



## Problema de dimensionamento e replanejamento de lotes para máquinas paralelas

*Matheus Artioli Leandrin*

*UNESP Bauru*

*matheus.leandrin@yahoo.com.br*

*Arthur Medeiros Figueiredo Barreto*

*UNESP Bauru*

*arthur.medeiros@unesp.br*

*Adriana Cristina Cherri*

*UNESP Bauru*

*adriana@fc.unesp.br*

*Luiz Henrique Cherri*

*Optimized Decision Making (ODM), São Carlos, SP*

*luizcherri@gmail.com*

### Resumo:

Neste trabalho é abordado o problema de dimensionamento de lotes capacitado, com multi-itens, múltiplas máquinas paralelas e demanda dinâmica distribuída em períodos discretos, devendo ser cumprida sem atrasos. O estudo é desenvolvido para ambientes de produção com máquinas paralelas sujeitos à variabilidades e interrupções que comprometem o plano de produção e necessitam de ciclos de atualizações, chamados de replanejamento da produção. O replanejamento só existe quando ocorre um ou mais tipos definidos de interrupções. Para este trabalho serão consideradas interrupções ocasionadas por manutenções corretivas. Testes computacionais foram realizados utilizando métodos exatos de programação inteira mista, em que foi possível verificar que um problema originalmente capacitado pode tornar-se infactível quando a somatória de todas as interrupções ultrapassa um limite mínimo de capacidade exigida para cumprir a demanda em determinado período.

**Palavras-chave:** Dimensionamento de Lotes. Replanejamento da Produção. Programação Inteira Mista.

## 1. Introdução

O problema de dimensionamento de lotes (PDL) é comumente utilizado como uma ferramenta de planejamento que auxilia no processo de tomada de decisão de sistemas produtivos, pois estabelece o que, quanto e quando deve ser produzido, otimizando os custos envolvidos durante a fabricação, considerando um horizonte de planejamento que pode ser de curto, médio ou longo prazo. O termo dimensionamento de lotes ou *lot sizing* tornou-se conhecido por meio de pesquisas que abordaram o problema de lote econômico de produção, tradicionalmente chamado de *Economic Order Quantity* (EOQ). Os trabalhos pioneiros sobre PDL não consideravam a capacidade como restrição e eram aplicados à sistemas produtivos de único item. Entre os principais autores podemos citar, HARRIS (1913), WAGNER et al. (1958) e MANNE (1958).

Outras variações inerentes a este tipo de problema foram discutidas e apresentadas na literatura no decorrer dos anos, por isso, surgiram diversas pesquisas de revisão literária buscando reunir e classificar trabalhos que abordam desde o lote econômico de produção, até as versões mais contemporâneas do pro-

blema de dimensionamento de lotes. Entre os principais trabalhos de revisão destacam-se ANDRIOLO et al. (2014), GLOCK et al (2014), BRAHIMI et al (2006)(2017).

O objetivo deste trabalho é propor uma integração entre o problema de dimensionamento de lotes e o replanejamento da produção, que ocorre sempre que alguma interrupção compromete o plano de produção. A principal característica levada em consideração para definição do PDL abordado é a utilização de máquinas paralelas. Esta é uma variação do PDL que pode ser encontrada nos trabalhos de FIOROTTO et al. (2014) (2015), TEMPELMEIER et al. (2016), YANG et al. (2017), NEIDIGH et al. (2017), entre outros. Para resolver o problema abordado, o modelo apresentado em CHERRI (2013) foi utilizado.

Assumir que um sistema produtivo é composto por máquinas paralelas idênticas, permite dizer, sem perda de generalidade, que todos os itens podem ser produzidos em todas as máquinas, obedecendo os limites de capacidade. Esta é uma característica importante ao integrar o problema de replanejamento, pois, caso uma das máquinas apresente algum problema, é possível encaminhar parcial ou totalmente a produção para outra máquina, caso exista capacidade disponível.

