Sommersemester 2023 Christian-Albrechts-Universität zu Kiel
Prof. Thomas Slawig, Niko Schmidt Institut für Informatik

11. Serie
Einführung in nichtlineare Optimierung

Aufgabe 1 (Präsenzaufgabe)
Sei $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $g(x) = 2x_1 - x_2$ *und* $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$,

$$f(x_1, x_2) = 100(x_1^2 - x_2)^2 + (1 - x_1)^2.$$

Überprüfen Sie, ob die hinreichende Optimalitätsbedingung zweiter Ordnung für den Punkt $x = (1, 2)^T$ *erfüllt ist.*

Aufgabe 2 (Programmieraufgabe: Optimierung mit Penalty-Funktion)
Wir betrachten wieder die Rosenbrock-Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$,

$$f(x_1, x_2) = 100(x_1^2 - x_2)^2 + (1 - x_1)^2.$$

Es sei weiter die Nebenbedingung $g(x) = 2x_1 - x_2 = 0$ *gegeben. Bestimmen Sie ein lokales Minimum mit dem Gradientenverfahren. Nutzen Sie dabei die Penalty-Funktion* $P_k : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$,

$$P_k(x) = f(x) + \frac{c_k}{2} g(x)^2.$$

mit einer Folge wachsender c_k. *Z.B.* $c_k := 2^k$.
In einem zweiten Teil sei zusätzlich die Nebenbedingung $h(x) = x_1 - 1.5 \leq 0$ *gegeben. Wir definieren nun* $\tilde{h} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$,

$$\tilde{h}(x) = \begin{cases} 0, & x_1 \leq 1.5 \\ x_1 - 1.5, & x_1 > 1.5 \end{cases}.$$

Die Penalty-Funktion sei nun $\tilde{P}_k : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$,

$$\tilde{P}_k(x) = f(x) + \frac{c_k}{2} g(x)^2 + \frac{c_k}{2} \tilde{h}(x)^2.$$

Aufgabe 3 (Schriftliche Aufgabe)
Finden Sie lokale Minima mit der Lagrange-Multiplikatoren-Regel für folgendes Problem:

$$\min_{x \in \mathbb{R}^2} -x_1 x_2 \quad \textit{mit} \quad (x_1 + x_2)^2 \leq 2.$$

Abgabe der schriftlichen Aufgaben bis: 29.06.2023 bis 16:15 Uhr im *OLAT*.