UNIVERSIDAD DE MARGARITA
CARRERA: INGIENERIA. ASIGNATURA MATEMATICA V CODIGO MAV0604380
PROFESOR: RAUL A ORTUÑO A

GUÍA DE MATEMATICA V TRIMESTRE

REPASO: Coordenadas polares

Formula: $x = r\cos\theta,\quad y = r\ sen\,\theta,\quad r^2 = x^2 + y^2\ ,\ \ tg\,\theta = \frac{y}{x}$

PARTE 1:

A.) Convertir en coordenada polar las siguientes coordenadas rectangulares:

1.) $(-2{,}5)$ 2.) $(-3,-7)$ 3.) $(5{,}8)$ 4.) $(6{,}9)$ 5.) $\left(-\frac{2}{3},\frac{4}{5}\right)$ 6.) $\left(\frac{5}{2},-\frac{6}{8}\right)$ 7.) 1.) $\left(2,\frac{5}{7}\right)$

B.) Convertir en coordenadas rectangulares las siguientes coordenadas polares:

1.) $(2{,}35^{\underline{o}})$ 2.) $(7{,}128^{\underline{o}})$ 3.) $(\sqrt{5}, 230^{\underline{o}})$ 5.) $\left(\sqrt{2},\frac{3\pi}{4}\right)$ 6.) $\left(-1,\frac{2\pi}{3}\right)$ 7.) $\left(-7,-\frac{\pi}{3}\right)$

PARTE 2:

A.) Determine una ecuación polar cuya gráfica sea igual a la de la ecuación cartesiana indicada:

1.) y = 5	2.) x + 1 = 0	3.) y = 7x	4.) 3x + 8y + 6 = 0
5.) $y^2 = -4x + 4$	6.) $x^2 - 12y - 36 = 0$	7.) $x^2 + y^2 = 36$	8.) $x^2 - y^2 = 25$
9.) $x^2 + y^2 + x = \sqrt{x^2 + y^2}$		10☺ $x^3 + y^3 - xy = 0$	

B.) Determine una ecuación cartesiana cuya gráfica sea igual a la de la ecuación polar indicada:

1.) $r = \sec\theta$	2.) $r\ \cos\theta = -4$	3.) $r = 6\ \text{sen}\ 2\theta$	4.) $2r = \text{tg}\,\theta$
5.) $r^2 = 4\ \text{sen}\ 2\theta$	6.) $r^2\cos\theta = 16$	7.) $r + 5\ \text{sen}\ \theta = 0$	8.) $r = 2\ \cos\theta$

C.) Trace la gráfica de la ecuación polar indicada:

1.) $r = \theta$	2.) $r = 3 - 3\,sen\,\theta$	3.) $r = 3 + 2sen\,\theta$	4.) $2r = 1 - \cos\theta$
5.) $r = 6\cos\theta$	6.) $r = 4 - \cos\theta$	7.) $r = -2\cos\theta$	8.) $r = 5\ sen\,\theta$

REPASO: Números complejos

Si a + bi y c + di son números complejos, entonces se cumple:

1.) a + bi + c + di = (a+b) + (c + d)i 2.) (a+bi)(c+di) = (ac-bd)+(ad+bc)i

3.) $\frac{a+bi}{c+di} = \frac{(a+bi)}{(c+di)}.\frac{(c-di)}{(c-di)}$ 4.) $a + bi = r(\cos\theta + i\ sen\,\theta) = r\ cis\ \theta = r\ e^{i\theta}$

Si $z_1 = r_1 cis\ \propto$ y $z_2 = r_2 cis\ \beta$, entonces:

1.) $z_1.z_2 = r_1.r_2\ cis\ (\propto + \beta)$ 2.) $\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} = cis\ (\propto - \beta)$

3.) $z_1{}^n = r_1{}^n\ cis\ (n.\propto)\ (Moivre)$ 4.) $\sqrt[n]{z_1} = \sqrt[n]{r_1}\ cis\ \left(\frac{\propto + 2\pi k}{n}\right), donde\ k\ es\ 0{,}1,,(n-1)$

PARTE 3:

A.) Sean los números complejos $z_1 = 4 - 3i,\ z_2 = 5 + 2i,\ z_3 = -1 - 2i$ y $z_4 = -5 + 3i$ .. Determinar:

1

1.) $z_1 + z_2$ 2.) $z_3 + z_4$ 3.) $2z_2 - 3z_3$ 4.) $5z_1 - 4z_4$ 5.) $z_1 . z_3$

6.) $z_2 . z_4$ 7.) $(z_1 + 2z_3). z_4$ 8.) $\frac{z_3}{z_2}$ 9.) $\frac{z_4}{z_1}$ 10.) $\frac{z_2+3z_1}{3z_4-z_3}$

B.) Expresar los números complejos de la parte A.) en forma polar y determinar:

1. ${z_1}^4)$ 2.) ${z_2}^3$ 3.) ${z_3}^5$ 4.) ${z_4}^3$ 5. $z_1 . z_2)$ 6.) $z_3 . z_4$

