentou boas soluções para o problema. [10] estenderam o trabalho de [9] e propuseram um modelo baseado em fluxo em arcos. Além disso, consideram o número de objetos em estoque como parâmetros e também como variáveis.

Neste trabalho, o PCESA será integrado ao PCEM e decisões acerca de gerar retalhos ou antecipar a produção de itens deverão ser tomadas. Assim como foi proposto um modelo matemático para a resolução deste problema, procedimentos heurísticos serão propostos para a obtenção de soluções inteiras. Por conveniência, usaremos PCESAM para tratar do problema de corte de estoque com sobras aproveitáveis multiperíodo.

2 Modelo Matemático Preliminar

O problema de corte de estoque com sobras aproveitáveis multiperíodo (PCESAM) consiste no corte de um conjunto de itens demandados a partir de objetos maiores com tamanhos padronizados ou não padronizados. Neste problema, retalhos podem ser gerados, não sendo computados como perdas, porém, em quantidade limitada. Além disso, é possível antecipar o corte de itens pertencentes a demandas futuras, pois as mesmas são conhecidas em um determinado período de tempo.

Pela definição do problema, é possível observar que existe uma decisão a ser tomada: gerar retalhos x antecipar a demanda de itens. Essa decisão será tomada de modo que os custos de produção sejam minimizados.

Consideraremos os seguintes dados para a modelagem do problema:

- S: número de tipos de objetos padronizados. Denotamos objetos do tipo s, $s = 1, \ldots, S$;
- R: número de tipos de retalhos em estoque. Denotamos retalhos do tipo k, $k =1, ..., R$;
- e_{st}: número de objetos do tipo s disponíveis em estoque no período t, $s = 1, \ldots, S$; $t = 1, ..., T$;
- er_{kt}: número de retalhos do tipo k disponíveis em estoque no período t, $k = 1, ..., R$; $t = 1, ..., T$;
- m: número de tipos de itens demandados;
- d_{it}: demanda do item tipo i no período t, $i = 1, \ldots, m$, $t = 1, ..., T$;
- J_{st}: conjunto de padrões de corte para o objeto tipo s no período t, $s = 1, ..., S$; $t = 1, ..., T$;
- $J_{st}(k)$: conjunto de padrões de corte para o objeto tipo s gerando retalho do tipo k no período t, $k = 1, \ldots, R$, $s = 1, \ldots, S$, $t = 1, ..., T$;
- Jr_{kt}: conjunto de padrões de corte para o retalho tipo k no período t, $k = 1, ..., R$, $t = 1, ..., T$;
- a_{ijst}: número de itens do tipo i cortados no padrão j para o objeto tipo s no período t, $i = 1, ..., m$, $j \in J_{st}$, $s = 1, ..., S$, $t = 1, ..., T$;
- a_{ijskt}: número de itens do tipo i cortados no padrão j para o objeto tipo s gerando retalhos do tipo k no período t, $i = 1, ..., m$, $j \in J_{st}(k)$, $s = 1, ..., S$, $k = 1, ..., R$, $t = 1, ...,T$;

- ar_{ijkt}: número de itens do tipo i cortados no padrão j para o retalho tipo k no período t, $i = 1, ..., m$, $j \in J_{rkt}$, $s = 1, ..., S$, $t = 1, ..., T$;
- U_{kt}: número máximo permitido de novos retalhos do tipo k no período t, $k = 1, ..., R$, $t = 1, ...,T$;

Parâmetros:

- c_{jst}: custo de cortar o objeto tipo s de acordo com o padrão de corte j no período t, $j \in J_{st}$, $s = 1, ..., S$, $t = 1, ..., T$;
- c_{jskt}: custo de cortar o objeto tipo s de acordo com o padrão de corte j gerando um retalho do tipo k no período t, $j \in J_{st}(k)$, $s = 1, ..., S$, $k = 1, ..., R$, $t = 1, ...,T$;
- cr_{jkt}: custo de cortar o retalho tipo k de acordo com o padrão de corte j no período t, $j \in Jr_{kt}$, $k = 1, ..., R$; $t = 1, ..., T$;
- py_{it}: custo de estocar item tipo i no final do período t, $i = 1, ..., m$, $t = 1, ..., T$;
- pw_{st}: custo de estocar objetos do tipo s no final do período t, $s = 1, ..., S$, $t = 1, ...,T$;
- pz_{kt}: custo de estocar o retalho tipo k no final do período t, $k = 1, ..., R$, $t = 1, ...,T$;

