WebGL Based 3D Dashboard for Tracking Software Development

Adrián Alonso Barriuso

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA DE TELECOMUNICACIÓN
Universidad Rey Juan Carlos

2016

Contenido

Dashboards y seguimiento de desarrollo de software

Un **dashboard** es una interfaz de ususario que nos permite manejar y gestionar un tipo determinado de software o de hardware. En nuestro caso trabajamos con dashboards de visualización de datos de desarrollo de software. Algunos ejemplos de dashboards y de librerías para la visualzacion de datos basadas en software libre son:

- **Kibana**
- **Freeboard**
- **dc**

Kibana

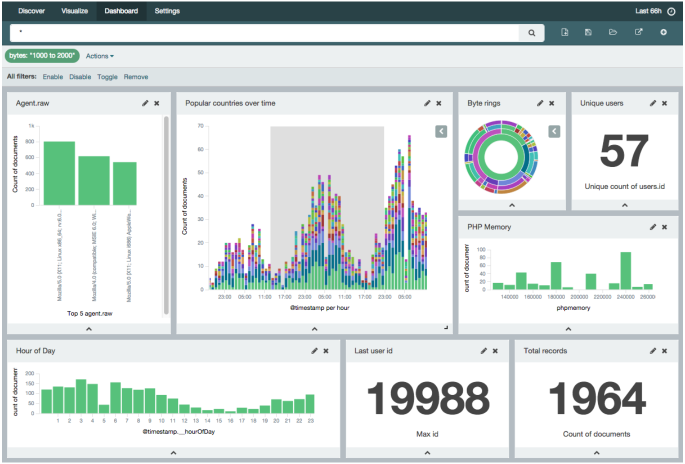

Figura: ejemplo de Kibana

Freeboard

Figura: Ejemplo de freeboard

dc

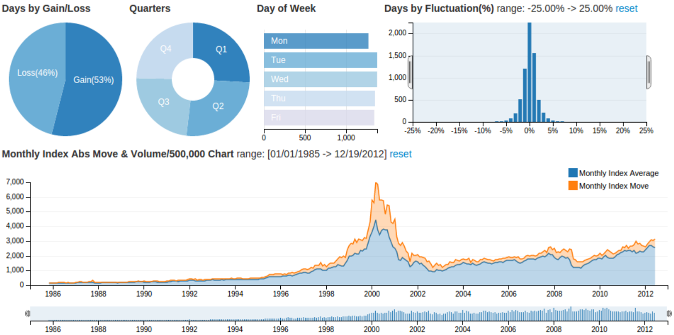

Figura: ejemplo de uso de dc.js

Dashboards en 2D

Ventajas

1. Simplicidad de representación.
2. No requieren aceleración gráfica.
3. Impacto mínimo en el rendimiento.

Inconvenientes

1. No se pueden representar gráficos con mas de 2 dimensiones, por razones obvias.
2. Las posibilidades de visualización y colocación son limitadas.

Objetivo principal

Crear una librería que nos permita crear visualizaciones y filtrar datos de desarrollo de software en 3D, dentro de cualquier navegador.

Requisitos

1. Conseguir una interfaz y funcionalidad tan parecidos a los de dc.js como sea posible.
2. Tener varios tipos de gráficas y ser capaces de filtrar.
3. Utilizar un framework de webGL
4. Respuesta rápida de los filtros.
5. Debemos ser capaces de hacer zoom, desplazarnos y arrastrar las gráficas.
6. Debemos poder colocar gráficas tanto de forma independiente como dentro de paneles.
7. Tener una estructura basada en programación orientada a objetos.

Tecnologías utilizadas

- **HTML5**
- **Javascript**
- **webGL**
- **Three.js**
- **Crossfilter**
- **THREEx.DomEvents**
- **Orbit controls**

Las ecuaciones de Euler para el movimiento de fluidos

- Asumimos que el fluido es *incompresible*: no se puede “comprimir” o “expandir” cuando actúan fuerzas sobre éste.