Para integrar o problema de replanejamento ao PDL, é preciso assumir que existem motivos ou razões que forcem o replanejamento, aqui chamados de interrupções. Para esta pesquisa, a manutenção corretiva será considerada como fator de interrupção, e consequentemente motivo de parada de qualquer uma das máquinas. A manutenção corretiva acontece sempre que alguma máquina apresenta mal funcionamento ou parada total por quebra, sendo assim, faz-se necessário o reparo da mesma. Um aspecto negativo da manutenção corretiva é que não é possível prever quando uma máquina quebrará, tampouco mensurar quanto tempo durará um reparo, ou seja, é uma variável que não possui um padrão de frequência e nem de intensidade quando ocorre, portanto, não é possível levá-la em consideração ao estabelecer o planejamento da produção. Uma ou mais máquinas paradas por manutenção corretiva interrompem o fluxo produtivo, comprometendo o cumprimento da demanda. Todavia, é possível replanear a produção considerando a somatória das perdas, em unidade de tempo, sempre que ocorrer a interrupção por manutenção corretiva e resolver o problema novamente verificando as condições de factibilidade.

A modelagem matemática utilizada para resolver o problema integrado de dimensionamento de lotes e replanejamento da produção está descrita no Capítulo 2. A estratégia de solução do PDL considerando o replanejamento da produção será descrita no Capítulo 3. No Capítulo 4 serão apresentados os resultados e discussões referentes às instâncias geradas para implementação do problema, e no Capítulo 5 as conclusões e pesquisas futuras.

## 2. Modelo matemático

O problema de dimensionamento de lotes capacitado para múltiplos itens e máquinas paralelas possui modelagens clássicas e diversas reformulações. Logo, para este trabalho foi considerada a modelagem para o problema inteiro misto baseada em CHERRI (2013), com reformulações que desprezam a possibilidade de cumprir a demanda com atrasos, e com inserção de níveis de estoque para o período inicial:

$$\min \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N h_i I_{it} + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^M S_{im} Y_{imt} \quad (1)$$

$$s.a. \sum_{m=1}^M X_{imt} + I_{i,t-1} - I_{it} = d_{it}, \quad i \in N, \quad t \in T, \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^N (b_{im} X_{imt} + f_{im} Y_{imt}) \leq C_{mt}, \quad m \in M, \quad t \in T, \quad (3)$$

$$X_{imt} \leq l_{sim} Y_{imt}, \quad i \in N, \quad m \in M, \quad t \in T, \quad (4)$$

$$I_{it} \geq 0, \quad i \in N, \quad t \in T, \quad (5)$$

$$Y_{imt} \in \{0, 1\}, X_{imt} \geq 0, \quad i \in N, \quad m \in M, \quad t \in T. \quad (6)$$

No modelo (1) - (6) a função objetivo (1) minimiza os custos de estoque e preparação, respectivamente. O conjunto de restrições (2) garante o atendimento da demanda para cada período através do balanceamento de estoque. As restrições (3) indicam que o problema é capacitado e que para cada máquina existe um limite de produção por período. As restrições (4) garantem a incidência do custo e tempo de preparação sempre que há produção do item  $i$  na máquina  $m$  e no período  $t$ , ou seja, sempre que a variável de decisão  $X_{imt}$  for positiva. As restrições (5) garantem a não negatividade das variáveis de estoque. As equações (6) representam o domínio das variáveis de decisão.

### 3. Estratégia de solução

Neste trabalho utilizou-se o método exato de resolução para o problema inteiro misto. A resolução do Modelo (1) - (6) foi obtida a partir do solver CPLEX em suas configurações padrões.

A estratégia de solução foi dividida em duas etapas. A primeira etapa consiste em resolver o problema de dimensionamento de lotes através de uma instância gerada aleatoriamente. Na segunda etapa o problema é atualizado, considerando todas as interrupções que ocorreram no período  $t$ . Em seguida, realiza-se um ciclo de replanejamento e verifica-se a factibilidade do problema.

