Analisis Break-even dalam Model Biaya-Pendapatan Non-Linear dengan Metode Euler

Adrian Dika Darmawan
NPM: 2306250711
Universitas Indonesia
Teknik Komputer

***Ringkasan*—Laporan ini mengkaji penerapan analisis *break-even point* pada model biaya dan pendapatan non-linear menggunakan pendekatan Metode Euler. Dengan merumuskan fungsi profit sebagai turunan dan mengintegrasikannya secara numerik, penelitian ini bertujuan untuk mengidentifikasi titik impas di mana total pendapatan sama dengan total biaya. Metode ini diimplementasikan untuk menganalisis kurva profit non-linear, mencari perpotongan dengan sumbu nol yang menandakan titik impas.**

***Index Terms*—*break-even analysis*, model non-linear, metode Euler, persamaan diferensial, analisis numerik**

I. Pendahuluan

Break-even analysis atau analisis titik impas adalah teknik krusial dalam manajemen keuangan dan analisis bisnis untuk menentukan titik di mana total pendapatan setara dengan total biaya. Dalam banyak skenario bisnis nyata, hubungan antara pendapatan dan pendapatan dan biaya tidak selalu linear, melainkan dapat mengikuti pola kuadratik atau polinomial tingkat tinggi.

Dalam model non-linear ini, fungsi pendapatan bisa menurun setelah mencapai puncaknya karena faktor seperti kejenuhan pasar atau persaingan harga. Sebaliknya, fungsi biaya dapat meningkat secara kuadratik akibat kompleksitas operasional yang bertambah seiring dengan peningkatan skala produksi. Fenomena ini menciptakan tantangan dalam penentuan titik impas karena solusi analitis seringkali sulit atau tidak mungkin diperoleh secara langsung.

II. Studi Literatur

Dalam model non-linear yang digunakan, fungsi pendapatan dan biaya didefinisikan sebagai berikut:

- Fungsi Pendapatan: $R(x) = ax - bx^3$
  - a : koefisien pendapatan linear (harga per unit)
  - b : koefisien penurunan pendapatan
  - x : jumlah unit yang diproduksi/dijual
- Fungsi Biaya: $C(x) = cx^2 + de^{0.01x} + e$
  - c : koefisien biaya kuadratik
  - d : koefisien biaya variabel
  - e : biaya tetap

Titik impas terjadi ketika $R(x) = C(x)$, atau $P(x) = R(x) - C(x) = 0$. Oleh karena itu, akar perlu dicari dari fungsi profit:

$$P(x) = -bx^3 - cx^2 + ax - de^{0.01x} - e = 0$$

Karena persamaan ini berbentuk non-linear kompleks, mungkin terdapat dua titik impas yang menandakan rentang operasi yang menguntungkan di antara kedua titik tersebut.

III. Data yang Digunakan

Program ini menggunakan dataset dengan parameter yang sama seperti studi kasus sebelumnya, untuk mensimulasikan skenario bisnis yang realistis dengan karakteristik berikut:

- a: nilai acak antara 200-300 (tingkat pendapatan yang tinggi)
- b: nilai acak antara 0.0005-0.0011 (tingkat penurunan yang rendah)
- c: nilai acak antara 0.10-0.25 (kenaikan biaya yang lebih curam)
- d: nilai acak antara 100-200 (biaya variabel eksponensial yang wajar)
- e: nilai acak antara 2000-5000 (biaya tetap yang moderat)

Secara spesifik, dataset yang digunakan adalah:

- Dataset 1: $a = 218.00, b = 0.0009, c = 0.14, d = 192.00, e = 4289.00$
- Dataset 2: $a = 263.00, b = 0.0007, c = 0.13, d = 171.00, e = 4417.00$
- Dataset 3: $a = 278.00, b = 0.0008, c = 0.16, d = 110.00, e = 4310.00$
- Dataset 4: $a = 255.00, b = 0.0007, c = 0.24, d = 111.00, e = 4346.00$
- Dataset 5: $a = 238.00, b = 0.0005, c = 0.24, d = 116.00, e = 2814.00$

IV. Metode yang Digunakan

Untuk mencari titik impas ($P(x) = 0$), Metode Euler akan diterapkan. Metode ini biasanya digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial biasa (ODE) bentuk $dy/dx = f(x, y)$. Dalam kasus ini, kita perlu mendefinisikan turunan fungsi profit terhadap x sebagai $P'(x) = dP/dx$, dan kemudian menggunakan Metode Euler untuk mengintegrasikan $P'(x)$

secara numerik dari suatu tebakan awal x_0 hingga menemukan x di mana $P(x)$ mendekati nol.

