Institutt for teknisk kybernetikk

Eksamensoppgave i TTK4205 Mønstergjenkjenning

Faglig kontakt under eksamen: Idar Dyrdal

Tlf.: 99 57 97 53

Eksamensdato: 17.12.2013

Eksamenstid (fra-til): 09:00-13:00

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: D / Ingen trykte eller håndskrevne hjelpemidler tillatt. Bestemt, enkel kalkulator tillatt.

Annen informasjon:

Målform/språk: Bokmål

Antall sider: 4

Antall sider vedlegg: 0

Kontrollert av:

Dato Sign

Oppg. 1

Innledning

a) Beskriv hovedkomponentene i et typisk mønstergjenkjenningssystem og forklar hva som menes med begrepene *egenskapsuttrekking* og *klassifisering*.

b) Forklar hva som menes med begrepet *ledet læring* og nevn eksempler på metoder for dette.

c) Forklar kortfattet hva som menes med klassifiseringsprinsippene *minimum feilrate* og *minimum risk*.

d) Beskriv problemstillingen i *klyngeanalyse*. Hvilke hovedgrupper av metoder kan benyttes her?

Oppg. 2

Parametriske metoder

a) Beskriv maksimum likelihood metoden for parameterestimering og vis at likningssystemet for estimatet av parametervektoren $\vec{\theta}$ kan skrives som:

$$\sum_{k=1}^{n} \nabla_{\vec{\theta}} \ln p(\vec{x}_k \mid \vec{\theta}) = \vec{0}$$

der $\vec{x}_k, k = 1, \ldots, n$ er treningssamplene, og tetthetsfunksjonen $p(\vec{x} \mid \vec{\theta})$ antas å ha kjent form.

b) Anta at tetthetsfunksjonen er en univariat normalfordeling med ukjent forventning μ og ukjent varians σ^2, slik at den kan skrives som:

$$p(x \mid \vec{\theta}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}], \text{ der parametervektoren er gitt ved } \vec{\theta} = \begin{bmatrix} \mu \\ \sigma^2 \end{bmatrix}.$$

Finn estimatene av forventningen og variansen ved å løse likningssystemet i pkt. a.

Oppg. 3

Diskriminantfunksjoner

a) Forklar hva som menes med *diskriminantfunksjoner*, og gi et eksempel på slike funksjoner basert på minimum feilrateprinsippet.

b) I et éndimensjonalt problem med to klasser ω_1 og ω_2 har man samlet inn følgende treningssampler fra hver av klassene:

$$\mathscr{X}_1 = \{1.3, 0.4, 1.4, 1.8, 1.2, 1.5, 1.4, 0.8, 1.1, 0.6\} \text{ fra } \omega_1,$$

$$\mathscr{X}_2 = \{3.4, 2.4, 2.5, 2.6, 1.6, 3.7, 3.2, 2.6, 3.7, 2.1\} \text{ fra } \omega_2.$$

Anta at klassene kan beskrives ved univariate normalfordelinger, som i oppg. 2b. Bruk treningssamplene til å estimere parametrene som inngår i hver av disse fordelingene, og vis at forventningsestimatene for de to klassene blir henholdsvis $\mu_1 = 1.15$ og $\mu_2 = 2.78$, mens de tilhørende estimatene av standardavvikene blir $\sigma_1 = 0.410$ og $\sigma_2 = 0.663$.

c) Konstruér deretter en toklasse diskriminantfunksjon for dette problemet, basert på minimum feilrateprinsippet. Hvilke estimater for á priorisannsynlighetene har du brukt her? Hva blir desisjonsgrensene?

d) Lag en skisse av de estimerte fordelingene og markér desisjonsgrensene og desisjonsregionene i figuren.

e) Bruk diskriminantfunksjonen til å klassifisere et ukjent objekt gitt ved egenskapen $x_0 = 2.0$.

Oppg. 4

Ikke-parametriske metoder

a) Beskriv tetthetsestimering og sett opp et estimat for tettheten i et vilkårlig punkt $\vec{x}$ i egenskapsrommet basert på et treningssett med n sampler.

b) Uttrykk tetthetsestimatet ved hjelp av en generell vindufunksjon $\varphi(\vec{u})$, og gi eksempler på mulige funksjoner.

c) Bruk vindumetoden på det univariate toklasseproblemet i oppg. 3b, med en rektangulær vindufunksjon gitt ved:

$$\varphi(u) = \begin{cases} 1 & \text{hvis } \mid u \mid \leq \frac{1}{2} \\ 0 & \text{ellers,} \end{cases}$$

til å estimere tettheten i punktet $x_0 = 2.0$ for hver av klassene, når lengden av vinduet (siden i vindufunksjonen) er satt til $h = 1$.

d) Bruk Bayes regel til å klassifisere et ukjent objekt med egenskapen $x_0 = 2.0$ ved hjelp av disse estimatene, basert på minimum feilrateprinsippet.

e) Vis hvordan á posteriori sannsynlighet for klassene kan estimeres direkte ut fra estimatet i pkt. a, og bruk dette til å utlede *nærmeste-nabo regelen* (NNR) og *k-nærmeste-nabo regelen* (k-NNR).

f) Klassifisér det ukjente objektet med egenskapen $x_0 = 2.0$ ved hjelp av NNR, og k-NNR med $k = 3$.

Oppg. 5

Trening av lineær diskriminantfunksjon

a) Uttrykk en lineær toklasse diskriminantfunksjon ved *utvidet vektvektor* og *utvidet egenskaps-vektor*.

b) Forklar hva som menes med *lineær separabilitet*.

c) Anta at man har et separabelt sett av sampler tilgjengelig for trening av vektvektoren i et éndimensjonalt klassifiseringsproblem. Lag en figur som viser samplene i det utvidede egen-skapsrommet. Tegn også inn et separerende hyperplan (en rett linje i et todimensjonalt plott), den tilhørende løsningsvektoren og løsningsregionen.

d) Forklar hvordan man kan bruke treningssettet til å komme frem til en slik løsningsvektor.

e) Sett opp og begrunn *Perceptron kriteriet*.

f) Utled *Perceptron algoritmen*.