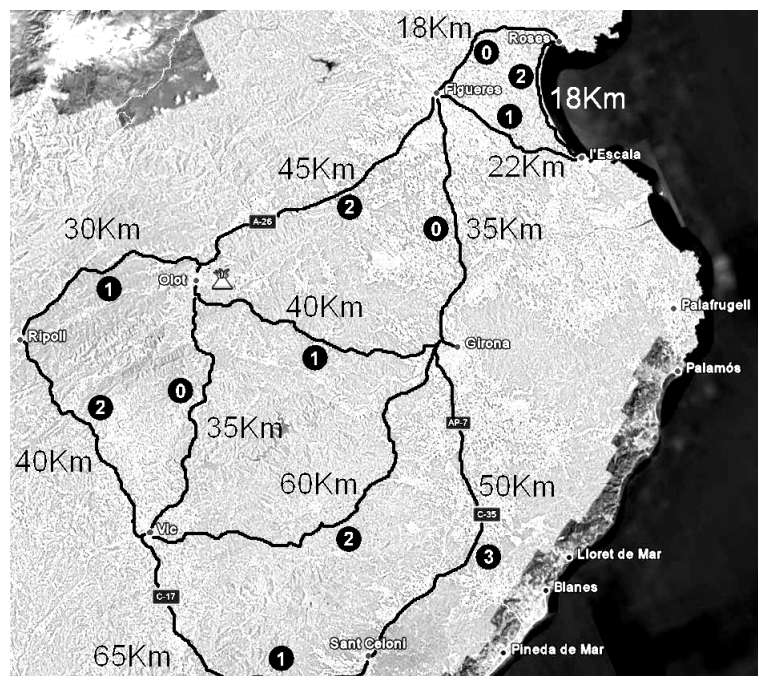


Prácticas de Matemática Discreta

Actividades de las sesión 1

13 de septiembre de 2013

Ejercicio 1. Consideremos el siguiente mapa de carreteras (aparecen las distancias en Km y, dentro de círculos, el número de peajes existentes en cada tramo):



1. Representa el mapa (obviando las distancias y el número de peajes) por medio de un grafo cuyas aristas se correspondan con las carreteras y cuyos vértices se correspondan con las poblaciones conectadas por ellas. Etiqueta los vértices y las aristas.
2. Describe la aplicación de incidencia del grafo.
3. Escribe su matriz de adyacencia.
4. Escribe los grados de todos los vértices del grafo.
5. Compara la suma de todos los grados con el número de aristas del grafo. ¿Qué relación guardan?

Ejercicio 2. ¿Puede la siguiente matriz ser la matriz de incidencia de un grafo? ¿Por qué?

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 3. Haz una representación gráfica del grafo cuya matriz de adyacencia sea

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. Sea $G = (V, A, \delta)$ el grafo con $V = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ y $A = \{a_1, \dots, a_7\}$ y cuya aplicación de incidencia viene dada por:

$$\begin{aligned} \delta(a_1) &= \{a, b\}, & \delta(a_2) &= \{b, c\}, & \delta(a_3) &= \{b, e\}, & \delta(a_4) &= \{c, e\} \\ \delta(a_5) &= \{d, f\}, & \delta(a_6) &= \{e, g\}, & \delta(a_7) &= \{f, g\} \end{aligned}$$

1. Analiza si se trata de un grafo simple, si existen bucles y si hay vértices aislados.
2. Dibuja una representación gráfica de G .
3. Obtén las matrices de adyacencia e incidencia de G .

Ejercicio 5. Considera el grafo del Ejercicio 1 y pondera sus aristas con las distancias en cada tramo de carretera. Introduce este grafo ponderado en *SWGraphs*. El algoritmo *Dijkstra* (que aparece en la barra de menús de *SWGraphs*) calcula la “ruta más corta” entre dos vértices del grafo (es decir, el “camino” entre dos vértices tal que la suma de los pesos es la menor posible). Aunque en una práctica posterior estudiaremos con detalle este algoritmo, lo usaremos aquí para contestar a la siguiente cuestión: ¿cuál es la ruta más corta entre Sant Celoni y L’Escala? (Resulta obvio que esta pregunta puede responderse, en este caso, mediante una simple inspección ocular; sin embargo, en el caso de grafos muy grandes y complejos, resulta necesario disponer de un algoritmo que resuelva este tipo de problemas).

Ejercicio 6. (*) En la misma situación del ejercicio anterior utiliza el programa *SWGraphs* para contestar a las siguientes cuestiones:

- (a) Un viajante quiere ir desde Sant Celoni a L’Escala. No le importa la cantidad de kilómetros que pueda hacer, pero quiere pasar por el menor número de peajes posible. Encuentra una posible ruta con esta condición.
- (b) El mismo viajante quiere ir desde Sant Celoni a L’Escala de manera que el dinero que se gaste entre gasolina y peajes sea el menor posible. Teniendo en cuenta que su coche gasta 6 litros de gasolina cada 100 kilómetros, que el litro de gasolina cuesta 1.5 euros y que en cada peaje deben pagarse 3 euros, calcula la ruta más económica.