# A Resolução do Problema de Corte Bidimensional com Sobras Aproveitáveis Utilizando Abordagem grafo E/OU

**Adriana Cristina Cherri, Marcos Nereu Arenales**
Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, ICMC, USP
13560-970, São Carlos, SP
E-mail: {adriana, arenales}@icmc.usp.br

**Andréa Carla Gonçalves Vianna**
Departamento de Computação, DCo, UNESP
17033-360, Bauru, SP
E-mail: vianna@fc.unesp.br

***Resumo:*** *O problema de corte de estoque consiste em cortar um conjunto de peças disponíveis em estoque para a produção de um conjunto de itens, sob encomenda ou para estoque, em quantidades especificadas. Tais problemas têm larga aplicação industrial e são bastante estudados na literatura. Neste trabalho consideramos um problema de corte de estoque bidimensional em que as sobras de material nos padrões de corte, desde que grandes o suficiente, podem ser aproveitadas no futuro. Isto introduz uma dificuldade para se comparar soluções do problema de corte: até que ponto o objetivo de perda mínima é o mais apropriado já que sobras podem ser aproveitadas no futuro? Para resolver este problema, propomos algumas alterações na abordagem em grafo E/OU e definimos algumas características desejáveis para uma boa solução, de modo que os padrões de corte com sobras de tamanho intermediário (nem tão grandes para serem aproveitáveis, nem tão pequenas para serem perdas aceitáveis) sejam alterados. A análise das soluções dos procedimentos heurísticos modificados para o problema de corte com aproveitamento de sobras é realizada com base na resolução de um conjunto de problemas testes.*

## Introdução

O problema de corte bidimensional consiste em cortar um conjunto de placas retangulares em itens menores, também retangulares, de um determinado produto (vidro, madeira, tecido, papel, entre outros), otimizando uma determinada função objetivo, que pode ser, por exemplo, minimizar o número total de objetos a serem cortados, ou as perdas, ou o custo dos objetos cortados, entre outros. Estes problemas são essenciais no planejamento da produção de muitas indústrias, tais como indústria de papel, vidro móveis, metalúrgica, plástica, têxtil, etc.

Os problemas de corte bidimensionais pertencem a uma classe de problemas de corte que tem sido bastante estudada desde o trabalho pioneiro de Gilmore e Gomory (1965), em que um método de programação dinâmica foi proposto. Existem muitas aplicações dos problemas de corte e várias abordagens apresentadas na literatura para suas soluções, tal como Hertz (1972), Christofides e Whitlock (1977), Wang (1983), Beasley (1985), Morabito *et.al.* (1992), Morabito e Arenales (1996) , Vianna (2000), entre outros.

Este trabalho aborda um problema pouco estudado e freqüentemente encontrado na prática. Tal problema consiste em aproveitar sobras de padrões de corte (pedaços cortados, não demandados) desde que não sejam demasiadamente pequenas. Como sobras grandes são inaceitáveis quando se objetiva a minimização de sobras, considerar que algumas das sobras são aproveitáveis torna o critério de minimização de sobras não mais adequado para quantificar a qualidade de uma solução.

Na literatura, o problema de aproveitamento de sobras é recente, sendo apresentado apenas para o caso em que o corte é unidimensional (Gradisar *et. al.* (1997), (1999a), (199b), Gradisar e Trkman (2005), e recentemente, Cherri *et. al.* (2007)). Para o caso bidimensional, não encontramos trabalhos que consideram o aproveitamento de sobras.

## Definição do Problema de Corte de Estoque Bidimensional com Sobras Aproveitáveis

O problema de corte bidimensional com sobras aproveitáveis aparece freqüentemente em muitas indústrias, que descartam pedaços cortados não demandados (sobras) por estes não apresentarem tamanhos significativos.

São vários os métodos existentes na literatura que consideram o problema de corte bidimensional, entretanto, em todos estes métodos, o principal objetivo perseguido é minimizar a sobra resultante do processo de corte. Dentre os vários métodos existentes, desconhecemos algum que permita gerar retalhos ao invés de perdas intermediárias (perdas com dimensões não apropriadas em um padrão de corte). Neste novo problema, planejar padrões de corte que concentrem as sobras em poucos padrões parece uma boa alternativa a ser perseguida, pois aumenta as chances delas serem suficientemente grandes para voltarem ao estoque e serem utilizadas no futuro.