Variáveis:

- x_{jst}: número de objetos do tipo s cortados no padrão de corte j no período t, $s = 1, ..., S$, $j \in J_{st}$, $t = 1, ..., T$;
- x_{jskt}: número de objetos do tipo s cortados no padrão de corte j gerando um retalho do tipo k no período t, $s = 1, ..., S$, $j \in J_{st}(k)$, $k = 1, ..., R$, $t = 1, ..., T$;
- xr_{jkt}: número de retalhos do tipo k cortados no padrão de corte j no período t, $s = 1, ..., S$, $j \in Jr_{kt}$, $t = 1, ..., T$;
- y_{it}: número de itens tipo i antecipados para o período t, $i = 1, ..., m$, $t = 1, ..., T$;
- w_{st}: número de objetos tipo s que sobraram no final do período t, s = 1, ..., S; $t = 1, ...,T$;
- z_{kt}: número de retalhos tipo k que sobraram final do período t, $k = 1, ..., R$, $t = 1, ...,T$;

Modelo Matemático:

Minimizar

$$\sum_{t=1}^{T}\left(\sum_{s=1}^{S}\sum_{j\in J_{st}} c_{jst}x_{jst} + \sum_{s=1}^{S}\sum_{k=1}^{R}\sum_{j\in J_{st}(k)} c_{jskt}x_{jskt} + \sum_{k=1}^{R}\sum_{j\in Jr_{kt}} cr_{jkt}xr_{jkt} + \sum_{i=1}^{m} py_{it}y_{it} + \sum_{s=1}^{S} pw_{st}w_{st} + \sum_{k=1}^{R} pz_{kt}z_{kt}\right) \quad (1)$$

Sujeito a

$$\sum_{s=1}^{S}\sum_{j\in J_{st}} a_{ijst}x_{jst} + \sum_{s=1}^{S}\sum_{k=1}^{R}\sum_{j\in J_{st}(k)} a_{ijskt}x_{jskt} + \sum_{k=1}^{R}\sum_{j\in Jr_{kt}} ar_{ijkt}xr_{jkt} + y_{t-1} - y_t = d_{it},\ i = 1, ..., m,\ t=1,...,T \quad (2)$$

$$\sum_{j\in J_{st}} x_{jst} + \sum_{k=1}^{R}\sum_{j\in J_{st}(k)} x_{jskt} - w_{t-1} + w_t \le e_{st},\ s = 1, ..., S,\ t = 1,...,T \quad (3)$$

$$\sum_{j\in Jr_{kt}} xr_{jkt} - z_{t-1} + z_t \le er_{kt},\ k = 1, ..., R, \quad t = 1,...,T \quad (4)$$

$$\sum_{s=1}^{S}\sum_{j\in J_{st}(k)} x_{jskt} - \sum_{j\in Jr_{kt}} xr_{jkt} \le U_{kt} - er_{kt},\ k = 1, ..., R,\ t = 1,...,T \quad (5)$$

$x_{jst} \ge 0,\ s = 1, ..., S,\ t = 1, ..., T,\ j \in J_{st}$ e inteiro; (6)

$x_{jskt} \ge 0,\ s = 1, ..., S,\ k = 1, ..., R,\ t = 1, ..., T,\ j \in J_{st}(k)$ e inteiro;

$xr_{jkt} \ge 0,\ k = 1, ..., R,\ t = 1, ..., \mathrm{T},\ j \in Jr_{kt}$ e inteiro;

$y_{it} \ge 0,\ i = 1, ..., m,\ t = 1, ..., T$ e inteiro;

$w_{st} \geq 0, \; s = 1, ..., S; \; t = 1, ..., T$ e inteiro;

$z_{kt} \geq 0, \; k = 1, ..., R; \; t = 1, ..., T$ e inteiro.