7.) $z_1 . (2z_3)(-z_4)$ 8.) $\frac{z_2}{z_3}$ 9.) $\frac{z_4}{z_1}$ 10.) $\sqrt[5]{z_3}$ 11.) $\sqrt[7]{z_1}$

C.) Determinar las derivadas de las siguientes funciones complejas:

1.) $w = (1 + 4i)z^2 - 3z - 2$ 2.) $w = (2z + 3i)(z - i)$ 3.) $w = \frac{(2z-i)}{(2+2i)}$

4.) $w = (2iz + 1)^2$ 5.) $w = \frac{1}{(iz-1)^3}$ 6.) $w = (1 + 4i)z^2 - 3z - 2$

PARTE 4:

De las siguientes funciones de variables complejas determine las derivadas: A.) $\frac{\delta w}{\delta x}$ B.) $\frac{\delta w}{\delta x}$

C.) $\frac{\delta^2 w}{\delta x^2}$ D.) $\frac{\delta^2 w}{\delta y^2}$ E.) $\frac{\delta^2 w}{\delta x \delta y}$ F.) C.) $\frac{\delta^2 w}{\delta y \delta x}$

1.) $w = e^{xy}[\cos(xy) + ixy]$ 2.) $w = e^{xy}[cos(x^2 + 3y - 5) + isen(x^2 + y^2)]$

3.- $w = e^{(xy-xi)}$ 4.) $w = e^{(xy+xy^2 i)}$ 5.) $w = e^z$ 6.) $w = e^{z^2}$ 7.) $w = e^{z3^2}$

NOTA: Ecuación Cauchy – Reimann: $\frac{\delta u}{\delta x} = \frac{\delta v}{\delta y}$, $\frac{\delta u}{\delta y} = -\frac{\delta v}{\delta x}$.

Si las derivadas parciales son continuas en R, entonces la función es analítica si cumple con la ecuación de Cauchy – Reimann.

Una función es armónica si se cumple: $\frac{\delta^2 u}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 u}{\delta y^2} = 0$; $\frac{\delta^2 v}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 v}{\delta y^2} = 0$

PARTE 4:

A.) Determinar si la siguientes funciones complejas son analítica

1.) $w = e^z$ 2.) $w = sen(z)$ 3.) $w = 3z^2 + 5z + 3 - i$ 4.) $w = \sqrt{z}$

5.) $w = e^{z^2}$ 6.) $w = \cos(2z)$ 7.) $w = sen\ (2z)$ 8.) $w = z^2$

B.) Determine si las siguientes funciones son armónicas

1.) $u = x^2 - y^2 - 2xy - 2x + 3y$ 2.) $u = 3x^2 y + 2x^2 - y^3 - 2y^2$ 3.) $u = 2xy + 3y^2 - 2y^3$

4.) $u = xe^x cosy - ye^z seny$ 5.) $u = e^{-2xy} sen(x^2 - y^2)$

7.) $w = [z + (z^2+1)^2]^3$ 8.) $w = 3sen^2(\frac{z}{2})$ 9.) $w = tg^3(z^2 - 3z + 4i)$

PARTE 5:

1: Determinar el orden de la ecuación diferencia y determine si es lineal o no lineal:

1.) $(1-x)y'' - 4xy + 5y = \cos x$

2.) $x\frac{d^3y}{dx^3} - \left(\frac{dy}{dx}\right)^4 + y = 0$

3.) $t^5y^{(4)} - t^3y'' + 6y = 0$

4.) $\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{du}{dr} + u = \cos(r+u)$

5.) $\frac{d^2y}{dx^2} = \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$

6.) $\frac{d^2R}{dr^2} = -\frac{k}{R^2}$

7.) $(sen\theta)y'' - (\cos\theta)y' = 2$

8.) $x'' - \left(1 - \frac{(x')^2}{3}\right) + x = 0$

PARTE 6:

Compruebe que la ecuación indicada es una solución de la ecuación diferencial dada. Suponga un intervalo I de definición adecuada para cada solución