Para testar a estratégia de replanejamento da produção, os dados de entrada foram divididos em dados primários e os dados secundários. Os dados primários são necessários para executar o PDL original, e desta forma, obter a solução ótima do problema, eles são utilizados apenas uma vez. Os dados secundários contêm informações necessárias para realizar o ciclo de replanejamento. De acordo com a necessidade do replanejamento o problema sofrerá  $n$  atualizações até o final do último período, e para cada nova atualização, será sempre utilizada uma nova entrada de dados secundários.

A estratégia de resolução do problema pode ser visualizada na Figura 1, em que também é possível notar a dinâmica da estratégia de solução para cada novo ciclo de replanejamento. Toda vez que o problema original é resolvido com factibilidade, a solução ótima é obtida. Entretanto, para adotar a estratégia de replanejamento, é preciso considerar tudo o que já foi produzido e estocado nos períodos que antecedem o período de implementação do replanejamento. Portanto, os valores obtidos para as variáveis de decisão até o período do replanejamento são fixados, e após a leitura dos dados de entrada secundários, o problema é atualizado.

No processo de atualização do problema, além dos valores já fixados para as variáveis de decisão até o *status* atual do problema, também é preciso atualizar a capacidade remanescente de cada máquina após sofrer as interrupções por manutenção corretiva. Isso implica em dizer que o processo de introduzir  $n$  interrupções ao problema reduz sistematicamente a capacidade de cada máquina que sofreu a interrupção e, com isso, a capacidade de produção no período diminui.

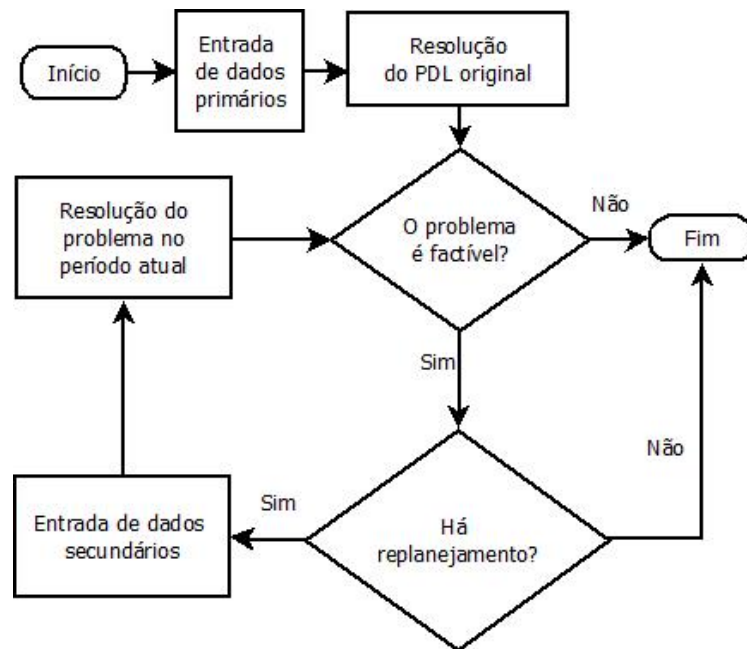


Figura 1: Estratégia de resolução

#### 4. Resultados e discussões

Para resolver o PDL integrado ao problema de replanejamento da produção foi considerado um horizonte de planejamento de quatro semanas. Considerou-se uma empresa que produz 5 produtos, A, B, C, D e E. Os produtos serão produzidos a partir de 2 máquinas, em que cada uma funciona 8 horas por dia, 7 dias por semana. O modelo considera o tempo disponível nas máquinas na forma de minutos, equivalente a 3360 minutos por período. A capacidade não deve ser ultrapassada pelos tempos de preparação das máquinas e de processamento de cada produto no período analisado.

O estoque inicial foi definido em 150 unidades para o produto 1 e 50 unidades para os demais produtos. Para o custo de estocagem foi considerado um valor arbitrário de 20 unidades para todos os produtos.