- La *incompresibilidad* se expresa matematicamente por medio de

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 \tag{1}$$

Las ecuaciones de Euler para el movimiento de fluidos

- Asumimos que el fluido es *incompresible*: no se puede “comprimir” o “expandir” cuando actúan fuerzas sobre éste.

- La *incompresibilidad* se expresa matematicamente por medio de

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 \tag{1}$$

- El problema presupone que conocemos cómo es el movimiento del fluido al inicio cuando $t = 0$, i.e., $u_x(x, y, z, 0)$, $u_y(x, y, z, 0)$ y $u_z(x, y, z, 0)$ son conocidas (condiciones iniciales).

Las ecuaciones de Euler para el movimiento de fluidos

- Asumimos que el fluido es *incompresible*: no se puede “comprimir” o “expandir” cuando actúan fuerzas sobre éste.

- La *incompresibilidad* se expresa matematicamente por medio de

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 \tag{1}$$

- El problema presupone que conocemos cómo es el movimiento del fluido al inicio cuando $t = 0$, i.e., $u_x(x, y, z, 0)$, $u_y(x, y, z, 0)$ y $u_z(x, y, z, 0)$ son conocidas (condiciones iniciales).

- Estas funciones iniciales deben satisfacer ciertas hipótesis de “suavidad” o regularidad que más adelante en la sección (??) precisaremos.

Las ecuaciones de Euler para el movimiento de fluidos

- Asumimos que el fluido es *incompresible*: no se puede "comprimir" o "expandir" cuando actúan fuerzas sobre éste.

- La *incompresibilidad* se expresa matematicamente por medio de

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 \tag{1}$$

- El problema presupone que conocemos cómo es el movimiento del fluido al inicio cuando $t = 0$, i.e., $u_x(x, y, z, 0)$, $u_y(x, y, z, 0)$ y $u_z(x, y, z, 0)$ son conocidas (condiciones iniciales).

- Estas funciones iniciales deben satisfacer ciertas hipótesis de "suavidad" o regularidad que más adelante en la sección (**??**) precisaremos.

Las ecuaciones de Euler para el movimiento de fluidos

- Al aplicar las leyes de Newton a cada punto P del fluido y la ecuación de la incompresibilidad (1) Euler obtuvo

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_x}{\partial z} = f_x(x, y, z, t) - \frac{\partial p}{\partial x} \tag{2}$$

$$\frac{\partial u_y}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_y}{\partial z} = f_y(x, y, z, t) - \frac{\partial p}{\partial y} \tag{3}$$

$$\frac{\partial u_z}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_z}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_z}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} = f_z(x, y, z, t) - \frac{\partial p}{\partial z} \tag{4}$$

Las ecuaciones de Euler para el movimiento de fluidos

- Al aplicar las leyes de Newton a cada punto P del fluido y la ecuación de la incompresibilidad (1) Euler obtuvo

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_x}{\partial z} = f_x(x, y, z, t) - \frac{\partial p}{\partial x} \tag{2}$$

$$\frac{\partial u_y}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_y}{\partial z} = f_y(x, y, z, t) - \frac{\partial p}{\partial y} \tag{3}$$

$$\frac{\partial u_z}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_z}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_z}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} = f_z(x, y, z, t) - \frac{\partial p}{\partial z} \tag{4}$$

- Las ecuaciones diferenciales parciales (1) – (4) son conocidas como las *ecuaciones de Euler* para el movimiento de un fluido.

Las ecuaciones de Euler para el movimiento de fluidos

- Al aplicar las leyes de Newton a cada punto P del fluido y la ecuación de la incompresibilidad (1) Euler obtuvo

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_x}{\partial z} = f_x(x,y,z,t) - \frac{\partial p}{\partial x} \tag{2}$$

$$\frac{\partial u_y}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_y}{\partial z} = f_y(x,y,z,t) - \frac{\partial p}{\partial y} \tag{3}$$

$$\frac{\partial u_z}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_z}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_z}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} = f_z(x,y,z,t) - \frac{\partial p}{\partial z} \tag{4}$$

- Las ecuaciones diferenciales parciales (1) – (4) son conocidas como las *ecuaciones de Euler* para el movimiento de un fluido.

