

Prácticas de Matemática Discreta

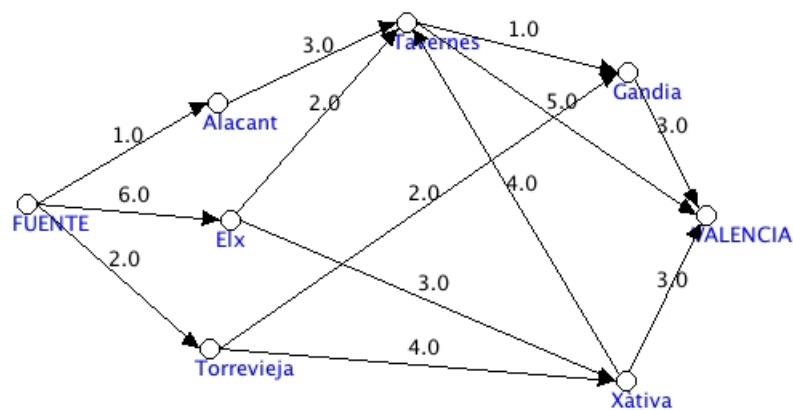
Problemas de la sesión 9 (Redes, flujos y... más)

1. Un grupo de amigos de Torrevieja (2 de ellos), Elche (6) y Alicante (1) quiere ir a un concierto de El Reno Renardo en Valencia. No queda mucho tiempo para el evento y no hay asientos libres en los autobuses que van directamente a Valencia. En la siguiente tabla se indica el número de asientos libres en varias líneas de autobús para llegar a Valencia haciendo transbordos. ¿Podrán llegar al concierto todos los amigos?

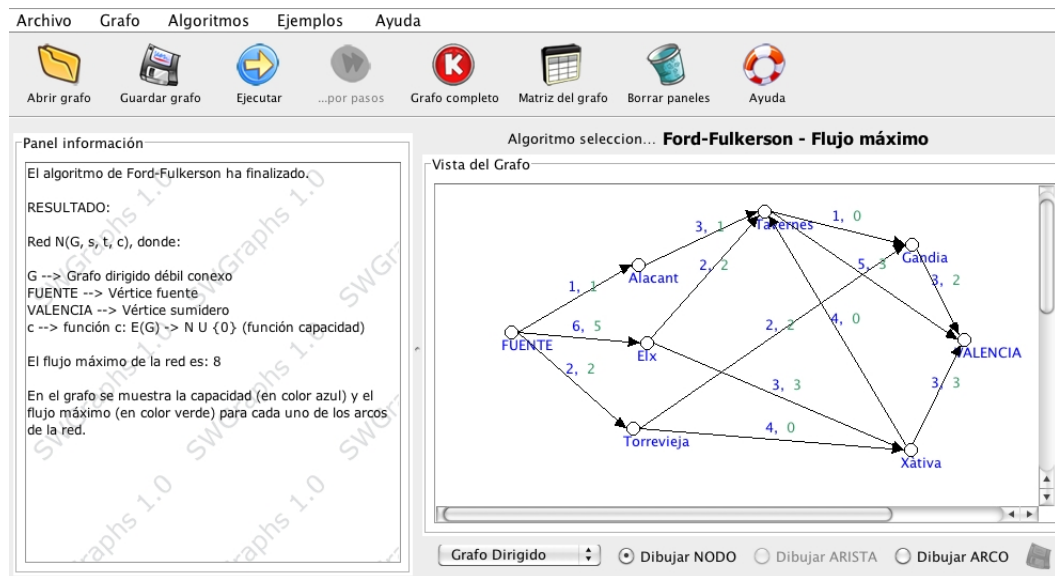
	Alacant	Elx	Torrevieja	Gandia	Xàtiva	Tavernes	València
Alacant						3	
Elx					3	2	
Torrevieja				2	4		
Gandia							3
Xàtiva						4	3
Tavernes				1			5

Solución:

El problema puede modelizarse mediante la siguiente red:



Aplicando el algoritmo de Ford-Fulkerson para calcular un flujo máximo obtenemos:

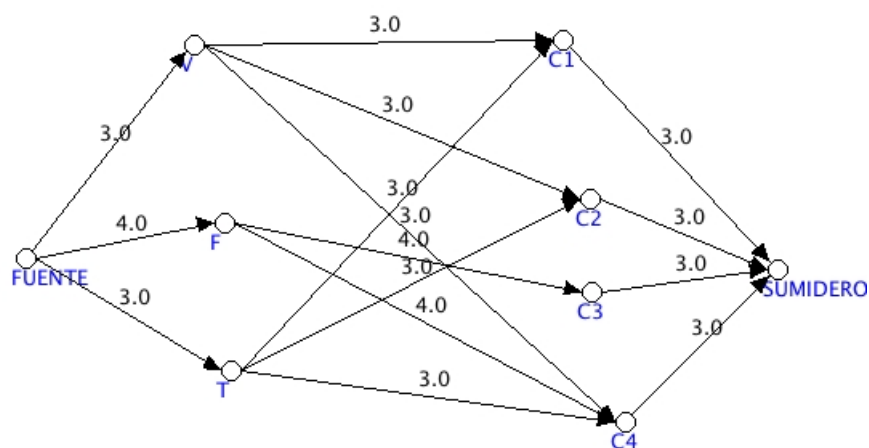


El valor del flujo es 8 (y son 9 amigos). Por tanto, no podrán llegar todos.