Para simular o replanejamento, duas instâncias são propostas. A primeira contém 3 situações de manutenção corretiva, enquanto a segunda contém 15. Quanto maior a quantidade de interrupções ocasionadas por manutenção corretiva, menor será a capacidade da máquina afetada. Isto restringe ainda mais o problema e, conseqüentemente, aumenta a chance de infactibilidade durante o ciclo de replanejamento.

As soluções apresentadas a seguir, mostram como a demanda será atendida, portanto definem um plano de produção. Embora exista a incidência de interrupções por manutenção corretiva, em algumas situações, elas não se demonstraram relevantes a ponto de alterar o plano de produção anterior. Portanto, serão apresentadas somente as soluções que sofreram alteração no plano de produção, caracterizando o replanejamento.

As soluções para cada período  $t$  são representadas pela quantidade  $X$  a ser produzir dos produtos  $i$  na máquina  $m$  e a quantidade  $I$  dos produtos  $i$  que devem ser estocados em cada período  $t$ . Por exemplo, a situação representada pelo vetor  $X_{i11} = (0, 0, 15, 0, 0)$  indica que existe produção de 15 unidades do produto C na máquina 1 e no período 1. O mesmo acontece com o vetor de estoque  $I_{it}$ .

Plano de Produção 1:

- Período  $t_1$ :  $X_{i11} = (0, 0, 0, 0, 0)$ ;  $X_{i21} = (0, 0, 0, 50, 7)$ ;  $I_{it} = (100, 40, 42, 0, 0)$ .

• Período  $t_2$ :  $X_{i12} = (0, 0, 0, 0, 0)$ ;  $X_{i22} = (0, 0, 0, 75, 43)$ ;  $I_{i2} = (45, 29, 32, 0, 0)$ .

• Período  $t_3$ :  $X_{i13} = (0, 0, 0, 0, 0)$ ;  $X_{i23} = (27, 0, 43, 76, 87)$ ;  $I_{i3} = (0, 7, 0, 0, 0)$ .

• Período  $t_4$ :  $X_{i14} = (0, 0, 0, 0, 0)$ ;  $X_{i24} = (51, 27, 2, 120, 52)$ ;  $I_{i4} = (0, 0, 0, 0, 0)$ .

Plano de Produção 2:

• Período  $t_1$ :  $X_{i11} = (0, 0, 0, 0, 0)$ ;  $X_{i21} = (0, 0, 0, 50, 7)$ ;  $I_{i1} = (100, 40, 42, 0, 0)$ .

• Período  $t_2$ :  $X_{i12} = (0, 0, 0, 0, 0)$ ;  $X_{i22} = (0, 0, 0, 75, 43)$ ;  $I_{i2} = (45, 29, 32, 0, 0)$ .

• Período  $t_3$ :  $X_{i13} = (0, 0, 0, 0, 87)$ ;  $X_{i23} = (27, 0, 43, 76, 0)$ ;  $I_{i3} = (0, 7, 0, 0, 0)$ .

• Período  $t_4$ :  $X_{i14} = (0, 0, 0, 0, 0)$ ;  $X_{i24} = (51, 27, 2, 120, 52)$ ;  $I_{i4} = (0, 0, 0, 0, 0)$ .

A Tabela 1 apresenta as instâncias com as interrupções realizadas. Os valores representam as duas instâncias criadas para simular o replanejamento. A coluna número diz respeito ao número da interrupção, na Instância 1 foram consideradas três interrupções, e na Instância 2, quinze interrupções. As colunas de Período e Máquina, representam de fato o período para  $t = \{1...4\}$ , e a máquina para  $m = \{1,2\}$  em que ocorreram as interrupções, respectivamente. A coluna Tempo de Interrupção representa o tempo de duração, em minutos, de cada interrupção, e a coluna Função Objetivo, apresenta o valor das soluções ótimas, em reais, após cada interrupção.