Las Ecuaciones de Navier-Stokes

- Navier y Stokes modifican las ecuaciones de Euler para abarcar el caso más realista de un fluido con viscosidad..
- Introducen una constante positiva ν que mide las fuerzas de fricción en el interior del fluido.

Las Ecuaciones de Navier-Stokes

- Navier y Stokes modifican las ecuaciones de Euler para abarcar el caso más realista de un fluido con viscosidad..
- Introducen una constante positiva ν que mide las fuerzas de fricción en el interior del fluido.
- Agregan al lado derecho de las ecuciones de Euler (2) – (4) una fuerza adicional (debido a la viscosidad), dada en el caso de (2) por

$$\nu\left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2}\right)$$

Las Ecuaciones de Navier-Stokes

- Navier y Stokes modifican las ecuaciones de Euler para abarcar el caso más realista de un fluido con viscosidad..
- Introducen una constante positiva ν que mide las fuerzas de fricción en el interior del fluido.
- Agregan al lado derecho de las ecuciones de Euler (2) – (4) una fuerza adicional (debido a la viscosidad), dada en el caso de (2) por

$$\nu\left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2}\right)$$

- Para (3) y (4) el término a agregar es el mismo pero sustituyendo a u_x por u_y y u_z respectivamente.

Las Ecuaciones de Navier-Stokes

- Navier y Stokes modifican las ecuaciones de Euler para abarcar el caso más realista de un fluido con viscosidad..
- Introducen una constante positiva ν que mide las fuerzas de fricción en el interior del fluido.
- Agregan al lado derecho de las ecuciones de Euler (2) – (4) una fuerza adicional (debido a la viscosidad), dada en el caso de (2) por

$$\nu\left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2}\right)$$

- Para (3) y (4) el término a agregar es el mismo pero sustituyendo a u_x por u_y y u_z respectivamente.

Las Ecuaciones de Navier-Stokes

- Las ecuaciones que Navier y Stokes obtienen son

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_x}{\partial z} = \nu \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \right) + f_x(x,y,z,t) - \frac{\partial p}{\partial x} \quad (5)$$

$$\frac{\partial u_y}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_y}{\partial z} = \nu \left(\frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial z^2} \right) + f_y(x,y,z,t) - \frac{\partial p}{\partial y} \quad (6)$$

$$\frac{\partial u_z}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_z}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_z}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} = \nu \left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right) + f_z(x,y,z,t) - \frac{\partial p}{\partial z} \quad (7)$$

Las Ecuaciones de Navier-Stokes

- Las ecuaciones que Navier y Stokes obtienen son

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_x}{\partial z} = \nu \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \right) + f_x(x, y, z, t) - \frac{\partial p}{\partial x} \tag{5}$$

$$\frac{\partial u_y}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_y}{\partial z} = \nu \left(\frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial z^2} \right) + f_y(x, y, z, t) - \frac{\partial p}{\partial y} \tag{6}$$

$$\frac{\partial u_z}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_z}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_z}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} = \nu \left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right) + f_z(x, y, z, t) - \frac{\partial p}{\partial z} \tag{7}$$

Las Ecuaciones de Navier-Stokes

- Durante el siglo XIX los matemáticos desarrollan una notación y un método para analizar cantidades que cambian en cada dirección llamado *cálculo vectorial*.

