# Heurísticas para o problema de corte de estoque unidimensional com reaproveitamento das sobras de material

**Adriana Cristina Cherri**, **Marcos Nereu Arenales**
Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, USP.
13560-970, São Carlos, SP
E-mail: adriana@icmc.usp.br, arenales @icmc.usp.br,

## Introdução

Com os recentes avanços computacionais, muitas indústrias procuram tornar seus processos produtivos mais eficientes, o que estimula pesquisas acadêmicas de modelos de otimização para o controle e planejamento de sistemas produtivos.

Os principais modelos matemáticos para os problemas de corte surgiram na década de 40, porém, as principais pesquisas surgiram apenas nos anos 60. Nesta área, nota-se que as pesquisas têm caminhado no sentido de desenvolver técnicas heurísticas adequadas para a resolução de tais problemas, visto que são da classe NP-difíceis e técnicas exatas, tais como método de enumeração implícita e variantes (por exemplo branch and cut, branch and price), demandam alto tempo computacional, sendo inviável para resolver problemas práticos que envolvem várias dezenas de itens a serem produzidos.

Basicamente, os problemas de corte consistem em cortar peças maiores (*objetos*) disponíveis em estoque, produzindo um conjunto de peças menores (*itens*), com a finalidade de atender uma certa demanda, otimizando uma determinada função objetivo que pode ser, por exemplo, minimizar o número total de peças em estoque a serem cortadas, ou as perdas, ou custos das peças cortadas, entre outras.

Devido à grande aplicação em indústrias, os problemas de corte de estoque são clássicos na pesquisa operacional, porém, é comum pesquisadores nesta área defrontarem-se com problema práticos ainda não estudados, os quais são resolvidos de maneira rudimentar. Um destes problemas, consiste em reaproveitar pedaços cortados (não demandados) desde que não sejam tão pequenos. Isto introduz uma mudança no critério de qualificar uma solução ruim, já que perdas grandes são inaceitáveis quando se objetiva a minimização de perdas. Neste trabalho, com a finalidade de resolver este problema, algumas características são definidas para uma solução desejável e algumas modificações em métodos heurísticos clássicos são realizadas.

## Definição do problema de corte clássico

Problemas de corte de estoque unidimensional têm sido resolvidos por programação linear relaxando-se a condição de integralidade e, geralmente, são problemas que envolvem centenas de milhares de variáveis de decisão, mas com dezenas de restrições. Assim, na década de 60, vários trabalhos importantes foram publicados, sendo que as modelagens matemáticas e os métodos de resolução de maior repercussão na literatura foram publicados por Gilmore e Gomory [3], [4] e [5]. Em 1961, Gilmore e Gomory apresentaram o *método simplex com técnicas de geração de colunas* para o modelo de otimização linear (uma aproximação para o problema) que, pela primeira vez, resolveu problemas de grande porte de corte unidimensional.

O problema de corte de estoque unidimensional quando apenas um tipo de objeto é considerado, pode ser formulado como:

> "Suponha que em estoque haja um número suficientemente grande de peças (barras, bobinas, etc), os quais chamaremos de *objetos*, de um determinado comprimento $L$, e um conjunto de pedidos de barras menores de comprimentos $l_i$, $i = 1, ..., m$, os quais chamaremos de *itens*. Cada item $i$ deve ser produzido de acordo com sua demanda $d_i$, $i = 1, ..., m$. O problema consiste em produzir itens a partir do corte de peças em estoque de modo a atender a demanda, otimizando uma determinada função objetivo".