Desta forma, definimos o problema de corte de estoque bidimensional com sobras de material aproveitáveis como:

*"Um conjunto de tipos de peças retangulares (itens) de dimensão ($\ell_i, w_i$), em que $\ell_i$ é o comprimento e $w_i$ é a largura da peça i, i = 1, ..., m ,deve ser produzido a partir do corte de placas retangulares (objetos) de dimensões ($L_k$,$W_k$), em que $L_k$ é o comprimento e $W_k$ é a largura da peça k em estoque, k = 1, ...,K, as quais podem ser de tamanhos padronizados (placas que são comprados de fornecedores) ou não padronizados (placas que são retalhos de cortes anteriores). São dadas as demandas dos itens e as quantidades disponíveis das placas. As demandas devem ser atendidas, cortando-se as placas disponíveis, de modo a minimizar as sobras (as sobras devem ser 'pequenas'(chamadas de* ***perda****)) ou 'suficientemente grandes' (chamadas de* ***retalhos****) para retornarem ao estoque, porém em número reduzido."*

Diferentemente dos problemas clássicos de corte bidimensional, para os quais funções objetivo são bem definidas (por exemplo, minimizar a perda total, número de objetos cortados, custos, entre outros), no problema de corte bidimensional com sobras de material aproveitáveis objetivamos perdas '*pequenas*' ou '*suficientemente grandes*', sem que o objetivo de minimizar a perda seja descartado. Para uma melhor compreensão do problema de corte de estoque bidimensional com sobras de material aproveitáveis, considere o exemplo a seguir (Figura 1) no qual temos que as dimensões dos itens são: (1) - 15 × 25, (2) - 21 × 16, (3) - 12 × 7, (4) - 24 × 24 e estabelecemos que toda sobra com comprimento ($\ell_s$) $\geq$ 0,2$L$ e largura ($w_s$) $\geq$ 0,2$W$ é considerada retalho. As placas disponíveis no estoque têm dimensões 60 × 55 e 30 × 32 são consideradas padronizadas e não padronizadas, respectivamente.

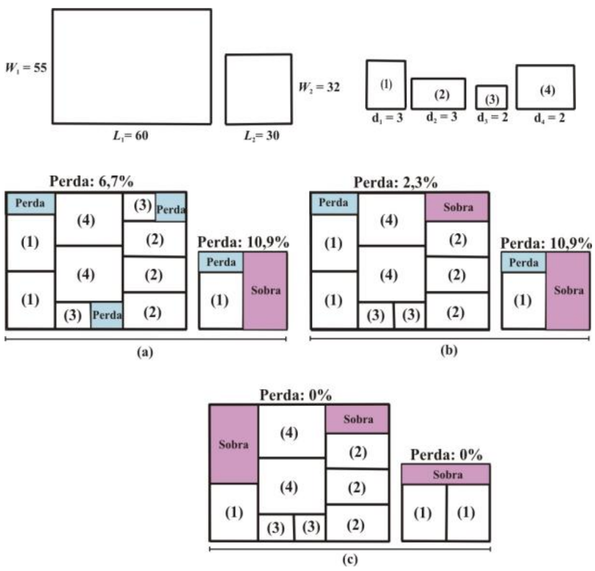


**Figura 1**: Dados de um problema de corte e soluções alternativas

Neste exemplo que considera o aproveitamento de sobras, temos que as soluções apresentadas possuem características conflitantes (perda × quantidade de retalhos). Do ponto de vista da função objetivo *sobra total*, a Solução (c) é preferível às Soluções (a) e (b), pois concentra as sobras no padrão de corte de modo que estas tornam-se um retalho que poderá ser utilizado para atender demandas futuras. Entretanto devido à quantidade de retalhos gerados pela Solução (c), esta pode não ser considerada a melhor solução quando comparada com as Soluções (a) e (b), que apresentam uma quantidade menor de sobras, porém algumas perdas. Para este exemplo, observe que a escolha da melhor solução depende do quanto estamos dispostos estocar para ter perda mínima ou quanto admitimos perder para estocar poucos retalhos.