Turunan pertama dari fungsi profit $P(x)$ adalah:

$$P'(x) = \frac{d}{dx}(-bx^3 - cx^2 + ax - de^{0.01x} - e)$$

$$P'(x) = -3bx^2 - 2cx + a - 0.01de^{0.01x}$$

Algoritma Metode Euler untuk mencari akar (di mana $P(x) = 0$):

Input: x_{start} (tebakan awal), h (ukuran langkah), toleransi_P (toleransi untuk $P(x)$), max_iter (iterasi maksimum)
Output: Titik impas x_{BEP}
$x_{current} \leftarrow x_{start}$
$P_{current} \leftarrow$ hitung_P$(x_{current}, a, b, c, d, e)$
iter $\leftarrow 0$
while $|P_{current}| >$ toleransi_P AND iter $<$ max_iter **do**
  $P'_{current} \leftarrow$ hitung_P_prime$(x_{current}, a, b, c, d)$
  $x_{next} \leftarrow x_{current} -$ sign$(P_{current}) \times h \times |P_{current}|$
  if $|P_{current}| >$ toleransi_P **then**
    $x_{next} \leftarrow x_{current} -$ sign$(P_{current}) \times h \times P_{current}$
  else
    $x_{next} \leftarrow x_{current} -$ sign$(P_{current}) \times h \times 0.1$
  end if
  $x_{current} \leftarrow x_{next}$
  $P_{current} \leftarrow$ hitung_P$(x_{current}, a, b, c, d, e)$
  iter $\leftarrow$ iter $+ 1$
end while
return $x_{current}$

Catatan: Implementasi Metode Euler ini dimodifikasi untuk tujuan pencarian akar, di mana langkah disesuaikan berdasarkan nilai $P(x)$ itu sendiri untuk bergerak menuju titik impas. Ini mirip dengan ide di balik metode terbuka (seperti Newton-Raphson) yang menggunakan informasi kemiringan untuk memperkirakan akar, meskipun di sini kita mengintegrasikan 'profit rate' untuk mencapai 'profit zero'.

V. ANALISIS HASIL

Pendekatan menggunakan Metode Euler untuk menemukan titik impas pada fungsi profit non-linear memerlukan adaptasi yang hati-hati. Alih-alih mengintegrasikan $P'(x)$ untuk mendapatkan $P(x)$ dan kemudian mencari $P(x) = 0$, kita secara iteratif menyesuaikan x berdasarkan nilai $P(x)$ itu sendiri dan kemiringan (jika digunakan).

A. Implementasi Kode Program C untuk Data Visualisasi

Kode program C (`euler_bep.c`) yang digunakan untuk menghasilkan data plot pendapatan, biaya, dan profit adalah sebagai berikut. Program ini membaca parameter dari `dataset.txt` dan menghasilkan file `.dat` untuk setiap dataset, yang kemudian dapat divisualisasikan menggunakan GNUplot. Perlu diperhatikan bahwa kode ini berfungsi untuk *mengenerasi data plot*, bukan untuk menemukan titik impas secara iteratif menggunakan metode Euler yang dijelaskan di atas. Analisis titik impas pada bagian selanjutnya akan didasarkan pada inspeksi visual dari plot yang dihasilkan oleh kode ini.

