7. Serie
Einführung in nichtlineare Optimierung

Aufgabe 1 (Präsenzaufgabe)
Wir führen in diesem Beispiel zwei schritte des stochastischen Gradientenverfahrens aus, um eine Ausgleichsgerade der Form $F : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^2$, $F(s,x) = x_1 s + x_2$ *zu bestimmen. Diese soll das Problem* $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{2} L(y_j, z_j) = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{2} \|F(s_j, x) - z_j\|_2^2$$

minimieren. Es seien weiter $s_1 := 1$, $s_2 := 2$, $z_1 := 1$ *und* $z_2 := 4$. *Starten Sie mit* $(a, b) := (0, 0)$. *Im ersten Schritt sei für den stochastischen Gradienten* $j = 1$ *und im zweiten* $j = 2$. *(Siehe Vorlesung.) Die Schrittweite sei* $1/2$.

Aufgabe 2 (Programmieraufgabe)
Es sind wieder Datensätze x_values.txt und y_values.txt gegeben. Diese haben im Vergleich zu Serie 5 *deutlich mehr Daten. Nutzen Sie das Minibatch stochastic Gradient-Verfahren mit konstanter Schrittweite zur Bestimmung der Ausgleichsgeraden. Welche Größe des Minibatch und welche Schrittweite sind sinnvoll? Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit der Nutzung des Gradientenverfahren. Wie ist der Zeitaufwand im Vergleich? Wie hängt der Zeitaufwand bei beiden Verfahren von der Größe der Datensätze ab?*

Aufgabe 3 (Schriftliche Aufgabe)
Seien $n \in \mathbb{N}$ *und* $B_k \in \mathbb{R}^{n\times n}$ *für alle* $k \in \mathbb{N}$. *Die* B_k *seien weiter gleichmäßig nach oben beschränkt und gleichmäßig positiv-definit.*
Beweisen Sie, dass das Quasi-Newton-Verfahren eine Folge von gradientenbezogenen Suchrichtungen liefert.
Hinweise: Die B_k *sind hier die Matrizen für das Quasi-Newton-Verfahren. Gleichmäßig positiv-definit bedeutet, dass alle* B_k *positiv-definit sind und eine Konstante für die positive Definitheit unabhängig von* $k \in \mathbb{N}$ *gewählt werden kann. Die gleichmäßige Beschränktheit bedeutet, dass die* B_k *jeweils beschränkt sind und auch diese Konstante unabhängig von* $k \in \mathbb{N}$ *gewählt werden kann.*

Abgabe der schriftlichen Aufgaben bis: 01.06.2023 bis 16:15 Uhr im *OLAT*.