1.) $2y' + y = 0; \quad y = e^{-x/2}$

2.) $\frac{dy}{dt} + 20y = 0; \quad y = \frac{6}{5} - \frac{6}{5}e^{-20t}$

3.) $y'' + y = 0; \quad y = 6\,sen\alpha x;$

4.) $x^2y'' + 4xy' + 2y = 0; \quad y = x^a$

5.) $y'' + y' - 2y = 6x; \quad y = ax + b$

6,) $y'' - 3y' + 2y = 0; \quad y = ae^x + be^{2x}$

7.) $y' = \sqrt{\frac{y}{x}}; \quad y = (\sqrt{x} - 3)^2 \; en \; (9, \infty)$

8.) $y' - \frac{1}{x}y = 1; \quad y = x\,Lnx \; en \; (0, \infty)$

9.) $xy'' + 2y' = 0; \quad y = c_1 + c_2x^{-1} \; si \; x \neq\neq 0$

10.) $y - xy' - \frac{(y')^2}{2} = 0; \quad y = 2x + 2$

11.) $y - xy' - \frac{(y')^2}{2} = 0; \quad y = -\frac{x^2}{2}$

12.) $y' = \frac{x}{y}; \quad x^2 + y^2 = c_1$

13.) $y'' - 6y' + 13y = 0; \quad y = e^{2x}cos2x$

14.)$y'' + y = tgx; \; y = -(cosx)Ln(secx + tgx)$

15.) $(y-x)y' = y - x + 8; \quad y = x + 4\sqrt{x+2}$

16.) $y' = 25 + y^2; \quad y = 5tg5x$

17.) $y' = 2xy; \quad y = \frac{1}{(4-x^2}$

18.) $2y' = y^3cosx; \quad y = (1 - senx)^{-1/2}$

19.) $\frac{dx}{dt} = (x-1)(1-2x); \quad Ln\left(\frac{2x-1}{x-1}\right) = t$

20.) $2xydx + (x^2 - y)dy = 0: 2x^2y + y^2 = 1$

21.) $\frac{dp}{dt} = p(1-p); \quad p = \frac{c_1e^t}{1+c_1e^t}$

22 $\frac{dy}{dx} + 2xy = 1; \; y = e^{-x^2}\int e^{t^2}dt + c_1e^{-x^2}$

23.) $\frac{d^2y}{dx^2} - 4\frac{dy}{dx} + 4y = 0; y = c_1e^{2x} + c_2xe^{2x}$

25.) $x^3\frac{d^3y}{dx^3} + 2x^2\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} + y = 12x^2$
$y = c_1x^{-1} + c_2x + c_3Lnx + 4x^2$

PARTE 7: Determine el valor de m para que la función y sea una solución de la ecuación diferencial dada.

1.) $y' + 2y = 0; \quad y = e^{mx}$

2.) $5y' = 2y; \quad y = e^{mx}$

3.) $y'' - 5y' + 6y = 0; \quad y = e^{mx}$

4.) $2y'' + 7y' - 4y = 0; \quad y = e^{mx}$

5.) $xy'' + 2y'$; $y = x^m$

6.) $x^2y'' - 7xy' + 15y = 0$; $y = x^m$

7.) $3xy' + 5y = 0$; $y = m$

8.) $y' = y^2 + 2y - 3$; $y = m$

9.) $(y-1)y' = 1$; $y = m$

10.) $y'' + 4y' + 6y = 10$; $y = m$

PARTE 8: Compruebe que el par de funciones son soluciones de la ecuaciones diferenciales:

$x = e^{-2t} + 3e^{6t}; y = -e^{-2t} + 5e^{6t}$. $x = cos2t + sen2t + \frac{1}{5}e^t; y = -cos2t - sen2t - \frac{1}{5}e^t$

1.) $\frac{dy}{dt} = x + 3y$ 2.) $\frac{dy}{dt} = 5x + 3y$ 3.) $\frac{d^{x2}}{dt^2} = 4y + e^t$ 4.) $\frac{d^2y}{dt^2} = 4y - e^t$

NOTA: Ecuación separable:

Una ecuación diferencial de primer orden de la forma $\frac{\delta y}{\delta x} = g(x).h(y)$ se dice que es separable que tiene variable separable.

PARTE 9: Resolver la ecuación diferencial dada por separación de variable:

1.) $2xdx + ydy = 0$ 2.) $x^3dx + ydy = 0$ 3.) $x^2dx + \sqrt[3]{y^2}\,dy$

4.) $ydx + xdy = 0$

5.) $(y+1)dx - x^3dy = 0$

6.) $(1-2y)dx + (4-x^2)dy = 0$

7.) $(y^2-2)dx + (2x^2 - x - 3)dy = 0$

8.) $(y^2-2)dx + (2x^2 - x - 3)dy = 0$

9.) $y^2dx - x^2dy = 0$

10.) $ctg \propto dp + pd \propto = 0$ 11.) $tg\, ydx + (1-x^2)dy = 0$ 12.) $ctgydx + (1+e^{-x})y = 0$

13.) $\frac{dy}{dx} = sen(5x)$ 14,) $\frac{dy}{dx} = (x+1)^2$ 15.) $dx + e^{3x}dy = 0$

16.) $dy - (y-1)^2dx = 0$ 17.) $x\frac{dy}{dx} = 4y$ 18.) $\frac{dy}{dx} + 2xy^2 = 0$

19.) $(1+y^2)dx - (x+x^2)dy = o$

20.) $sec^2xdy + cscydx = 0$

21.) $(e^y+1)^2e^{-y}dx + (e^x+1)^3e^{-x}dy = 0$

22.) $\left(y + \sqrt{y}\right)dx - \left(x\sqrt{x}\right)dy = 0$

23.) $dx - 4(x^2+1)dy = 0$ 23.)