No modelo (1)-(6), a função objetivo (1) minimiza os custos de produção. A restrição (2) assegura que a quantidade de itens cortados atenda a demanda de cada período. As restrições (3) e (4) garantem que a quantidade de objetos padronizados ou retalhos utilizados durante o processo de corte não seja superior à quantidade disponível em estoque em cada período. A restrição (5) limita a quantidade de retalhos que podem ser gerados para cada tipo durante o processo de corte em cada período. A restrição (6) garante a não negatividade e integralidade das variáveis.

3 Resultados Esperados

O modelo (1)-(6) será resolvido a partir de alterações no método simplex com geração de colunas, proposto em [8]. Como a condição de integralidade das variáveis (restrição (6)) torna muito difícil a resolução do modelo (1)-(6) na otimalidade, esta condição será relaxada e a técnica de geração de colunas encontrará soluções contínuas para o problema. Desta forma, para a obtenção de soluções inteiras, serão investigados e implementados procedimentos heurísticos.

As implementações do modelo (1)-(6) estão sendo desenvolvidas utilizando o software CPLEX. Com este modelo, espera-se determinar a melhor maneira de cortar os objetos do estoque, considerando as demandas já conhecidas num certo período de tempo e garantindo que as perdas sejam mínimas.

4 Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio da FAPESP (Processos nº 2015/03066-8, 2014/01203-5) e CNPq (Processos nº 477481/2013-2, 442034/2014-8).

Referências

[1] A. Abuabara, R. Morabito, Cutting optimization of structural tubes to build agricultural light aircrafts, Annals of Operations Research, vol.149, pp. 149-165, (2009).

[2] M. N. Arenales, A. C. Cherri, D. N. do Nascimento, A. C. G. Vianna, A new mathematical model for the cutting stock/leftover problem, Pesquisa Operacional, vol. 35, pp. 1-14, (2015).

[3] A. R. Brown, “Optimum packing and depletion: the computer in space and resource usage problem”, Macdonald - London and American Elsevier Inc, New York, 1971.

[4] A. C. Cherri, M. N. Arenales, H. H. Yanasse, The one-dimensional cutting stock problem with usable leftover – A heuristic approach, European Journal of Operational Research, vol. 196, pp. 897-908, (2009).

[5] A. C. Cherri, M. N. Arenales, H. H. Yanasse, The usable leftover one-dimensional cutting stock problem – a priority-in-use heuristic, International Transactions in Operational Research, vol. 20, pp. 189-199, (2013).

[6] A. C. Cherri, M. N. Arenales, H. H. Yanasse, K. C. Poldi, A. C. G. Vianna, The one-dimensional cutting stock problem with usable leftovers – A survey, European Journal of Operational Research, vol. 236, pp. 395-402, 2014.

[7] Y. Cui, Y. Yang, A heuristic for the one-dimensional cutting stock problem with usable leftover, European Journal of Operational Research, vol. 204, pp. 245-250, (2010).

[8] P. C. Gilmore, R. E. Gomory, A linear programming approach to the cutting stock problem – Part II, Operations Research, vol. 11, pp. 863-888, (1963).

[9] K. C. Poldi, M. N. Arenales, The problem of one-dimensional cutting stock multiperiod, Pesquisa Operacional, vol. 30, pp. 153-174, (2010).

[10] K. C. Poldi, S. A. De Araujo, Mathematical models and a heuristic method for the multiperiod one-dimensional cutting stock problem, Annals of Operations Research, pp. 1-24, (in press).

[11] G. Scheithauer, A note on handling residual length, Optimization, vol. 22, pp. 461-466, (1991).

[12] P. Trkman, M. Gradisar, One-dimensional cutting stock optimization in consecutive time periods, European Journal of Operational Research, vol. 179, pp. 291-301, (2007).