De acordo com os resultados, o Plano de Produção 1 é equivalente a solução ótima do PDL sem considerar as interrupções, cujo valor da função objetivo é 6017. A princípio, o modelo optou por não utilizar a máquina 1 e realizar toda a produção na máquina 2. No entanto, a diminuição da sua capacidade em 48% (de 3350 para 1722 horas) provocou a necessidade de realocação da produção. Assim, a máquina 1 passou a ser empregada para produzir 87 unidades do produto 5 no período 3.

Tabela 1: Interrupções - Dados Secundários

	Nº	Período	Máquina	Tempo de Interrupção	Função Objetivo
Instancia 1	1	3	2	328	6017
	2	3	2	1300	6019
	3	4	1	250	6019
Instancia 2	1	1	1	230	6017
	2	1	2	300	6017
	3	2	1	358	6017
	4	2	2	127	6017
	5	2	1	221	6017
	6	3	2	255	6017
	7	3	2	1345	6019
	8	3	1	345	6019
	9	3	2	223	6019
	10	3	1	485	6019
	11	4	1	198	Infactível
	12	4	2	357	Infactível
	13	4	1	321	Infactível
	14	4	1	79	Infactível
	15	4	2	360	Infactível



Por definição, um problema de dimensionamento de lotes capacitado possui capacidade suficiente para atender a demanda de todos os itens e esta situação pôde ser verificada na solução do PDL original. Entretanto, quando foi implementado o replanejamento e as atualizações dos ciclos de replanejamento, houve uma diminuição significativa da capacidade das máquinas afetadas pelo fator de interrupção utilizado, a manutenção corretiva. Foi possível verificar que quando a somatória dos tempos de interrupção ultrapassaram a capacidade mínima necessária para atender a demanda no período, o problema tornou-se infactível, isto pode ser visto nas 5 últimas interrupções na Tabela 1.

Na modelagem matemática adotada para este trabalho, o cumprimento da demanda demonstrou-se parcialmente restritivo. Existem duas maneiras de flexibilizar o cumprimento da demanda. A primeira é antecipando as datas de produção dos itens na forma de estoque, quando existir capacidade. A segunda é a possibilidade de atender a demanda com atraso, desta forma, se no período atual ficar constatado que o nível de capacidade é inferior ao necessário para cumprir a demanda no mesmo período, é possível postergar o cumprimento da demanda para um período em que existe excesso de capacidade.

## 5. Conclusões

O objetivo de integrar o problema de dimensionamento de lotes para máquinas paralelas com o problema de replanejamento da produção foi alcançado.

A partir dos testes computacionais, foi possível concluir que ao considerar o replanejamento nos problemas de dimensionamento de lotes, o problema pode tornar-se infactível quando a somatória de todas as interrupções ultrapassar um limite mínimo de capacidade necessária para atender a demanda no período em que ocorreu o ciclo de replanejamento.

Também foi possível concluir que as variáveis relacionadas à geração de estoques dão maior flexibilidade ao resolver o problema, pois se existir uma folga de capacidade no período atual, é possível adiantar a produção do período seguinte e armazená-la na forma de estoque, ou seja, os estoques gerados tornaram-se uma alternativa para absorver as perdas causadas pelas interrupções, garantindo o cumprimento da demanda e a condição de factibilidade do problema.

Para pesquisas futuras será agregado ao modelo matemático as variáveis que dão condições de atender a demanda com atraso, pois, desta forma, se a incidência de interrupções no período atual for muito elevada, é possível atender a demanda atual no período seguinte, desde que exista capacidade excedente. Desta forma o problema não torna-se tão restritivo, e todo excesso de capacidade pode ser aproveitado da melhor forma, seja gerando estoques de produtos demandados nos próximos períodos, ou na forma especular o excesso de capacidade dos períodos seguintes, dando a possibilidade de atender a demanda com atraso.