24.) $\frac{1}{x^2-5x+6}dx + e^{(y+5)}dy = 0$

25.) $\frac{dy}{dx} = e^{(3x+2)}$ 26.) $e^xy\frac{dy}{dx} = e^{-y} + e^{(-2x-y)}$ 27.) $yLnx\frac{dy}{dx} = \left(\frac{y+1}{x}\right)^2$

2829 $\frac{dy}{dx} = \left(\frac{2y+3}{4x+5}\right)^2$ 11.) $cscy\,dx + sec^2x\,dy =$ 30.)$sex3x\,dx + 2y\,cos^33x\,dy = 0$

31.) $(e^y+1)^2e^{-y}\,dx + (e^x+1)^3e^{-y}\,dy = 0$

32.) $x\sqrt{(1+y^2)}\,dx = y\sqrt{(1+x^2)}\,dy$

33.) $\frac{dS}{dr} = KS$ 34,) $\frac{dQ}{dt} = K(Q-70)$ 35.) $\frac{dP}{dt} = P - P^2$

36.) $\frac{dN}{dt} + N = Nte^{(t+2)}$ 37.) $\frac{dy}{dx} = \frac{xy+3x-y-3}{xy-2x+4y-8}$ 38.) $\frac{dy}{dx} = \frac{xy+2y-x-2}{xy-3y+x-3}$

39.) $xy^4dx + (y^2+2)e^{-3x}dy = 0$

40.) $e^ysen(2x)dx + (e^{2y} - y)cosxdy = 0$

41.) $(4y + yx^2)dx - (2x - xy^2)dy = 0$

42.) $(2y + x^2)dy + (3x + xy^2)dy = 0$

43.) $ydx + (x^3y^2 + x^3)dy = 0$

44.) $dx - (8xy + 3y)dy = 0$

45.) $e^r(3 + cos2\theta)dr - sen\theta(1 + e^{2r})d\theta$

46.) $x^2(y+1)dx + y^2(x-1)dy = 0$

47.) $xydx + (1+x^2)dy =)0$

48.) $(2xy^4 + 2xy^2)dx + (x^2y^3 + x^2y)dy = 0$

49.) $(1 + x^2 + y^2 + x^2y^2)dy - y^2dx = 0$

50.) $(x - y + xy - 1)dx + xydy = 0$

51.)$(xy + 3x - y - 3)dx - (xy - 2x + 4y - 8)dy = 0$

PARTE 10: Determine una solución explicita de las ecuaciones diferenciales con valores iniciales.

1.) $\frac{dy}{dx} = e^{-x} \qquad y(3) = 5$

2.) $\frac{dy}{dx} = x\sqrt{y} \qquad y(0) = 0$

3.) $\frac{dx}{dt} = 4(x^2+1) \quad x\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$

4.) $\frac{dy}{dx} = \frac{y^2-1}{x^2-1} \qquad y(2) = 2$

5.) $x^2\frac{dy}{dx} = y - xy \qquad y(-1) = -1$

6.) $\frac{dy}{dx} + 2y = 1 \qquad y(0) = \frac{5}{2}$

NOTA: Ecuación lineal:

Una ecuación diferencial de primer orden de la forma $a_1(x)\frac{dy}{dx} + a_0(x)y = g(x)$ se dice que es una ecuación lineal en la variable y.

La ecuación diferencial lineal en la variable y es homogénea cuando g(x) = 0

Forma estándar de una ecuación lineal de variable "y" $\frac{dy}{dx} + P(x)y = f(x)$ de donde $P(x) = \frac{a_0(x)}{a_1(x)}$ y $f(x) = \frac{g(x)}{a_1(x)}$

NOTA: Solución de una ecuación lineal de primer orden

1.) Ponga la ecuación lineal de la forma estándar

2.) Identifique de la identidad de la forma estándar P(x) y después determine el factor de integrante $e^{\int P(x)dx}$

3.) Multiplique la forma estándar de la ecuación por el factor integrante. El lado izquierdo de la ecuación resultante es automáticamente la derivada del factor integrante "y"

4.) Integre ambos lados de esta última ecuación.

PARTE 11: Determine la solución general de las siguientes ecuaciones diferenciales:

1.) $\frac{dy}{dx} - 3y = 0$

2.) $\frac{dy}{dx} = 5y$

3.) $\frac{dy}{dx} + 2y = 0$

4.) $y^! + 100y = 0$

5.) $x^! - 10x = 0$

6.) $2z^! - xz = 0$

7.) $4y^! - 10y = 0$

8.) $(50-t)s^! + 4s = 0$

9.) $(10+3x)y^! + 4y = 0$

10.) $x^! + 2xy = y$

11.) $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{e^{y-x}}$

12.) $\frac{dy}{dx} + y = e^x$

13.) $4\frac{dy}{dx} + 12y = 4$

14.) $y^! + 3x^2y = x^2$

15.) $y^! + 2xy = x^3$

16.) $x^2y^! + xy = 1$

17.) $y^! = 2y + x^2 + 5$

18.) $x\frac{dy}{dx} - 4y = x^6e^x$

19.) $x^2y^! + 3xy = \frac{senx}{x}$

20.) $cosx\, y^! + ysenx = xcosxsen2x$

21.) $(x^2+1)\frac{dy}{dx} + 3xy = 6x$

22.) $xy^! + (2x-3y) = 4x^4$

23.) $y^!cosx + ysenx - 1 = 0$

24.) $(y-1)x^! - x = y(y-1)^2$

25.) $(x^2-9)\frac{dy}{dx} + xy = 0$

26.) $x\frac{dy}{dx} - y = x^2senx$

27.) $x\frac{dy}{dx} + 2y = 3$

28.) $x\frac{dy}{dx} + 4y = x^3 - x$ 29.) $(1+x)\frac{dy}{dx} - xy = x + x^2$ 30.) $x^2y' + xy = x + x^2$

31.) $xe^xy' + (x+1)e^xy = 1$ 32.) $y^2dx + (3xy - 4y^3)dy = 0$

33.) $xy' + (1+x)y = e^{-x}sen\, 2x$ 34.) $ydx - 4(x + y^6)dy = 0$

35.) $ydx = (y\,e^y - 2x)dy$ 36.) $\cos x\,\frac{dy}{dx} + (sen\,x)y = 1$

37.) $cos^2 x\, sen\, x\,\frac{dy}{dx} + (cos^3 x)y = 1$ 38.) $(x+1)\frac{dy}{dx} + (x+2)y = 2xe^{-x}$

39.) $(x+2)^2\,\frac{dy}{dx} = 5 - 8y - 4xy$ 40.) $\frac{dr}{d\theta} + r\,sec\theta = cos\theta$

41.) $\frac{dP}{dt} + 2tP = P + 4t - 2$ 42.) $x\,\frac{dy}{dx} + (3x+1)y = e^{-3x}$

PARTE 12: Resolver las siguiente ecuaciones diferenciales con valores iniciales.

1.) $\frac{dy}{dx} + y = x \quad y(0) = 4$ 2.) $xy' + y = e^x \quad y(1) = 2$

3.) $y\frac{dx}{dy} - x = 2y^2 \quad y(1) = 5$ 4.) $(x+1)\frac{dy}{dx} + y = Ln\,x \quad y(1) = 10$

5.) $y' + (tgx)y = cos^2 x \quad Y(0) = -1$ 6.) $y' - 2xy = x^3e^{-x^2}$ y(0)=1

7.) $y' + yctgx = 2secx \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ 8.) $(x^2+1)dy = (x^3 - 2xy + x)dx \quad y(1) = 1$

9.) $(2x+5)\frac{dy}{dx} + 10y = 10(2x+5) \quad y(0) = 0$ 10.)$y'cosx + ysenx - cos^3x = 0 \quad y(0) = 1$

NOTA: Se puede utilizar la identidad básica $b^{\log_b N} = N, N > 0$

NOTA: Ecuación exacta: Una expresión diferencial $M_{(x,y)}dx + N_{(x,y)}dy$ es una diferencial exacta en una región R del plano xy si ésta corresponde a la diferencial de alguna función $f_{(x,y)}$ en RUna ecuación diferencial del primer orden de la forma $M_{(x,y)}dx + N_{(x,y)}dy = 0$
Se dice que es una ecuación exacta si la expresión del lado izquierdo es una diferencial exacta.

TEOREMA: Sea $M_{(x,y)}$ y $N_{(x,y)}$ continuas y que tienen primera derivadas parciales continuasen una región rectangular R definida $a<x<b$, $c<y<d$. Entonces la condición necesaria y suficiente para que $M_{(x,y)}dx + N_{(x,y)}dy$ sea una diferencial exacta es $\frac{\delta M}{\delta y} = \frac{\delta N}{\delta x}$

NOTA: Tomado del libro Zill, Dennis - Culler Michael. "Ecuaciones diferenciales. Editorial CENGACE Learning. México Séptima Edición.

PARTE 13: Determinar si las siguientes ecuaciones diferencial son exacta, en caso afirmativo, determinar la solución

1.)$ydx + xdy = 0$ 2.) $(x-y)dx + (y-x)dy = 0$

3.) (2x – 1)dx + (3y + 7)dy = 0 4.) (2x + y)dx – (x + 6y)dy = 0

5.) (5x + 4y) dx + (4x - 8y^3)dy = 0

6.) (sen y-ysen x)dx+(cos x+xcos y-y)dy=0

7.) $x^2y^3dx + x^3y^2dy = 0$

8.) $(3x^2 - 3xy^4)dx + (y^2 - 6x^2y^3)dy = 0$

9.) $2xydx + (x^2 - 1)dy = 0$

10.)$[1 + \cos(x + y)]dx + [\cos(x + y)]dy = 0$

12.) $(2xy^2 - 3)dx + (2x^2y + 4)dy = 0$

13.) $(x^2 - y^2)dx + (x^2 - 2xy)dy = 0$

14.) $(x^2 + x)dx + \left(2xy - \frac{x^2}{2} + seny\right)dy = 0$

15.)$(e^x - 2xy)dx + y(e^x - y)dy = 0$

16.) $\left(2y - \frac{1}{y} + \cos 3x\right)\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x^2} - 4x^3 + 3y\, sen\, 3x = 0$