- Utilizando la notación del cálculo vectorial las ecuaciones de Navier-Stokes (5)– (7) se pueden escribir de forma más compacta como

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla)\,\mathbf{u} = \nu \Delta \mathbf{u} - \nabla p + \mathbf{f}, \quad \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \tag{8}$$

donde

Las Ecuaciones de Navier-Stokes

- Durante el siglo XIX los matemáticos desarrollan una notación y un método para analizar cantidades que cambian en cada dirección llamado *cálculo vectorial*.
- Utilizando la notación del cálculo vectorial las ecuaciones de Navier-Stokes (5)– (7) se pueden escribir de forma más compacta como

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla)\,\mathbf{u} = \nu \Delta \mathbf{u} - \nabla p + \mathbf{f}, \quad \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \tag{8}$$

donde

$\mathbf{u} = (u_x, u_y, u_z)$ = campo de velocidades del fluido

p = presión que actúa sobre el fluido

$\mathbf{f} = (f_x, f_y, f_z)$ = campo de fuerzas que actúan sobre el fluido

Las Ecuaciones de Navier-Stokes

- Durante el siglo XIX los matemáticos desarrollan una notación y un método para analizar cantidades que cambian en cada dirección llamado *cálculo vectorial*.

- Utilizando la notación del cálculo vectorial las ecuaciones de Navier-Stokes (5)– (7) se pueden escribir de forma más compacta como

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla)\, \mathbf{u} = \nu \Delta \mathbf{u} - \nabla p + \mathbf{f}, \quad \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \tag{8}$$

donde

$$\mathbf{u} = (u_x, u_y, u_z) \;=\; \text{campo de velocidades del fluido}$$
$$p = \text{presión que actúa sobre el fluido}$$
$$\mathbf{f} = (f_x, f_y, f_z) \;=\; \text{campo de fuerzas que actúan sobre el fluido}$$

El desafío

En ausencia de fuerzas externas ($f_x = f_y = f_z = 0$), las ecuaciones de Navier-Stokes (8) quedan así:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla)\,\mathbf{u} = \nu \Delta \mathbf{u} - \nabla p, \quad \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \tag{9}$$

El instituto Clay ofrece un millón de dólares a quien responda:

El desafío

En ausencia de fuerzas externas ($f_x = f_y = f_z = 0$), las ecuaciones de Navier-Stokes (8) quedan así:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla)\,\mathbf{u} = \nu \Delta \mathbf{u} - \nabla p, \quad \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \tag{9}$$

El instituto Clay ofrece un millón de dólares a quien responda:

Problema del milenio para las ecuaciones de Navier-Stokes

¿Es posible encontrar funciones $u_x(x, y, z, t)$, $u_y(x, y, z, t)$, $u_z(x, y, z, t)$ y $p(x, y, z, t)$ que satisfagan (9) y que se comporten lo suficientemente "bien" para corresponder con la realidad física?

El desafío

En ausencia de fuerzas externas ($f_x = f_y = f_z = 0$), las ecuaciones de Navier-Stokes (8) quedan así:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla)\,\mathbf{u} = \nu \Delta \mathbf{u} - \nabla p, \quad \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \tag{9}$$

El instituto Clay ofrece un millón de dólares a quien responda:

Problema del milenio para las ecuaciones de Navier-Stokes

¿Es posible encontrar funciones $u_x(x, y, z, t)$, $u_y(x, y, z, t)$, $u_z(x, y, z, t)$ y $p(x, y, z, t)$ que satisfagan (9) y que se comporten lo suficientemente "bien" para corresponder con la realidad física?

El desafío

- Hasta el momento los avances para resolver el problema de las ecuaciones de Navier-Stokes han sido escasos [Devlin, 2002].
- El problema análogo para el caso de viscosidad nula $\nu = 0$ (ecuaciones de Euler) tampoco ha sido hasta ahora resuelto.

