Sommersemester 2023 Christian-Albrechts-Universität zu Kiel
Prof. Thomas Slawig, Niko Schmidt Institut für Informatik

3. Serie
Einführung in nichtlineare Optimierung

Aufgabe 1 (Präsenzaufgabe)
Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$,

$$f(x, y) = (x^2 + 2y^2)\mathrm{e}^{x^2}.$$

Bestimmen Sie, ob die Funktion lokale Minima hat. Nutzen Sie dafür die hinreichende Bedingung zweiter Ordnung. Weisen Sie ggf. die Bedingung an die Hesse-Matrix mit Hilfe der Definition positiv definiter Matrizen nach.

Aufgabe 2 (Präsenzaufgabe)
Sei $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ *symmetrisch und positiv definit. Zeigen Sie, dass alle Eigenwerte von* A *positiv sind.*

Aufgabe 3 (Schriftliche Aufgabe)
Die Rosenbrock-Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ *ist definiert durch*

$$f(x_1, x_2) = 100(x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2.$$

Bestimmen Sie, ob die Funktion lokale Minima hat. Nutzen Sie dafür die hinreichende Bedingung zweiter Ordnung. Weisen Sie ggf. die Bedingung an die Hesse-Matrix mit Hilfe der Eigenwerte der Hesse-Matrix nach.

Aufgabe 4 (Schriftliche Aufgabe)
Seien

$$A := \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B := \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}, \quad C := \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie mit Hilfe der Hauptminoren, ob die Matrizen A, B, C *positiv definit oder negativ definit sind.*

Abgabe der schriftlichen Aufgaben bis: 04.05.2023 bis 16:15 Uhr zu Beginn der Vorlesung oder im *OLAT*.