Considerando como objetivo minimizar a perda total (outros objetivos são utilizados na literatura), o problema de corte de estoque unidimensional pode ser modelado como um problema de otimização linear inteiro como:

$$\begin{array}{ll} \text{minimizar} & f(\mathbf{x}) = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n \\ \text{sujeito a:} & \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{a}_1x_1 + \mathbf{a}_2x_2 + \ldots + \mathbf{a}_nx_n = \mathbf{d} \\ x_j \geq 0, j = 1, \ldots, n \text{ e inteiro.} \end{array} \right. \end{array}$$

que em notação matricial, pode ser escrito como:

$$\begin{array}{ll} \text{minimizar} & c^T x \\ \text{sujeito a:} & \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{A}x = \mathbf{d} \\ x \geq 0, \text{ e inteiro.} \end{array} \right. \end{array} \tag{1}$$

em que cada coluna da matriz $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ é um vetor associado a um padrão de corte: $a_j = (a_{1j}, a_{2j}, \ldots, a_{mj})$ e $a_{ij}$ é o número de itens do tipo $i$ no padrão de corte $j$ e $c_j = L - \sum_{i=1}^{m} a_{ij} l_i$.

No caso unidimensional, cada padrão de corte $a_j$ deve satisfazer a restrição física de capacidade da mochila:

$$\begin{array}{l} l_1 x_1 + l_2 x_2 + \ldots + l_m x_m \leq L \\ 0 \leq x_i \leq d_i, i = 1, \ldots, m \quad \text{e inteiros} \end{array} \qquad (2)$$

em que $l_i, i = 1, \ldots, m$, é o comprimento do item $i$ demandado e $L$ é o comprimento do objeto em estoque a ser cortado.

Considerando o programa linear (1), qualquer solução apresentada cujas componentes sejam inteiras e não negativas, fornece uma solução factível para o problema de corte de estoque.

A condição de integralidade sobre as variáveis $x_j$ no modelo (1) quando $m$ é da ordem de algumas dezenas, torna esses problemas difíceis de serem resolvidos computacionalmente, na prática. Para contornar esta dificuldade, relaxamos a condição de integralidade sobre as variáveis $x_j$ e resolvemos o problema de otimização linear resultante pelo *método simplex com geração de colunas* (Gilmore e Gomory [4]), que fornece uma solução ótima contínua para o problema de corte de estoque. Basicamente, a técnica de geração de colunas consiste em, a cada iteração do método simplex, substituir um dos padrões básicos (coluna) por um novo padrão de corte (coluna) que melhora a solução básica atual. Tal padrão de corte (coluna), para o problema unidimensional, é determinado resolvendo-se um problema da mochila.

A partir da solução ótima do problema relaxado, que geralmente não é inteira, determina-se uma solução inteira para o problema de corte de estoque original. Estas solução inteira é determinada por procedimentos heurísticos que vêm sendo desenvolvidos por vários pesquisadores na área: Wäscher e Gau [17], Poldi [14], Stadtler [16], Arenales *et al.* [2] entre outros.

## Definição do problema de corte com reaproveitamento

Geralmente, o processo de corte de peças nas indústrias gera perdas que, eventualmente, são descartadas, porém, algumas indústrias apresentam possibilidades de reutilizar as perdas como matéria prima, desde que elas apresentem tamanhos significativos. Por outro lado, os métodos de solução para os problemas de corte buscam minimizar perdas, sendo que, nesses métodos, considera-se perda todo pedaço cortado que não seja um item demandado.

Embora perdas baixas ainda sejam um objetivo perseguido, a possibilidade de reuso introduz uma mudança no critério de seleção de uma solução. Uma alternativa para resolver este problema, seria planejar padrões de corte que concentrassem as sobras em poucos padrões e que fossem grandes suficientes para voltar ao estoque e serem utilizadas novamente.

Considerando a possibilidade do reuso, apresentamos o problema de corte de estoque unidimensional com reaproveitamento das sobras de material como:

> "Um conjunto de peças (*itens*) deve ser produzido a partir do corte de unidades grandes (*objetos*). São dados a demanda dos itens e as quantidades disponíveis dos objetos. A demanda deve ser atendida, cortando-se os objetos disponíveis, de modo que as perdas sejam 'pequenas' ou 'suficientemente' grandes para retornar ao estoque".

