NTNU
Fakultet for informasjonsteknologi, matematikk og elektroteknikk
Institutt for teknisk kybernetikk

Faglig kontakt under eksamen:
Idar Dyrdal Tlf: 99579753

EKSAMEN I TTK4205 MØNSTERGJENKJENNING

Mandag 10. desember 2012
Tid: 15.00-19.00

Sensur vil foreligge innen tre uker.
Hjelpemiddelkombinasjon D: Kalkulator med tomt minne tillatt.
Ingen trykte eller håndskrevne hjelpemidler tillatt.
Eksamensoppgava er på 3 sider innkludert forsiden.

Oppgave 1: Innledning

a) Skissér et typisk mønstergjenkjenningssystem og forklar hva som menes med egenskapsuttrekking og klassifisering.

b) Gi et eksempel på et slikt system.

c) Gi en kortfattet beskrivelse av noen hovedprinsipper som kan brukes til å konstruere en klassifikator ved ledet læring.

d) Hvilke fremgangsmåter kan brukes til å estimere feilraten til en klassifikator?

Oppgave 2: Bayesisk desisjonsteori

I et univariat (éndimensjonalt) klassifiseringsproblem med to klasser er tetthets-funksjonene for de to klassene gitt ved normalfordelingene:

$$p(x|\omega_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_i} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu_i}{\sigma_i}\right)^2\right] \;,\quad i=1,\,2$$

der $\mu_1=0$, $\mu_2=2$ og $\sigma_1=\sigma_2=1$.

a) Konstruér en beslutningsregel basert på minimum feilrateprinsippet, dersom á posteriorisannsynlighetene for klassene er like, dvs. dersom $P(\omega_1)=P(\omega_2)=1/2$.

b) Lag en skisse som illustrerer feilraten.

c) Anta at $P(\omega_1)=2/3$ og $P(\omega_2)=1/3$. Hva blir beslutningsregelen i dette tilfellet?

d) Anta at man i dette problemet ønsker å legge en høyere kostnad på feilklassifi-sering av sampler fra klasse ω_2 til klasse ω_1 enn motsatt, ved å velge kost-funksjonene $\lambda(\alpha_1|\omega_2)=0.8$ og $\lambda(\alpha_2|\omega_1)=0.2$. Her er α_i handlingen som består i å tilordne et sample til $\omega_i, i=1,2$. Kostnadene for riktig klassifisering settes lik null. Konstruer en minimum risk beslutningsregel med samme á posteriori sannsynligheter som i punkt c ovenfor.

Oppgave 3: Lineære diskriminantfunksjoner

a) Skriv opp et sett av lineære diskriminantfunksjoner for et problem med c klasser, uttrykt ved vektvektor og skalarvekt, og formulér beslutningsregelen (forklar hvordan diskriminantfunksjonene brukes til klassifisering).

b) Hvilke forenklinger kan gjøres for problemer med to klasser. Formulér beslutningsregelen i dette tilfellet.

c) Definer utvidet egenskapsvektor $\bar{y}$ og utvidet vektvektor $\bar{a}$ og uttrykk diskriminantfunksjonen fra punkt b ovenfor ved hjelp av disse vektorene.

d) Hva menes med begrepene lineær separabilitet, løsningsvektor og løsningsregion? Lag en skisse.

e) Gi eksempler på algoritmer for trening av den utvidede vektvektoren ved hjelp av et treningssett.

f) Beskriv fast-inkrement regelen og redegjør for når den konvergerer til en løsningsvektor.

Oppgave 4: Ikke-ledet læring

a) Hva er det som kjennetegner ikke-ledet læring (i motsetning til ledet læring), og hva menes med en blandingstetthet?

b) Sett opp blandingstettheten for et toklasseproblem uttrykt ved tetthetsfunksjonene og á priorisannsynlighetene.

c) Bruk maksimum likelihoodmetoden til å vise at likningssystemet for parameter-vektorene til de to klassene kan skrives som:

$$\sum_{k=1}^{n} P(\omega_i | \bar{x}_k, \bar{\theta}) \nabla_{\bar{\theta}_i} \ln p(\bar{x}_k | \omega_i, \bar{\theta}_i) = 0, \quad i=1,2$$

når á priorisannsynlighetene forutsettes kjente. Her er $P(\omega_i | \bar{x}_k, \bar{\theta})$ á posteriori-sannsynligheten til klasse ω_i i $\bar{x}_k$. Treningssettet er gitt ved $\chi = \{\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n\}$.

d) Anta at klassene er univariat normalfordelte med like á priorisannsynligheter og standardavvik lik én for begge klasse (som i punkt 2a), men med ukjente forvent-ningsverdier. Utled likningssystemet i dette tilfellet, og foreslå en løsningsmetode.

e) Anta at treningssamplene danner to tette og godt adskilte klynger, og finn tilnærmede uttrykk for forventningsestimatene.

Oppgave 5: Nærmeste-nabo metoder

For et todimensjonalt klassifiseringsproblem med tre klasser har man et treningssett der:

$$\chi_1 = \left\{ \begin{bmatrix} 1.0 \\ 1.0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1.8 \\ 1.0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2.0 \\ 0.0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1.9 \\ 2.1 \end{bmatrix} \right\} \quad \text{er samplesettet fra klasse } \omega_1,$$

$$\chi_2 = \left\{ \begin{bmatrix} 0.8 \\ 0.5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0.5 \\ 1.2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1.1 \\ 0.3 \end{bmatrix} \right\} \quad \text{er samplesettet fra klasse } \omega_2, \text{ og}$$

$$\chi_3 = \left\{ \begin{bmatrix} 2.1 \\ 1.5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2.2 \\ 1.8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3.0 \\ 0.5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2.5 \\ 0.8 \end{bmatrix} \right\} \quad \text{er samplesettet fra klasse } \omega_3.$$

a) Beskriv nærmeste-nabo regelen (NNR) og k-nærmeste-nabo regelen (k-NNR).

b) Klassifisér det ukjente sampelet $\bar{x}_0 = [2.0, 1.1]^t$ med NNR. Hva blir resultatet med k-NNR når k=3? Bruk Euclidsk avstand i egenskapsrommet.

c) Angi en øvre grense for den asymptotiske feilraten til NNR som funksjon av den optimale (Bayesiske) feilraten. Lag en skisse.