



IEL - Semestrální projekt

2019/2020

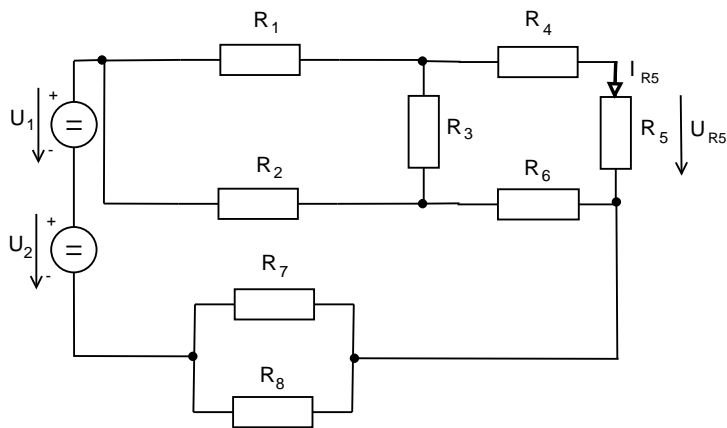
Obsah

1	Příklad 1	3
2	Příklad 2	7
3	Příklad 3	10
4	Příklad 4	12
5	Příklad 5	13
6	Shrnutí výsledků	14

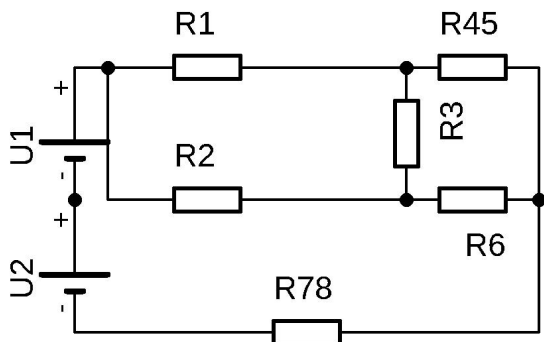
Příklad 1

Stanovte napětí U_{R5} a proud I_{R5} . Použijte metodu postupného zjednodušování obvodu.

sk.	U_1 [V]	U_2 [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]	R_6 [Ω]	R_7 [Ω]	R_8 [Ω]
F	125	65	510	500	550	250	300	800	330	250



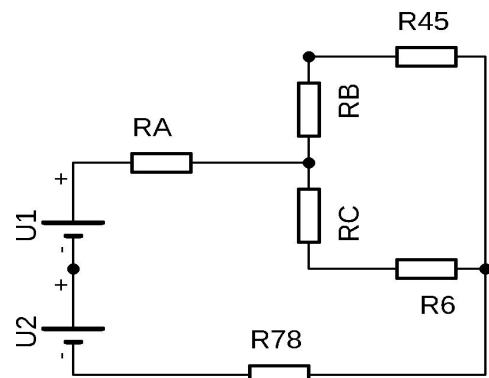
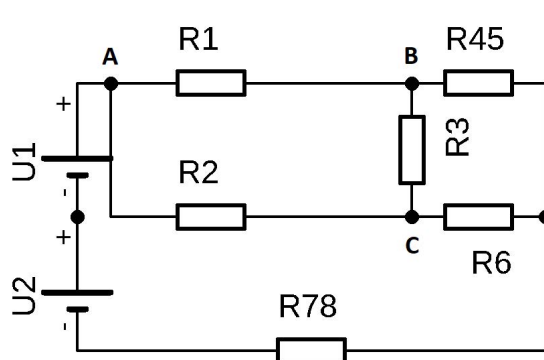
- 1) Paralelně zapojené rezistory R_7, R_8 zjednotíme
Sériovo zapojené rezistory R_4, R_5 zjednotíme



$$R_{78} = \frac{R_7 R_8}{R_7 + R_8} = \frac{330 \cdot 250}{330 + 250} = \frac{82500}{580} = 142,2414 \Omega$$