**Definição 1** *Um pedaço cortado, que não seja um item, de comprimento suficientemente grande para ser reaproveitado é chamado* ***sobra****.*

Para o nosso problema, diferentemente dos problemas clássicos de corte, para os quais funções objetivos são bem definidas, objetivamos perdas 'pequenas' ou 'suficientemente grandes' que possam retornar ao estoque para atender futuras demandas. Duas soluções com a mesma perda total são, agora, diferenciadas.

Para uma melhor compreensão do problema de corte de estoque com reaproveitamento das sobras de material, considere o seguinte exemplo, em que *sobra* é todo pedaço de comprimento superior ou igual a 3 metros (o tamanho da *sobra* pode ser, por exemplo, o comprimento do maior ou menor item demandado).

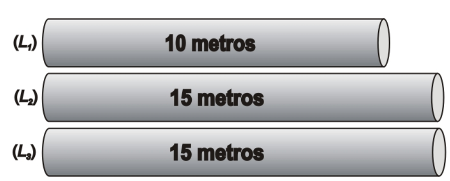


Figura 1: *Dados dos objetos em estoque.*

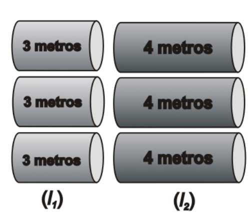


Figura 2: *Dados dos itens demandados.*


Figura 3: *Padrões de corte para a Solução 1.*

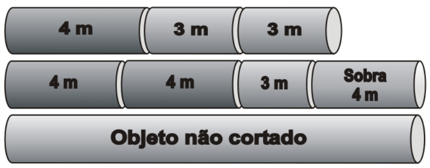


Figura 4: *Padrões de corte para a Solução 2.*

Considerando a função objetivo *perda total*, as duas soluções apresentadas são equivalentes, pois apresentam uma perda total de 4 metros, porém, para o problema de reaproveitamento, a Solução 2 (Figura 4) é preferível a Solução 1 (Figura 3), visto que concentra as perdas em um único objeto e, como ela é superior a 3 metros, torna-se uma sobra que poderá voltar ao estoque para atender futuras demandas. Na Solução 1, como as perdas são inferiores a 3 metros, serão descartadas. Para o problema de reaproveitamento das sobras de material, a Solução 1 é considerada *indesejável*, enquanto que a Solução 2 é *ideal*.

Como uma função objetivo para diferenciar tais soluções não é facilmente descrita, qualificamos as soluções como:

- **Solução ideal**: quando todos os padrões tiverem perdas nulas, quase nulas ou, no máximo um padrão com sobra;
- **Solução aceitável**: quando alguns padrões apresentarem perdas pequenas e alguns padrões apresentarem sobras;
- **Solução indesejável**: quando vários padrões apresentarem perdas (não sobras).

Com a finalidade de gerar um conjunto de padrões de corte ideais ou, pelo menos, aceitáveis, como os apresentados na Solução 2, introduzimos alterações em algumas heurísticas clássicas bem conhecidas na literatura para o problema de corte de estoque unidimensional. Estas alterações foram realizadas nas heurísticas FFD (*First Fit Decreasing*), Residual FFD, Gulosa, Residual Gulosa e Nova que podem ser resumidas como:

**Heurística FFD Modificada**[1]: consiste em aplicar a heurística FFD para obter padrões de corte e após gerado cada padrão, a perda/sobra é analisada. Se a perda/sobra estiver dentro de limitantes aceitáveis (definidos previamente), o próximo padrão de corte é considerado, caso contrário, um item do padrão (o maior) é retirado. Assim, para a sobra gerada com a retirada do item é aplicado o problema da mochila (2), cuja capacidade é a perda no padrão adicionada ao tamanho do item retirado. Depois de resolvida a mochila, a perda/sobra gerada é analisada e, se ainda não estiver dentro de limitantes aceitáveis, outro item do padrão (segundo maior) é retirado. Novamente para a sobra gerada é resolvido o problema da mochila. Este procedimento é repetido até que a perda/sobra esteja dentro dos limitantes definido como aceitáveis ou a demanda seja totalmente atendida.