17.) $\left(1 + Lnx + \frac{y}{x}\right)dx = (1 - Lnx)dy$

18.) $(x^3 + y^2)dx + 3xy^2dy = 0$

19.) $(x - y^3 + y^2\, senx)dx = (3xy^2 + 2y\, cosx)dy$

20.) $(y\, Lny - e^{-xy})dx + \left(\frac{1}{y} + x\, Ln\, y\right)dy = 0$

21.) $(3x^2 + e^y)\, dx + (x^3 + xe^y - 2y)\, dy$

22.) $x\,\frac{dy}{dx} = 2xe^{-x} - y + 6x^2$

23.) $\left(1 - \frac{3}{y} + x\right)\frac{dy}{dx} + y = \frac{3}{x} - 1$

24.) $\left(x^2y^3 - \frac{1}{1+9x^2}\right)\frac{dy}{dx} + x^3y^2 = 0$

25.) $(5y - 2x)y' - 2y = 0$

26.)$\left(\frac{1}{t} + \frac{1}{t^2} - \frac{y}{t^2+y^2}\right)dt + \left(ye^y + \frac{t}{t^2+y^2}\right)dy = 0$

27.) $\left(2ysenxcosx - y + 2y^2e^{xy^2}\right)dx = \left(x - sen^2x - 4xye^{xy^2}\right)dy$

28.) $(4t^3y - 15t^2 - y)dt + (t^4 + 3y^2 - t)dy = 0$

29.) $(tg\, x - sen\, x\, sen\, y)\, dx + \cos x \cos y\, dy = 0$

30.) $(x + y)^2dx + (2xy + x^2 - 1)dy = 0\,,\ y(1) = 1$

31.) $(e^x + y)dx + (2 + x + ye^x)dy = 0,\ \ y = 1$

32.) $(4y \pm 2t - 5)dt + (6y + 4t - 1)dy = 0,\ \ y(-1) \mp 2$

33.) $\left(\frac{3y^2 - t^2}{y^5}\right)\frac{dy}{dt} + \frac{1}{2y^4} = 0,\ \ y(1) = 1$

34.) $(y^2\cos x - 2x^2y - 2x)dx + (2ysenx - x^3 + Lny)dy = 0,\ \ y(0) = e$

35.) $\left(\frac{1}{1+y^2} + \cos x - 2xy\right)\frac{dy}{dx} = y(y + sen\, x),\ \ y(0) = 1$

PARTE 14: En los siguientes problemas determine el valor de k para el que la ecuación diferencial es exacta.

1.) $(y^3 + kxy^4 - 2x)dx + (3xy^2 + 20x^2y^3)dy = 0$

2.) $(6xy^3 + \cos y)dx + (2kx^2y^2 - x\, sen\, y)dy = 0$

PARTE15: Compruebe que la ecuación diferencial dada no es exacta. Multiplique la ecuación diferencial dada por el factor integrante indicado $\mu(x, y)$ y compruebe que la nueva ecuación es exacta y resuelva.

1.) $(-xy\, senx + 2y\cos x)dx + 2x\cos x\, dy = 0\,,\quad \mu(x, y) = xy$

2.) $(x^2 + 2xy - y^2)dx + (y^2 + 2xy - x^2)dy = 0,\ \ \mu(x, y) = \frac{1}{(x+y)^2}$

PARTE16: Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales con un factor integrante adecuado

1.) $(2y^2+3x)dx+2xydy=0$ 2.) $y(x+y+1)dx+(x+2y)dy=0$

3.) $6xydx+(4y+9x^2)dy=0$ 4.) $\cos xdx+\left(1+\frac{2}{y}\right)senxdy=0$

5.) $(y^2+xy^3)dx+(5y^2-xy+y^3seny)dy=0$ 6.) $(10-6y+e^{-3x})dx-2ydy=0$

7.) $(x^2+y^2-5)dx=(y+xy)dy,\ y(0)=1$ 8.) $xdx+(x^2y+4y)dy=0,\ \ y(4)=0$

PARTE 17: Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales homogéneas usando las sustituciones adecuadas.