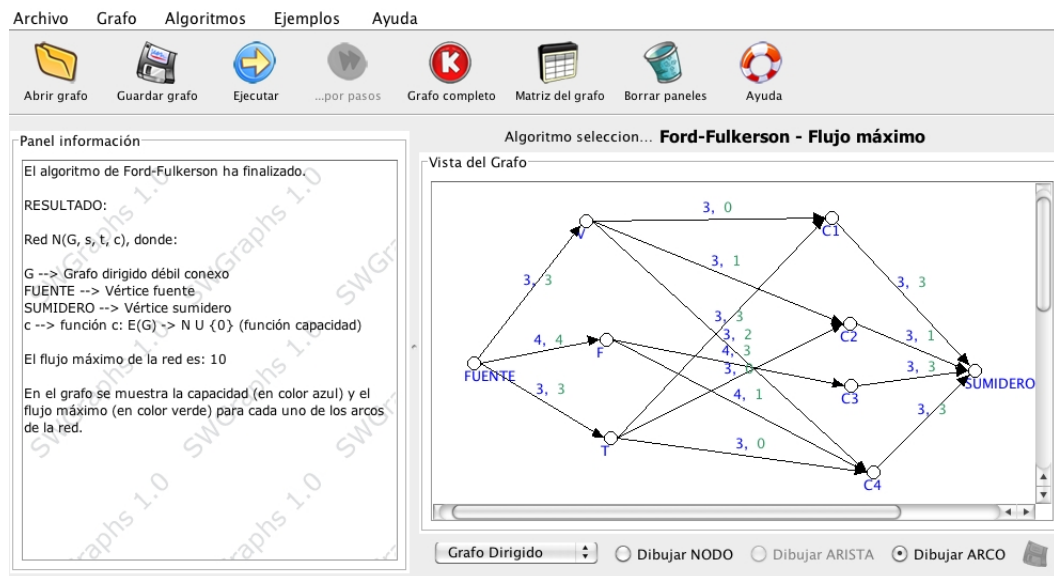
- Quieren distribuirse 10 contenedores en 4 camiones, C_1, C_2, C_3, C_4 , para ser distribuidos en diferentes mercados. Cada camión puede llevar sólo 3 contenedores. Los contenedores están etiquetados como $V_1, V_2, V_3, F_1, F_2, F_3, F_4, T_1, T_2, T_3$. Si los camiones C_1 y C_2 sólo pueden distribuir contenedores de tipo V y T , el camión C_3 sólo puede distribuir contenedores F y el camión C_4 puede llevar contenedores de todos los tipos. ¿Es posible transportar todos los contenedores en un solo viaje de los 4 camiones?

Solución:

El problema puede modelizarse mediante la siguiente red:



Aplicando el algoritmo de Ford-Fulkerson obtendremos un flujo máximo:



Como vemos, el flujo es igual a 10 y, por tanto, podremos transportar todos los contenedores.

- En la siguiente tabla se refleja la ciudad de Miskatonic (A) y algunos lugares turísticos cercanos que denotaremos por B,C,D,E,F,G,H, así como las carreteras que los enlazan y los kilómetros de éstas.

	A	B	C	D	E	F	G	H
A		12		6		5		4
B	12		7	8			2	
C		7		6				5
D	6	8	6		1	1		
E				1		2		
F	5			1	2		15	7
G		2				15		4
H	4		5			7	4	

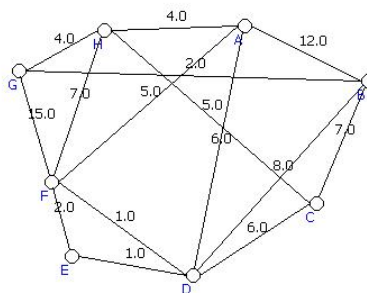
El pleno del ayuntamiento de Miskatonic pretende reparar todas las carreteras recogidas en la tabla, pero dado el elevado coste del proyecto decide hacerlo en dos fases. El objetivo de la primera fase es que los habitantes y los turistas se puedan desplazar de cualquier lugar a cualquier otro utilizando únicamente las carreteras remodeladas, dejando pendiente la segunda fase hasta que pase la crisis económica en la que vive sumido el país.