**Heurística Gulosa Modificada:** consiste em aplicar a heurística Gulosa para obter padrões de corte e após gerado cada padrão, a perda/sobra é analisada. Se a perda/sobra estiver dentro de limitantes aceitáveis (definidos previamente), o próximo padrão de corte é considerado, caso contrário, um item do padrão (o maior) é retirado e a perda/sobra novamente é analisada. Este processo é repetido até que tenhamos uma sobra aceitável.

**Heurística Residual FFD Modificada:** consiste em aplicar a heurística residual (Poldi [15]) e no final se ainda restar demanda residual, aplica-se a heurística FFD Modificada.

**Heurística Residual Gulosa Modificada:** consiste em aplicar a heurística residual (Poldi [15]) e no final se ainda restar demanda residual, aplica-se a heurística Gulosa Modificada.

**Heurística Nova Modificada:** consiste em aplicar a heurística Nova (Poldi [14]) e após gerado todos os padrões de corte a perda/sobra em cada padrão é analisada. Se a perda/sobra estiver em limitantes aceitáveis (calculados previamente) o padrão de corte analisado é aceito, caso contrário, é rejeitado e em seguida desfeito. Após analisados todos os padrões, aplica-se a heurística FFD Modificada na demanda residual formada pelos padrões rejeitados.

## Exemplo

Nesta seção, apresentamos um pequeno exemplo do problema de corte de estoque com reaproveitamento das sobras de material. Além da solução obtida pelas Heurísticas FFD Modificada, Residual FFD Modificada, Gulosa Modificada, Residual Gulosa Modificada e Nova Modificada apresentamos também a solução obtida pelas heurísticas FFD Pura, Residual FFD, Gulosa Pura, Residual Gulosa e Nova, visto que as alterações foram realizadas em seus algoritmos.

[1]detalhes desta heurística pode ser encontrado em Cherri [1]

Suponha que temos um estoque com K = 3 tipos de objetos e uma demanda com m = 4 tipos de itens. A perda aceitável para este caso será de aproximadamente 0.2% do objeto cortado e as sobras deverão ter comprimento superior a 150 cm. Os custos de estocar objetos não são considerados neste exemplo.

É importante lembrar que nas tabelas a seguir, **x** representa a freqüência com que cada padrão de corte é utilizado.

| **Objeto** | **Comprimento (cm)** | **Estoque** |
|---|---|---|
| 1 | 7562 | 2 |
| 2 | 5423 | 7 |
| 3 | 1125 | 5 |

Tabela 1: *Dados dos objetos disponíveis em estoque.*

| **Item** | **Tamanho (cm)** | **Demanda** |
|---|---|---|
| 1 | 254 | 90 |
| 2 | 186 | 35 |
| 3 | 123 | 48 |
| 4 | 97 | 42 |

Tabela 2: *Dados dos itens demandados.*

### Solução da Heurística FFD Pura

| **Objeto** | **x** | **Padrão de corte** | | | | **Perdas (cm)** | **Sobras (cm)** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 29 | 1 | 0 | 0 | 10 | 0 |
| 3 | 5 | 4 | 0 | 0 | 1 | 12 | 0 |
| 2 | 1 | 12 | 12 | 1 | 0 | 20 | 0 |
| 2 | 1 | 0 | 21 | 12 | 0 | 41 | 0 |
| 2 | 1 | 0 | 0 | 35 | 11 | 51 | 0 |
| 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 26 | 0 | 2901 |

Tabela 3: *Solução da heurística FFD pura.*

A solução apresentada pela heurística FFD pura, é considerada indesejável para o problema de reaproveitamento, pois com excessão do último padrão, os demais apresentam perdas que serão descartadas.