$$R_{45} = R_4 + R_5 = 250 + 300 = 550 \Omega$$

- 2) Obvod transformujeme na hvězdu. Dopočítáme R_a, R_b, R_c

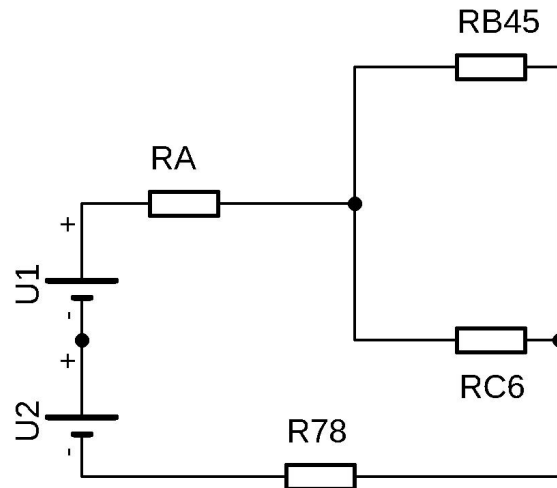


$$R_A = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{510 \cdot 500}{510 + 500 + 550} = \frac{255000}{1560} \doteq 163,4615\Omega$$

$$R_B = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{510 \cdot 550}{510 + 500 + 550} = \frac{280500}{1560} \doteq 179,8077\Omega$$

$$R_C = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{650 \cdot 410}{510 + 500 + 550} = \frac{266500}{1560} \doteq 176,2821\Omega$$

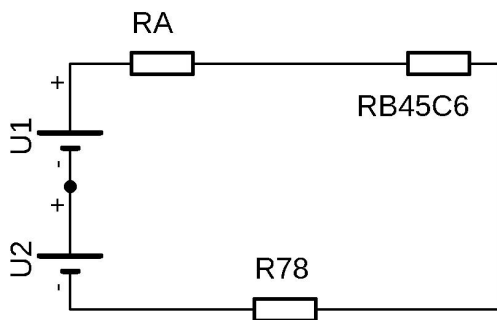
3) Sériovo zapojené rezistory Rb a R45, Rc a R6 sčítame



$$R_{B_{45}} = R_B + R_{45} = 179,8077 + 550 = 729,8077\Omega$$

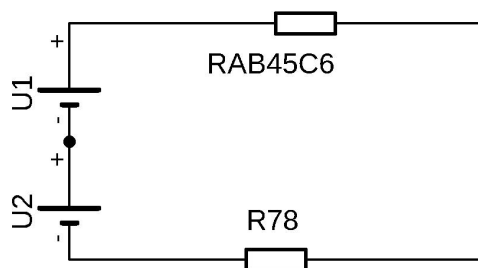
$$R_{C_6} = R_C + R_6 = 176,2821 + 800 = 976,2821\Omega$$

4) Rezistory Rb45 a Rc6 sú paralelne, preto ich môžeme zjednotiť



$$R_{B_{45}C_6} = \frac{R_{B_{45}} R_{C_6}}{R_{B_{45}} + R_{C_6}} = \frac{729,8077 \cdot 976,2821}{729,8077 + 976,2821} \doteq 417,6206\Omega$$

5) Rezistory Rb45c6 a Ra sú sériovo, preto ich môžeme zjednotiť



$$R_{AB_{45}C_6} = R_A + R_{B_{45}C_6} = 163,4615 + 417,6206 \doteq 581,0821\Omega$$

6) Rezistory Rab45c6 a R78 sú sériovo, preto ich môžeme zjednotiť, čím dostaneme Rekv

$$R_{EKV} = R_{78} + R_{AB_{45}C_6} = 142,2414 + 581,0821 \doteq 723,3235\Omega$$

Napätia U1 a U2 sú zapojené sériovo, preto platí:

$$U = U_1 + U_2 = 125 + 65 = 190 \text{ V}$$

Celkový prúd sa preto rovná:

$$I = \frac{U}{R_{EKV}} = \frac{190}{723,3235} \doteq 0,2627 \text{ A}$$

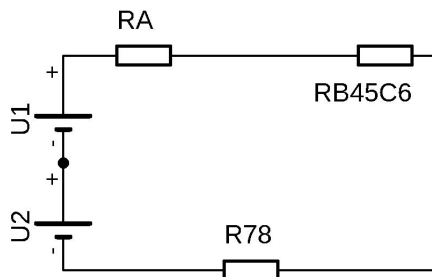
7) Prúd I prechádza odpormi Rab45c6 a R78, ktoré sú zapojené sériovo.

