DEPARTAMENT DE MATEMÀTICA APLICADA (ETSINF)

ALG - Test Bloc 1 (Pràctiques P0 a P3)

---

1. $_{(1.5p)}$ **Fent ús dels comandes i de les funcions adequades de SCILAB, escriu la matriu** 10x10 **tal que els elements de la seua diagonal secundària són, respectivament,** 2, 4, 8, **...**, 1024. **Escriu les funcions SCILAB que fas servir per trobar el resultat. No serà vàlid escriure només la matriu.**

–>A=zeros(10,10);
–>for i=1:10 A(i,11-i)=2^i; end;

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 16 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 32 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 64 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 128 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 256 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 512 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1024 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

---

2. $_{(2.5p)}$ **Determina si el sistema** $Ax = b$ **on**

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 & 3 \\ -1 & 1 & 2 & -2 \\ 0 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & -3 & -2 & 5 \end{bmatrix} \qquad \text{i} \qquad b = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

es SCD, SCI o SI i calcula totes les solucions del sistema, si és el cas.

–>A=[1 -2 0 3;-1 1 2 -2;0 -1 2 1;2 -3 -2 5]
–>b=[1;-1;0;2]
–>rank(A)
ans =
2.
–>rank([A b])
ans =
2.
–>//Sistema compatible, indeterminat (SCI).

–>**Solució 1:**

//el resoldrem amb A\b i `Kernel`.
–>x0=clean(A\b)
x0 =
0.
0.
- 0.1666667
0.3333333

kernel(A)
ans =
0.0089208   - 0.9477476
0.8253051   - 0.1174170
0.1390377   - 0.1775274
0.5472298   0.2376379
//Solució: x=x0+alpha*kernel_1+beta*kernel_2.

–>**Solució 2:**

//el resoldrem amb `rref`.
->rref([A b])
ans =
1. 0. - 4. 1. 1.
0. 1. - 2. - 1. 0.
0. 0. 0. 0. 0.
0. 0. 0. 0. 0.
//Si les incògnites són x, y, z i t, les variables z i t són lliures i les podem prendre com a paràmetres.
//Solució: $z = \lambda$, $t = \mu$, $x = 4\lambda - \mu + 1$, $y = 2\lambda + \mu$.. O, en forma vectorial, si definim
–>v=[4;2;1;0]
v =
4.
2.
1.
0.
–>w=[-1;1;0;1]
w =
- 1.
1.
0.
1.
–>x0=[1;0;0;0]
x0 =
1.
0.
0.
0.
–>x=x0+lambda*v+mu*w, que resulta del mateix tipus que la solució 1.

3. a)$_{(1p)}$ Donat el sistema

$$\begin{aligned} x+y+z-4t &= 2\\ x+y+4z+t &= 1\\ 3x+y+t &= 1\\ x-5y+z+2t &= 1 \end{aligned}$$

reordena les seues equacions per tal que siga diagonalment dominant per files i troba la solució del sistema.

b)$_{(2p)}$ Aplica el mètode de Gauss-Seidel i la funció SustitucionProgresiva de Scilab per a obtenir l'aproximació dotzena a la solució trobada en a), prenent el vector nul com a vector inicial.

---

a) –>//L'ordre d'equacions serà: 3^a, 4^a, 2^a, 1^a

```
A=[3 1 0 1;1 -5 1 2;1 1 4 1;1 1 1 -4];
–>b=[1;1;1;2];
–>x=A\b
x =
0.5138889
- 0.1875
0.2569444
- 0.3541667
```

b) –>D=diag([diag(A)])

```
D =
3. 0. 0. 0.
0. - 5. 0. 0.
0. 0. 4. 0.
0. 0. 0. - 4.
–>L=tril(A)
L =
3. 0. 0. 0.
1. - 5. 0. 0.
1. 1. 4. 0.
1. 1. 1. - 4.
–>U=triu(A)-D
U =
0. 1. 0. 1.
0. 0. 1. 2.
0. 0. 0. 1.
0. 0. 0. 0.
–>//Carregar el fitxer SustitucionProgresiva
–>x0=[0;0;0;0];
–>for i=1:11 x=SustitucionProgresiva(L,b-U*x); end;
x =
0.5138889
- 0.1875
0.2569444
- 0.3541667
```

4. a)$_{(0.5p)}$ **Es estocàstica regular la matriu**

$$A = \begin{bmatrix} 1/2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1/2 & 0 & 0 \end{bmatrix} ?$$

Justifica la teua resposta.

b)$_{(1p)}$ **Calcula el conjunt dels vectors estacionaris de la matriu** A.

c)$_{(0.5p)}$ **Escriu els sis primers termes de la cadena de Markov que té** A **com a matriu de transició i el vector** $x_0 = (0.1, 0.6, 0.3)$ **com a vector d'estat inicial.**

d)$_{(1p)}$**Es convergent la cadena? Per què? Si és convergent, a quin vector convergeix?**

---

a) A=[1/2 1 0;0 0 1;1/2 0 0];
–>A^4
ans =
0.5625 0.625 0.25
0.125 0.25 0.5
0.3125 0.125 0.25
–>//Com la potència quarta de la matriu té totes les entrades positives, A és estocàstica regular.
b) v=kernel(A-eye(3,3))
v =
0.8164966
0.4082483
0.4082483
–>//Vectors estacionaris són el conjunt alpha*v
c) ->x=[0.1;0.6;0.3]
x =
0.1
0.6
0.3
–>for k=1:5 x=A*x, end,
x =
0.65
0.3
0.05
x =
0.625
0.05
0.325
x =
0.3625
0.325
0.3125
x =
0.50625
0.3125
0.18125
x =
0.565625
0.18125
0.253125

d) La cadena és convergent perquè la matriu A és estocàstica regular. Convergeix a l'unic vector estacionari de probabilitat de A, que anomenarem w:

w=v/sum(v)

w =

0.5

0.25

0.25