### Solução da Heurística FFD Modificada

| **Objeto** | **x** | **Padrão de corte** | | | | **Perdas (cm)** | **Sobras (cm)** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 4 | 20 | 0 | 2 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 10 | 27 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 1 | 0 | 5 | 0 | 2 | 1 | 0 |
| 2 | 1 | 0 | 1 | 37 | 7 | 7 | 0 |
| 3 | 3 | 0 | 0 | 0 | 9 | 0 | 252 |
| 3 | 1 | 0 | 2 | 3 | 2 | 0 | 190 |

Tabela 4: *Solução da heurística FFD Modificada.*

As alterações realizadas na heurística FFD Pura tornaram a solução do problema aceitável. Observe que a tolerância de 0.2% para a perda fez com que a heurística gerasse apenas duas pequenas perdas.

### Solução da Heurística Gulosa Pura

| **Objeto** | **x** | **Padrão de corte** | | | | **Perdas (cm)** | **Sobras (cm)** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 26 | 0 | 7 | 1 | 0 | 0 |
| 2 | 1 | 20 | 0 | 2 | 1 | 0 | 0 |
| 2 | 1 | 16 | 4 | 5 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 1 | 2 | 17 | 4 | 13 | 0 | 0 |
| 2 | 1 | 0 | 12 | 22 | 5 | 0 | 0 |
| 3 | 1 | 0 | 0 | 1 | 10 | 32 | 0 |
| 3 | 1 | 0 | 0 | 0 | 11 | 58 | 0 |
| 3 | 1 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 753 |

Tabela 5: *Solução da heurística Gulosa Pura.*

A heurística Gulosa pura apresenta bons padrões de corte no início e concentra perdas maiores nos últimos (fato conhecido). Porém, observe que as duas perdas geradas apresentam comprimentos inaceitáveis para serem reaproveitadas e serão descartadas.

### Solução da Heurística Gulosa Modificada

| **Objeto** | **x** | **Padrão de corte** | | | | **Perdas (cm)** | **Sobras (cm)** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 26 | 0 | 7 | 1 | 0 | 0 |
| 2 | 1 | 20 | 0 | 2 | 1 | 0 | 0 |
| 2 | 1 | 16 | 4 | 5 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 1 | 2 | 17 | 4 | 13 | 0 | 0 |
| 2 | 1 | 0 | 12 | 22 | 5 | 0 | 0 |
| 3 | 2 | 0 | 0 | 0 | 10 | 0 | 155 |
| 3 | 1 | 0 | 2 | 1 | 1 | 0 | 533 |

Tabela 6: *Solução da heurística Gulosa Modificada.*

A solução apresentada pela heurística Gulosa Modificada é quase ideal para o problema de reaproveitamento. Observe que a solução melhorou consideravelmente quando comparada com a solução obtida pela heurística Gulosa pura (tabela 5), pois não há mais perdas.

### Solução da Heurística Residual FFD

| **Objeto** | **x** | **Padrão de corte** | | | | **Perdas (cm)** | **Sobras (cm)** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 4 | 20 | 0 | 2 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 10 | 27 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 1 | 0 | 6 | 0 | 0 | 9 | 0 |
| 3 | 1 | 0 | 2 | 6 | 0 | 15 | 0 |
| 3 | 3 | 0 | 0 | 9 | 0 | 18 | 0 |
| 2 | 1 | 0 | 0 | 7 | 38 | 0 | 876 |

Tabela 7: *Solução da heurística Residual FFD.*

A solução apresentada pela heurística Residual FFD apresenta perdas indesejáveis que serão descartadas. Um fato comum que devemos observar nas soluções obtidas pelas heurísticas residuais (tabelas 7, 8, 9 e 10), são os primeiros padrões de corte gerados (são iguais), isto ocorre pelo fato de serem padrões obtidos pela heurística residual (Poldi [15]).