1.) $(x-y)dx+xdy=0$ 2.) $(x+y)dx+xdy=0$ 3.) $xdx+(y-2x)dy=0$

4.) $ydx=2(x+y)dy$ 5.) $(y^2+xy)dx-x^2dy=0$ 6.) $(y^2+xy)dx+x^2dy=0$

7.) $\frac{dy}{dx}=\frac{y-x}{y+x}$ 8.) $\frac{dy}{dx}=\frac{y+3y}{3x+y}$ 9.) $-ydx+\left(x+\sqrt{xy}\,dy=0\right)$

10.) $x\frac{dy}{dx}=y+\sqrt{x^2-y^2}$ 11.) $xy^2\frac{dy}{dx}=y^3-x^3, y(1)=2$

12.) $(x^2+2y^2)\frac{dy}{dx}=xy, y(-1)=1$ 13.) $\left(x+ye^{y/x}\right)dx-xe^{y/x}dy=0,\ y(1)=1$

14.) $ydx+x(Lnx-Lny-1)dy=0,\ y(1)=e$ 15.)

PARTE 18: Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales de Bernoulli usando una sustitución adecuada.

1.) $x\frac{dy}{dx}+y=\frac{1}{y^2}$ 2.) $\frac{dy}{dx}-y=e^xy^2$ 3.) $\frac{dy}{dx}=y(xy^3-1)$

4.) $x\frac{dy}{dx}-(1+x)y=xy^2$ 5.) $t^2\frac{dy}{dt}+y^2=ty$ 6.) $3(1+t^2)\frac{dy}{dt}=2ty(y^3-1)$

7.) $x^2\frac{dy}{dx}-2xy=3y^4, y(1)=\frac{1}{2}$ 8.) $\sqrt{y}\ \frac{dy}{dx}+\ \sqrt{y^3=1},\ y(0)=4$

PARTE 19: Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales usando una sustitución adecuada reduciéndola a separación de variables

1.) $\frac{dy}{dx}=(x+y+1)^2$ 2.) $\frac{dy}{dx}=\frac{1-x-y}{x+y}$ 3.) $\frac{dy}{dx}=tg^2(x+y)$

4.) $\frac{dy}{dx}=sen(x+y$ 5.) $\frac{dy}{dx}=1+e^{y-x+5}$ 6.) $\frac{dy}{dx}=cos(x+y),\ y(0)=\frac{\pi}{4}$

7.) $\frac{dy}{dx}=\ \frac{3x+2y}{3x+2y+2}\ ,\ y(-1)=-1$

Transformada de Laplace: Definición

Sea f una función definida para t≥0. Entonces se dice que la integral $L\{f(t)\}=\int_0^{\infty}e^{-st}f(t)dt$ es la transformada de Laplace de f, siempre que la integral converja.

PARTE 20: Determinar $L\{f(t)\}$ transformada de Laplace aplicando la definición

1.) $f(t) = 1$ 2.) $f(t) = t$ 3.) $f(t) = e^{-3t}$

4.) $f(t) = sen(2t)$ 5.) $f(t) = e^{t+7}$ 6.) $f(t) = e^{-2t+5}$

7.) $f(t) = te^{4t}$ 8.) $f(t) = t^2e^{-2t}$ 9.) $f(t) = e^{-t}sent$

10.) $f(t) = e^{t}cost$ 13.) $f(t) = 2t^4$ 16.) $f(t) = t^5$

17.) $f(t) = 4t - 10$ 18.) $f(t) = 7t + 3$ 19.) $f(t) = t^2 + 6t - 3$

20.) $f(t) = -4t^2 + 16t + 9$ 21.) $f(t) = (t + 1)^2$ 22.) $f(t) = (2t - 1)^3$

23.) $f(t) = (1 + e^{2t})^2$ 24.) $f(t) = (e^t - e^{-t})^2$ 25.) $f(t) = t^2 - e^{-9t} + 5$

26,) $f(t) = 4t^2 - 5sen3t$ 27.) $f(t) = sen2t\, cos2t$ 28.) $f(t) = cos^2\, t$

29.) $f(t) = sen(4t + 5)$ 30.) $f(t) = \begin{cases} -1, & 0 \le t < 1 \\ 1, & t \ge 1 \end{cases}$ 31.) $f(t) = \begin{cases} 4, & 0 \le t < 2 \\ 1, & t \ge 2 \end{cases}$

32.) $f(t) = \begin{cases} t, & 0 \le t < 1 \\ 1, & t \ge 1 \end{cases}$ 33.) $f(t) = \begin{cases} 2t + 1, & 0 \le t < 1 \\ 0, & t \ge 1 \end{cases}$

34.) $f(t) = \begin{cases} sent, & 0 \le t < \pi \\ 1, & t \ge \pi \end{cases}$ 35.) $f(t) = \begin{cases} 0, & 0 \le t < \frac{\pi}{2} \\ \cos t, & t \ge \frac{\pi}{2} \end{cases}$

Transformadas inversas:

Si F(s) representa la transformada de Laplace de una función f(t), es decir $L\{f(t)\} = F(s)$, se dice entonces que f(t) es la transformada de Laplace inversa de F(s) y se escribe $f(t) = L^{-1}\{F(s)\}$

Algunas transformadas inversas

1.) $1 = L^{-1}\left\{\frac{1}{s}\right\}$ 2.) $t^n = L^{-1}\left\{\frac{n!}{s^{n+1}}\right\}$, n=1,2,3,... 3.) $e^{at} = L^{-1}\left\{\frac{1}{s-a}\right\}$

