ISSN 2317-3297

Problemas de corte com itens retangulares e do tipo L

Adriana Cherri
Departamento de Matemática, Faculdade de Ciências, UNESP,
17033-360, Bauru, SP
e-mail: adriana@fc.unesp.br

Andréa Vianna
Departamento de Computação, Faculdade de Ciências, UNESP,
17033-360, Bauru, SP
e-mail: vianna@fc.unesp.br

Palavaras-chave: *Problemas de corte e empacotamento, otimização combinatória, geração de padrões de corte.*

Resumo: *O problema de corte consiste em, dada uma unidade maior (objeto), cortá-la em unidades menores (itens), visando à otimização de um objetivo, como, por exemplo, minimização da perda de material. É um problema frequentemente encontrado em processos industriais de corte, cuja solução pode ser obtida computacionalmente. Neste trabalho propomos o estudo e a resolução computacional de um problema de corte bidimensional envolvendo itens retangulares e em formato L. Para resolver este problema, alteramos a abordagem Grafo E/OU, que é uma estratégia proposta na literatura para resolver problemas de corte bidimensionais. Para verificar o desempenho da estratégia proposta, testes computacionais foram realizados com exemplares da literatura.*

1. Introdução

O problema de corte consiste em cortar objetos em estoque para a produção de itens menores, em quantidades especificadas, otimizando uma determinada função objetivo, que pode ser minimizar a perda de material, maximizar o lucro, etc. Este problema ocorre frequentemente em sistemas de produção industrial que possuem processos de corte, como por exemplo, o corte de chapas metálicas, chapas vidro e de madeira, peças de tecido, couro e plástico, bobinas de papel e alumínio, entre outros.

Semelhante e intimamente relacionado com os problemas de corte estão os problemas de empacotamento que consistem em empacotar as unidades menores dentro de uma unidade maior (objeto), otimizando uma função – como a minimização de espaço vago ou a maximização da quantidade de itens em cada objeto, e satisfazendo possíveis restrições como a estabilidade no transporte dos pacotes. Neste caso os objetos são representados por embalagens de produtos, caixas, contêineres, etc.

Estas duas classes de problemas de otimização possuem diversas aplicações práticas de grande potencial, e são tratadas na literatura como Problemas de Corte e Empacotamento (Dyckhoff, 1990).

O problema de corte de itens do tipo L é um problema pouco explorado na literatura. Aplicação deste tipo de problema foi identificada no corte de espuma para a fabricação de colchões. Roberts (1984) desenvolveu um procedimento heurístico para resolver o problema de corte com itens do tipo L. Neste problema, os padrões de corte combinam itens retangulares e itens com o formato L. Lins *et al.* (2003) apresentou um algoritmo recursivo baseado em uma estratégia que resolve problemas de empacotamento de itens retangulares, cuja principal motivação foi a aplicação na resolução de difíceis problemas de carregamento de paletes. Nakatake *et al.* (1996) apresentaram um método de alocação dos itens utilizando a estrutura BSG (*bounded-sliceline grid*) e utilizou *simulated annealing* na sua resolução. Xu *et al.* (1998) utilizaram uma abordagem que combina as formas de acordo com algumas regras pré-definidas. Oliveira *et al.* (2011) propuseram uma heurística construtiva para a resolução do problema de minimização da área da placa na alocação de itens.

Para resolver o problema de corte bidimensional envolvendo itens retangulares e do tipo L, realizamos alterações na abordagem em Grafo E/OU, estratégia proposta inicialmente por Morabito (1989) para resolver problemas de corte bidimensionais. O problema de corte com itens do tipo L apresenta uma dificuldade maior na sua resolução, pois os cortes aplicados na placa não são

ISSN 2317-3297

guilhotinados. Na avaliação do desempenho desta estratégia, realizamos testes computacionais usando instâncias da literatura.

2. O problema de corte bidimensional com itens do tipo L

Em um problema de corte bidimensional, uma placa retangular de dimensões (L,W), em que L é o comprimento e W é a largura, deve ser cortada para a produção de itens com dimensões (l_i,w_i). O objetivo do problema é cortar uma placa disponível em estoque de modo que a perda gerada seja mínima. O modo como os itens estão arranjados na placa é chamado de padrão de corte. A Figura 1 ilustra um problema de corte bidimensional.

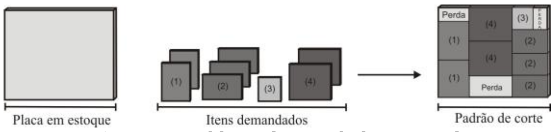

Figura 1: Problema de corte bidimensional.

Para resolver esse tipo de problema, cortes guilhotinados podem ser aplicados na placa em estoque. Um corte é chamado de guilhotinado, quando aplicado a um retângulo, produz dois novos retângulos. Os cortes guilhotinados podem ser horizontais ou verticais e, de modo geral, são simples de serem realizados.