### Solução da Heurística Residual FFD Modificada

| Objeto | x | Padrão de corte | | | | Perdas (cm) | Sobras (cm) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 4 | 20 | 0 | 2 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 10 | 27 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 1 | 0 | 5 | 0 | 2 | 1 | 0 |
| 2 | 1 | 0 | 1 | 37 | 7 | 7 | 0 |
| 3 | 3 | 0 | 0 | 0 | 9 | 0 | 252 |
| 3 | 1 | 0 | 2 | 3 | 2 | 0 | 190 |

Tabela 8: *Solução da heurística Residual FFD Modificada.*

A solução apresentada pela heurística Residual FFD Modificada é considerada aceitável para o problema de reaproveitamento.

### Solução da Heurística Residual Gulosa

| Objeto | x | Padrão de corte | | | | Perdas (cm) | Sobras (cm) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 4 | 20 | 0 | 2 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 10 | 27 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 1 | 0 | 6 | 39 | 17 | 0 | 0 |
| 2 | 1 | 0 | 0 | 1 | 10 | 32 | 0 |
| 3 | 3 | 0 | 0 | 0 | 11 | 58 | 0 |
| 3 | 1 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 753 |

Tabela 9: *Solução da heurística Residual Gulosa.*

Mesmo apresentando uma solução aceitável para o problema de reaproveitamento, existem perdas que serão descartadas. Na tabela 10, observamos que após as modificações no algoritmo original, a solução melhorou, pois as perdas indesejáveis foram eliminadas.

### Solução da Heurística Residual Gulosa Modificada

| Objeto | x | Padrão de corte | | | | Perdas (cm) | Sobras (cm) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 4 | 20 | 0 | 2 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 10 | 27 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 6 | 39 | 17 | 0 | 0 |
| 3 | 2 | 0 | 0 | 0 | 10 | 0 | 155 |
| 3 | 1 | 0 | 2 | 1 | 1 | 0 | 533 |

Tabela 10: *Solução da heurística Residual Gulosa Modificada.*

A solução apresentada por esta heurística é quase ideal para o problema de reaproveitamento, pois não apresenta nenhuma perda, apenas duas sobras que poderão voltar ao estoque.

### Solução da Heurística Nova

| Objeto | x | Padrão de corte | | | | Perdas (cm) | Sobras (cm) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 34 | 8 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 4 | 20 | 0 | 2 | 1 | 0 | 0 |
| 2 | 1 | 5 | 1 | 22 | 13 | 0 | 0 |
| 3 | 1 | 2 | 0 | 5 | 0 | 2 | 0 |
| 3 | 2 | 0 | 0 | 2 | 9 | 6 | 0 |
| 3 | 1 | 2 | 0 | 1 | 5 | 9 | 0 |
| 3 | 1 | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 931 |

Tabela 11: *Solução da heurística Nova.*

Mesmo apresentando uma solução aceitável para o problema de reaproveitamento, alguns padrões de corte obtidos pela heurística Nova apresentam perdas que não estão no intervalo aceitável e serão descartadas.

### Solução da Heurística Nova Modificada

| Objeto | x | Padrão de corte | | | | Perdas (cm) | Sobras (cm) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 34 | 8 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 4 | 20 | 0 | 2 | 1 | 0 | 0 |
| 2 | 1 | 5 | 1 | 22 | 13 | 0 | 0 |
| 3 | 2 | 2 | 0 | 5 | 0 | 2 | 0 |
| 3 | 2 | 0 | 0 | 0 | 10 | 0 | 155 |
| 3 | 1 | 0 | 0 | 0 | 5 | 0 | 640 |

Tabela 12: *Solução da heurística Nova Modificada.*

Após as modificações, a solução apresentada pela heurística Nova Modificada continua sendo aceitável, porém melhorou, pois as perdas que serão descartadas diminuíram consideravelmente. Observe que os primeiros padrões de corte na heurística Nova Modificada são iguais aos padrões gerados pela heurística Nova (tabela 11). Isso ocorre pelo fato de serem padrões de corte com perda aceitável, ou seja, com valores dentro do intervalo aceitável. Os demais padrões foram gerados pela heurística FFD Modificada.