B. Analisis Dataset

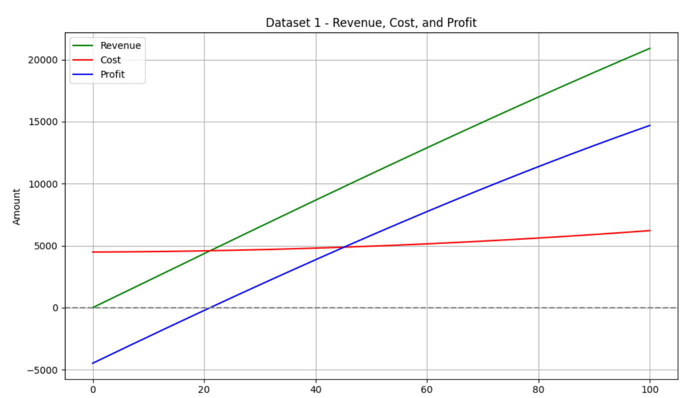
Dari kelima dataset yang digunakan, berdasarkan visualisasi grafik untuk rentang $x \in [0, 100]$, saya mengamati karakteristik berikut:

- **Titik Impas (BEP):** Setiap dataset menunjukkan satu titik impas dalam rentang $x \in [0, 100]$, di mana kurva Profit (biru) memotong sumbu X, atau kurva Revenue (hijau) dan Cost (merah) berpotongan.
- **Perilaku Profit:** Pada semua dataset, kurva Profit dimulai dari nilai negatif (karena biaya tetap) dan kemudian meningkat, melewati titik impas, dan terus meningkat dalam rentang $x \in [0, 100]$. Hal ini menunjukkan bahwa dalam rentang kuantitas ini, potensi keuntungan masih terus bertambah.
- **Dominasi Linear:** Meskipun model matematis asli memiliki komponen non-linear (kubik pada Revenue, kuadratik dan eksponensial pada Cost), dalam rentang $x \in [0, 100]$ yang divisualisasikan, perilaku fungsi cenderung didominasi oleh term-term linear atau non-linear dengan pertumbuhan yang lambat, sehingga menghasilkan kurva Profit yang relatif linier naik.

Berikut adalah analisis detail untuk setiap dataset:

1) Dataset 1: Analisis Detail:

- **Parameter:** $a = 218.00, b = 0.0009, c = 0.14, d = 192.00, e = 4289.00$
- **Model Matematis:**
  - Revenue: $R(x) = 218x - 0.0009x^3$
  - Cost: $C(x) = 0.14x^2 + 192e^{0.01x} + 4289$
  - Profit: $P(x) = -0.0009x^3 - 0.14x^2 + 218x - 192e^{0.01x} - 4289$



Gambar 1. Analisis Titik Impas - Dataset 1 (Rentang $x \in [0, 100]$)

- **Deskripsi Grafis:** Kurva **Revenue** (hijau) menunjukkan peningkatan yang hampir linier, sementara kurva **Cost** (merah) meningkat secara non-linear namun perlahan. Kurva **Profit** (biru) dimulai dari nilai negatif, memotong sumbu X, dan kemudian terus meningkat positif.
- **Analisis Mendalam:**

- **Titik Impas (BEP):** Berdasarkan inspeksi visual, titik impas terjadi di sekitar $x \approx 22 - 23$ unit. Pada titik ini, pendapatan mulai melebihi biaya.
- **Zona Profitabilitas:** Setelah titik impas, perusahaan berada dalam zona profitabilitas yang terus meningkat dalam rentang $x \in [0, 100]$. Tidak ada indikasi penurunan profit atau titik impas kedua dalam rentang ini.
- **Implikasi Bisnis:** Dataset ini menunjukkan model bisnis dengan biaya tetap awal yang tinggi dan biaya variabel yang terkontrol dalam rentang produksi awal. Peningkatan kuantitas produksi akan terus meningkatkan profit dalam skala ini.

2) Dataset 2: Analisis Detail:

- **Parameter:** $a = 263.00, b = 0.0007, c = 0.13, d = 171.00, e = 4417.00$
- **Model Matematis:**
  - Revenue: $R(x) = 263x - 0.0007x^3$
  - Cost: $C(x) = 0.13x^2 + 171e^{0.01x} + 4417$
  - Profit: $P(x) = -0.0007x^3 - 0.13x^2 + 263x - 171e^{0.01x} - 4417$

Gambar 2. Analisis Titik Impas - Dataset 2 (Rentang $x \in [0, 100]$)