A definição do problema de corte com itens do tipo L é semelhante ao problema de corte com itens retangulares, entretanto, as dimensões dos itens a serem alocados são representadas por (l_{i1},w_{i1},l_{i2},w_{i2}), em que l_{i1} e l_{i2} representam o comprimento inferior e superior do item, respectivamente, e w_{i1} e w_{i2} representam a largura esquerda e direita do item, respectivamente. Além disso, o estoque de placas sempre é composto por placas retangulares. O objetivo do problema é cortar os itens disponíveis em estoque de modo que a perda gerada seja mínima.

Existem duas formas de alocação de itens quando o problema envolve itens do tipo L. Nas Figuras 2 e 3 a seguir ilustramos estas possibilidades.

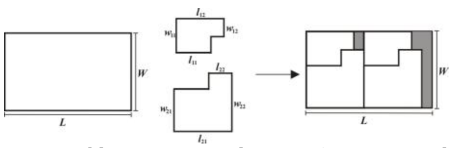

Figura 2: Problema com itens do tipo L (com encaixe dos itens).

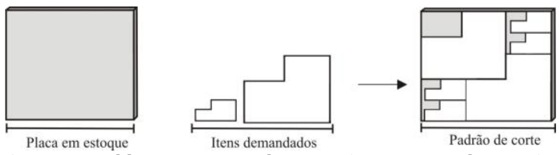

Figura 3: Problema com itens do tipo L (sem encaixe dos itens).

Neste trabalho, a geração dos padrões de corte será da forma como apresentado na Figura 3.

3. Abordagem Grafo E/OU para resolução do problema de corte

A abordagem em Grafo E/OU para resolução de problemas de corte foi inicialmente proposta por Morabito (1989) para problemas de corte bidimensionais, guilhotinados, irrestritos e não estagiados. Esta abordagem consiste em representar os padrões de corte como um caminho completo em um grafo e enumerá-los implicitamente com a finalidade de encontrar uma solução ótima. Também foram desenvolvidos outros trabalhos para a resolução de problemas de corte bidimensional (restrito, não guilhotinado, estagiado) e tridimensional usando a abordagem em Grafo E/OU para a representação dos padrões de corte (Morabito *et al.* (1992), Arenales e Morabito (1995), e Morabito e Arenales (1996), Vianna (2000)).

As soluções podem ser enumeradas implicitamente, descartando a expansão de um nó sem perder a solução ótima, através do uso de limitantes (inferior e superior).

Para a determinação de um limitante inferior, utiliza-se a solução homogênea, que é uma solução trivial para um subproblema do nó. O objetivo é preencher a área determinada somente com itens iguais (padrão de corte homogêneo). No problema de corte com itens retangulares e itens do tipo L a solução homogênea pode ser calculada dos seguintes modos: Solução homogênea formada por itens retangulares (Figura 4) ou Solução homogênea formada por itens do tipo L dispostas lado a lado tanto na horizontal como na vertical (Figura 5).

ISSN 2317-3297

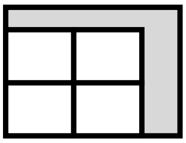

Figura 4: Solução homogênea formada por itens retangulares.

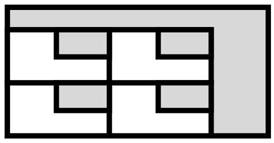

Figura 5: Solução homogênea formada por itens do tipo L.

O limitante superior é obtido pela relaxação do problema. Um limitante superior trivial pode ser calculado de modo que a área dos itens alocados não exceda a área máxima permitida.

Para resolver o problema proposto neste trabalho, os cortes são gerados de acordo com o tipo de retângulo a ser cortado (retangular ou do tipo L). Para itens retangulares utilizamos cortes guilhotinados e também um corte chamado de “corte degrau” (um retângulo gera um novo retângulo e um item com formato L). Para itens com formato L, os cortes são realizados de modo que o corte em um item retangular gera um novo retângulo e um item com formato L. Quando uma placa apresentar formato L, os cortes realizados neste retângulo geram dois novos retângulos ou um novo retângulo e um novo item em formato L. A Figura 6 ilustra esse tipo de corte.

Figura 6: Corte realizado em uma placa intermediária com formato L.

4. Resultados Computacionais

Para avaliar o desempenho do procedimento descrito na Seção 3, utilizamos instâncias da literatura. Entretanto, as soluções obtidas não são comparadas com essas instâncias, visto que nesse trabalho se propõe a alocação dos itens minimizando a perda na placa e, não pode haver encaixe dos itens do tipo L. Nos exemplares propostos pela literatura, o objetivo consiste em minimizar a área total da placa em estoque. A Tabela 1 apresenta os testes realizados com o algoritmo proposto.