## Conclusões e perspectivas

Neste trabalho, definimos o problema de corte de estoque em que as sobras geradas pelo processo de corte são reaproveitadas. Alterações em alguns métodos heurísticos clássicos são realizadas e experimentos computacionais preliminares sugerem resultados promissores, sendo possível obter ganhos de qualidade quando comparados com métodos heurísticos clássicos para o problema de corte de estoque. Uma continuação deste trabalho, consiste em alterar outras heurísticas de maneira que se tornem apropriadas para o problema de reaproveitamento.

## Reconhecimento

Este trabalho contou com o apoio financeiro da FAPESP e CNPq.

## Referências


[1] A. C. Cherri, M. N. Arenales, O problema de corte de estoque com reaproveitamento das sobras de material - heurística FFD Modificada, XXXVII SBPO, Gramado - RS, (2005).

[2] M. N. Arenales, R. Morabito, H. H. Yanasse, O Problema de Corte e Empacotamento, Livro-texto de Mini curso, XXXVI SBPO, São João del Rei - MG, (2004).

[3] P.C. Gilmore, R.E. Gorory, A linear programming approach to the cutting stock problem, *Operations Research*, 9 (1961) 848-859.

[4] P.C. Gilmore, R.E. Gorory, A linear programming approach to the cutting stock problem - Part II, *Operations Research*, 11 (1963) 863-888.

[5] P.C. Gilmore, R.E. Gorory, Multi-stage cutting stock problems of two and more dimensions, *Operations Research*, 13 (1965) 94-120.

[6] M. Gradisar, J. Jesenko, C. Resinovic, Optimization of roll cutting in clothing industry, *Computers & Operational Research*, 10 (1997) 945-953.

[7] M. Gradisar, M. Kljajic, C. Resinovic, J. Jesenko, A sequential heuristic procedure for one-dimentional cutting, *European Journal of Journal of Operational Research*, 114 (1999) 557-568.

[8] M. Gradisar, C. Resinovic, M. Kljajic, A hybrid approach for optimization of one-dimentional cutting, *European Journal of Journal of Operational Research*, 119 (1999) 719-728.0

[9] R. W. Haessler, Controlling cutting pattern changes in one-dimensional trim loss problems, *Operations Research*, 23 (1975) 483-493.

[10] R. W. Haessler, A note on computational modifications to the Gilmore-Gomory cutting stock algorithm, *Operations Research*, 28 (1980) 1001-1005.

[11] A. Hinxman, The trim-loss and assortment problems: a survey, *European Journal of Operational Research*, 5 (1980) 8-18.

[12] M. S. Limeira, H. H. Yanasse, Uma heurística para o problema de redução de padrões de corte, Anais da V Oficina Nacional de Problemas de Corte e Empacotamento, São José dos Campos, SP, pp 137-145, (2001).

[13] R. Morabito, Problemas de corte e empacotamento, Livro-texto de Mini curso, Elavio, Montevidéu - Uruguai, (2004).

[14] K. C. Poldi, Algumas extensões do problema de corte de estoque, Dissertação de Mestrado, ICMC - USP, (2003).

[15] K. C. Poldi, M.N. Arenales, Dealing with small demand in integer cutting stock problems with limited defferent stock lengths, Notas do ICMC - Série Computação, número 85, ICMC - USP, (2005).

[16] H. Stadtler, A one-dimensional cutting stock problem in the aluminium industry and its solution, *European Journal of Operational Research*, 44 (1990) 209-223.

[17] G. Wäscher, T. Gau, Heuristics for the integer one-dimensional cutting stock problem: a computational study, *OR Spektrum*, 18 (1996) 131-144.