El desafío

- Hasta el momento los avances para resolver el problema de las ecuaciones de Navier-Stokes han sido escasos [Devlin, 2002].
- El problema análogo para el caso de viscosidad nula $\nu = 0$ (ecuaciones de Euler) tampoco ha sido hasta ahora resuelto.
- Para el caso de dos dimensiones ($\mathbf{u} = (u_x, u_y)$), el problema de las ecuaciones de Navier-Stokes fue resuelto hace muchos años aunque su solución no ha ayudado a resolver el caso en tres dimensiones

El desafío

- Hasta el momento los avances para resolver el problema de las ecuaciones de Navier-Stokes han sido escasos [Devlin, 2002].
- El problema análogo para el caso de viscosidad nula $\nu = 0$ (ecuaciones de Euler) tampoco ha sido hasta ahora resuelto.
- Para el caso de dos dimensiones ($\mathbf{u} = (u_x, u_y)$), el problema de las ecuaciones de Navier-Stokes fue resuelto hace muchos años aunque su solución no ha ayudado a resolver el caso en tres dimensiones
- El problema de las ecuaciones de Navier-Stokes admite solución bajo algunas restricciones.

El desafío

- Hasta el momento los avances para resolver el problema de las ecuaciones de Navier-Stokes han sido escasos [Devlin, 2002].
- El problema análogo para el caso de viscosidad nula $\nu = 0$ (ecuaciones de Euler) tampoco ha sido hasta ahora resuelto.
- Para el caso de dos dimensiones ($\mathbf{u} = (u_x, u_y)$), el problema de las ecuaciones de Navier-Stokes fue resuelto hace muchos años aunque su solución no ha ayudado a resolver el caso en tres dimensiones
- El problema de las ecuaciones de Navier-Stokes admite solución bajo algunas restricciones.
  - Dadas las condiciones iniciales, es posible encontrar un número $T > 0$ tal que las ecuaciones pueden ser resueltas para todo tiempo $0 \leq t \leq T$.

El desafío

- Hasta el momento los avances para resolver el problema de las ecuaciones de Navier-Stokes han sido escasos [Devlin, 2002].
- El problema análogo para el caso de viscosidad nula $\nu = 0$ (ecuaciones de Euler) tampoco ha sido hasta ahora resuelto.
- Para el caso de dos dimensiones ($\mathbf{u} = (u_x, u_y)$), el problema de las ecuaciones de Navier-Stokes fue resuelto hace muchos años aunque su solución no ha ayudado a resolver el caso en tres dimensiones
- El problema de las ecuaciones de Navier-Stokes admite solución bajo algunas restricciones.
  - Dadas las condiciones iniciales, es posible encontrar un número $T > 0$ tal que las ecuaciones pueden ser resueltas para todo tiempo $0 \leq t \leq T$.
  - Esta constante T (tiempo de "blowup") es muy pequeña y por tanto dicha solución no es muy útil en aplicaciones reales.

El desafío

- Hasta el momento los avances para resolver el problema de las ecuaciones de Navier-Stokes han sido escasos [Devlin, 2002].
- El problema análogo para el caso de viscosidad nula $\nu = 0$ (ecuaciones de Euler) tampoco ha sido hasta ahora resuelto.
- Para el caso de dos dimensiones ($\mathbf{u} = (u_x, u_y)$), el problema de las ecuaciones de Navier-Stokes fue resuelto hace muchos años aunque su solución no ha ayudado a resolver el caso en tres dimensiones
- El problema de las ecuaciones de Navier-Stokes admite solución bajo algunas restricciones.
  - Dadas las condiciones iniciales, es posible encontrar un número $T > 0$ tal que las ecuaciones pueden ser resueltas para todo tiempo $0 \leq t \leq T$.
  - Esta constante T (tiempo de “blowup”) es muy pequeña y por tanto dicha solución no es muy útil en aplicaciones reales.

Desarrollo

Las ecuaciones de Euler y Navier-Stokes describen el movimiento de un fluido en $\mathbb{R}^n$ $(n = 2, 3)$. Las incógnitas del problema vienen dadas por el vector de velocidades $u(x, t) = (u_i(x, t))_{1 \leq i \leq n} \in \mathbb{R}^n$ y la presión $p(x, t) \in \mathbb{R}$, definidas para toda posición $x \in \mathbb{R}^n$ y todo tiempo $t \geq 0$.