- ¿Qué carreteras recomendarías arreglar para que no se dispare el presupuesto?
- ¿Cuál sería entonces el número de kilómetros a recorrer entre A y B ?

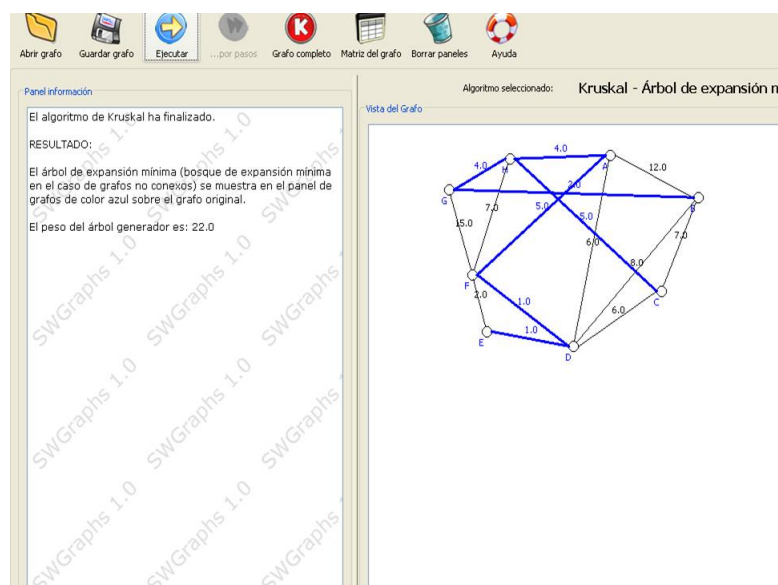
- c) Antes de comenzar a ejecutar el proyecto se encuentran con una reducción del presupuesto que les obliga a cambiar los planes. Aconsejado por su comité asesor, el alcalde decide arreglar únicamente las carreteras que permiten acceder desde Miskatonic a poblaciones situadas a menos de 8 de kilómetros de ésta. ¿Cuáles entrarán en el nuevo proyecto?

Solución:

- a) Podemos modelizar el problema mediante el siguiente grafo ponderado:

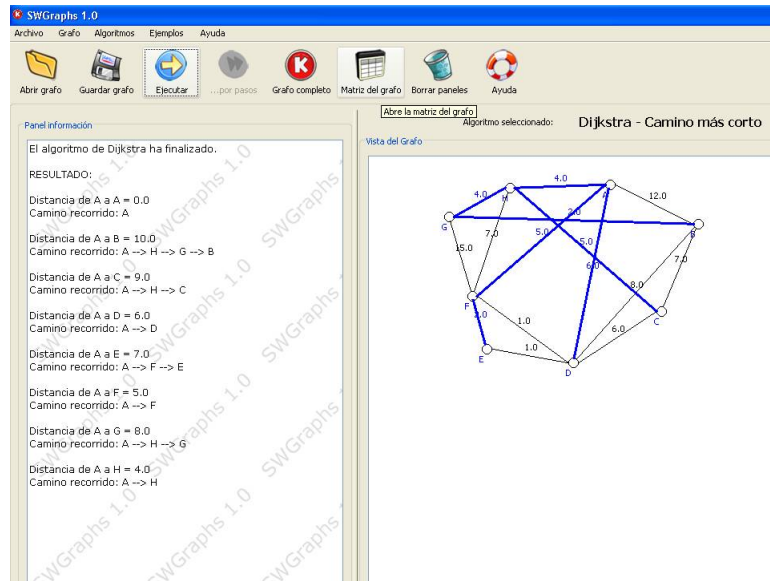


Nos interesa obtener un subgrafo conexo (ya que todas las poblaciones deben estar conectadas entre sí) con el menor peso posible (para reducir al máximo los gastos). Por tanto, nos interesa obtener un árbol generador minimal. Aplicando el algoritmo de Kruskal:



Por tanto, nos interesará arreglar primero las carreteras: AH, BG, CH, DE, DF, FA y GH .

- b) El único camino entre A y B siguiendo las aristas del árbol generador minimal es $AHGB$, que tiene peso 10. Por tanto, tendríamos que recorrer 10 Km.
- c) Nos interesará saber las poblaciones cuya distancia a A sea menos de 8 kilómetros. Para ello, aplicaremos el algoritmo de Dijkstra con vértice inicial en A:



Vemos, pues, que con el nuevo planteamiento habría que arreglar los tramos AD, AF, FE y AH .

La suma de las longitudes de estos tramos es 17. Dado que en el primer proyecto había que arreglar 22 Km, la decisión tomada permitirá ahorrar el coste de 5 Km de tramo.