Para resolver o problema bidimensional com sobras aproveitáveis, algumas alterações foram realizadas na abordagem grafo E/OU (Vianna, 2000), visto que este apresenta uma estratégia muito eficiente para resolver problemas de corte quando duas dimensões são consideradas.

## Estratégia de Solução

A estratégia que desenvolvemos para resolver este problema consiste em tentar concentrar as sobras em poucos padrões de corte de modo que estas gerem um retalho que deve retornar ao estoque e ser utilizada no corte de novas demandas, além disso, soluções com perda intermediária devem ser evitadas. A seguir apresentamos os passos desenvolvidos para resolver o problema de corte com sobras aproveitáveis.

- *Passo 1:* Resolver o problema utilizando a abordagem grafo E/OU.
- *Passo 2:* Verificar se as soluções apresentam *retalhos*, *perdas aceitáveis* ou *intermediárias*;
- *Passo 3:* Se há *perda intermediária*, então alterar o padrão de corte até obter um retalho.

## Exemplo

Temos em estoque dois tipos de placas com dimensões e disponibilidades especificadas na Tabela 1 e demanda com três tipos de itens apresentados na Tabela 2.

**Tabela 1:** Dados das placas em estoque

| Placa | Dimensões | Estoque |
|---|---|---|
| 1 | 150 × 100 | 100 |
| 2 | 100 × 70 | 100 |

**Tabela 2:** Dados da demanda

| Item | Dimensões | Demanda |
|---|---|---|
| 1 | 45 × 28 | 41 |
| 2 | 34 × 13 | 30 |
| 3 | 28 × 9 | 46 |

Considerando estes dados para demanda e estoque, e limitantes adequados para perda e retalho, temos como solução para o problema os seguintes padrões de corte:

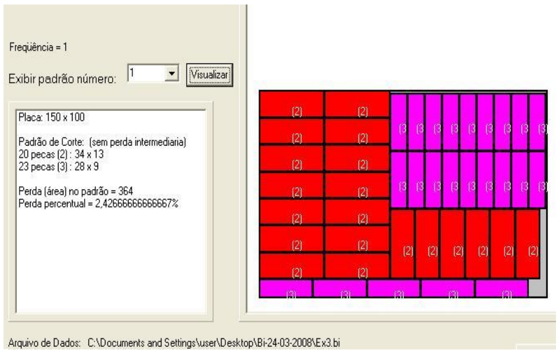


**Figura 2:** Solução - Primeiro padrão de corte


**Figura 3:** Solução - Segundo padrão de corte

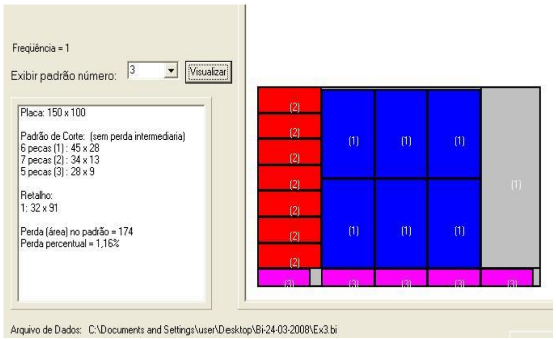


**Figura 4:** Solução – Terceiro padrão de corte

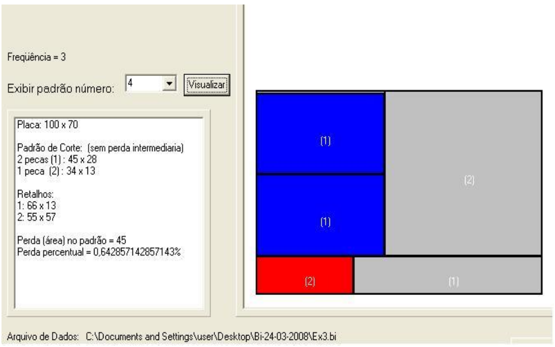


**Figura 5:** Solução - Quarto padrão de corte

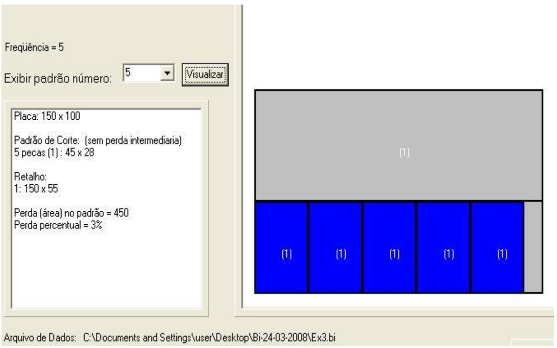


**Figura 6:** Solução - Quinto padrão de corte

Pela solução apresentada, podemos observar que a perda nos padrões de corte é pequena (inferiores a 3%), porém, alguns retalhos serão estocados. Alguns critérios para evitar soluções com número muito grande de retalhos ainda estão em estudo e informações adicionais importantes para análise das soluções serão acrescentadas na interface gráfica para uma melhor visualização.

Os valores atribuídos aos limites de perda e retalho também estão em estudo e podem ser alterados durante o desenvolvimento do trabalho.

## Conclusões

A estratégia desenvolvida (ainda em estudo) apresenta soluções significativas para o problema de corte bidimensional com sobras aproveitáveis. Neste trabalho consideramos o caso em que o problema é limitado e temos vários tipos de placas disponíveis em estoque e vários tipos de itens demandados. Vários testes estão sendo realizados para uma melhor adequação dos parâmetros que definem perda e retalho, assim como visitas em empresas que têm em sua linha de produção, itens cortados considerando duas dimensões. Além desta, outras estratégias serão implementadas, assim como alguns procedimentos heurísticos.

## Referências


[1] J. Beasley, Algorithms for unconstrained two-dimensional gilhotine cutting, “Journal of the Operational Research Society”, vol 36, pp 297-306, (1985).

[2] A. C. Cherri, M.N. Arenales e H. H. Yanasse, The unidimensional cutting stock problem with usable leftover – a heuristic approach, “Technical Report - Notas do ICMC, Série Computação”, 90, ICMC – USP, (2007).

[3] N. Chistofides, N., C. Whitlock, {\it An algorithm for two-dimensional cutting problem}. Operations Research, vol 25: pp 30-44, (1977).

[4] P.C. Gilmore e R.E. Gomory, Multi-stage cutting stock problems of two and more dimensions, Operations Research, vol 13, pp 94-120, (1965).

[5] M. Gradisar, J. Jesenko e C. Resinovic, Optimization of roll cutting in clothing industry, Computers & Operational Research, vol 10, pp 945-953, (1997).

[6] M. Gradisar, M. Kljajic, C. Resinovic e J. Jesenko, A sequential heuristic procedure for one-dimentional cutting, European Journal of Operational Research, vol 114, pp 557-568, (1999a).

[7] M. Gradisar, C. Resinovic e J. Jesenko, A hybrid approach for optimization of one-dimentional cutting. European Journal of Operational Research, vol 119: pp 719-728, (1999b).

[7] M. Gradisar e P. Trkman, A combined approach to the solution to the general one-dimentional cutting stock problem, Computers and Operations Research, vol 32, pp 1793-1807, (2005).

[8] J. Hertz, Recursive computacional procedure for two-dimensional stock cutting, IBM Journal of Research and

Development, vol 16, pp 462-469, (1972).

[9] R.Morabito, M. N. Arenales e V. F. Arcaro, AND-OR-graph approach for two-dimensional cutting problems, European Journal of Operational Research, vol 58, pp 263-271, (1992).

[10] R.Morabito, M. N. Arenales, Staged and constrained two-dimensional guillotine cutting problems: An AND/OR - graph approach. European Journal of Operational Research, vol 94, pp 548-560, (1996).

[11] A. C. G. Vianna, “Problemas de corte e empacotamento: Uma abordagem em grafo E/OU”, tese de Doutorado, ICMC – USP, 2000.

[12] P. Wang, Two algorithms for constrained two-dimensional cutting stock problems, Operations Research, vol 31, pp 573-587, (1983).