Tabela 1: Soluções obtidas

#	Instância	Dimensão da placa	Número total de itens	Número de itens retangulares	Número de itens do tipo L	Perda
1	ami33LT	(1200,1000)	32	30	2	4,80%
2	apteLT	(7000,7000)	9	8	1	2,44%
3	Nakatake_test1	(310,310)	35	25	10	4,78%
		(700,250)				47,71%
		(594,255)				18,96%
4	Xu_instance1	(5500,6000)	28	7	21	3,67%
		(6314,5922)				14,98%
5	L_20_20	(250,220)	20	16	4	8,45%
6	L_20_50	(250,220)	20	10	10	4,80%
7	L_20_100	(250,240)	20	0	20	3,45%

As instâncias #1, #2, #3 e #4, da Tabela 1, são derivadas de circuitos VLSI (Very Large Scale Integration) onde se pretende minimizar a área da placa envolvente (Nakatake *et al.*, 1996 e Xu *et al.* 1998). As duas instâncias iniciais, #1 e #2, consideram originalmente itens em formato T Neste trabalho considerou-se apenas os itens retangulares e itens em formato L.

A terceira instância (#3), resolvida por Nakatake *et al.* (1996), originalmente aloca as itens possibilitando a combinação de itens retangulares e em formato L em uma placa de dimensão (594,255). Dessa forma, a perda determinada pelos autores foi de 13%. O algoritmo proposto por esse trabalho não permite o encaixe de itens em formato L, justificando assim a perda obtida de 18,96%. O teste realizado com essa instância utilizando a dimensão da placa (700,250) foi motivado por ser uma solução obtida manualmente. Observe que a perda é de 47,71%.

ISSN 2317-3297

Os testes realizados com a instância #4, proposta por Xu *et al.* (1998), com dimensão da placa (6314,5922), apresentou uma perda de 14,98% utilizando o procedimento proposto por esse trabalho. Combinando os itens como blocos, sejam retangulares ou não, Xu *et al.* (1998) determinou uma solução com perda 5,20%.

As instâncias #5, #6 e #7 foram geradas a partir de um gerador concedido pelo Professor A. Miguel Gomes da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Portugal. Nesse gerador de instâncias pode-se controlar a forma (retângulo, formato L ou formato T, que não é objeto de estudo desse trabalho), o número total de itens (20) e a percentagem (aproximada) de cada tipo de item. De acordo com os testes realizados essas instâncias apresentaram bons resultados para dimensões de mesma ordem de grandeza.

5. Conclusões

Neste trabalho, abordamos o problema de corte de estoque bidimensional com itens retangulares e irregulares (formato L). Para resolver esse problema, alteramos a abordagem em Grafo E/OU, proposta pela literatura. Os testes realizados apresentaram boas soluções, entretanto essas soluções não são comparadas com as instâncias da literatura, devido a particularidade de cada problema.

Como continuidade deste trabalho, pretende-se permitir o encaixe dos itens do tipo L no cálculo da solução homogênea, dessa forma um padrão de corte como o apresentado pela Figura 2 poderá ser gerado. O limitante inferior também pode ser melhorado combinando itens retangulares e itens do tipo L. Isso é motivado pelo fato dos problemas da literatura apresentarem demanda dos itens pequena.

Outra proposta de continuidade é considerar itens de formato T em estoque. Nesse caso, é necessário repensar na geração do conjunto de discretização e no cálculo de soluções homogêneas compostas.

Referências

[1] M. Arenales, R. Morabito, An AND/OR - graph approach to the solution of two-dimensional non-guillotine cutting problems. *European Journal of Operational Research*, 84 (1995), 599-617.

[2] H. Dyckhoff, A Typology of Cutting and Packing Problems. *European Journal of Operational Research*. 44 (1990), 145-159.

[3] L. Lins, S. Lins, R. Morabito, An L-approach for packing (l,w)-rectangles into rectangular and L-shaped pieces. *Journal of the Operational Research Society*. 54(7) (2003), 777-789.

[4] R. Morabito, Corte de Estoque Bidimensional. *Dissertação de Mestrado*. Instituto de Ciências Matemáticas de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1989.

[5] R. Morabito, M. Arenales, V. Arcaro, An AND/OR-Graph Approach for Two-Dimensional Cutting Problems. *European Journal of Operational Research*. 58(2) (1992), 263-271.

[6] R. Morabito, M. Arenales, Staged and constrained two-dimensional guillotine cutting problems: An AND/OR - graph approach. *European Journal of Operational Research*. 94 (1996): 548-560.

[7] S. Nakatake, K. Fujiyoshi, H. Murata, Y. Kajitani, Y. Module Placement on BSG-Structure and IC Layout Applications. *IEEE Computer Society*. 96 (1996), 484-491.

[8] J. M. Oliveira, E. P. Ferreira, A. Gomes Miguel. Estudo Paramétrico de uma Heurística Construtiva para o Problema da Minimização da Área Envolvente Rectangular no Posicionamento de Retângulos. *Anais do XLIII SBPO*, Ubatuba, SP. 2011.

[9] S. Roberts. Application of Heuristic Techniques to the Cutting-Stock Problem for Worktops. *The Journal of the Operational Research Society*. 35(5) (1984), 369-377,

[10] A. C. G. Vianna. Problema de Corte e Empacotamento: uma Abordagem em Grafo E/OU. *Tese de Doutorado.* Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, USP, 2000.

[11] J. Xu, P.-n Guo, C.-k Cheng, Rectilinear Block Placement Using Sequence-Pair. *Proceedings of the 1998 International Symposium on Physical design (ISPD '98)*. 173-178. 1998.