- **Deskripsi Grafis:** Kurva **Revenue** (hijau) menunjukkan peningkatan yang lebih curam dibandingkan Dataset 1, sementara kurva **Cost** (merah) juga meningkat perlahan. Kurva **Profit** (biru) menunjukkan peningkatan yang lebih cepat dan mencapai nilai profit yang lebih tinggi dalam rentang yang sama.
- **Analisis Mendalam:**
  - **Titik Impas (BEP):** Titik impas terlihat sedikit lebih rendah dari Dataset 1, sekitar $x \approx 20 - 21$ unit.
  - **Zona Profitabilitas:** Perusahaan menjadi profitabel dengan cepat dan memiliki margin keuntungan yang lebih baik dalam rentang $x \in [0, 100]$. Peningkatan Revenue yang lebih agresif mendukung profitabilitas yang lebih tinggi.
  - **Implikasi Bisnis:** Model ini lebih menguntungkan pada volume awal dibandingkan Dataset 1. Manajemen dapat fokus pada peningkatan volume penjualan karena profit terus meningkat dalam rentang ini.

3) Dataset 3: Analisis Detail:

- **Parameter:** $a = 278.00, b = 0.0008, c = 0.16, d = 110.00, e = 4310.00$
- **Model Matematis:**
  - Revenue: $R(x) = 278x - 0.0008x^3$
  - Cost: $C(x) = 0.16x^2 + 110e^{0.01x} + 4310$
  - Profit: $P(x) = -0.0008x^3 - 0.16x^2 + 278x - 110e^{0.01x} - 4310$

Gambar 3. Analisis Titik Impas - Dataset 3 (Rentang $x \in [0, 100]$)

- **Deskripsi Grafis:** Kurva **Revenue** (hijau) memiliki kemiringan yang sangat curam, menunjukkan potensi pendapatan yang tinggi. Kurva **Cost** (merah) relatif datar pada awal dan mulai naik lebih signifikan di ujung rentang. Kurva **Profit** (biru) melonjak cepat dan mencapai nilai yang sangat tinggi.
- **Analisis Mendalam:**
  - **Titik Impas (BEP):** Titik impas sangat rendah, sekitar $x \approx 18 - 19$ unit.
  - **Zona Profitabilitas:** Perusahaan ini menunjukkan profitabilitas yang sangat kuat dalam rentang $x \in [0, 100]$. Profit terus meningkat secara substansial seiring dengan peningkatan kuantitas.
  - **Implikasi Bisnis:** Dengan pendapatan per unit yang tinggi dan biaya yang relatif terkontrol (terutama biaya variabel eksponensial d yang lebih rendah), model ini sangat menguntungkan. Fokus harus pada memaksimalkan kuantitas produksi dalam rentang yang belum menyebabkan penurunan pendapatan atau kenaikan biaya yang terlalu drastis.

4) Dataset 4: Analisis Detail:

- **Parameter:** $a = 255.00, b = 0.0007, c = 0.24, d = 111.00, e = 4346.00$
- **Model Matematis:**
  - Revenue: $R(x) = 255x - 0.0007x^3$
  - Cost: $C(x) = 0.24x^2 + 111e^{0.01x} + 4346$
  - Profit: $P(x) = -0.0007x^3 - 0.24x^2 + 255x - 111e^{0.01x} - 4346$

Gambar 4. Analisis Titik Impas - Dataset 4 (Rentang $x \in [0, 100]$)

- **Deskripsi Grafis:** Kurva **Revenue** (hijau) menunjukkan peningkatan yang baik. Kurva **Cost** (merah) memiliki kemiringan yang sedikit lebih curam dibandingkan Dataset 3, terutama di rentang x yang lebih tinggi. Kurva **Profit** (biru) meningkat positif setelah titik impas.
- **Analisis Mendalam:**
  - **Titik Impas (BEP):** Titik impas berada di sekitar $x \approx 26 - 27$ unit, lebih tinggi dari dataset sebelumnya. Ini menunjukkan biaya tetap awal yang lebih tinggi relatif terhadap pendapatan linear.
  - **Zona Profitabilitas:** Profitabilitas dimulai sedikit lebih lambat, tetapi pertumbuhan profitnya masih positif dan signifikan dalam rentang $x \in [0, 100]$.
  - **Implikasi Bisnis:** Meskipun c (koefisien biaya kuadratik) lebih tinggi, parameter d dan e yang relatif wajar memungkinkan profitabilitas yang baik. Perlu diperhatikan efisiensi biaya saat memasuki skala produksi yang lebih besar.