Z toho vieme vypočítať napätie na týchto odporoch:

$$U_{\text{Rab45c6}} = R_{ab45c6} \cdot I = 581,0821 \cdot 0,2627 = 152,6503 \text{ V}$$

$$U_{\text{R78}} = R_{78} \cdot I = 142,2414 \cdot 0,2627 = 37,3668 \text{ V}$$

8) Prúd I prechádza odpormi Rb45c6 a Ra, ktoré sú zapojené sériovo.



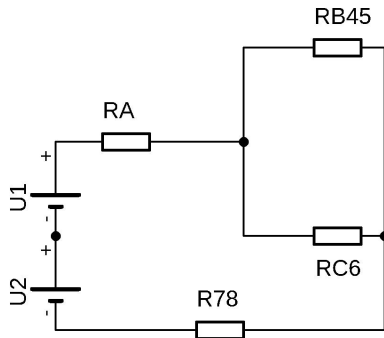
Z toho vieme vypočítať napätie na týchto odporoch:

$$U_{\text{Rb45c6}} = R_{b45c6} \cdot I = 417,6206 \cdot 0,2627 = 109,7089 \text{ V}$$

$$U_{\text{Ra}} = R_a \cdot I = 163,4615 \cdot 0,2627 = 42,9413 \text{ V}$$

9) Rezistory Rb45 a Rc6 sú zapojené paralelne, preto platí:

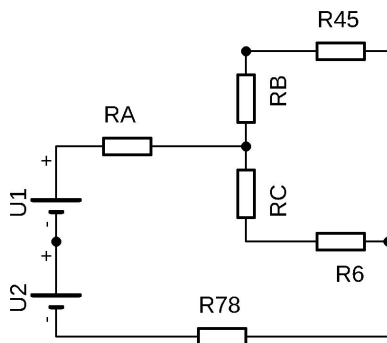
$$U_{Rb45} = U_{Rc6} = 109,7089 \text{ V}$$



Prúd I_{Rb45} z toho dopočítam ako:

$$I_{R_{B45}} = \frac{U_{R_{B45}}}{R_{B45}} = \frac{109,7089}{729,8077} = 0,1503 \text{ A}$$

10) Rezistory R45 a Rb sú zapojené sériovo, preto platí:

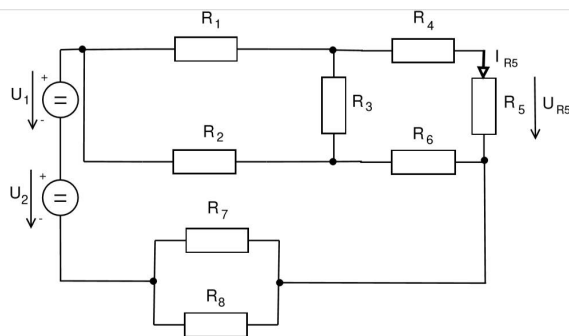


$$I_{Rb} = I_{R45} = 0,1503 \text{ A} = 150,3258 \text{ mA}$$

$$U_{R45} = R_{45} \cdot I_{R45} = 550 \cdot 0,1503 = 82,665 \text{ V}$$

$$U_{Rb} = R_b \cdot I_{Rb} = 179,8077 \cdot 0,1503 = 27,0251 \text{ V}$$

11) Rezistory R4 a R5 sú zapojené sériovo, preto platí:



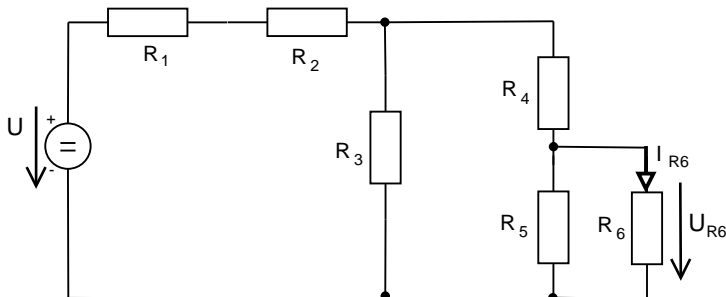
$$I_{R5} = I_{R4} = 0,15033 \text{ A} = 150,3258 \text{ mA}$$