Outra possibilidade para pesquisas futuras, é considerar elementos que ajudam a aumentar a capacidade do problema. Por exemplo, é possível considerar a utilização de horas extras como variável de decisão do modelo, além da possibilidade de turnos de trabalho adicionais, implicando no modelo a adição de mais períodos. Uma outra alternativa é a utilização de máquinas adicionais, agregando mais capacidade em cada período definido na modelagem do problema. Um fator importante a se considerar ao implementar cada uma das opções descritas, é o tempo de implementação, ou seja, existem decisões de curto prazo, como a utilização de horas extras, ou até mesmo decisões estruturais de longo prazo, como a compra de uma máquina adicional. Para aplicação do problema em estudos reais, é muito importante levar em consideração todos estes fatores descritos acima.

Neste trabalho utilizou-se somente um fator causador de interrupção, a manutenção corretiva. Também será considerado mais de um tipo de interrupção, pois, muitos sistemas produtivos estão propensos à variabilidades diárias que podem afetar de maneira negativa um plano de produção, fazendo-se necessário situações constantes de replanejamento da produção.



## Agradecimentos

Agradecemos a CAPES pelo apoio financeiro e ao Departamento de Engenharia de Produção pela utilização do laboratório de pesquisa.

## Referências

- ANDRIOLO, A. et al. A century of evolution from Harris's basic lot size model: Survey and research agenda. **International Journal of Production Economics**, v. 155, p. 16–38, 2014.
- ARENALES, M. et al. **Pesquisa Operacional**. 2. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2015.
- BRAHIMI, N. et al. Single item lot sizing problems. **European Journal of Operational Research**, v. 168, n. 1, p. 1–16, 2006.
- BRAHIMI, N. et al. Single-item dynamic lot-sizing problems: An updated survey. **European Journal of Operational Research**, v. 263, n. 3, p. 838–863, 2017.
- CHERRI, L. H. **Um método híbrido para o problema de dimensionamento de lotes**. 2013. Dissertação (Mestrado em Ciências de Computação de Matemática Computacional) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos.
- FIOROTTO, Diego Jacinto; DE ARAUJO, Silvio Alexandre. Reformulation and a Lagrangian heuristic for lot sizing problem on parallel machines. **Annals of Operations Research**, v. 217, n. 1, p. 213–231, 2014.
- FIOROTTO, D. J.; DE ARAUJO, S. A.; JANS, R. Hybrid methods for lot sizing on parallel machines. **Computers & Operations Research**, v. 63, p. 136–148, 2015.
- GLOCK, C. H.; GROSSE, E. H.; RIES, J. M. The lot sizing problem: A tertiary study. **International Journal of Production Economics**, v. 155, p. 39–51, 2014.
- HARRIS, F. W. How many parts to make at once. **The Magazine of Management**, v. 10, n.2, p. 135–136, 1913.
- KARIMI, B. GHOMI, S. F. WILSON, J. The capacitated lot sizing problem: A review of models and algorithms. **Omega**, v. 31, p. 365–378, 2003.
- MANNE A. S. Programming of economic lot sizes. **Management Science**. v. 4, n. 2, p. 115–135, 1958.
- NEIDIGH, R. O.; HARRISON, T. P. Optimising lot sizing with nonlinear production rates in a multi-product multi-machine environment. **International Journal of Production Research**, v. 55, n. 4, p. 939–959, 2017.
- TEMPELMEIER, H.; COPIL, K. Capacitated lot sizing with parallel machines, sequence-dependent setups, and a common setup operator. **OR Spectrum**, v. 38, n. 4, p. 819–847, 11 out. 2016.
- WAGNER, H.; WHITIN, T. Dynamic version of the economic lot size model. **Management Science**. v. 5, n.1, p. 89–96, 1958.
- YANG, H. et al. Behaviour perception-based disruption models for the parallel machine capacitated lot-sizing and scheduling problem. **International Journal of Production Research**, v. 55, n. 11, p. 3058–3072, 3 jun. 2017.