4.) $sen\; kt = L^{-1}\left\{\frac{k}{s^2 + k^2}\right\}$ 5.) $\cos kt = L^{-1}\left\{\frac{s}{s^2 + k^2}\right\}$ 6.) $senh\; kt = L^{-1}\left\{\frac{k}{s^2 - k^2}\right\}$

7.) $cosh\; kt = L^{-1}\left\{\frac{s}{s^2 - k^2}\right\}$

PARTE 2: Evalué

1.) $L^{-1}\left\{\frac{1}{s^2}\right\}$ 2.) $L^{-1}\left\{\frac{1}{s^3}\right\}$ 3.) $L^{-1}\left\{\frac{1}{s^2+7}\right\}$ 4.) $L^{-1}\left\{\frac{1}{s^2} - \frac{48}{s^5}\right\}$

5.) $L^{-1}\left\{\left(\frac{2}{s} - \frac{1}{s^3}\right)^2\right\}$ 6.) $L^{-1}\left\{\frac{(s+1)^3}{s^4}\right\}$ 7.) $L^{-1}\left\{\frac{(s+2)^3}{s^3}\right\}$ 8.) $L^{-1}\left\{\frac{1}{s^2} - \frac{1}{s} + \frac{1}{s-2}\right\}$

9.) $L^{-1}\left\{\frac{1}{4s+1}\right\}$ 10.) $L^{-1}\left\{\frac{1}{45s-2}\right\}$ 11.) $L^{-1}\left\{\frac{4s}{4s^2+1}\right\}$ 12.) $L^{-1}\left\{\frac{1}{4s^2+1}\right\}$

13.) $L^{-1}\left\{\frac{2s-6}{s^2+9}\right\}$ 14.) $L^{-1}\left\{\frac{s+1}{s^2+2}\right\}$ 15.) $L^{-1}\left\{\frac{1}{s^2+3s}\right\}$ 16.) $L^{-1}\left\{\frac{s+1}{s^2-4s}\right\}$

17.) $L^{-1}\left\{\frac{s}{s^2+2s-3}\right\}$ 18.) $L^{-1}\left\{\frac{1}{s^2+s-20}\right\}$ 19.) $L^{-1}\left\{\frac{0,9s}{(s-0,1)(s+0,2)}\right\}$ 20.) $L^{-1}\left\{\frac{s-3}{(s-\sqrt{3})(s+\sqrt{3})}\right\}$

21.) $L^{-1}\left\{\frac{s}{(s-2)(s-3)(s-6)}\right\}$ 22.) $L^{-1}\left\{\frac{s^2+1}{s(s-1)(s+1)(s-2)}\right\}$ 23.) $L^{-1}\left\{\frac{s^2+6s+9}{(s-1)(s-2)(s+4)}\right\}$

24.) $L^{-1}\left\{\frac{s}{(s+2)(s^2+4)}\right\}$ 25.) $L^{-1}\left\{\frac{2s-4}{(s^2+s)(s^2+1)}\right\}$ 26.) $L^{-1}\left\{\frac{6s+3}{(s^4+5s^2+4)}\right\}$

Transformada de una derivada:

Si $f, f^{/}, \ldots\ldots, f^{(n-1)}$ son continuas en $[0, \infty)$ y son de orden exponencial y si $f^{(n)}(t)$ es continua por tramos en $[0, \infty)$, entonces

$L\{f^{n}(t)\} = s^{n}F(s) - s^{n-1}f(0) - s^{n-2}f(0) - \cdots f^{(n-1)}(0)$ donde F(s) = $L\{f^{n}(t)\}$

PARTE 21: Resolver los siguientes ejercicios de transformadas de derivadas usando la transformada de Laplace

1.) $\frac{dy}{dx} - y = 1, \quad y(0) = 0$

2.) $\frac{dy}{dx} + 3y = 13sen2t, \quad y(0) = 6$

3.) $2\frac{dy}{dx} + y = 1, \quad y(0) = -3$

4.) $y^{/} + 6y = e^{4t}, \quad y(0) = 2$

5.) $y^{/} - y = 2cos5t, \quad y(0) = 0$

6.) $y^{//} + 5y^{/} + 4y = 0, \quad y(0) = 1, \; y^{/}(0) = 0$

7.) $y^{//} + 9y = e^{t}, \quad y(0) = 0, \; y^{/}(0) = 0$

8.) $y^{//} - 4y^{/} = 6e^{3t} - 3e^{-t}, \quad y(0) = 1, \; y^{/}(0) = 0$

NOTA: Tomado del libro Ecuaciones diferenciales de Dennis G. Zill y Michael R Cullen, Editorial CENGAGE Learning. Séptima Edición. Y Ecuaciones diferenciales ordinarias de Ana M de Viola-Prioli, Jorge E Viola- Prioli. Editorial Equinoccio. Primera Edición.