$$U_{R5} = R_5 \cdot I_{R5} = 300 \cdot 0,15033 = 45,099 \text{ V}$$

Příklad 2

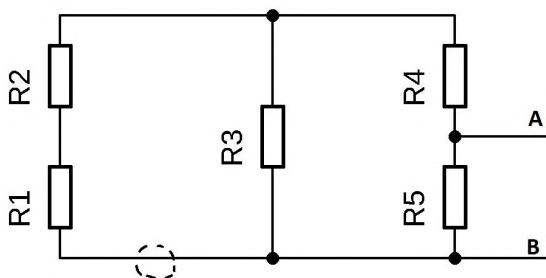
Stanovte napětí U_{R6} a proud I_{R6} . Použijte metodu Théveninovy věty.

sk.	U [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]	R_6 [Ω]
G	180	250	315	615	180	460	350

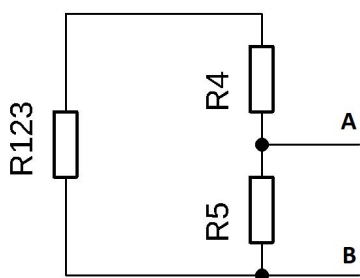


1) Vypočítame **Ri**:

- Prekreslíme obvod bez R_6
- Napäťové zdroje nahradíme "skratom"
- Vypočítame odpor medzi bodmi A a B



Použijeme metódu zjednodušovania:



$$R_{12} = R_1 + R_2 = 250 + 315 \, \Omega$$

Rezistory R_{12} a R_3 sú paralelne, preto platí:

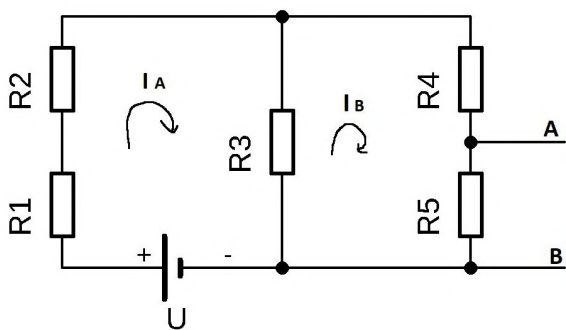
$$R_{123} = 208,3065 \, \Omega$$

Metódou zjednodušovania získaváme vzorec pre R_i :

$$R_i \equiv R_{AB} = \frac{R_5 \left(\frac{(R_1 + R_2) \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} + R_4 \right)}{R_5 + \left(\frac{(R_1 + R_2) \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} + R_4 \right)} = \frac{460 \left(\frac{(250 + 315) \cdot 615}{250 + 315 + 615} + 180 \right)}{460 + \left(\frac{(250 + 315) \cdot 615}{250 + 315 + 615} + 180 \right)} \doteq 233,5616 \, \Omega$$

2) Vypočítame U_i :

- Prekreslíme obvod bez R_6
- Určíme napätie "naprázdno" medzi bodmi A, B



Použijeme napr. metódu smyčkových prúdov:

$$\begin{bmatrix} R_1 + R_2 + R_3 & -R_3 \\ -R_3 & R_3 + R_4 + R_5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1180 & -615 \\ -615 & 1255 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 180 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$|D| = \begin{vmatrix} 1180 & -615 \\ -615 & 1255 \end{vmatrix} = 1102675$$

$$|D1| = \begin{vmatrix} 180 & -615 \\ 0 & 1255 \end{vmatrix} = 225900$$

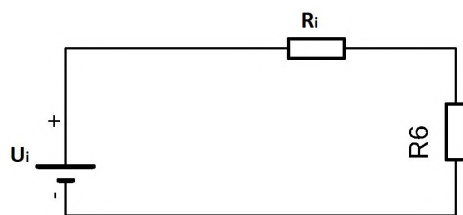
$$|D2| = \begin{vmatrix} 1180 & 180 \\ -615 & 0 \end{vmatrix} = 110700$$

$$I_A = \frac{|D1|}{|D|} = \frac{225900}{1102675} \doteq 0,2049\text{A}$$

$$I_B = \frac{|D2|}{|D|} = \frac{110700}{1102675} \doteq 0,10039\text{A}$$

$$U_i = U_{R_5} = I_B \cdot R_5 \doteq 46,1804\text{V}$$

3) Získané R_i a U_i dosadíme do základného obvodu:



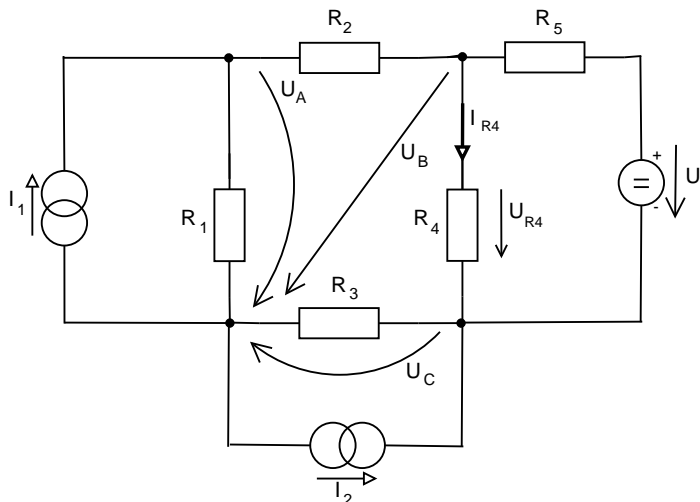
$$I_{R_6} = \frac{U_i}{R_i + R_6} = \frac{46,1804}{583,5616} \doteq 79,14mA$$

$$U_{R_6} = I_{R_6} \cdot R_6 \doteq 27,70V$$

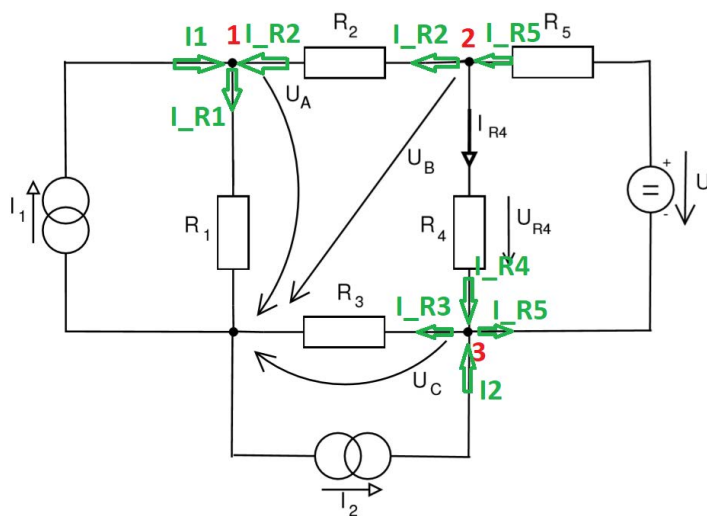
Příklad 3

Stanovte napětí U_{R4} a proud I_{R4} . Použijte metodu uzlových napětí (U_A, U_B, U_C).

sk.	U [V]	I_1 [A]	I_2 [A]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]
A	120	0.9	0.7	53	49	65	39	32



Uzly napätia si označíme ako 1,2,3:



Podľa KZ zostavíme rovnice prúdov, ktoré vstupujú a vystupujú do/z jednotlivých uzlov:

1. $I_1 + I_{R2} - I_{R1} = 0$
2. $I_{R5} - I_{R2} - I_{R4} = 0$
3. $I_2 + I_{R4} - I_{R5} - I_{R3} = 0$

Pričom platí:

$$I_{R1} = \frac{U_A}{R_1}$$

$$I_{R2} = \frac{U_B - U_A}{R_2}$$

$$I_{R3} = \frac{U_C}{R_3}$$

$$I_{R4} = \frac{U_B - U_C}{R_4}$$

$$I_{R5} = \frac{U + U_C - U_B}{R_5}$$

Dosadením vzťahov dostávame sústavu:

$$1.) 0.9 + \frac{U_B - U_A}{49} - \frac{U_A}{53} = 0$$

$$2.) \frac{120 - U_B}{32} - \frac{U_B - U_A}{49} - \frac{U_B - U_C}{39} = 0$$

$$3.) 0.7 + \frac{U_B - U_C}{39} - \frac{120 - U_B}{32} - \frac{U_C}{65} = 0$$

Vyriešime sústavu 3 lineárnych rovníc:

- z prvej rovnice si vyjadríme premennú U_A :

$$U_A = \frac{53(10U_B + 441)}{1020}$$

- dosadením tohto vzťahu do 2. rovnice dostávame:

$$U_B = \frac{6035U_C + 447408}{7075}$$

- dosadením predchádzajúcich vzťahov do 3. rovnice dostávame:

$$U_C = \frac{46497}{710} \doteq \frac{46497}{710} V \doteq 65,4887V$$

Spätným dosadením U_C do predchádzajúcich vzťahov dostaneme U_B a nakoniec U_A

$$U_B = 119,1V$$

$$U_A = 84,8V$$

Z toho výsledný prúd a napätie:

$$I_{R_4} = \frac{U_B - U_C}{R_4} = \frac{119,1 - 65,4887}{39} \doteq 1,3746A$$

$$U_{R_4} = R_4 \cdot I_{R_4} = 39 \cdot 1,3746 \doteq 53,6094V$$

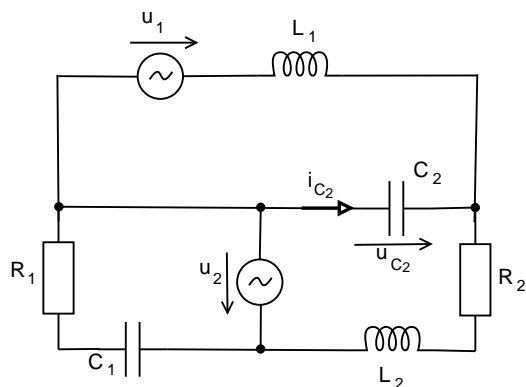
Příklad 4

Pro napájecí napětí platí: $u_1 = U_1 \cdot \sin(2\pi ft)$, $u_2 = U_2 \cdot \sin(2\pi ft)$.

Ve vztahu pro napětí $u_{C_2} = U_{C_2} \cdot \sin(2\pi ft + \varphi_{C_2})$ určete $|U_{C_2}|$ a φ_{C_2} . Použijte metodu smyčkových proudů.

Pozn: Pomocné směry šipek napájecích zdrojů platí pro speciální časový okamžik ($t = \frac{\pi}{2\omega}$).

sk.	U_1 [V]	U_2 [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	L_1 [mH]	L_2 [mH]	C_1 [μ F]	C_2 [μ F]	f [Hz]
F	20	35	12	10	170	80	150	90	65

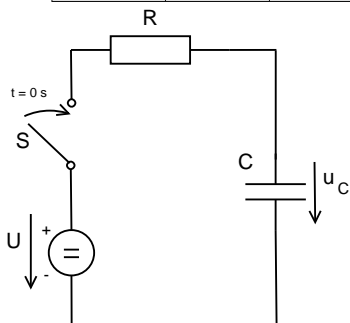


Příklad 5

V obvodu na obrázku níže v čase $t = 0[\text{s}]$ sepne spínač S . Sestavte diferenciální rovnici popisující chování obvodu na obrázku, dále ji upravte dosazením hodnot parametrů. Vypočítejte analytické řešení $u_C = f(t)$. Proveďte kontrolu výpočtu dosazením do sestavené diferenciální rovnice.

Pozn: Pomocné směry šipek napájecích zdrojů platí pro speciální časový okamžik ($t = \frac{\pi}{2\omega}$).

sk.	U [V]	C [F]	R [Ω]	$u_C(0)$ [V]
G	20	50	25	8



Shrnutí výsledků

Příklad	Skupina	Výsledky
1	F	$U_{R5} = 45.10 \text{ V}$ $I_{R5} = 150.33 \text{ mA}$
2	G	$U_{R6} = 27.70 \text{ V}$ $I_{R6} = 79.14 \text{ mA}$
3	A	$U_{R4} = 53.61 \text{ V}$ $I_{R4} = 1.37 \text{ A}$
4	F	$ U_{C2} =$ $\varphi_{C2} =$
5	G	$u_C =$