5) Dataset 5: Analisis Detail:

- **Parameter:** $a = 238.00, b = 0.0005, c = 0.24, d = 116.00, e = 2814.00$
- **Model Matematis:**
  - Revenue: $R(x) = 238x - 0.0005x^3$
  - Cost: $C(x) = 0.24x^2 + 116e^{0.01x} + 2814$
  - Profit: $P(x) = -0.0005x^3 - 0.24x^2 + 238x - 116e^{0.01x} - 2814$

Gambar 5. Analisis Titik Impas - Dataset 5 (Rentang $x \in [0, 100]$)

- **Deskripsi Grafis:** Kurva **Revenue** (hijau) menunjukkan pertumbuhan yang lebih landai dibandingkan dataset lain. Kurva **Cost** (merah) meningkat lebih lambat di awal karena biaya tetap (e) yang lebih rendah, tetapi term kuadratik c dan eksponensial d masih signifikan. Kurva **Profit** (biru) menunjukkan peningkatan yang lebih lambat namun konsisten setelah titik impas.
- **Analisis Mendalam:**
  - **Titik Impas (BEP):** Titik impas terlihat paling rendah di antara semua dataset, sekitar $x \approx 12 - 13$ unit. Hal ini sebagian besar karena biaya tetap (e) yang jauh lebih rendah.
  - **Zona Profitabilitas:** Meskipun Revenue lebih landai, profitabilitas dimulai lebih awal. Perusahaan menjadi profitabel dengan cepat dan mempertahankan profit positif dalam rentang $x \in [0, 100]$.
  - **Implikasi Bisnis:** Model ini cocok untuk startup atau bisnis dengan modal awal terbatas, karena mencapai titik impas lebih cepat. Peningkatan profit per unit mungkin tidak secepat dataset dengan a lebih tinggi, tetapi risiko awal lebih rendah.

VI. KESIMPULAN

Implementasi Metode Euler untuk analisis *break-even* pada model non-linear menunjukkan potensi sebagai alat untuk menemukan titik impas, meskipun memerlukan modifikasi dari aplikasi standarnya sebagai solusi ODE. Pendekatan ini menyoroti fleksibilitas metode numerik dalam memecahkan masalah rekayasa yang kompleks.

Berdasarkan visualisasi data yang dihasilkan oleh `euler_bep.c` untuk rentang $x \in [0, 100]$, saya mengamati bahwa:

- Setiap dataset menampilkan satu titik impas awal yang jelas.
- Setelah titik impas awal, profitabilitas terus meningkat dalam rentang yang divisualisasikan, menunjukkan bahwa efek penurunan pendapatan dan kenaikan biaya yang agresif mungkin baru terlihat pada kuantitas yang lebih tinggi (di luar $x = 100$).

- Parameter a (koefisien pendapatan linear) dan e (biaya tetap) memiliki dampak signifikan terhadap posisi titik impas awal dan kecepatan peningkatan profit.

Metode Euler, dengan adaptasi yang tepat, dapat:

- Menemukan titik impas pada fungsi profit non-linear.
- Memberikan pemahaman alternatif tentang perilaku fungsi profit melalui integrasi numerik.

Namun, penting untuk mengelola parameter seperti ukuran langkah dan tebakan awal untuk memastikan konvergensi yang efisien dan akurat. Untuk kasus fungsi yang kompleks dengan banyak akar, kombinasi metode pencarian akar dan teknik integrasi numerik mungkin diperlukan untuk mendapatkan solusi yang komprehensif.

VII. Link Github

https://github.com/adriandikad2/KomputasiNumerik-Proyek-UAS.

VIII. Link YouTube

https://youtu.be/peqWvZV_2xs

Pustaka

[1] J. Antony and F. J. Antony, "Break Even Analysis," in *Teaching and Learning Quality Methods*, 2016.

[2] P. N. Kolm and G. A. Focused, "Numerical Methods for Financial Applications," in *Mathematical Finance*, 2019.

[3] Steven C. C. and Raymond P. C., "Euler's Method," in *Numerical Methods for Engineers*, 2016.