Las ecuaciones de Navier-Stokes son

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \sum_{j=1}^{n} u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \nu \Delta u_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} + f_i(x, t) \qquad (x \in \mathbb{R}^n,\ t \geq 0), \tag{10}$$

$$\operatorname{div} u = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \qquad (x \in \mathbb{R}^n,\ t \geq 0) \tag{11}$$

con condiciones iniciales

$$u(x, 0) = u^0(x) \qquad (x \in \mathbb{R}^n). \tag{12}$$

Enunciado del problema

Se asume que $u^0(x)$ es un campo de clase C^∞ y de divergencia nula en $\mathbb{R}^n$, $f_i(x,t)$ son las componentes de la fuerza externa aplicada (e.g. la gravedad), ν es el coeficiente de viscocidad y $\Delta = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial^2}{\partial x_i^2}$ es el laplaciano en las variables espaciales. Las ecuaciones de Euler son las ecuaciones (10), (11), (12) con $\nu = 0$.

Se espera que las soluciones satisfagan ciertas propiedades de regularidad que las hagan lo suficientemente "suaves" para que sean soluciones físicamente plausibles y por tanto se establecen las siguientes restricciones sobre las condiciones iniciales y las fuerzas aplicadas:

$$|\partial_x^\alpha u^0(x)| < C_{\alpha K} \left(1 + |x|\right)^{-K} \tag{13}$$

en $\mathbb{R}^n$ para todo α y K,

Enunciado del problema

y también

$$|\partial_x^\alpha \partial_t^m f(x,t)| < C_{\alpha m K} \left(1 + |x| + t\right)^{-K} \tag{14}$$

en $\mathbb{R}^n \times [0,\infty)$ para todo α, m, K. Una solución de (10), (11), (12) es físicamente plausible sólo si se satisfacen las propiedades de regularidad

$$p, u \in C^\infty \left(\mathbb{R}^n \times [0,\infty)\right) \tag{15}$$

y

$$\int_{\mathbb{R}^n} |u(x,t)|^2 \, dx < C \qquad \text{para todo} \quad t \geq 0 \tag{16}$$

Enunciado del problema

El problema fundamental consiste en determinar si las ecuaciones de Navier-Stokes admiten o no soluciones suaves, físicamente plausibles:

Problema de existencia y regularidad en $\mathbb{R}^3$

Considere $\nu > 0$ y $n = 3$. Suponga que el dato inicial $u^0(x)$ es suave, de divergencia nula y satisface la propiedad de decaimiento rápido (13) y asuma $f(x,t) = 0$. Entonces existen funciones suaves $p(x,t)$ y $u_i(x,t)$ definidas en $\mathbb{R}^3 \times [0,\infty)$ que satisfacen (10), (11), (12), (15), (16).

Problema de colapso de la solución en $\mathbb{R}^3$

Considere $\nu > 0$ y $n = 3$. Entonces existe un campo vectorial suave de divergencia nula $u^0(x) \in \mathbb{R}^3$ y una función suave $f(x,t)$ en $\mathbb{R}^3 \times [0,\infty)$ que satisfacen (13), (14) para las cuales **no** existen soluciones (p,u) de (10), (11), (12), (15), (16).

Referencias

A.J. Chorin, J.E. Marsden.
A Mathematical Introduction to Fluid Mechanics
Springer-Verlag, 1980.

K. Devlin.
The Millenium Problems. The Seven Greatest Unsolved Mathematical Puzzles of Our Time
Basic Books, 2002.

C. Fefferman.
Clay Mathematics Institute, Millenium Problems. Official problem description.
http://www.claymath.org/millennium/Navier-Stokes_Equation

Wikipedia contributors
Navier-Stokes equations
Wikipedia, The Free Encyclopedia., 2008.
http://en.wikipedia.org/wiki/Navier-Stokes_equations